《大学物理实验》

期中考试备考指南

清华大学实验物理中心

授课老师：宋飞

第一部分
考试说明

期中考试目的

- 补全与国外高校同等状态下的测量方面的短板
- 掌握基本的数据处理规范
- 进一步巩固数据处理能力
- 以训练和熟悉为目的，非专业性要求

考试内容

1. 国际单位与单位换算
2. 有效数字与数字保留
3. 误差分析
4. 不确定度计算
   - ✓不确定度概念及分类
   - ✓不确定度的表征
   - ✓不确定度的计算
5. 作图规则及线性拟合

考试注意事项

- 建议提前5分钟到考场。
- 请务必携带计算器！！！
- 考试期间不可使用手机。
- 考试时间和地点将在网络学堂和微信群公告。

考试题型

- 10道选择题，均为单选
- 考试时间理论上10分钟搞定，为了给考试冗余，设定考试时间为15分钟
- 建议复习时间约2小时（视频学习+例题练习）
- 与讲义的例题相似，搞定例题就能拿满分。

第二部分

测量及数据处理基础知识

1 国际单位与单位换算

- 整个物理学的基本物理量共计7个，与之对应的有7个国际单位（SI国际单位）
- 除此之外的单位均为导出单位（或间接单位），诸如我们课本中常见的力单位牛顿（N）、能量单位焦耳（J）等。

国际单位制(SI)的7个基本单位

物理量	单位名称	单位符号
长度	米	m
质量	千克(公斤)	kg
时间	秒	s
电流	安［培］	A
热力学温度	开［尔文］	K
物质的量	摩［尔］	mol
发光强度	坎［德拉］	cd

1.1 单位换算问题

- 单位之间的乘除运算与数值计算类似
  - 例如：$m \times m = m^2$，$m/s = ms^{-1}$
- 实际中，所有的物理量单位都可以用7个基本国际单位进行表示。
  - 例如：根据牛顿第二定律$F=ma$，可以将间接单位N转化为SI国际单位
  - $N = kg\ m/s^2$。

1.1 单位换算问题

【例题1】将电压单位伏特（V）转化为SI国际单位（　）

A. $\frac{kg\cdot m}{A\cdot s^3}$

B. $\frac{kg\cdot m^2}{A\cdot s^2}$

C. $\frac{kg\cdot m^2}{A\cdot s^3}$

D. $\frac{kg\cdot m}{A\cdot s}$

$$U=\frac{W}{Q}=\frac{Fs}{It}=\frac{ma\cdot s}{It}$$

将其转化为单位：

$$V=\frac{kg\cdot m/s^2\cdot m}{A\cdot s}=\frac{kg\cdot m^2}{A\cdot s^3}$$

故答案选【C】

1. 2 国际单位的应用

- 未知或者新物理量单位的判断

✓物理量由数值和单位构成，等式两边的物理量单位一致

✓构建出待求未知量的物理公式，得到未知物理量的单位。

【例题2】在天体物理中，有一个理想黑体辐射公式，即黑体辐射的热功率P，与物体表面积A和表面温度T存在下述公式：

$$P = \sigma A T^4$$

其中，σ为Stefan-Boltzmann常数。请问常数σ的SI国际单位是

A. $kgm^{-1}s^{-3}K^{-4}$

B. $kgms^{-3}K^{-4}$

C. $kgs^{-3}K^{-4}$

D. $kgs^{-2}K^{-4}$

答案选【C】

2、有效数字或计算数字保留问题

- 从左边第一个不为0的数字数起到精确的数位止，所有的数字（包括0，科学计数法不计10的N次方）。
- 当数字中没有小数点时，末尾的零不一定是有效数字。需要使用科学计数法。
  - 8000 km可以说1个或4个有效数字
  - 8.0×10^{3}则表示2个有效数字

数学运算后的数字保留问题

- 加减法规则（看小数点后位数，就低原则）
  - 首先确定数据中最小的小数位数，然后对数据进行加减计算，计算结果使小数点后保留相同的最低小数位数。
  - 采用四舍五入的数据保留原则。
  - 较低精度的数据直接拉低的整体的测量精度
- 【例题3】计算50. 1+1. 45+0. 5812=__52. 1__

