

文章编号:1001-9081(2009)S1-0077-03

## DES 差分特征的分析与搜索

顾海文,祝跃飞,康 绯,师国栋

(信息工程大学 信息工程学院,郑州 450002)

(guhaiwen95@sohu.com)

**摘 要:**通过对已有的 DES 各轮的差分特征进行分析,发现了现有的 DES 高概率差分特征存在的特有现象,利用这些特点对以前的差分特征搜索算法进行改进,设计出了新的 DES 差分特征的搜索算法。经过程序实现,新的算法不仅能够找到现有的所有差分特征,还找到了一个目前没有的五轮特征,该特征的概率比现有的五轮特征的最大概率大。新搜索算法比原来的算法快。

**关键词:**分组密码;迭代;差分特征

**中图分类号:** TP309 **文献标志码:** A

## Analysis and search of differential characters

GU Hai-wen, ZHU Yue-fei, KANG fei, SHI Guo-dong

(Institute of Information Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou Henan 450002, China)

**Abstract:** By analyzing DES's existing differential characters, the traits were found. Based on those traits a new search algorithm was designed. The new algorithm could not only find all differential characters in existence, but also find a five rounds differential character whose probability is higher. And the new algorithm was faster than the old ones.

**Key words:** cryptosystems; iterated; differential characters

### 0 引言

1990 年, Eli Biham 和 Adi Shamir 针对数据加密算法 (Data Encryption Standard, DES) 提出了差分密码分析<sup>[1]</sup>。它是迄今已知的攻击迭代分组密码体制最有效的方法之一。

1994 年 Matsui 提出了 DES 概率线性关系式的算法<sup>[2]</sup>, 由于寻找差分特征于线性关系式在本质上是类似的东西, 所以该算法经过部分改变也同样适用于对 DES 的高概率差分特征的搜索。1995 年 K. Ohta 等人提出了 Matsui 的搜索算法中存在的两个问题<sup>[7]</sup>, 在原搜索算法基础上提出了改进方法。张焕国等人对循环轮特征进行了一些分析<sup>[4]</sup>, 并给出了一个限制输入权重的差分搜索算法。

这些算法的都是以穷举为基础, 通过对搜索条件的限制在一定程度上降低了特征搜索的复杂度, 但是对于高轮的差分特征, 由于还是在整个差分空间中搜索, 加上搜索轮数太高, 搜索的运算量会成指数级递增。本文通过对 DES 各轮差分攻击所使用的特征进行分析, 发现了其中的规律, 并给出了寻找这种具有固定结构的差分特征的算法, 这种算法减少了需要搜索的轮数, 降低了特征搜索的复杂度。

### 1 差分密码分析方法简介

差分分析针对 DES 在低轮上的攻击是非常成功的。在此先给出几个基本概念和引理。

定义 1<sup>[5]</sup>  $r$  轮特征  $\Omega$  是一个差分序列  $a_0, a_1, \dots, a_r$ , 其中  $a_0$  是明文对  $Y_0$  和  $Y_0^*$  的差分,  $a_i (1 \leq i \leq r)$  是第  $i$  轮输出  $Y_i$  和  $Y_i^*$  的差分。  $R$  轮特征  $\Omega = a_0, a_1, \dots, a_r$  的概率  $p^{\Omega}$  是指在子密钥  $K_1, K_2, \dots, K_r$  独立、均匀随机时, 明文对  $Y_0$  和  $Y_0^*$  的差

分为  $a_0$  的条件下, 第  $i$  轮 ( $1 \leq i \leq r$ ) 输出  $Y_i$  和  $Y_i^*$  的差分为  $a_i$  的概率。

引理 1<sup>[4]</sup> 在明文、密钥独立均匀随机下,  $r$  轮特征的概率等于单轮特征概率的乘积。

定义 2<sup>[4]</sup>  $r$  轮特征  $\Omega = a_0, a_1, \dots, a_r$  称之为循环轮特征, 是指如果  $a_0 = a_r$ ,  $r$  为该循环轮特征的周期。

定理 1<sup>[4]</sup> 设周期为  $r$  的循环轮特征  $\Omega = a_0, a_1, \dots, a_r$  的概率为  $p^{\Omega}$ , 经过 DES 的扩展置换后含有  $m$  个非零项, 则利用该轮特征对 DES 可以作  $k \times r + 2$  轮差分分析, 能够得到全部  $S$  盒的子密钥, 作  $k \times r + 3$  轮分析时只能得到  $k$  个  $S$  盒的子密钥, 其分析概率为  $p^{\Omega}$  的  $k$  次方。

### 2 DES 差分特征

#### 2.1 DES 差分特征分析

我们先分析一下目前对 DES 的降低轮的<sup>[1]</sup>攻击和全十六轮的攻击<sup>[5]</sup>中使用的差分特征:

