

第 7 讲 绘制三维图

(第 5 章 MATLAB 绘图)

目的：

1. 掌握绘制三维图形的方法。
2. 掌握绘制图形的辅助操作。

一、绘图时点坐标矩阵的生成。

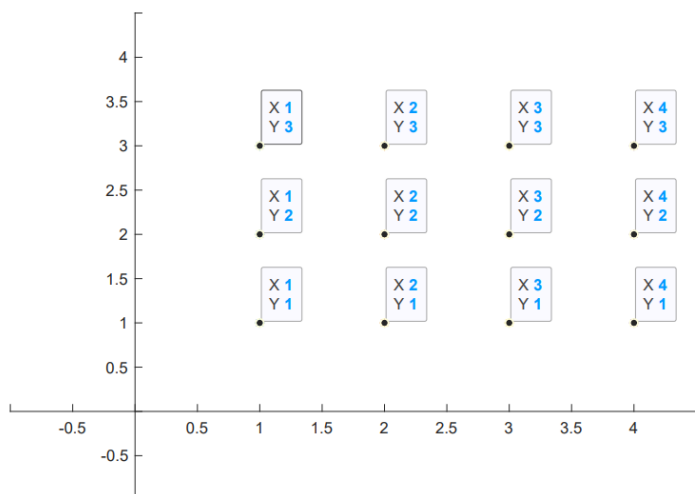
绘图函数使用描点法绘图，所以在绘图前，需要建立空间点的概念，空间中的点需要三个坐标 (x, y, z) ，matlab 使用三个矩阵来存储点的三个坐标，一个矩阵（比如 A）存储点的 x 坐标，一个矩阵（比如 B）存储点的 y 坐标，一个矩阵（比如 C）存储点的 z 坐标。其中 A、

B、C 三矩阵是同型矩阵。例如设矩阵 $X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

则，matlab 绘图函数将绘制点 $(1,0,5), (2,-1,1), (3,4,0), \dots, (2,1,3)$ 共 6 个点。

如果点的坐标没有规律那么我们需要手工输入坐标矩阵。如果点的坐标有规律，那么我们可以使用矩阵运算或者 matlab 产生点的函数来生成坐标矩阵。

例如，假设空间中点的纵横坐标如下图所示：



图中点的坐标有规律：横坐标是(1,2,3,4),纵坐标是(1,2,3)，所以可以使用如下方法得到点的坐标矩阵。

方法一：

```
>> a=[1,2,3,4];b=[1,2,3];i=ones(1,3);j=ones(1,4);
```

```
>>x=i'*a; y=b'*j;
```

X =					y =				
	1	2	3	4		1	1	1	1
	1	2	3	4		2	2	2	2
	1	2	3	4		3	3	3	3

方法二：使用 matlab 系统函数 **meshgrid** (推荐使用)

```
>> a=[1,2,3,4]; b=[1,2,3];
```

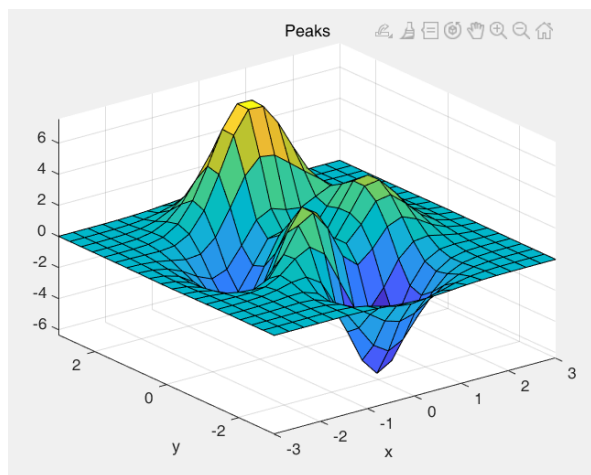
```
>>[x,y]=meshgrid(a,b) % 该函数生成的 x, y 矩阵和方法一相同。
```

-----我是华丽分割线-----

除 meshgrid 外，还可以用 peaks、cylinder 函数等生成点坐标矩阵。

peaks(n): 本身是一个创建具有多个峰值的曲面图，例如：

```
>> peaks(30) %产生的图如下：
```



在 matlab 中可以使用，例如：

命令[x,y,z]=peaks(30)取出曲面点的三个坐标矩阵 x,y,z;

