

Task₂4

Гриша Степанов

March 2020

1 Анализ и постановка задачи

Что мы наблюдаем? X – распределение шума, $f_j(X_i, k)$ – то, что мы наблюдаем. $j \in \{1, 2\}$ – функция, соответствующая одеялу, k – номер пациента. Важно понимать, что время стабилизации температуры будет как-то (может и значительно) зависеть от физиологии пациента. Очевидно, что если одеяла одинаковые, то матожидание разности времён

$$\mathbb{E}\{f_2(X, k) - f_1(X, k)\} = 0 \quad \forall k \implies \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^n f_2(X, k) - f_1(X, k)\right\} = 0.$$

Это лишь необходимое условие, тем более не очень понятно, как по нему строить гипотезу. Можно считать шум белым гауссовым ввиду ЦПТ, тогда можно считать и наблюдаемую величину нормальной, но параметры будут зависеть от номера пациента. Если у нас по одному измерению на каждого, то мало что можно сказать.

Прошу прощения за «воду». Тем не менее вышесказанное подводит нас к выводу, что опираться есть смысл только на $\text{sign}(f_1 - f_2)$. В контексте одного пациента мы увидеть ничего не можем, если только по одному измерению можем судить (иначе можно проверить гипотезу о том, что выборки по каждому одеялу для одного пациента из одного распределения, для этого есть известные техники). Абсолютные значения времени нам мало, что говорят, поэтому оставляем $\text{sign}(f_1 - f_2)$. Проверим будет ли эта с.в. в $Be(1/2)$.

Распределение физиологических характеристик пациентов в целом тоже можно считать нормальным. Хотя эта зависимость и «black box», можно выделить из неё только за сколько температура восстанавливается без одеяла, а остальным пренебречь. Тогда можно считать $f_j(X_i, k)$ нормальными (хотя это не так важно). И проверять гипотезу о том, что они одинаково распределены.

Первый критерий более универсален, второй подразумевает некую физиологическую однородность. Если нам про неё врачи что-то сказали, то супер! Если известно, что пациенты очень неоднородны, то лучше первый критерий. Если неизвестно ничего, то ...

2 Аналитика

Первый критерий так будет проверяться.

$$T(X) = 0.5^{\nu_{>}} 0.5^{\nu_{<}}, \quad \nu_{>} = \mathbb{I}(f_1() > f_2())$$

Это статистика выражает вероятность того, что произошло то, что произошло, в предположении, что распределение правда Бернулли. Если вероятность меньше уровня значимости то отвергаем. Получается, что как раз при правильном распределении мера отказа будет равна уровню значимости, что нам и нужно.

Во втором случае проверяем однородность. Пускай критерием будет критерий Лемана-Розенблатта. Считаем его статистику, смотрим в таблицу.