四轮攻击使用的是两个一轮差分特征<sup>[1]</sup>:

概率为 1

$(20\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) - (20\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00)$

概率为 1

$(02\ 22\ 22\ 22, 00\ 00\ 00\ 00) - (02\ 22\ 22\ 22, 00\ 00\ 00\ 00)$

六轮攻击使用的是两个三轮差分特征<sup>[1]</sup>:

概率为 0.0625

$(40\ 08\ 00\ 00, 04\ 00\ 00\ 00) - (04\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) -$

$(00\ 00\ 00\ 00, 04\ 00\ 00\ 00) - (40\ 08\ 00\ 00, 04\ 00\ 00\ 00)$

概率为 0.0625

$(00\ 20\ 00\ 08, 00\ 00\ 04\ 00) - (00\ 00\ 04\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) -$

收稿日期:2008-12-07;修回日期:2009-03-07。 基金项目:国家 863 计划项目(2007AA01Z471)。

作者简介:顾海文(1985-),女,江苏如皋人,硕士研究生,主要研究方向:网络密码、计算机网络; 祝跃飞(1962-),男,浙江杭州人,教授,博士生导师,主要研究方向:网络密码、计算机网络; 康绯(1972-),女,副教授,主要研究方向:网络密码、计算机网络; 师国栋(1984-),男,河南周口人,硕士研究生,主要研究方向:网络密码、计算机网络。

万方数据

(00 00 00 00, 00 00 04 00) - (00 20 00 08, 00 00 04 00)

八轮攻击使用的是一个五轮差分特征<sup>[1]</sup>:

概率为  $9.5367E-5$

(40 5c 00 00, 04 00 00 00) - (04 00 00 00, 00 54 00 00) -  
(00 54 00 00, 00 00 00 00) - (00 00 00 00, 00 54 00 00) - (00  
54 00 00, 04 00 00 00) - (40 5c 00 00, 04 00 00 00)

十五轮和十六轮的攻击使用的是同一个差分特征<sup>[6]</sup>:

概率为  $4.2724E-3$

(00 00 00 00, 19 60 00 00) - (19 60 00 00, 00 00 00 00) -  
(00 00 00 00, 19 60 00 00)

容易发现在十五轮和十六轮攻击时使用的特征是循环轮特征。循环轮特征有个好处,就是在多轮的高概率差分难以搜索时,可以用低轮的差分特征进行循环扩展(如十五轮和十六轮的攻击)。

循环轮思想的根本就是由少轮的差分特征拼接出多轮的差分特征,随着密码算法的设计越来越复杂,高概率差分特征越来越难搜索到,这种思想将得到广泛的应用。这种思想在最小活动S盒的估计<sup>[7]</sup>上也可以进行应用,将很有可能得到突破。

在降低轮的攻击中使用的特征都有两个特点:1)中间一轮的输入差分为0;2)特征前半部分和后半部分存在对称关系。将会在2.2节证明这两个特点的可利用性。用这两个特点,就可以将奇数轮的高概率特征搜索降低一半的复杂度。

## 2.2 DES 差分特征自动搜索算法

利用差分对DES进行攻击,关键在于找到一个高概率差分特征。

基于2.1节对DES攻击使用的差分特征的特点分析,我们设计了一个DES的特征搜索算法。

假设 假设特征的中间一轮的输入差分为0,即若特征为一个 $2r+1$ 轮特征,则约定第 $r+1$ 的输入为0,若循环特征为一个 $2r$ 轮特征,则约定第 $r+1$ 轮的输入为0。

定理2 两轮的循环特征概率最大的必为图1或图2所示的两种结构。

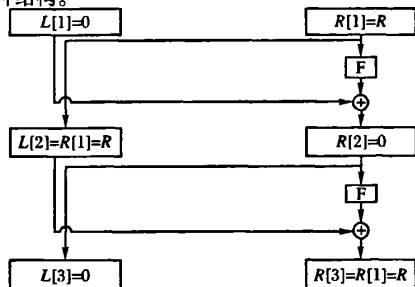


图1 两轮循环特征结构(左边为0)

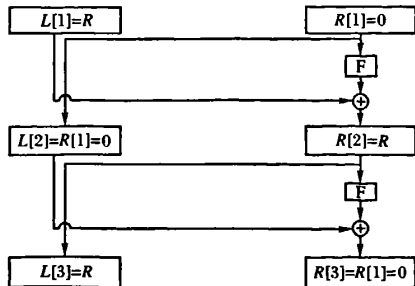


图2 两轮循环特征结构(右边为0)