[a,b]=peaks(30)取出曲面点的前两坐标矩阵 x,y; %可以用逻辑运算 a==x,b==y 验证

注意：命令 `a=peaks(30)` 取出的 `a` 不是曲面点的 `x` 坐标，而是点的 `z` 坐标；

可以用二维绘图函数 `scatter(x,y)` 绘制散点图观察取出的坐标点：

```
>>[x,y]=peaks(8);
```

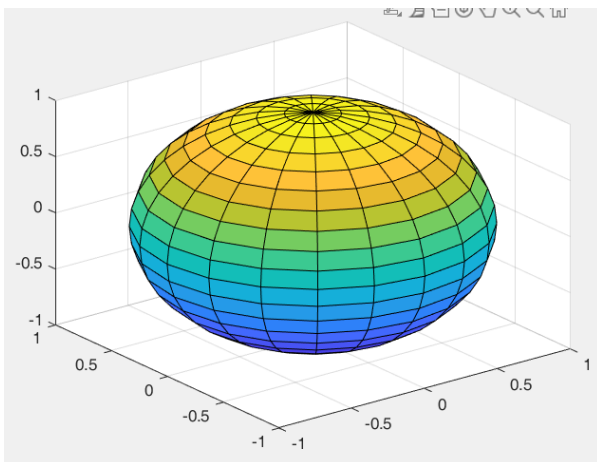
```
>>scatter(x,y)
```



另一个可以用来取坐标点的函数是 `sphere(n)`，

命令 `sphere(n)`：绘制一个具有 `n` 个纵列的单位球面。

```
>>sphere(30)
```



```
>> [x,y]=sphere(20); %取出球面上点的纵横坐标;
```

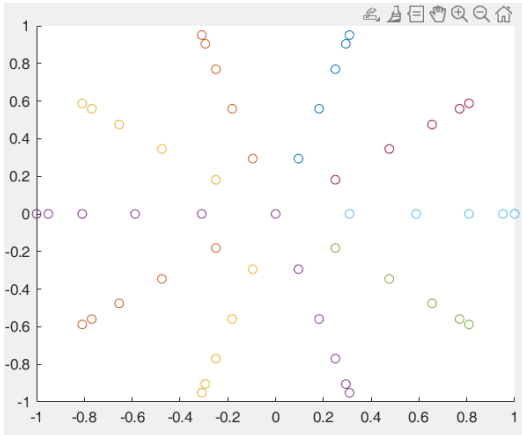
```
>> [x,y,z]=sphere(20); %取出三个坐标
```

```
>> a=sphere(20); %取出 x 坐标
```

