第 8 讲 多项式计算

（第 6 章　MATLAB 数据分析与多项式计算）

目的：

（一）掌握多项式的常用运算。

（二）掌握数据的多项式拟合和数据插值。

（三）掌握 fit 和 fittype 函数进行定制版拟合。

（一） 掌握多项式的常用运算（Polynomial：多项式的，多项式）

Matlab 中用多项式的系数构成的向量来表示多项式

例如$3x^3-2x^2+5$表示为向量$[3,-2,0,5]$，**对一个向量来说，只有当它出现在与多项式运算相关的函数中，该向量才会被当作多项式处理，否则还是当作普通向量看待。**

与多项式相关的常用函数有：

1、多项式求根

roots(u)：求多项式的根（**已知多项式求根**）。

例如：求方程x^2-3x+2的根 r=roots([1,-3,2]), r = 2　1。

poly(r)：构造以 r 为根的多项式（**已知根求多项式**）

例如：求以 1，2 为根的多项式，p=poly([1,2])　p= 1　-3　2

可用它求多项式乘积展开式，例如求$(x-1)^2(x+2)$的展开式，可以使用 poly([1,1,-2])

poly(A)：求方阵 A 对应的特征多项式 即求多项式$|A-\lambda E|$。（**已知矩阵求特征多项式**）

由于方阵 A 特征多项式的根就是 A 的特征值，所以 roots(poly(A))=eig(A)。

A=compan(u)：求指定的多项式 u 所对应的矩阵，A 称为多项式 u 的友矩阵。

（**已知特征多项式求矩阵**）

2、多项式求值

polyval(p, x)：计算多项式 p 在 x 的各点处的多项式值。

polyvalm(p,A): 求方阵 A 的矩阵多项式,

例如设 p=[1,1,1]即多项式 x^2+x+1，则 polyvalm(p,A)相当于求 A^2+A+E 。

练习：…

3、多项式乘除

conv(p,q): 求两多项式的乘积，结果是多项式乘积对应的向量。

[Q, r]=deconv(u,v)：求两多项式相除 u/v 的商与余项,

其中，u=Qv+r; 即 u=conv(Q,v)+r。

感兴趣的同学写两个具体多项式，分析它们相乘后的规律，尝试编写自己的 conv 函数。

练习：…

4、**多项式的求导**

polyder(u) 求多项式 u 的导数。

polyder(u,v) 求两多项式 u 和 v 的乘积的导数。

[p,q]=polyder(u,v) 求多项式商的导数，其中 p 是求导结果的分子，q 是分母。

练习：…

5、多项式求积分

polyint(u) 求多项式 u 的不定积分，常数项为 0。

polyint(u,k) 求多项式 u 的不定积分，常数项为 k。

练习：…

6、多项式商的拆项法

[r,p,k]=residue(u,v)

其中，u 是多项式分子，v 是多项式分母。其中 r 是拆项后每项的分子，p 是拆项后每项分母的零点，k 是余项多项式。注意如果引入复数，多项式总可以分解为一次因子的乘积。

例如：[r,p,k]=residue[1,2,-1],[1,1]);结果为：r=-2,p=-1,k=[1,1];

即 $\frac{x^2+2x-1}{x+1}=\frac{-2}{x+1}+x+1$，r=-2 分子，p=-1 是分母（x+1)的零点，k=[1,1]是 x+1;

[r,p,k]=residue([1,1,2,-1],[1,0,-1]；结果为：r=[3/2,3/2], p=[-1,1],k=[1,1];

即 $\dfrac{x^3+x^2+2x-1}{x^2-1}=\dfrac{3/2}{x+1}+\dfrac{3/2}{x-1}+x+1$。

练习 将多项式 $y=\dfrac{x^3-x^2-7x-1}{(x-1)(x-5)(x-6)}$ 拆项

```
b=[1 –1 -7 -1];   a=poly([1 5 6]);   [r,p,k]=residue(b,a)
```

```
r = 27.4000              p=6.0000                    k=1
   -16.0000                 5.0000
     -0.4000                1.0000
```

所以 $y=\dfrac{x^3-x^2-7x-1}{(x-1)(x-5)(x-6)}=\dfrac{27.4}{x-6}+\dfrac{-16}{x-5}+\dfrac{-0.4}{x-1}+1$

