第 2 讲　MATLAB 运算符和矩阵处理

（第 3 章 MATLAB 矩阵处理）

目的：

一、掌握 matlab 的关系运算与逻辑运算
二、掌握矩阵元素的访问
三、掌握生成特殊矩阵的方法
四、掌握矩阵的相关计算——转置、行列式、秩、逆矩阵、特征值特征向量等

一、掌握 matlab 的关系运算与逻辑运算

1、关系运算： a 关系运算符 b，运算结果是逻辑值 0 或 1。

（1）= =（双等号，判断是否相等）

例 1 >>a=5;b=3;

```
>>c=(a==b)    %逻辑运算优先级高于赋值运算，所以也可以写成 c=a==b
c =
  logical
  0           %逻辑结果为 0 表示假，1 表示真。
```

例 2 >>a=[1,2,3];b=[3,2,1];

```
>>c=a==b      %比较两矩阵
c =
   1×3 logical 数组
   0    1    0     %将 a 与 b 对应位置元素作比较，结果为同型逻辑矩阵
```

例 3 >>a=[1,2,3];

```
>>c=a==3    %将矩阵与标量做比较，等同于将矩阵中的每个元素都和标量做比较。
c =
1×3 logical 数组
0    0    1
```

（2）>（大于号）类似于相等判断。

（3）<（小于号）类似于相等判断。

（4）>=（大于等于）类似于相等判断。

（5）<=（小于等于）类似于相等判断。

例 4：将矩阵 a=[-1 -3 3 4 -2 4 1]中小于等于 2 的数字置为 0.

>>c=a>2　　则 c=[0 0 1 1 0 1 0]

>>d=a.*c　 则 d=[0 0 3 4 0 4 0]

2、逻辑运算

（1）“&”表示 and 运算

例 1 >>x=4;y=1;

```
>> x>1&y<1
ans =
  logical
  0
```

（2）“|” 表示或运算

例 2 >>x>1|y<1

```
ans =
  logical
  1
```

（3）“~” 表示非运算

例 3 >>~x

```
ans =
  logical
  0
```

注：算数运算优先级高于关系运算高于逻辑运算。

3、逻辑运算函数

(1)any(A)：A 中任何一个存在非 0 则返回 1，否则返回 0；

例 1>>a=[1,2,0,1];

```
>>any(a)
  ans =
   logical
   1
```

例 2 >>b=[0,0,0,0];

```
>>any(b)
 ans =
   logical
   0
```

(2)all(A) ：A 中所有存在都非 0 则返回 1，否则返回 0；

例 3 >> all(a)

```
 ans =
   logical
   0
```

例 4 >> c=[1,1,2,3];

```
>> all(c)
ans =
  logical
  1
```

(3)xor(A,B)：如果 A 或者 B（但不是两者同时）在相同的数组位置包含非零元素，则输出数组中的对应元素设置为逻辑值 1(true)。如果不是，则将数组元素设置为 0。

即 0 xor 0=0，非 0 xor 非 0=0，0 xor 非 0=1，非 0 xor 0=1，

例 5 >> a=[1 2 0 1];

```
>> b=[0 0 0 0];
>> c=[1 1 2 3];
```

```
>> xor(a,b)
ans =
  1×4 logical 数组
   1   1   0   1
>> xor(a,c)
ans =
  1×4 logical 数组
   0   0   1   0
```

isprime(A)：判断 A 中元素是否为素数；

isnan（A)：判断 A 中元素是否为未定式；

isinf（A)：判断 A 中元素是否为无穷

练习 1 自行输入矩阵熟悉上面的运算。

二、掌握矩阵元素的访问

设 a 为一个矩阵，则

(1) a(i,j)

如果 i，j 是标量数字，则 a(i,j)输出矩阵中的元素 a_{ij}；

如果 i，j 是向量，则 a(i,j)输出矩阵中 i 代表的行和 j 代表的列所形成的子式。

例 1 >>a=[1,2,3,4;2,3,4,5;-1 0 2 0]

```
a =
    1     2     3     4
    2     3     4     5
   -1     0     2     0
>>a(3,4)
  ans =
      0
>>a([1,2],[1,3,4])
  ans =
      1     3     4
      2     4     5
```

(2) a(k)