证明 假设特征 $(a,b)-(c,d)-(e,f)$ 是一个两轮的循环特征。

根据循环特征的定义,那么该特征等价于特征 $(a,b)-(c,d)-(a,b)$ 。

根据DES的加密结构可知 $c=b$ 并且 $d=a$ ,所以该特征又可写成 $(a,b)-(b,a)-(a,b)$ 。

而该特征的概率为 $p(x=b,y=0) \times p(x=a,y=0)$ 。

若 $b$ 不等于0且 $a$ 也不等于0,

那么 $p(x=b,y=0) < 1$ 且 $p(x=a,y=0) < 1$ ,

而 $p(x=0,y=0) = 1$ ,

那么 $p(x=b,y=0) \times p(x=a,y=0) < p(x=a,y=0) \times p(x=a,y=0)$ 且 $p(x=b,y=0) \times p(x=a,y=0) < p(x=b,y=0) \times p(x=a,y=0)$ 。

显而易见,图1和图2的两种结构是等价的。

证毕

定理3 根据假设,偶数轮的循环差分特征必为图1所示结构的循环。

证明 设要搜索的是 $2r$ 轮的循环差分特征,

由假设知 $R[r+1] = 0$ ,令 $L[r+1] = R$

那么:

$R[r+2] = L[r+1] \oplus F(R[r+1]) = R$

$L[r+2] = R[r+1] = 0$

$R[r] = L[r+1] = R$

$L[r] = F(R[r]) \oplus R[r+1] = F(R)$

由定义2,得到 $L[r] = 0$

同上推理,可以看出,特征将会是 $(0,R)-(R,0)-(0,R)$ 的循环,概率则为特征 $(0,R)-(R,0)-(0,R)$ 的概率的 $r$ 次方。

证毕

在这种情况下可知,偶数轮的循环特征及其概率是很容易得到的。

由偶数轮的循环结果再加一轮或减一轮就可以轻易得到奇数轮的差分特征,但是这个差分特征不一定是概率最高的。

定理4 根据假设,那么 $2r+1$ 轮的高概率循环特征必为图3所示的结构,该特征的概率则为一半差分特征(以图3所示的虚线为分界)概率的平方。

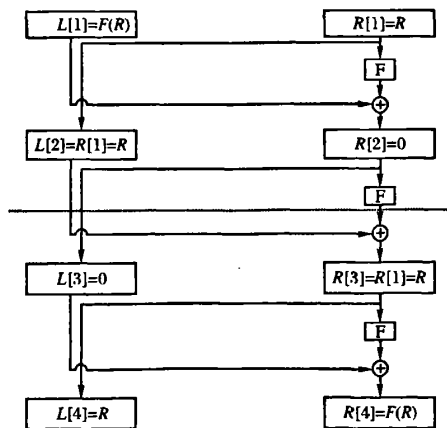


图3 三轮循环特征结构

证明 设要搜索的是 $2r+1$ 轮的差分特征

由假设知, $R[r+1] = 0$ ,令 $L[r+1] = R$ ,

则 $R[r+2] = R, L[r+2] = 0$ 。

由于 DES 密码是对称的,它的加解密的结构是一致的,所以特征 1-2-3-4 的概率和特征 4-3-2-1 的概率是相等的<sup>[3]</sup>,把这个  $2r+1$  轮的差分特征从中间一分为二(如图 3 虚线所示),那么上面一半的差分可以为下面一半的差分的反顺序差分。

由图 3 可知:

图 3 所示差分特征的概率 = 一半差分特征的概率<sup>2</sup> × 差分特征  $(0,R) - (R,0)$  的概率。

因为差分特征  $(R,0), (0,R)$  的概率为 1,

所以图 3 所示差分特征的概率 = 一半差分特征的概率<sup>2</sup>。

证毕

那么在搜索过程中,只要搜索符合结构的上半部分或者下半部分就可以了。下面的算法给出的是下半部分的搜索算法。根据约定  $L[0] = 0$ ,可以在算法中直接应用。

算法详细过程:

$X[i]$  代表第  $i$  轮  $F$  函数的输入差分,  $Y[i]$  代表第  $i$  轮  $F$  函数的输出差分,  $p[i]$  代表搜索过程中第  $i$  轮的概率,  $B[i]$  代表已知的  $i$  轮的,  $B0$  代表目前已搜索到的最大的差分概率,  $L[i]$  和  $R[i]$  中存放的是目前搜索到的概率最大的差分。

算法 1  $2r+1$  轮循环轮特征的下半部分的搜索算法(即  $r$  轮):

1) 对任意输入差分  $X[1]$  和输出差分  $Y[1]$ , 令  $p[1] = (X[1], Y[1])$ ,

如果  $p[0] \times B[r-1] \geq B0$ , 则执行第 2) 步。

程序结束。

2) 对任意输出差分  $Y[2]$ , 令  $X[2] = Y[1], p[2] = (X[2], Y[2])$ ,

如果  $p[1] \times p[2] \times B[r-2] \geq B0$ , 则执行第 3) 步。  
返回到上轮程序。

$i$ : 对任意输出差分  $Y[i]$  ( $2 < i < r$ ), 令  $X[i] = X[i-2] \cdot Y[i-1], p[i] = (X[i], Y[i])$ ,