练习 将多项式 $y=\dfrac{x^3-x^2-7x-1}{(x-1)^3}$ 拆项。

7、多项式的符号显示

poly2sym(u) ：将向量表示的多项式显示为符号表示。

```
>>y=poly2sym([1,2,3,4])
  y =x^3 + 2*x^2 + 3*x + 4
```

sym2poly(y): 将符号表示的多项式显示为向量模式。

练习 1：有三个多项式 $f_1=x^4+2x^3+4x^2+5$，$f_2=x+2$，$f_3=x^2+2x+3$

试进行下列操作：

(1) 求 $g(x)=f_1(x)+f_2(x)f_3(x)$

(2) 求 $g(x)$ 的根。

(3) 当 x 取矩阵 A 的每一元素时，求 $g(x)$ 的值。其中

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 1.2 & -1.4\\ 0.75 & 2 & 3.5\\ 0 & 5 & 2.5\end{bmatrix}A$$

(4) 当以矩阵 A 为自变量时，求 $g(x)$ 的值。其中 A 的值与第(3)问相同。

命令及运行结果（建议在命令窗口中逐条输入命令）：

```
>>f1=[1,2,4,0,5]; f2=[1,2]; f3=[1,2,3];
>> f23=conv(f2,f3)
f23 =
     1     4     7     6
>> g=f1+[0,f23]                %补 0 对齐      (1)
g =
     1     3     8     7    11
>> roots(g)                    %               (2)
ans =
  -1.3840 + 1.8317i
  -1.3840 - 1.8317i
  -0.1160 + 1.4400i
  -0.1160 - 1.4400i
>> A=[-1,1.2,-1.4;0.75,2,3.5;0,5,2.5];
>> polyval(g,A)                %               (3)
ans =
   1.0e+03 *
    0.0100    0.0382    0.0125
    0.0223    0.0970    0.4122
    0.0110    1.2460    0.1644
>> polyvalm(g,A)               %               (4)
ans =
   1.0e+03 *
    0.0076   -0.1281   -0.0775
    0.1328    1.3900    1.1644
    0.1824    1.7364    1.5198
```

（二）掌握数据的多项式拟合和数据插值。

当做实验采集了数据，拿到了数据点后，通常需要拿已知的数据点来对未采集的数据点进行预测。比如，实验数据点是$(0.5,3),(1,4)$，那么当 x 取 0.7 的时候 y 等于多少呢？为了得到 y 的预测值，通常有两种做法：拟合或者插值。

拟合就是找一条函数曲线，不要求该曲线通过所有的已知点，**只要求神似**，曲线的走势和实验数据点整体趋势一致就可以了，找到这样的曲线后，将 x=0.7 代入曲线表达式，就可以得

到 0.7 处 y 的预测值。**拟合通常是确定函数基本表达式（一般用多项式函数）后再用最小二乘法求出表达式中的待定系数就可以得到拟合函数**。

插值则是**形似**，要求曲线穿过每个已知点，由于不可能用一个函数曲线穿过所有数据点，所以通常都是分段找函数，比如每三个点找一个函数曲线穿过它们，整体分段找函数，每段间的函数要求首尾能连续。通常采用直线连接两个数据点，或者也可以用三次幂多项式函数 $a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$ 来连接分段的三个点，利用这三个实验数据点求出系数后就可以得到对应的多项式函数，然后用该多项式函数就可以算出 x=0.7 处 y 的预测值。这种利用三次多项式函数来穿点的方法叫做三次样条插值，在 matlab 中把这种方法叫 spline。

matlab 中用来进行拟合多项式的是：**polyfit(x,y,n)**

调用格式：**Q=polyfit(x,y,n)**，其中 x，y 是实验数据对应的矩阵，n 是人为指定的拟合多项式的最高次幂，结果 Q 是拟合多项式，用向量表示。例如，Q=polyfit(x,y,5)意思是用五次幂多项式函数来拟合实验数据。注意，如果 n=5，由于五次幂多项式函数有 6 个待定系数，所以实验数据点不能少于 6 个。

练习 2：设 x=-3:0.3:3，使用标准正态分布概率密度函数值作为 y，模拟实验数据（y=pdf（‘norm’, x, 0, 1）或 y=normpdf(x)），然后用分别用三次幂和五次幂多项式函数拟合实验数据得到对应的多项式函数。