可以使用 `scatter(x,y)`绘制投影点的散点图：

```
>> [x,y]=sphere(10);
```

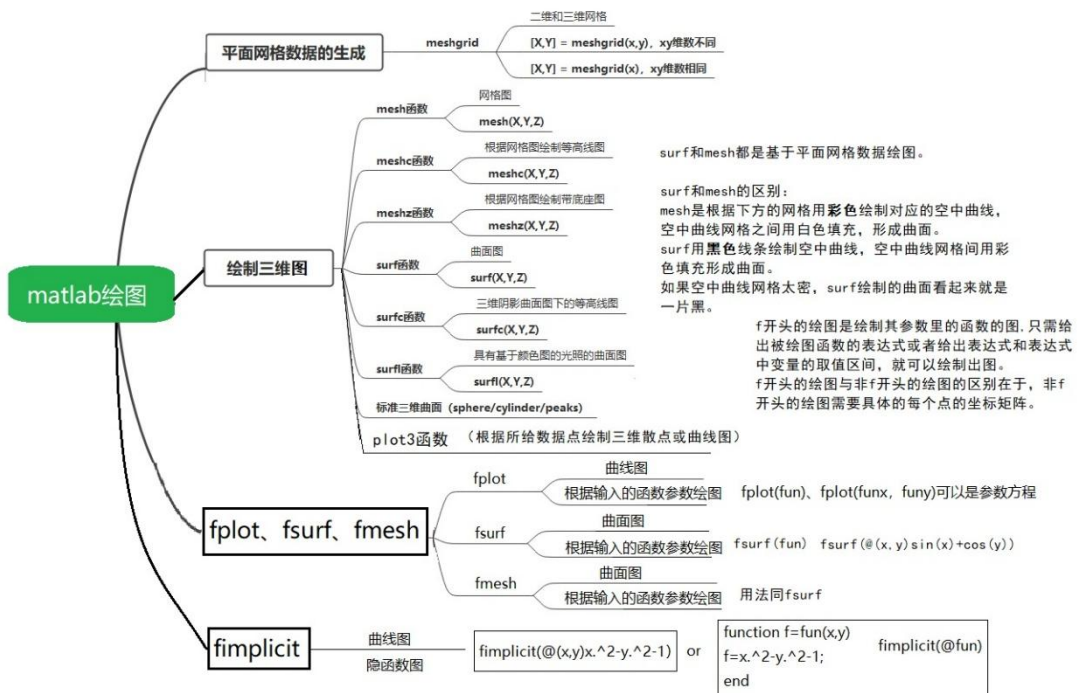
```
>> scatter(x,y)
```



除 `peaks(n)`和 `sphere(n)`外，还有绘制半径为 `r` 的圆柱函数 `cylinder(r)`，用法和前两个类似。

常用的绘图函数如下图所示（可以下载保存放大查看）：

最基本三维绘图函数有：**plot3**（用于绘制三维曲线图）、**surf** 和 **mesh**（三维曲面图）



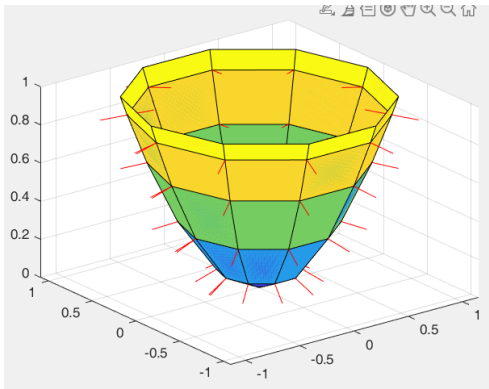
除了上图中的绘图函数外，还有以下数学相关绘图函数：

1、绘制曲面法向量 surfnorm(x,y,z)

```
>>[x,y]=sphere(10);
```

```
>>z=x.^2+y.^2;
```

```
>>surfnorm(x,y,z)
```



2、绘制向量 quiver(x,y,px,py)在 (x,y) 处绘制向量(px,py); quiver3(x,y,z,px,py,pz)

3、三维隐函数曲面 fimplicit3(fun,[xlim,ylim,zlim])

例：fimplicit3(@(x,y,z)x.*sin(y+z.^2),[-1,1,-1,1,-1,1])绘制 $x \sin(y + z^2) = 0$ 的图。

练习 1：求网格坐标矩阵

已知 $1 \leq x \leq 5$, $4 \leq y \leq 9$, $z = 2x + 5y$, 求整数的网格坐标矩阵 X, Y, Z。程序如下：

```
x=1:5           %x 坐标区间[1,5]
y=4:9           %y 坐标区间[4,9]
[X,Y]=meshgrid(x,y) %在[1,5]×[4,9]区域生成网格坐标矩阵 X,Y
Z=2*X+5*Y       %求得函数值的网格坐标矩阵 Z
```

给出程序运行结果：

```
x =
    1    2    3    4    5
y =
    4    5    6    7    8    9
X =
```

```

1  2  3  4  5
1  2  3  4  5
1  2  3  4  5
1  2  3  4  5
1  2  3  4  5
1  2  3  4  5

```

Y =

```

4  4  4  4  4
5  5  5  5  5
6  6  6  6  6
7  7  7  7  7
8  8  8  8  8
9  9  9  9  9

```

Z =

```

22  24  26  28  30
27  29  31  33  35
32  34  36  38  40
37  39  41  43  45
42  44  46  48  50
47  49  51  53  55

```

【提示】

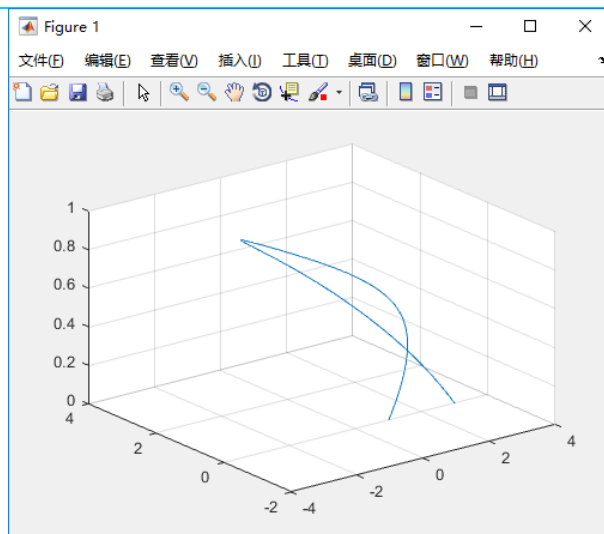
参阅平面网格坐标矩阵的生成(p125-126)，理解函数 meshgrid。

练习 2：绘制三维曲线

$$\begin{cases} x = \left(2 + \cos \frac{t}{2}\right) \cos t \\ y = \left(2 + \cos \frac{t}{2}\right) \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi \\ z = \sin \frac{t}{2} \end{cases}$$

