孤立系统中单管引水的水轮机调节系统
小波动特性分析报告

刘锦坤

目录

1 说明

本次作业所有文件均已上传至附件，代码保存在 code 文件夹，图片保存在 pic 文件夹，问题 [n] 对应的代码为 Question[n].py 文件，util.py 文件为编写的工具函数文件，其中包括了若干矩阵运算函数。运行 python 程序前请确保

1. 安装了 python3.7 及以上版本，实地测试环境为 python3.11.4
2. 安装了符合 python 版本的 numpy, matplotlib, scipy, tkindter 等 python 库
3. 保证 util.py 文件与 Question[n].py 文件在同一目录下

2 问题一

运行 Question1.py 文件，即可打印出 AR 矩阵元素和转移矩阵的元素:

```
   Matrix A_R is:
[[ -0.223         0.076         0.            0.1665       -0.1        ]
 [-10.           -0.4         -10.            0.            0.         ]
 [ -8.           -0.32         -8.2           0.            0.         ]
 [ 13.26435742    0.57419531   13.37890625   -0.54986471   -0.05136719]
 [  0.            0.            0.            0.            0.         ]]
   The transition matrix is:
```

```
[[ 9.92406723e-01  2.95483905e-03  9.61190807e-04  6.31148589e-03
  -3.83722343e-03]
 [-3.27432401e-01  9.86337929e-01 -3.27586450e-01 -1.09813331e-03
   6.65067258e-04]
 [-2.60885797e-01 -1.08860649e-02  7.31328490e-01 -8.76193562e-04
   5.30655930e-04]
 [ 4.28617119e-01  1.95475459e-02  4.33162394e-01  9.80517570e-01
  -2.82955859e-03]
 [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00  0.00000000e+00  0.00000000e+00
   1.00000000e+00]]
```

同时绘制出转速 n 的过渡过程曲线如图 1 所示, 可以看到，在经过一段时间后，转速 n 会进入一个新的稳定值。

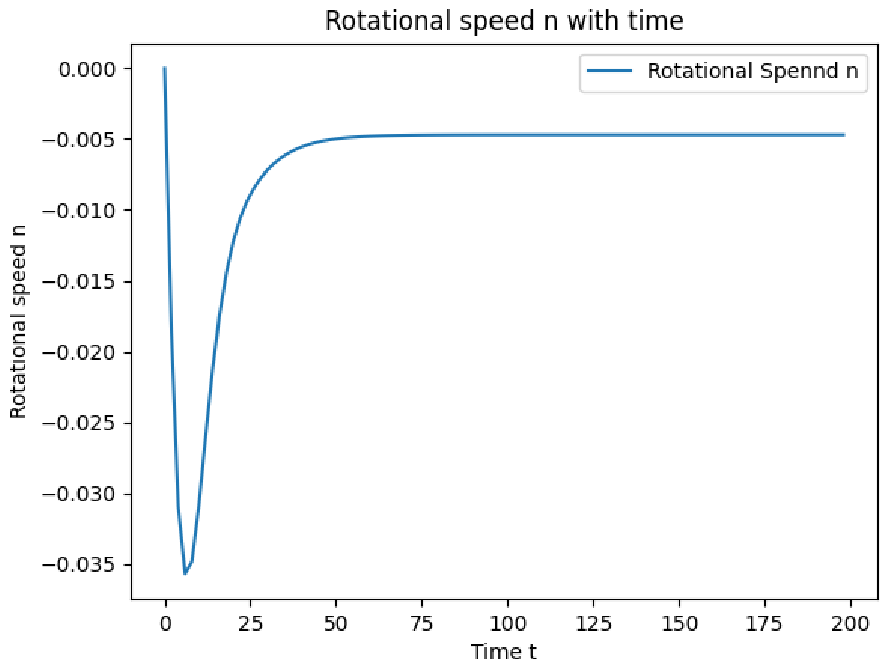

图 1: 转速 n 的过渡过程曲线

3 问题二

运行 Question2.py 文件，即可得到不同的 T_d, b_t 的值对应的过渡过程曲线如图 2 所示：

可以看到，在 T_d 和 b_t 都较小时，系统在扰动后偏离平衡态，在扰动下不稳定。而 b_t 增大后，系统再次进入稳定域，说明 b_t 的增大有助于系统的稳定。同时还能发现，在一定范围内 T_d 和 b_t 的增大都能减少系统的超调，提高系统的动态品质。