要求：（1）使用 scatter 作出实验数据的散点图

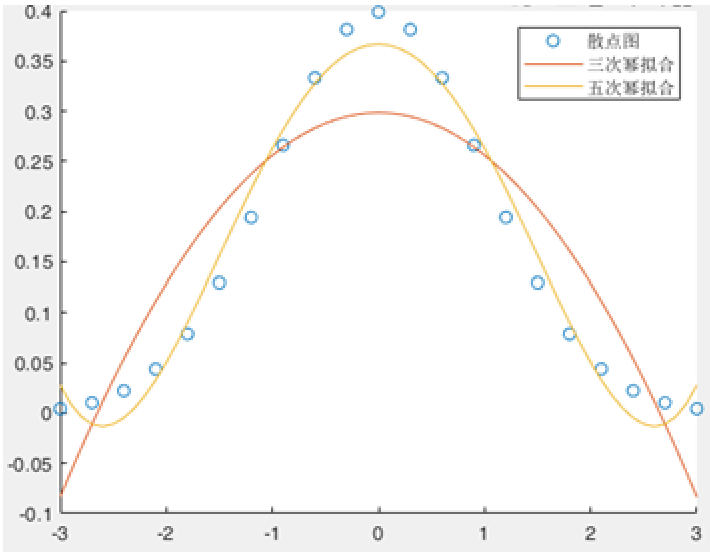
（2）在同一绘图窗口使用 plot 作出拟合曲线图。

（3） 用拟合预测 x=0.7 时的 y 值。

注：正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$ 的密度函数为 $f\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，当参数 $\mu=0,\sigma^2=1$ 时称之为标准正态分布 $N\left(0,1\right)$，此时密度函数为 $\varphi\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$。

```
%模拟实验数据
x=-3:0.3:3;
y=pdf('norm',x,0,1);   % 使用标准正态分布密度函数模拟实验数据点
%分别用三次幂和五次幂多项式曲线拟合实验数据
Q1=polyfit(x,y,3);
Q2=polyfit(x,y,5);
%计算拟合曲线函数值
```

```
t=-3:0.1:3;   %点设的密一点，以便作出的拟合图更光滑
y1=polyval(Q1,t);   %[t, y1]是三次幂拟合曲线点
y2=polyval(Q2,t);   %[t,y2]是五次幂拟合曲线点
%作图，作比较
scatter(x,y);   %实验数据散点图
hold ;
plot(t,y1);      %三次幂拟合曲线图
plot(t,y2);      %五次幂拟合曲线图
xlabel('x');ylabel('y');
leg=legend('散点图','三次幂拟合','五次幂拟合');
leg.FontName='宋体';    %设置图例字体以免文字乱码
```



注：上面是用系统内置函数命令 pdf('norm',x,0,1)来生成 x 处的正态分布函数值。也可以自己设计正态分布函数来计算函数值，例如：

```
function y=mypdf(x,mu,sigma)
%mypdf 提供 x 处参数期望为 mu，根方差为 sigma 的正态分布密度函数的函数值。
y=exp(-(x-mu).^2/(2*sigma^2))/(sigma*sqrt(2*pi));
end
```

然后在命令行窗口输入：

```
>> x=-3:0.3:3;
>>y=mypdf(x,0,1)
```

求出的 y 和系统命令 pdf('norm',x,0,1)生成的 y 是一样的。

matlab 中用来进行插值的函数有 **spling**（三次样条插值专用）、**interp1**（一元函数插值）、**interp2**(二元函数插值)等，以上三个插值函数都只输出预测的函数值，不提供对应的函数。

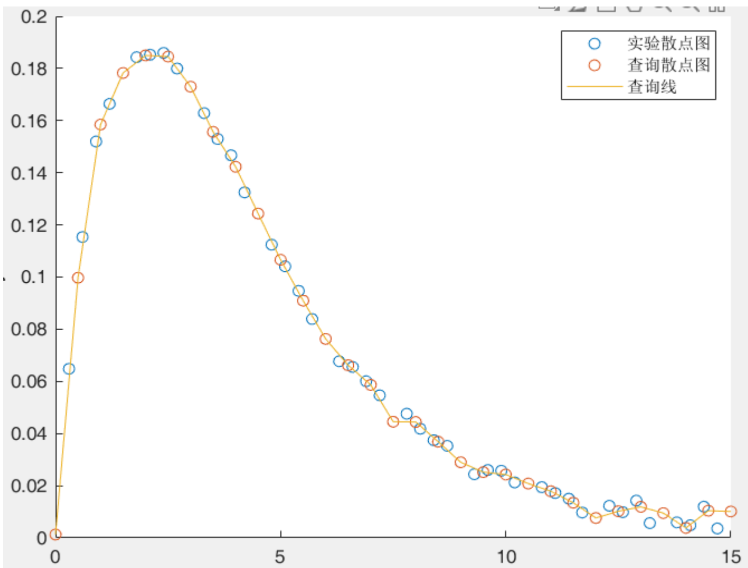
yq=spling(x,y,xq): 其中 x,y 是实验数据点,xq 是查询点，yq 是 xq 对应的预测插值。通常会用 scatter(x,y)和 plot(xq,yq)分别作出实验点图和插值图作比较。

