Tarea 6

Oscar Gerardo Hernández Martínez

23/9/2019

Ejercicio 1

$$(3x^2 + 2xy^2 - 2x)dx + (3y^2 + 2x^2y - 2y)dy = 0$$

1. Identificamos a M y N

$$M(x, y) = 3x^2 + 2xy^2 - 2x$$
$$N(x, y) = 3y^2 + 2x^2y - 2y$$

2. Comprobamos si $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

$$\left.\begin{array}{r}\frac{\partial M}{\partial y} = 4xy \\ \frac{\partial N}{\partial x} = 4xy\end{array}\right\} \rightarrow \textit{Son iguales}$$

$\therefore$ Es una Ecuación Diferencial Exacta.

3. Sabemos que $\frac{\partial f}{\partial x} = M(x, y) \Rightarrow$ integramos $M(x, y)$ con respecto a x

$$f(x, y) = \int \frac{\partial f}{\partial x}dx = \int M(x, y)dx = \int (3x^2 + 2xy^2 - 2x)dx = x^3 + x^2y^2 - x^2 + h(y) \rightarrow \star$$

4. Derivamos parcialmente con respecto a y

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial d}{\partial y}[x^3 + x^2y^2 - x^2 + h(y)] = 2x^2y + h'(y)$$

5. Como $\frac{\partial f}{\partial y} = N(x, y)$

$$\Rightarrow 2x^2y + h'(y) = 3y^2 + 2x^2y - 2y$$
$$\Rightarrow h'(y) = 3y^2 - 2y$$

6. Integramos $h'(y)$ con respecto a y

$$\int h'(y)dy = \int (3y^2 - 2y)dy = y^3 - y^2 + C$$

7. Sustituimos el resultado en $\star$

$$\Rightarrow f(x, y) = x^3 + x^2y^2 - x^2 + y^3 - y^2 + C$$

Ejercicio 2

$$(2xy - e^{2y})dx + (x^2 + xe^{2y} - y)dy = 0$$

1. Identificamos a M y N

$$M(x, y) = 2xy - e^{2y}$$
$$N(x, y) = x^2 + xe^{2y} - y$$

2. Comprobamos si $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

$$\left.\begin{array}{r}\frac{\partial M}{\partial y} = 2x - 2e^{2y} \\ \frac{\partial N}{\partial x} = 2x + e^{2y}\end{array}\right\} \rightarrow \textit{No Son iguales}$$

$\therefore$ No es una Ecuación Diferencial Exacta.

En otro caso: La ecuación $(2xy - e^{2y})dx + (x^2 - 2xe^{2y} - y)dy = 0$ Puede ser exacta.

Ejercicio 3

$$(y\sin(x)+\sin(y)+\frac{1}{x})dx+(x\cos(y)-\cos(x)+\frac{1}{y})dy=0$$

1. Identificamos a M y N

$$M(x,y)=y\sin(x)+\sin(y)+\frac{1}{x}$$

$$N(x,y)=x\cos(y)-\cos(x)+\frac{1}{y}$$

2. Comprobamos si $\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x}$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial M}{\partial y}&=\sin(x)+\cos(y)\\ \frac{\partial N}{\partial x}&=\cos(y)+\sin(x)\end{aligned}\right\}\to \textit{Son iguales}$$

$\therefore$ Es una Ecuación Diferencial Exacta.

3. Sabemos que $\frac{\partial f}{\partial x}=M(x,y)\Rightarrow$ integramos $M(x,y)$ con respecto a x

$$f(x,y)=\int\frac{\partial f}{\partial x}dx=\int M(x,y)dx=\int(y\sin(x)+\sin(y)+\frac{1}{x})dx=-y\cos(x)+x\sin(y)+\ln|x|+h(y)\to\star_2$$

4. Derivamos parcialmente con respecto a y

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial d}{\partial y}[-y\cos(x)+x\sin(y)+\ln|x|+h(y)]=-\cos(x)+x\cos(y)+h'(y)$$

5. Como $\frac{\partial f}{\partial y}=N(x,y)$

$$\Rightarrow-\cos(x)+x\cos(y)+h'(y)=x\cos(y)-\cos(x)+\frac{1}{y}$$

$$\Rightarrow h'(y)=\frac{1}{y}$$

6. Integramos $h'(y)$ con respecto a y

$$\int h'(y)dy=\int(\frac{1}{y})dy=\ln|y|+C$$

7. Sustituimos el resultado en $\star_2$

$$\Rightarrow f(x,y)=-y\cos(x)+x\sin(y)+\ln|x|+\ln|y|+C$$