表示矩阵 a 中的第 k 个元素，其中 a 中元素的顺序是从第一列开始计数；

命令 a([1,4,7])表示 a 中位于第 1，4，7 个位置的元素；

```
>> a([1,4,7])
ans =
     1     2     3
```

命令 a([1,4,7])=[2 2 2]是将 a 中的第 1，4，7 个元素的值变为 2 2 2。

```
>> a([1,4,7])=[2 2 2]
a =
     2     2     2     4
     2     3     4     5
    -1     0     2     0
```

(3)冒号:在矩阵访问代表所有行或者列，其在矩阵访问中的使用如下

a(:)将 a 中的所有元素形成一列;

a([1,3],:)表示 a 的第 1，3 行元素；注：此处用逗号后的冒号表示所有列；

a(2,:)表示 a 的第 2 行元素；注：此处用逗号后的冒号表示所有列；

a(:,[2,3])表示 a 的第 2，3 列元素；注：此处用逗号前的冒号表示所有行；

注：可以用 end 表示最后一行或列，

例 1：a([2:end],:)表示 a 的第二行到最后一行。

例 2：b=[1,2,3,4,5]命令行 c=b(end:-1:1)运算结果是 c=[5,4,3,2,1].

（4）矩阵的三个初等变换

a([1,3],:)=a([3,1],:)——互换矩阵的第一行与第三行（等同于行变换 $r_1 \leftrightarrow r_3$）;

a(:,3)=5*a(:,3)——第三列乘以 5（等同于列变换 kc_3）

a(2,:)=a(2,:)-2*a(1,:)——第二行减去 2 倍第一行（等同于 $r_2 - 2r_1$）

练习 2 自行输入矩阵熟悉上面的访问。

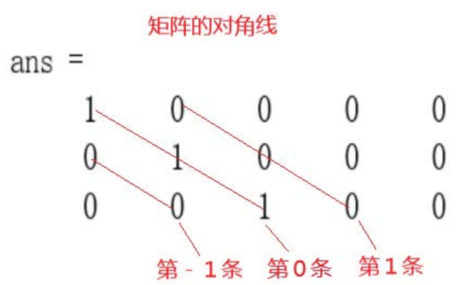
三、掌握生成特殊矩阵的方法

（1）eye(m,n):生成第 0 条对角线的元素为 1，其它位置元素为 0 的 $m \times n$ 型矩阵

eye(m):生成 m 阶单位矩阵。

例 1 >>eye(3,5)

```
ans =
     1     0     0     0     0
     0     1     0     0     0
     0     0     1     0     0
```



（2）rand(m,n)：以区间(0,1)内的数据生成 $m \times n$ 型的随机数矩阵。

rand(m):生成 m 阶随机数方阵。

例 2 >> rand(3,4)

```
ans =
    0.2760    0.1626    0.9597    0.2238
    0.6797    0.1190    0.3404    0.7513
    0.6551    0.4984    0.5853    0.2551
```

（3）zeros(m,n)：生成$m \times n$型的零矩阵

zeros(m)：生成 m 阶零矩阵方阵

（4）ones(m,n): 生成$m \times n$型的元素全为 1 的矩阵

ones(m)：生成 m 阶 1 矩阵。

（5）diag(A)：取出矩阵 A 的第 0 条对角线，取出的对角线是一个向量。

diag(A,k)：取出矩阵 A 的第 k 条对角线，取出的对角线是一个向量。

设 b 是一个向量

diag(b)：用 b 的元素作为矩阵的第 0 条对角线，生成一个矩阵，该矩阵的其它元素为 0；

diag(b,k)： 用 b 的元素作为矩阵的第 k 条对角线，生成一个矩阵，该矩阵的其它元素为 0；

例 3

```
>> A=fix(10*rand(3,4))
 A =
     9     2     3     5
     3     6     8     9
     1     4     5     2
>>diag(A)
ans =
     9
     6
     5
>> diag(A,-1)
ans =
     3
     4
```

例 4

```
>> b=[5 2 3];
>> diag(b)
ans =
     5     0     0
     0     2     0
     0     0     3
>> diag(b,2)
ans =
     0     0     5     0     0
     0     0     0     2     0
     0     0     0     0     3
     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0
```