数学运算后的数字保留问题

- 乘除法规则（看有效数字个数，就低原则）
  - 确定各乘数因子中的有效数字个数，最少的有效数字个数即为乘除后的有效数字个数。
  - 找到乘数中最少的有效数字个数，先对数据进行乘除运算，将计算结果保留相同有效数字。
- 【例题4】计算0.0121×25.64×1.05782=__0.328__

0.0121有3位有效数字，25.64有4位有效数字，1.05782有6位有效数字，根据就低原则，最终结果应保留3位有效数字。

对数、指数、三角函数运算规则

- 对数函数运算
  - 结果中的小数点保留位数和真值有效数字位数相同。
  - log(20.0)=1.301029996≈1.301；ln(1.1)=0.095310≈0.10
- 指数函数运算
  - 结果中的有效数字位数和指数小数点后位数相同（包括小数点后的0）。
  - $10^{1.23}=16.98243652\approx17$；　$10^{0.0035}=1.0080961\approx1.008$
- 三角函数运算
  - 结果中的有效数字位数和角度的有效数字位数相同。
  - sin(30° 00′)=0.5=0.5000

对数、指数、三角函数运算规则

【例题5】下列关于运算后保留数据位数的正确的是（　　）

A. $\lg(2.30)=0.3617$

B. $\ln(1.1)=0.10$

C. $e^{3.125}=22.760$

D. $\cos(40°00')=0.766$

答案：B

修约规则

- 一般采用的数字修约规则是“四舍五入”，但在实验中，也会采用“四舍六入五成双”的规则
- 从修约后的结果看，“四舍五入”的数据会使期望值偏大，而“四舍六入五成双”则更接近真值。
- 例如：1. 15+1. 25+1. 35+1. 45=5. 20。
  - 按“四舍五入” ：1. 2+1. 3+1. 4+1. 5=5. 4。
  - 按“四舍六入五成双”：1. 2+1. 2+1. 4+1. 4=5. 2。

上述例子采用的是先修约再加和的形式

修约规则--“四舍六入五成双”

- “四舍”是指≤4 时舍去。例：9.8249=9.82
- “六入”是指≥6时进上。 例：

  9.82671=9.83

- “五成双”指的是根据5后面的数字来定
  - 当5后有数时，舍5入1
  - 当5后无有效数字时，需要分两种情况来讲：
    - ✓5前为奇数，舍5入1
    - ✓5前为偶数，舍5不进（0是偶数）

- 5后有数，直接进一

  9. 83501=9. 84

  9. 82501=9. 83

- 5后无数，逢奇进一（凑偶）

  9. 8350=9. 84

  9. 8250=9. 82

修约规则--“四舍六入五成双”

【例题6】采用“先修约后求和”的方法，根据“四舍六入五成双”的修约规则，保留小数点一位的状态下，下列修约正确的是（　　）

A. 1.150+1.251+1.352+1.453=5.2

B. 1.150+1.251+1.352+1.453=5.3

C. 1.150+1.251+1.352+1.453=5.4

D. 1.150+1.251+1.352+1.453=5.5

答案：根据“四舍六入五成双”的规则，修约后，

1.2+1.3+1.4+1.5=5.4，选C。

3 系统误差与随机误差——系统误差

- 定义：
  - 系统误差（systematic error）指由测量系统造成的测量值与真实值之间的偏差，具有重复性、单向性等特点。诸如测量前未对仪表归零（zero error）、未对测量工具正确校准（wrongly calibrated scale）而导致的非实验人员主观原因产生的误差都属于系统误差。
- 产生原因：
  - 由测量仪器、测量方法等带入

3 系统误差与随机误差——随机误差

- 定义：
  - 随机误差（random error）对同一量的多次重复测量中绝对值和符号以不可预知方式变化的测量误差分量。
  - 测量数值分布在真实值的两侧，具有离散性，可通过多次测量将之减小并趋向于零。
- 产生原因：
  - 实验条件和环境因素无规则的起伏变化，引起测量值围绕真值发生涨落的变化。