给出程序和图形：

```
t=0:pi/50:2*pi;  
x=(2+cos(t/2)).*cos(t);  
y=(2+cos(t/2)).*sin(t);  
z=sin(t/2);  
plot3(x,y,z);  
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');  
grid on;
```



【提示】 参考例 5-18(p124)。也可以使用 fplot3 函数直接绘制：

```
>>fplot3(@(t)(2+cos(t/2)).*cos(t),@(t)(2+cos(t/2)).*sin(t),@(t)sin(t/2),[0,2*pi])  
>>xlabel('X');ylabel('y');zlabel('z');  
  
>>grid on;
```

注：plot3 和 fplot3 的区别是 plot3 不允许在调用格式中使用函数只能使用坐标矩阵，而 fplot3 可以使用过函数。

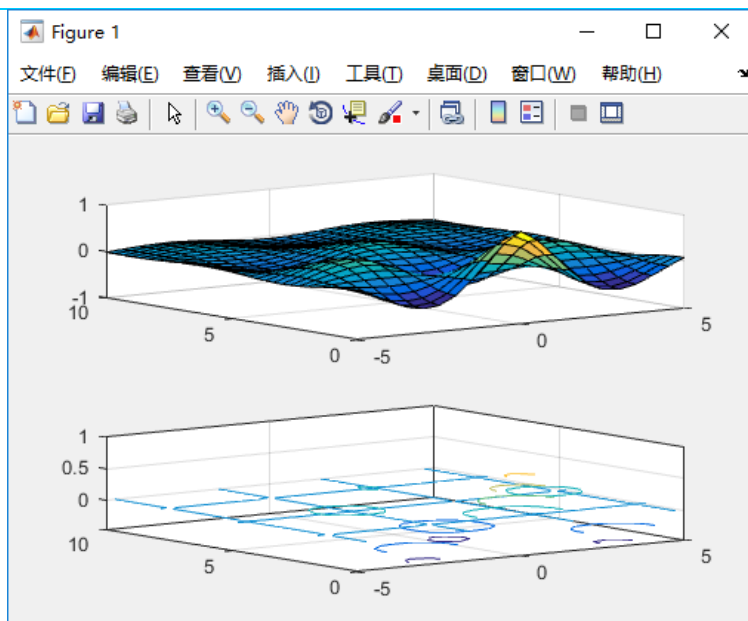
练习 3： 分别使用 surf 和 mesh 函数绘制函数的曲面图和等高线

$$z = \cos x \cos y e^{-\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{4}}$$

其中 x 的 21 个值均匀分布在 $[-5, 5]$ 范围, y 的 31 个值均匀分布在 $[0, 10]$, 要求使用 `subplot(2,1,1)`和 `subplot(2,1,2)`将产生的曲面图和等高线图画在同一个窗口上。

给出程序和图形:

```
a=linspace(-5,5,21);  
b=linspace(0,10,31);  
[x,y]=meshgrid(a,b);  
z=cos(x).*cos(y).*exp(-sqrt(x.^2+y.^2)/4);  
subplot(2,1,1); surf(x,y,z); %可使用mesh(x,y,z)替换;然后观察曲面着色情况。  
subplot(2,1,2); contour3(x,y,z);  
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
```



练习 4: 绘制马鞍面: $z = x^2 - 2y^2$

```
t=-10:1:10;  
[x,y]=meshgrid(t); % 当 a 与 b 的范围相同时, 可以将 meshgrid(a,b)简写为 meshgrid(a)  
z=x.^2-2*y.^2;  
subplot(2,2,1); mesh(x,y,z); %画三维网格曲面  
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
```



```
subplot(2,2,2); meshc(x,y,z); %画带等高线的三维网格曲面
```

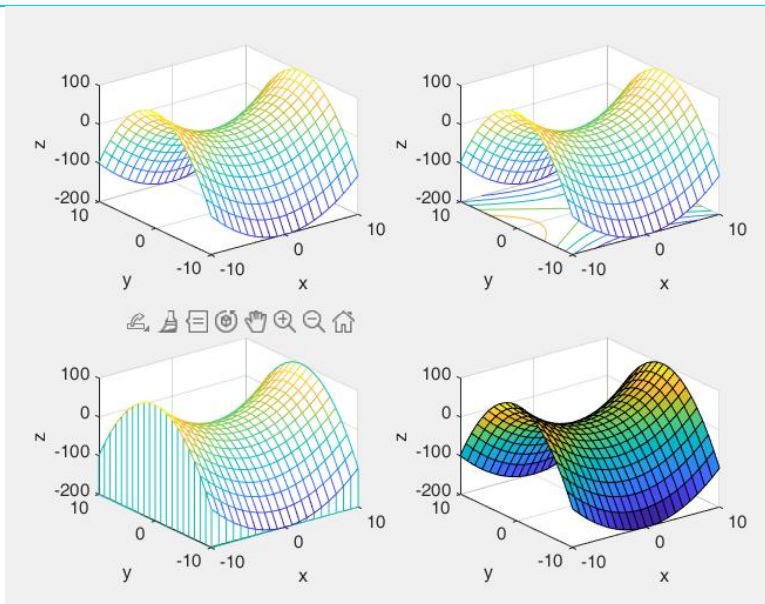
```
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
```

```
subplot(2,2,3); meshz(x,y,z); %画带水帘的三维网格曲面
```

```
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
```

```
subplot(2,2,4); surf(x,y,z); %画普通三维曲面
```

```
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
```