4 问题三

运行 Question3.py 文件，即可得到不同的 T_a 的值对应的过渡过程曲线如图 3 所示：

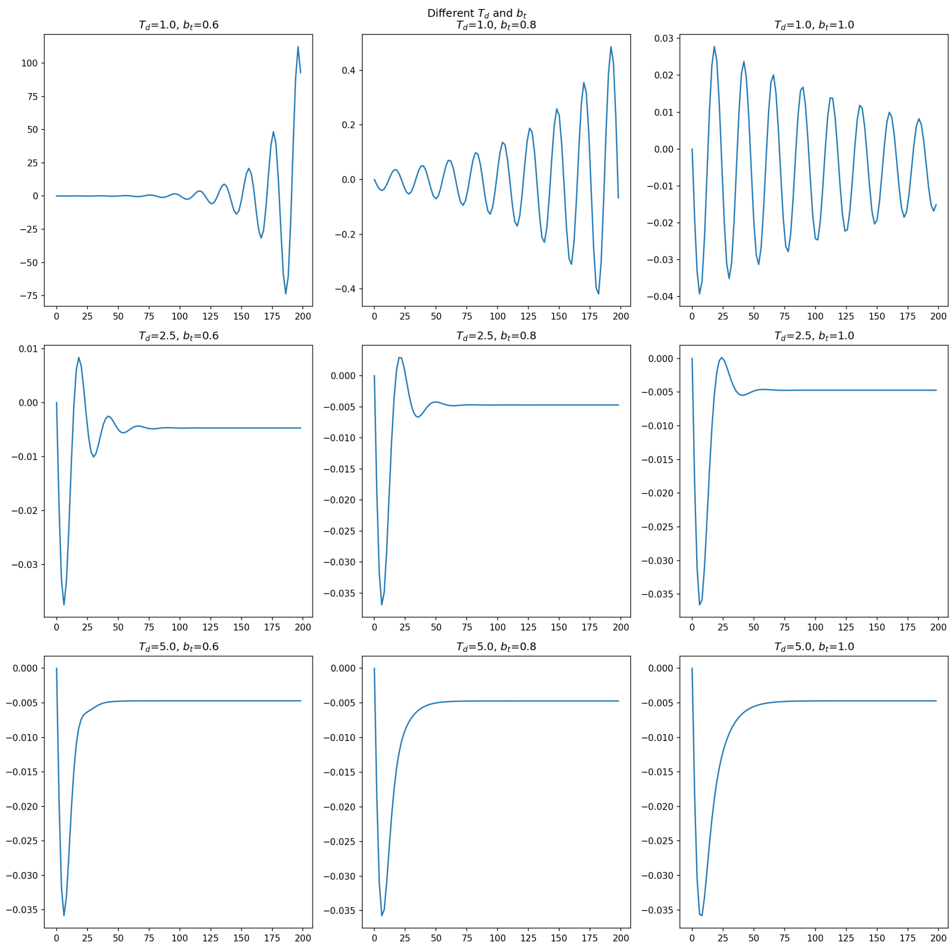

图 2: T_d, b_t 的不同值对应的过渡过程曲线