✓ 螺旋测微计测力在一定范围内随机变化；
✓ 估读不准；
✓ 操作读数时的视差影响；

3 系统误差与随机误差

【例题7】测量误差可分为系统误差和随机误差，属于系统误差的有（　　　）

A：由于多次测量结果的随机性而产生的误差；

B：由于测量对象的自身涨落所引起的误差；

C：由于实验者在判断和估计读数上的变动性而产生的误差。

D：由于实验所依据的理论和公式的近似性引起的测量误差；

答案：D

4. 不确定度（uncertainty）

- 不确定度的概念
  - 当测量时，数据总会有一个误差范围，这个范围就是不确定度。
  - 不确定度是一定概率下的误差限值。
  - 总不确定度按照统计和非统计进行区分，大致分为两类，即A类和B类。

4.1　不确定度的概念及分类

- 不确定度的分类
  - A类不确定度 ΔA
    - 经常就是指用统计方法估算出来的那个分量，也就是随机误差分量。
    - 例如多次测量取平均的标准差、线性拟合的斜率或者截距的标准差等等。
  - B类不确定度 ΔB
    - 通常指的是用非统计方法估算的那个分量，就是未确定的系统误差。
    - 一般在大学物理里面，主要是指仪器的系统误差，例如电流表的测量精度、刻度尺的最小分度值等。

4.1　不确定度的概念及分类

【例题8】请问下列哪些误差属于A类不确定度（　　）

A. 线性拟合斜率的标准差

B. 螺旋测微计的最小精度为0.01mm

C. 数字电压表的精度0.01V

D. 温度计的最小分度值为0.1℃

答案：A

4.1　不确定度的概念及分类

- 总的不确定度由用A类和B类平方和取根号进行合成，公式如下：

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$$

【例题9】已知螺旋测微计测量钢丝直径的A类不确定度为$\varDelta_A$=0.003mm，螺旋测微计的B类不确定度为$\varDelta_B$=0.004mm。求总的不确定度。

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{0.003^2 + 0.004^2} = 0.005\,mm$$

4.2　不确定度的表征

- 不确定度的表征形式有两种：绝对不确定度和相对不确定度
- 绝对不确定度表达形式：

$$Y = y \pm \Delta \mathrm{y}$$

- 相对不确定度：

$$\Delta_{\boldsymbol{y}}\% = \frac{\Delta_{\boldsymbol{y}}}{\boldsymbol{y}} \times 100\%$$

$$Y = \mathrm{y} \pm \Delta_{Y}\%$$

4.2　不确定度的表征——绝对不确定度

- 完整的测量结果应表示为：　$Y = y \pm \Delta y$

以电阻测量为例

$$R = (913.0 \pm 1.4)\Omega$$

测量对象　测量对象的量值　测量的不确定度　测量值的单位

$Y = y \pm \Delta y$ 表示被测对象的真值落在（$y - \Delta y$，$y + \Delta y$）范围内的概率很大，Δy的取值与一定的概率相联系。

4.2 不确定度的表征—绝对不确定度

- 总不确定度Δ的有效位数一般取2位（首位3以上可取1位）。

  【例题】估算结果

  Δ=0.548mm时，Δ=0.55mm或Δ=0.5mm；Δ=1.37 Ω时， 取为Δ=1.4Ω

- 书写$Y=y\pm\Delta y$中，被测量值y的末位要与不确定度Δy的末位对齐，即不确定的位数决定了测量真值的精度。

  【例题】测得体积V的数值和不确定度：

  $V=\frac{\pi}{4}(D_2^2-D_1^2)h=9.43675\text{cm}^3$，　　$\Delta_V=0.08362\text{cm}^3$

  最终书写结果为：

  $V=9.44\pm0.08\ \text{cm}^3$或$V=9.437\pm0.084\ \text{cm}^3$

4.2　不确定度的表征—相对不确定度

- 相对不确定度：

$$\Delta_y\% = \frac{\Delta_y}{y}\times 100\%$$

$$Y=y\pm\Delta_y\%$$

【例题】$V = 9.44\pm0.08\ \mathrm{cm}^3$，计算相对不确定度

$$\Delta_V\%=\frac{\Delta_V}{V}\times 100\%=0.85\%$$

最终书写：$V=9.44\ \mathrm{cm}^3\pm0.85\%$。

4.3　不确定度的计算

- **4.3.1 直接测量误差**
- 直接给出或者可以测出来的误差，称之为直接测量值误差。
  - 一般仪器标出的精度或者最小刻度成为单次测量误差（仪器误差）。
  - 在科研实验中，多次测量的误差是指多次测量值的误差估算（类似标准差等）。