yq=interp1(x,y,xq,'method')： 通用一维数据插值函数。method 是指定的备选插值方法：'linear'、'spline'、'next'、'previous'等，默认值是'linear'线性插值。如果设置为'spline'那么等同于 spline(x,y,xq)。

vq=interp2(x,y,v,xq,yq,'method')： 通用二维数据插值函数。

练习 3：设 x=0:0.3:15，用 $\chi^2(4)$ 的分布密度函数值模拟实验数据，然后对实验数据进行三次样条插值，求在查询点 0:0.5:15 处的预测值，并作图比较。

```
%模拟实验数据
x=0:0.3:15;
y=pdf('chi2',x,4)+0.01*rand(size(x));   % 模拟实验点，也可以使用 chi2pdf(x,4)
%用样条函数计算查询点处的预测值
xq=0:0.5:15;          %xq 是查询点
yq=spline(x,y,xq);   %yq 是预测值
%作图，作比较
scatter(x,y);   %实验数据散点图
hold ;
scatter(xq,yq);
plot(xq,yq);
xlabel('x');ylabel('y');
leg=legend('实验散点图','查询散点图','查询线');
```



练习 4：某气象观测站测得某日 6:00 至 18:00 之间每隔 2h 的室内外温度（^{0}C）如实验表 1 所示。

实验表 1 室内外温度观测结果（^{0}C）

时间 h	6	8	10	12	14	16	18
室内温度 t1	18.0	20.0	22.0	25.0	30.0	28.0	24.0
室外温度 t2	15.0	19.0	24.0	28.0	34.0	32.0	30.0

试用三次样条插值分别求出该日室内外 6:30 至 17:30 之间每隔 2h 各点的近似温度（^{0}C）。

（使用 interp1）

```
clc;
h=6:2:18;
t1=[18.0,20.0,22.0,25.0,30.0,28.0,24.0];    %室内实验数据
t2=[15.0,19.0,24.0,28.0,34.0,32.0,30.0];    %室外实验数据
H=6.5:2:17.5;    %H是查询点
T1=interp1(h,t1,H,'spline');    % T1=spline(h,t1,H)，查询点处的室内温度
T2=interp1(h,t2,H,'spline');    % T2=spline(h,t2,H)，查询点处的室外温度
[H;T1;T2]
```

```
命令行窗口
      6.5         8.5        10.5        12.5        14.5        16.5
   18.502     20.4986     22.5193     26.3775     30.2051     26.8178
  15.6553     20.3355     24.9089     29.6383     34.2568     30.9594
fx >>
```

（三）掌握 fit 和 fittype 函数进行曲线或曲面的定制版拟合。

使用 fit 进行拟合：

fitobject=fit(x,y,fittype)

fitobject=fit([x,y],z,fittype)

fitobject=fit(x,y,fittype,name,value)

参数说明：

x,y:实验数据（**提醒，一定要是列向量**）；

fitobject=fit(x,y,fittype)中的 fittype 是拟合算法类型，可设置为如下列表中的模型：

（1）'poly1'——线性多项式曲线 $y=ax+b$

（2）'poly11'——线性多项式曲面 $z=ax^2+by^2+c$

（3）‘poly2’——二次曲线 $y=ax^2+bx+c$

（4）‘linearinterp’——分段线性插值

（5）‘cubicinterp’——分段三次插值

（6）‘smoothingspline’——平滑样条

（7）‘lowess’——局部线性回归

fitobject=fit(x,y,fittype,name,value)中的 name　value 是拟合算法选项

常用的 name 与 value 有：

‘normalize’　　off | on ——是否归一化数据。

‘exclude’　　[a0 b0 c0]——要从拟合中排除的点；

‘problem’　　{‘k’} ——要分配给与问题相关的固定参数的值。

‘startpoint’　　[k1,k2,k3] ——给待定参数指定一个初始值（对模型的精确性非常重要）。

例如：myf=fit(x,y,’poly2’,’startpoint’,[2,1,3])

%使用’startpoint’给模型 $y=ax^2+bx+c$ 中的参数 a,b,c 赋予初值 2，1，3.