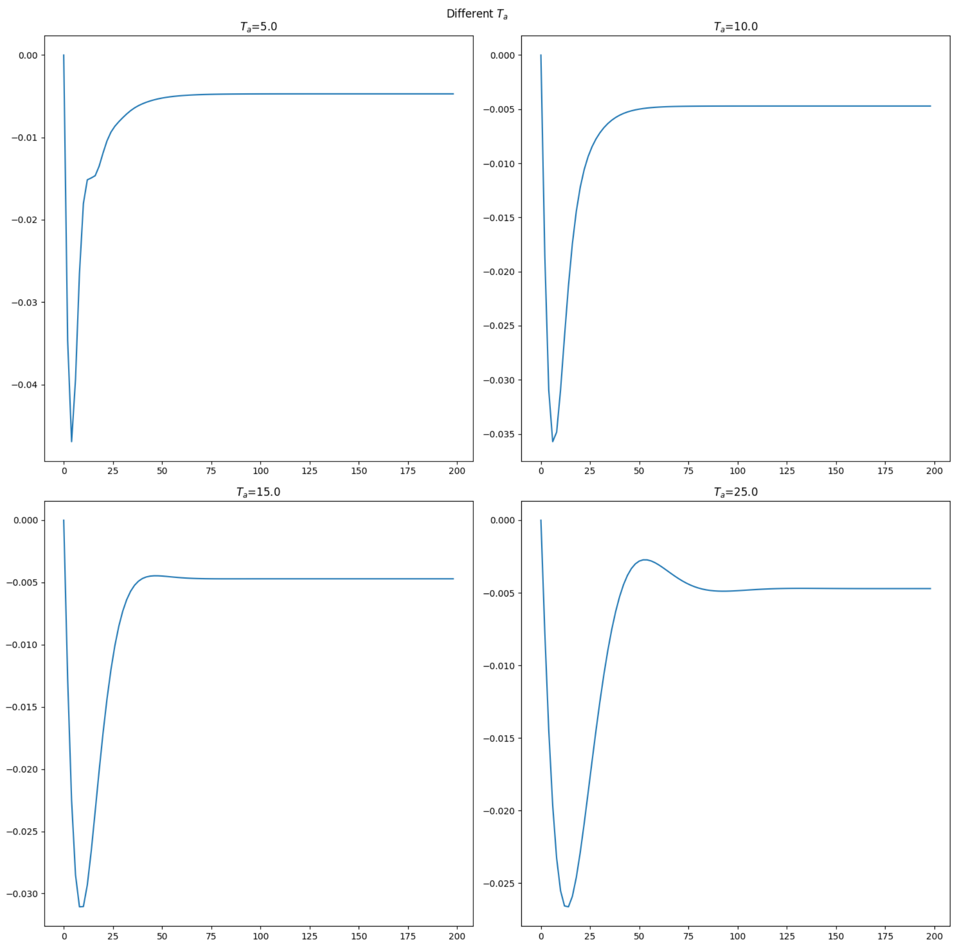

图 3: T_a 的不同值对应的过渡过程曲线

可以看到，T_a 的增大会使得系统的超调量增大，调节时间变长，因此在一定范围内 T_a 的增大会使得系统的动态品质变差，但是由于超调量的增大，系统的稳定性很可能会增强。