4.3 不确定度的计算

- 4.3.2 间接测量的不确定度
- 测量得到数据不能直接表征所需的物理量，需要进行运算得到。
  - 比如直接测量长度L和宽度W，通过间接计算得到面积A，此时面积A的不确定度就需要通过L和W的不确定度进行合成。
- 因此，类似于面积A这种无法直接测量得到的数据其对应的误差为间接测量误差。

4.3　不确定度的计算

- 假设间接测量的物理量Y是直接测量数据x_1、x_2、x_3等的函数：

$$Y = f(x_1，x_2，x_3，\ ...)$$

- 直接测量物理量x_i（i=1,2,3,…）的不确定度为Δx_i，它们所引起数值Y的总绝对不确定度为ΔY。

4.3　不确定度的计算—间接测量

1. 先得出相互独立的各直接测量 x_i 的不确定度

2. 依据$Y=f(x_1,x_2\cdots x_n)$关系求出$\frac{\partial f}{\partial x_i}$或$\frac{\partial lnf}{\partial x_i}$

3. 用$\Delta_Y=\sqrt{\sum\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta_{x_i}\right)^2}$或$\frac{\Delta_Y}{Y}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_i}\Delta_{x_i}\right)^2}$，

求出Δ_Y和$\frac{\Delta_Y}{Y}$

4. 完整表示出Y的值：$Y=y\pm\Delta y$

4.3　不确定度的计算—间接测量

- 针对于Y的函数形式，对于此间接不确定计算有两种形式，分别是加减形式和乘除形式。
- 加减形式：（使用绝对不确定度）

$$\Delta_Y = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta_{x_i}\right)^2}$$

- 乘除形式：（使用相对不确定度）

$$\frac{\Delta_Y}{Y} = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial lnf}{\partial x_i} \Delta_{x_i}\right)^2}$$

4.3 不确定度的计算—间接测量

- 间接不确定度的计算实用公式
  - （1）$\phi = x \pm y$，$\Delta_\phi = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$
  - （2）$\phi = x \cdot y$ 或 x/y，$\frac{\Delta_\phi}{\phi} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2}$
  - （3）$\phi = x^k y^m$，$\frac{\Delta_\phi}{\phi} = \sqrt{\left(k\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(m\frac{\Delta_y}{y}\right)^2}$
- 其使用基本原则：加减用绝对不确定度，乘除用相对不确定度。

4.3　不确定度的计算—间接测量

【例题10】已知立方体糖块的边长L=10mm，其边长L对应不确定度为Δ_L=±2mm。下列选项中关于该糖块体积的不确定度Δ_V正确的是（ ）

A. Δ_V=±6 mm³

B. Δ_V=±8 mm³

C. Δ_V=±400 mm³

D. Δ_V=±600 mm³

$\phi = x^k y^m$，$\frac{\Delta_\phi}{\phi} = \sqrt{\left(k\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(m\frac{\Delta_y}{y}\right)^2}$

✓ $V=L^3$，

✓ 选用上面的实用公式（3），

✓ $\frac{\Delta_V}{V} = \sqrt{\left(3\frac{\Delta_L}{L}\right)^2} = 3\frac{\Delta_L}{L}$，

✓ 故$\Delta_V = 3\frac{\Delta_L}{L}V$，

✓ 带入数据计算得Δ_V=600 mm³，选D。

4.3　不确定度的计算—多次测量取平均

- 单次测量取平均
  - 某物理量X的单次测量不确定度Δx，测量n次取平均后，其平均值的不确定度为：$\Delta_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}$，其中$S_x$为所有测量结果的标准差。
- 累计测量取平均
  - 连续测量n次的方式降低测量误差，其不确定度为：$\Delta_{\bar{x}}=\frac{\Delta_x}{\sqrt{n}}$。

4.3　不确定度的计算—多次测量取平均

【例题11】某个计时器的精度是0.1s，当用其测量单摆的周期时，认为其每个周期的测量的不确定度都是0.1s。如果要让单次周期的相对不确定度减小为原来的10%，应该至少连续测量多少次才符合要求（　）