练习 5：(使用曲面加色条来表示四维绘图)

已知三元函数 $v = \sqrt{0.3x + 0.2y + 0.5z + 1}$ 的定义域为单位球面

$I: x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，请在 I 上使用颜色表示该函数的值。

给出程序和图形：

```
[x,y,z]=sphere(30);
```

```
v=sqrt(0.3*x+0.2*y+0.5*z+1);
```

```
subplot(1,2,1);
```

```
surf(x,y,z); %使用默认颜色显示曲面，此时曲面颜色没反应出 v 的值
```

```
colorbar('southoutside'); %上北下南，左西右东，默认值是色条显示在东外侧
```

```
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
```

```
axis([-1.2 1.2 -1.2 1.2 -1.2 1.2]);
```

```
axis square; %设置坐标轴为方形
```

```
subplot(1,2,2);
```

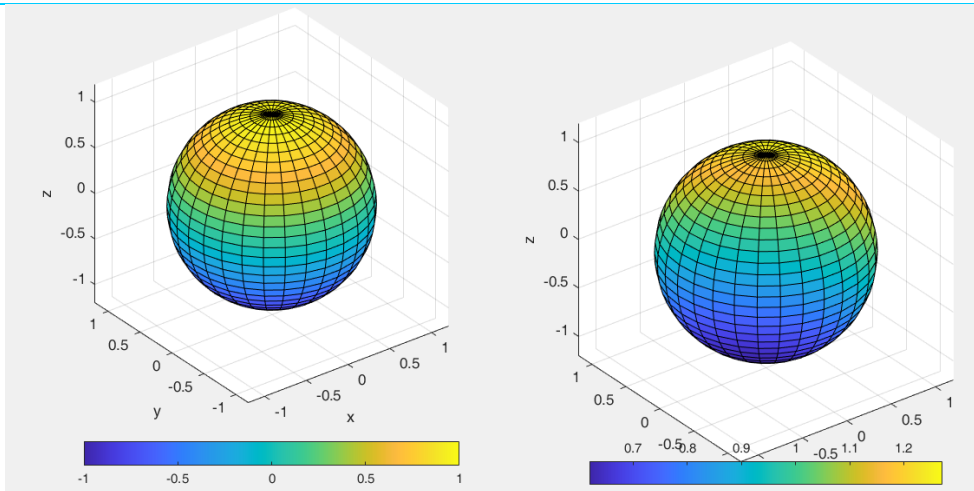
```
surf(x,y,z,v); %使用 v 的值作为颜色，此时曲面颜色反应了 v 的值
```

```
colorbar('south'); %对比两色条位置的区别
```

```
xlabel('x');ylabel('y'),zlabel('z');
```

```
axis([-1.2 1.2 -1.2 1.2 -1.2 1.2]);
```

```
axis square; %设置坐标轴为方形
```



练习 6: 用 slice 函数绘制 $v = 2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ($x, y, z \in [-2, 2]$)

在 $x = 2, 1, 0, -1.5$ 和 $y = 0$ 处的切片图形。

```
a=-2:0.2:2;
```

```
[x, y, z]=meshgrid(a);
```

```
v=2*sqrt(x.^2+y.^2+z.^2);
```

```
sx=[2, 1, 0, -1.5];sy=[0];sz=[];
```

```
slice(x, y, z, v, sx, sy, sz);
```

```
xlabel('x');ylabel('y'),zlabel('z');
```

```
colorbar('southoutside');
```

```
title('三元函数的切片');
```

```
a=gca;
```

```
a.Title.FontName='宋体';
```

```
shading interp %此命令用于隐藏图像上的分割线条，可以对比不使用此命令前后的差别
```

```
colormap jet; %使用 jet 色图显示图像，可以对比是否用它时前后的区别
```