‘lower’与’upper‘参数的上下限，默认为空。

如果以上模型列表中的模型均不满足要求，可以使用系统函数 fittype（不是上面列表中的 fittype 而是另一独立系统函数）自定义拟合函数模型，fittype 函数的用法如下：

afittype=fittype(expression,Name,value)，其中

expression——用来指明使用的模型，例如 fft=fittype('a*u+b*exp(n*u)')

expression 也可以用匿名函数指定，比如 ft=fittype(@(a,b,n,u)a*u+b*exp(n*u))

常用的 name 和 value 有：

’coefficients’ ——用于指明哪些是参数；

’independent’——用于指明哪个是自变量；

‘problem’——用于指明模型中已经有一定了解的参数。

例如：g = fittype('a*u+b*exp(n*u)','problem',{'n'}'independent',{'u'}，'coefficients',{'a','b'});

或者 g = fittype(@(a,b,n,u)a*u+b*exp(n*u),'problem',{'n'}'independent',{'u'}, 'coefficients',{'a','b'});

例 1、数据曲线用模型 $a\sin(bx+c)+d$ 拟合，则可以用如下代码：

```
afft=fittype('a*sin(b*x+c)+d', 'coefficients', {'a','b','c','d'},'independent',{'x'})
```

或者

```
afft=fittype(@(a,b,c,d,x)a*sin(b*x+c)+d, 'coefficients', {'a','b','c','d'},'independent',{'x'})
```

例 2、在上例中，如果对某个参数了解比较多，比如参数 d 的了解比较多，知道它的取值是 2 或者 3，那么可以用'problem'属性指定 d 为固定参数。代码如下：

```
afft=fittype('a*sin(b*x+c)+d', 'coefficients', {'a','b','c'},'independent', 'x' ,'problem', {'d'} )
```

定义好 fittype 后，就可以在 fit 中调用它，例如

```
Bb1=fit(x,y,afft, 'startpoint',[1 1500 1],'problem',0.26);
Bb2=fit(x,y,afft, 'startpoint',[1 1500 1],'problem',0.27);
```

可以指定多个固定参数

```
afft=fittype('a*sin(b*x+c)+d', 'coefficients', {'a','b'},'independent', 'x' ,'problem', {'c','d'} )
```

调用代码：

```
Bb1=fit(x,y,afft, 'startpoint',[1 1500],'problem',{-2.8,0.26});
Bb2=fit(x,y,afft, 'startpoint',[1 1500],'problem',{-2.9,0.27});
```

补充 1：两个构造插值函数的方法

(1)、待定系数法

一个 $n-1$ 次幂的多项式为：$P(x)=a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_1x+a_0$，它有 n 个待定系数，如果有 n 个实验数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，将这 n 个实验数据代入表达式，可以得到关于待定系数的线性方程组：

$$\begin{cases} y_1=a_{n-1}x_1^{n-1}+a_{n-1}x_1^{n-2}+\cdots+a_1x_1+a_0 \\ y_2=a_{n-1}x_2^{n-1}+a_{n-1}x_2^{n-2}+\cdots+a_1x_2+a_0 \\ \cdots \\ y_n=a_{n-1}x_n^{n-1}+a_{n-1}x_n^{n-2}+\cdots+a_1x_n+a_0 \end{cases}$$

设 $Y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix},\alpha=\begin{pmatrix} a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ \vdots \\ a_0 \end{pmatrix},A=\begin{pmatrix} x_1^{n-1} & x_1^{n-2} & \cdots & 1 \\ x_2^{n-1} & x_2^{n-2} & \cdots & 1 \\ & \cdots & \cdots & \\ x_n^{n-1} & x_n^{n-2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$

则 $Y=A\alpha$，矩阵 A 是一个 n 阶范德蒙德矩阵，当 x_i 互不相等时其行列式不为零，矩阵可逆，从而 $\alpha=A^{-1}Y$，这样就可得到用于拟合实验数据的 $n-1$ 次多项式 $P(x)$。这个方法的缺点是当 n 较大时计算量比较大。