A. 10次　B. 100次　C. 1000次　D. 10000次

答：积累式测量再取平均，其不确定度为$\Delta_{\bar{x}}=\frac{\Delta_x}{\sqrt{n}}$。所以，$\sqrt{n}$=10，故$n$=100，选B。

4.3 不确定度的计算—t因子及统计修正

- 原因：数据测量次数不是无限的
- 数据的误差估计实际上是有个统计概率的。也就是说，误差在有限次测量范围内也是有误差的。
- A类误差估计（不确定度）需要做一个修正，这个修正因子(系数)称之为t因子。

置信概率为95%的t因子表

自由度 v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_P(v)$	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23
自由度 v	12	15	20	30	40	50	60	70	100	∞
$t_P(v)$	2.18	2.13	2.09	2.04	2.02	2.01	2.00	1.99	1.98	1.96

4.3　不确定度的计算—t因子及统计修正

- 多次测量Y取平均后得到数据的标准差S_y，则测量数据Y的A类不确定度为：

$$\Delta_A = t_\xi(\nu) S_{\bar{y}} = \frac{t_\xi(n-1)}{\sqrt{n}} S_y$$

- n为测量数据的个数，υ为测试数据的自由度。
- 两个数据才有平均的概念，多次测量取平均后，自由度要比数据个数少一个，即$\upsilon=n-1$。

4.3　不确定度的计算—t因子及统计修正

- 最终不确定度合成如下：

$$\varDelta=\sqrt{\varDelta_A^2+\varDelta_B^2}=\sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}}S_y\right)^2+\varDelta_{仪}^2}$$

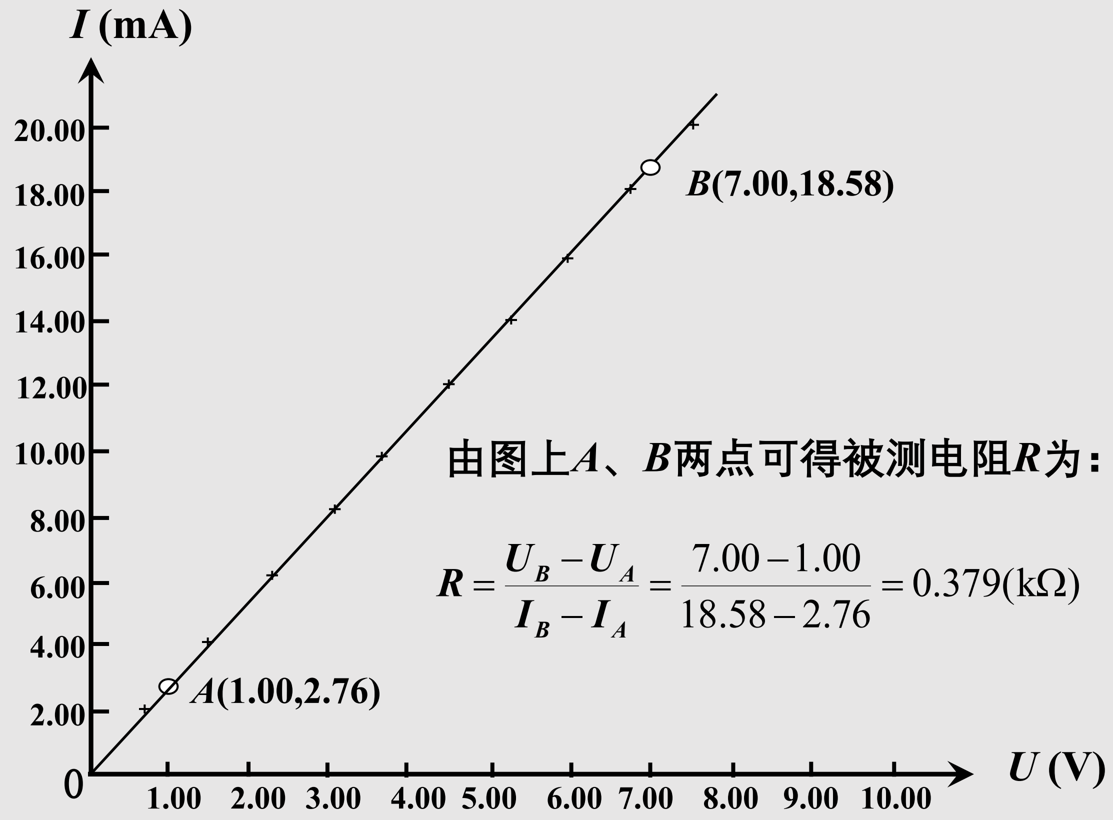
- 【例题12】对用螺旋测微计测量钢丝直径(单位mm)，仪器不确定度$\Delta_{仪}$=0.004mm。 6次测量结果分别为： y_i=0.245mm, 0.251mm, 0.247mm, 0.252mm, 0.254mm, 0.251mm。其直径平均值$\bar{y}$为0.2500mm，标准差为S_y=0.0033mm。已知自由度υ=5的t=2.57。求y总的不确定度和最终测量数据。