5 问题四

运行 Question4.py 文件，即可得到不同的 T_w 的值对应的过渡过程曲线如图 4 所示：

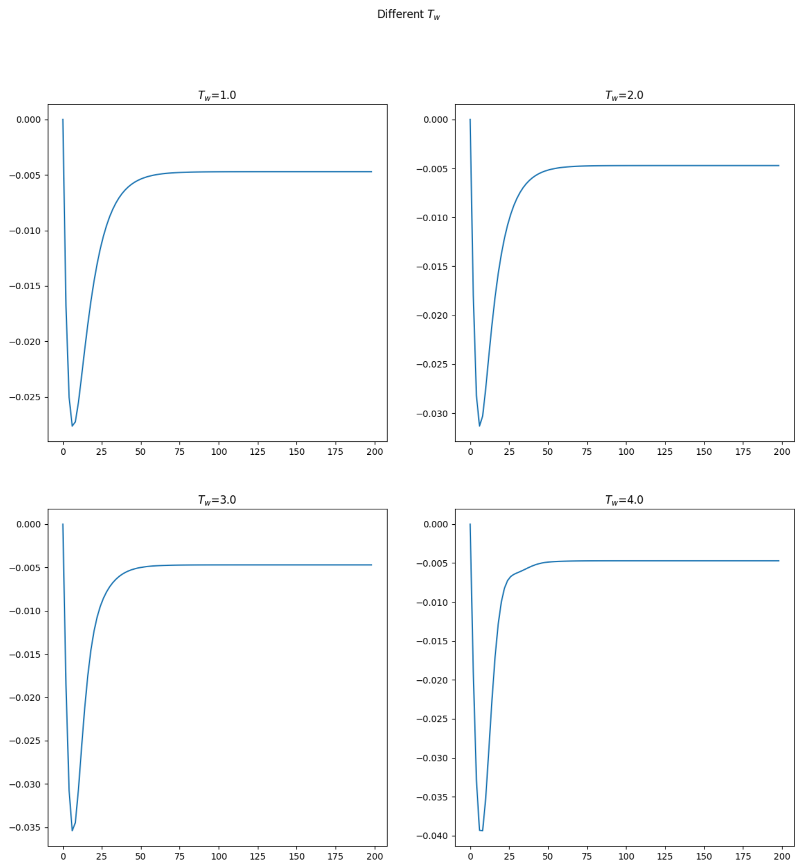

图 4: T_w 的不同值对应的过渡过程曲线

可以看到，更大的 T_w 会使得系统向下的振荡幅度更大，因此在一定范围内 T_w 的增大会使得系统的动态品质变差，也可能会使得系统的稳定性变差。

6 问题五

这里我们可以进行一个理论推导分析系统的稳定性，对于矩阵方程

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \tag{1}$$

其解为

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0 e^{\boldsymbol{A}t} \tag{2}$$

而该解要是渐近稳定的（即不发散），则要求对于矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的所有特征值 λ_i 均满足实部小于 0 的条件，即

$$\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0 \tag{3}$$

那么对于一组特定的特定的传递系数，我们只需计算矩阵 $\boldsymbol{A}_R$ 的特征值即可判断系统的稳定性。在 Question5.py 文件中，我们实现了对于不同传递系数计算矩阵 $\boldsymbol{A}_R$ 的特征值，并且绘制转速曲线代码。可以通过滑块自由变动传递系数，观察特征值的变化和系统的稳定性, 如图 5 所示。

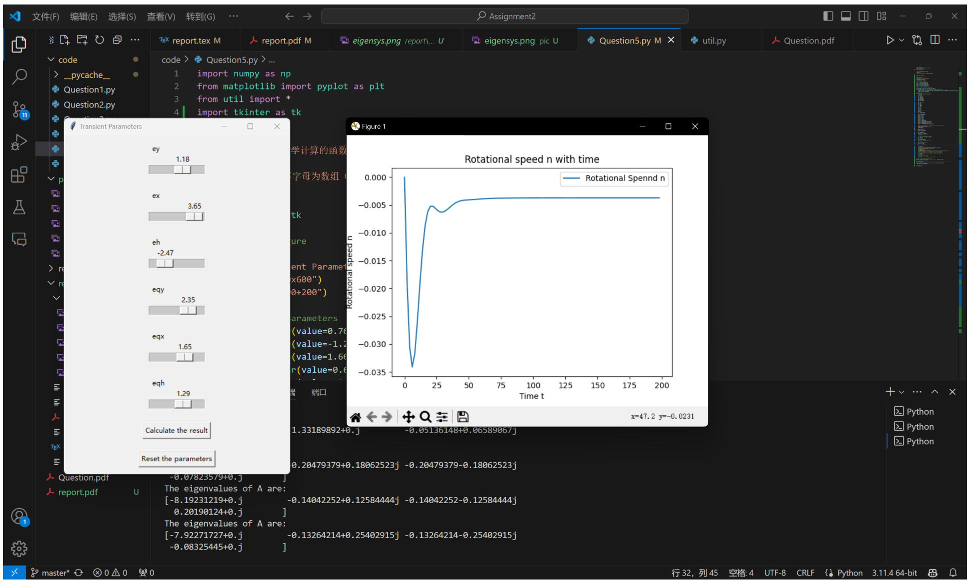

图 5: 特征值的变化

最终会发现当传递系数在一定范围内时，当使得矩阵 $\boldsymbol{A}_R$ 的特征值的实部全为负时，系统是稳定的，而当传递系数超出一定范围时，矩阵 $\boldsymbol{A}_R$ 的特征值的实部出现正数（或 0），系统会变得不稳定。具体对于每一个传递系数来说：

1. e_y 增大时系统向平衡稳定方向偏离，减小时向不平衡方向偏离。
2. e_x 增大时系统向不平衡稳定方向偏离，减小时向平衡方向偏离。
3. e_h 增大时系统向不平衡稳定方向偏离，减小时向平衡方向偏离。
4. e_{qy} 增大时系统向不平衡稳定方向偏离，减小时向平衡方向偏离。
5. e_{qx} 增大时系统向平衡稳定方向偏离，减小时向不平衡方向偏离。
6. e_{qh} 增大时系统向平衡稳定方向偏离，减小时向不平衡方向偏离。