(2)、拉格朗日插值法是另一种构造插值多项式函数的方法

设有实验数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3)$

构造多项式函数 $f_1(x)=\dfrac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}$，

显然有 $f_1(x_1)=1, f_1(x_2)=f_1(x_3)=0$，这个函数像一道门，只允许 x_1 通过，x_2,x_3 无法通过，并且这是一个最高次幂是 2 次幂的多项式函数。

类似的，可以构造 $f_2(x)=\dfrac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}$ 和 $f_3(x)=\dfrac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$，则 f_2,f_3 的性质与 f_1 一样。

此时，令 $P(x)=y_1\cdot f_1(x)+y_2f_2(x)+y_3f_3(x)$，则 $P(x)$ 是一个 2 次幂多项式函数，且 $P(x_1)=y_1,P(x_2)=y_2,P(x_3)=y_3$，说明所有数据都在 $P(x)$ 上，于是 $P(x)$ 就是想求的 2 次幂拟合多项式。同理，当有 n 个实验数据点时，可以用这种方法求出一个 $n-1$ 次幂的拟合多项式。这种方法叫拉格朗日插值法。

补充 2：友矩阵

设多项式 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots a_1x+a_0$，$a_n\neq 0$，以 $f(x)$ 的系数构造一 n 阶矩阵 A

令 $A=\begin{bmatrix} -\frac{a_{n-1}}{a_n} & -\frac{a_{n-2}}{a_n} & -\frac{a_{n-3}}{a_n} & \cdots & -\frac{a_1}{a_n} & -\frac{a_0}{a_n} \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n\times n}$，如果 $a_n=1$，则

$$A=\begin{bmatrix} -a_{n-1} & -a_{n-2} & -a_{n-3} & \cdots & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n\times n}$$

该矩阵 A 称为多项式 $f(x)$ 的友矩阵也称为多项式的伴随矩阵。

对矩阵 A 来说，其特征多项式为：

$$|\lambda E-A|=\begin{vmatrix} \lambda+\frac{a_{n-1}}{a_n} & \frac{a_{n-2}}{a_n} & \frac{a_{n-3}}{a_n} & \cdots & \frac{a_1}{a_n} & \frac{a_0}{a_n} \\ -1 & \lambda & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \lambda & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & \lambda \end{vmatrix}$$

将上式按第一行展开有

$$|\lambda E-A|=\left(\lambda+\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)\lambda^{n-1}+\frac{a_{n-2}}{a_n}\lambda^{n-2}+\frac{a_{n-3}}{a_n}\lambda^{n-3}\cdots+\frac{a_1}{a_n}\lambda+(-1)^{n+1}(-1)^{n-1}\frac{a_0}{a_n}$$

$$=\left(\lambda+\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)\lambda^{n-1}+\frac{a_{n-2}}{a_n}\lambda^{n-2}+\frac{a_{n-3}}{a_n}\lambda^{n-3}\cdots+\frac{a_1}{a_n}\lambda+\frac{a_0}{a_n}$$

$$=\lambda^n+\frac{a_{n-1}}{a_n}\lambda^{n-1}+\frac{a_{n-2}}{a_n}\lambda^{n-2}+\frac{a_{n-3}}{a_n}\lambda^{n-3}\cdots+\frac{a_1}{a_n}\lambda+\frac{a_0}{a_n}$$

$$=\frac{1}{a_n}\left(a_n\lambda^n+a_{n-1}\lambda^{n-1}+a_{n-2}\lambda^{n-2}+a_{n-2}\lambda^{n-3}\cdots+a_1\lambda+a_0\right)=\frac{1}{a_n}f\left(\lambda\right)$$，由上可知$\left|\lambda E-A\right|$与 $f\left(\lambda\right)$ 有相同的零点，从而 $f\left(\lambda\right)$ 的零点就是友矩阵 A 的特征值，反之友矩阵 A 的特征值也就是 $f\left(\lambda\right)$ 的零点。易知，如果 $a_n=1$，则 $\left|\lambda E-A\right|=f\left(\lambda\right)$。

注意：不同的矩阵有可能有相同的特征多项式，所以根据特征多项式求出来的友矩阵，只是众多具有该特征多项式的矩阵之一，但不管怎样，我们构造出了一个具有该特征多项式的矩阵。