$$\Delta=\sqrt{{\Delta_A}^2+{\Delta_B}^2}=\sqrt{\left[\frac{t(5)}{\sqrt{6}}S_y\right]^2+\Delta_{仪}^2}=0.005\text{mm}$$

测量结果为：$y=0.250\pm0.005$ mm

4.3　不确定度的计算—t因子及统计修正

- 除了常见的多次测量取平均值以外，常见的数据处理还有**线性拟合**。



电阻伏安特性曲线

4.3　不确定度的计算—t因子及统计修正

- 线性拟合处理数据的不确定度计算
  - 线性拟合函数为$y = a+bx$，其中a为截距，b为斜率
  - 拟合得到斜率的标准偏差S_b和截距的标准偏差S_a
  - 线性拟合对应的斜率和截距的不确定度

$$\Delta_b = t(n-2) \cdot s_b$$

$$\Delta_a = t(n-2) \cdot s_a$$

  - n为拟合的数据个数，自由度$v=n-2$

【例题13】在弗兰克-赫兹实验中，测得6组扫描电压，对6组数据进行线性拟合，计算Ar原子的第一激发态电压。其中，拟合直线的斜率即为第一激发态电压。利用MATLAB进行拟合后，得到斜率$b=U_g$=12.13314V，斜率标准差S_b=0.162086V。已知，电压表的仪器分度值为0.01V，求Ar原子的第一激发电压的不确定度及最终书写形式。

线性拟合，数据自由度要减2，即$v=n-2=4$。查表t因子$t(4)=2.78$。

$$\Delta_A = t_p(v)S_b = t_p(4)\times S_b = 0.4506V$$

$$\Delta_B = \Delta_{仪} = 0.01V$$

$$\Delta U_g = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{0.4506^2 + 0.01^2} = 0.45\text{V}$$