如果  $p[1] \times p[2] \times \dots \times p[i] \times B[r-i] \geq B0$ , 则执行  $i+1$  步。

返回到上轮程序。

$r$ :  $X[r] = X[r-2] \cdot Y[r-3], p[r] = \max(X[r], Y[r])$

如果  $p[1] \times p[2] \times \dots \times p[r] \geq B0$ ,

那么令:

$B0 = p[1] \times p[2] \times \dots \times p[r]$

$L[1] = 0$

$R[0] = X[0]$

$L[i] = R[i-1]$

$R[i] = X[i]$

打印  $L[i]$  和  $R[i]$  和  $B0$  至 \*.txt 中。

返回到上轮程序。

搜索结果:存放在 \*.txt 中。

由定理 4, 将这个差分特征根据图 3 的结构向上扩展一倍, 就是想要的  $2r+1$  轮的循环差分特征了, 概率为  $B0$  的平方。

将搜索结果减一轮就可以得到偶数轮的高概率差分了。

该算法是以 Matsui 提出的算法<sup>[2]</sup>为基础进行了改进, 由于该算法只求一半的差分特征, 所以大大减少了搜索算法的运算量。该算法的思想进行适当改变也可用于其他的密码算法。

## 2.3 结果分析

根据算法一易见, 奇数轮的特征搜索其实只是搜索了原万方数据

来 Matsui 提出的算法的一半, 速度的提高是显而易见的。

在其他条件完全相同的情况下, 三轮的运行时间等于原来的算法一轮的运行时间, 五轮的运行时间等于原来的算法两轮的运行时间。

搜索具体结果如下(文献[1]中有的结果不再列出):

二轮的循环差分特征概率最大的有两个, 概率均为  $4.2724E-3$ 。

特征一:  $(00\ 00\ 00\ 00, 1B\ 60\ 00\ 00) - (1B\ 60\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 1B\ 60\ 00\ 00)$ 。

攻击中所用的三轮的差分特征是 DES 唯一的两个概率最大的三轮差分特征, 稍小一点的概率为 0.04785。

特征二:  $(00\ 10\ 00\ 01, 00\ 00\ 00\ 60) - (00\ 00\ 00\ 60, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 60) - (00\ 00\ 00\ 60, 00\ 10\ 00\ 01)$ 。

特征三:  $(40\ 00\ 40\ 10, 02\ 00\ 00\ 00) - (02\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 02\ 00\ 00\ 00) - (02\ 00\ 00\ 00, 40\ 00\ 40\ 10)$ 。

特征四:  $(00\ 00\ 40\ 10, 06\ 00\ 00\ 00) - (06\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 06\ 00\ 00\ 00) - (06\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 40\ 10)$ 。

特征五:  $(00\ 80\ 82\ 00, 60\ 00\ 00\ 00) - (60\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 60\ 00\ 00\ 00) - (60\ 00\ 00\ 00, 00\ 80\ 82\ 00)$ 。

由文献[1]可知五轮最好的差分概率为 9.5367E-5, 找到了一个概率比他大的差分, 概率为 1.0514E-004。

特征六:  $(40\ 00\ 46\ D0, 02\ 00\ 00\ 00) - (02\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 06\ C0) - (00\ 00\ 06\ C0, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 00\ 00\ 06\ C0) - (00\ 00\ 06\ C0, 02\ 00\ 00\ 00) - (02\ 00\ 00\ 00, 40\ 00\ 46\ D0)$ 。

还有一个概率相同的特征, 概率为 9.5367E-005。

特征七:  $(40\ 3c\ 00\ 00, 04\ 00\ 00\ 00) - (04\ 00\ 00\ 00, 00\ 34\ 00\ 00) - (00\ 34\ 00\ 00, 00\ 00\ 00\ 00) - (00\ 00\ 00\ 00, 00\ 34\ 00\ 00) - (00\ 34\ 00\ 00, 04\ 00\ 00\ 00) - (40\ 3c\ 00\ 00, 04\ 00\ 00\ 00)$ 。

为了验证结果的正确性, 对以特征七和特征六两个差分特征分别生成了 10 组  $10^6$  个随机数对, 加密后的差分结果数据如表 1 所示。

表 1 特征七和特征六的验证结果

组号	特征七	特征六
1	86	105
2	97	111
3	95	103
4	97	106
5	82	104
6	92	109
7	100	113
8	90	109
9	94	108
10	96	107
平均值	93	107

根据表 1 中的数据, 可以判断算法一得到的结果都是正确的。  
(下转第 88 页)