练习 3：用分块矩阵练习掌握上面函数

设有分块矩阵 $A=\begin{bmatrix} E_{3\times3} & R_{3\times2} \\ O_{2\times3} & S_{2\times2} \end{bmatrix}$，其中 E、R、O、S 分别为单位矩阵、随机矩阵、零矩阵和对角阵，试通过数值计算验证 $A^2=\begin{bmatrix} E & R+RS \\ O & S^2 \end{bmatrix}$。

给出命令行窗口中的执行过程：

```
>> format compact %紧凑输出格式
>> format short g %小数部分后面 0 不显示
>> E=eye(3); R=rand(3,2); O=zeros(2,3); S=diag([5,10]);
>> A=[E,R;O,S]
A =
            1            0            0       0.2785      0.96489
            0            1            0      0.54688      0.15761
            0            0            1      0.95751      0.97059
            0            0            0            5            0
            0            0            0            0           10
>> A^2
ans =
            1            0            0        1.671       10.614
            0            1            0       3.2813       1.7337
            0            0            1        5.745       10.677
            0            0            0           25            0
            0            0            0            0          100
>> [E,R+R*S;O,S^2]
ans =
            1            0            0        1.671       10.614
            0            1            0       3.2813       1.7337
            0            0            1        5.745       10.677
            0            0            0           25            0
            0            0            0            0          100
```

四、掌握矩阵的相关计算——转置、行列式、秩、逆矩阵、特征值特征向量等

建立一个 5×5 矩阵，掌握如下矩阵运算

求行列式：det(A)

求秩：rank(A)

求逆矩阵：inv(A)或 A^-1

求特征值：d=eig(A),输出 d 即为矩阵 A 的特征值构成的向量

求特征向量：[v,d]=eig(A)，其中 v 为特征向量，d 为特征值构成的向量

求矩阵 A 的伴随矩阵 A^*:adjoint(A).对于可逆矩阵，验证 $A^* = |A|A^{-1}$。

练习 4：自行输入一个方阵熟悉上面命令。

求转置： transpose(A) 或者 A.’

求共轭转置：A’

求矩阵尺寸：[m,n]=size(A),其中 m 为行，n 为列；

length(A) 返回 m，n 中较大者；

numel(A)返回 m*n;

练习 5：自行输入一个方阵熟悉上面命令。

求矩阵范数 norm(A,p)

（1）矩阵 A 的 1 范数

Norm(A,1)将矩阵 A 的每列元素取绝对值后求和，再求和的最大值，即绝对列和的最大值。

（2）矩阵 A 的 2 范数

Norm(A,2)求矩阵 A 的奇异值的最大值，即 $A \cdot A^T$ 的特征值的最大值的根值。

（3）矩阵 A 的无穷范数

Norm(A,inf) 将矩阵 A 的每行元素取绝对值后求和，再求和的最大值，即绝对行和的最大值。

（4）求矩阵条件数 cond(A) 注：条件数等于 norm(A,2)*norm(A^-1,2)，用于判断矩阵 A 的病态程度。

命令行窗口

```
>> format compact;format short g %参考答案
>> A=round(rand(5)*10) %参考答案
A =
     8     1     2     1     7
     9     3    10     4     0
     1     5    10     9     8
     9    10     5     8     9
     6    10     8    10     7
>> [det(A),trace(A),rank(A),norm(A,1),norm(A,2),norm(A,Inf)] %参考答案
ans =
       -2719           36            5           35       33.171           41
>>
```

```
>> format rat;  %有理式输出格式
>> A=1./[2:4; 3:5; 4:6] %参考答案
A =
       1/2            1/3            1/4
       1/3            1/4            1/5
       1/4            1/5            1/6
>> format short;  %恢复默认输出格式
>> b=[0.95; 0.67; 0.52];
>> inv(A)*b
ans =
    1.2000
    0.6000
    0.6000
>> b(3)=0.53;
>> inv(A)*b
ans =
    3.0000
   -6.6000
    6.6000
>> %b只做微小的变化，但两个解变化很大。
>> cond(A)
ans =
   1.3533e+03
>> %A条件数远离1，矩阵的性能不好，A为病态矩阵。
```

【提示】使用命令 format rat %有理式输出 格式，format short。（见第 2 章的 p21）