最终得到氩原子的第一激发电位：

$$U_g = 12.13 \pm 0.45\ V$$

5.1 作图规则

（1）需要选择合适的标度（Scale），使得数据点占据图表的50%以上的空间范围。

（2）正确标注横纵坐标及单位。

（3）数据点予以清晰标注，可以用·或×。

（4）图的下方一定标注图注。

（5）如有曲线拟合，请给出拟合曲线函数及相关性系数*r*（可在图中或下方正文中予以标注）。

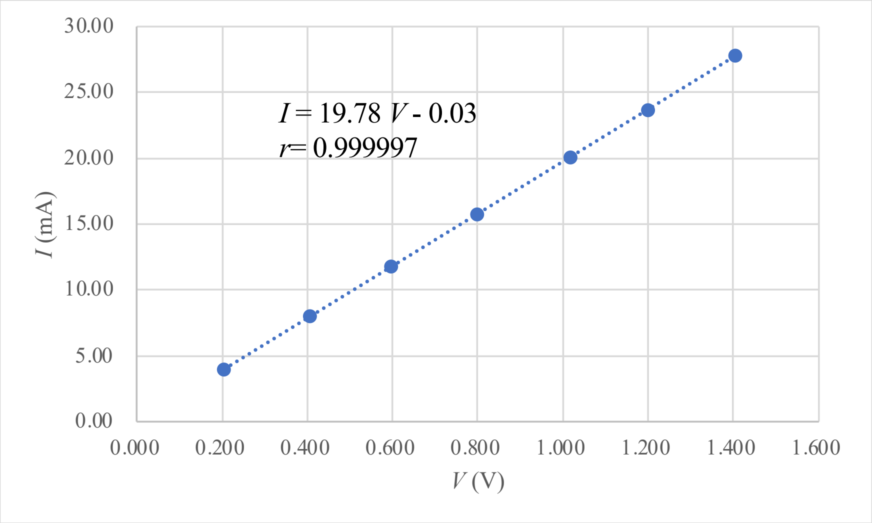
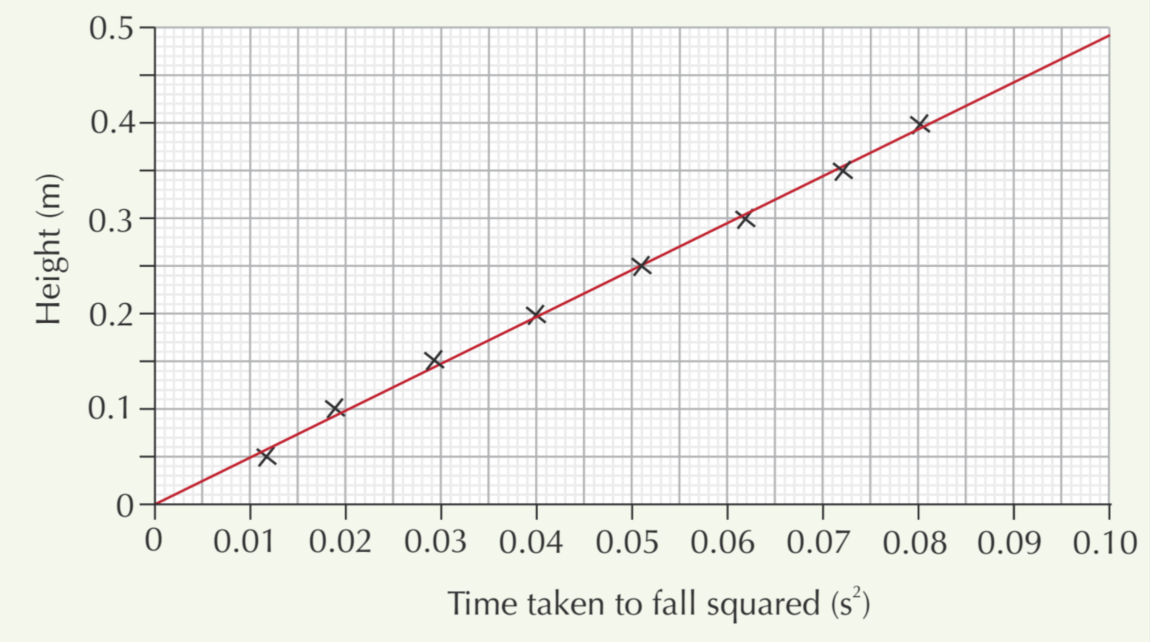


图2 作图及线性拟合示例

5.2 线性拟合：$y = a + bx$

- 许多非直线函数的拟合也可以转化为直线做最小二乘法求解。
- 常用软件：Excel、Origin、MATLAB



5.3 线性拟合的数据保留规则

截距看纵，斜率看横，r值非9不入

- 未估计不确定度时，截距a、斜率b、相关系数r有效位数简化按以下规则处理：

（1）截距a末位至少与因变量y小数末位取齐

（2）斜率b有效数字位数与自变量x的有效数字位数一致

（3）相关系数 r 至少保留一个非9的数字，相关系数只舍不入。

【例题14】测量的电压*V*的数据和电流*I*数据如下：

V/V	1.018	1.201	1.404	1.613	1.804	2.000	2.202
I/mA	20.10	23.70	27.77	31.92	35.72	39.63	43.65

进行*I-V*图线性拟合，其中横轴为*V*，纵轴为*I*，关于线性拟合曲线参数书写正确的是：

A. $I = 19.780\ V - 0.033,\ r=0.99999$

B. $I = 19.780\ V - 0.03,\ r=0.999997$

C. $I = 19.78\ V - 0.033,\ r=0.999997$

D. $I = 19.78\ V - 0.03,\ r=0.999997$

答案：D

截距看纵：纵轴为*I*，小数点为2位，故截距保留2位小数点（百分位）。

斜率看横：横轴为*V*，有效数字位数4位，故斜率保留4位有效数字。

谢谢大家