

# 《大学物理实验B》

## 绪论课

清华大学实验物理中心

授课老师：宋飞

# 第一部分

## 实验课程基本设置

# 实验物理教学目的

- 实验技能训练（动手）
  - 实验操作规范化
  - 实验安全意识
  - 实验仪器的基本原理
- 实验探究思维训练（动脑）
  - 问题—物理图像抽象—建模—设计实验—完成实验探究
  - 仿照科研问题，进行探究性实验训练

# 教学形式

- “传统验证性实验+探究开放性实验” 结合的模式
- 传统：报告撰写、数据处理、实验技能训练
- 创新：科研思维、团队协作、实验成果展示（仿照国际会议）

# 实验的基本安排

- 《实验物理B》，共计2学分，共计32学时。
- 每次线下实验课5学时，4+1+1模式（30学时）。
  - ✓ 4次线下实验课+1次期中考试+1次探究性课题展示
  - ✓ 2学时的绪论课：第一周绪论课。
- 目前，行健书院本学期选课人数大约120人。
- 初步分为单双周，每周4组，每组人员大致为15人左右。
- 每周5个实验，循环4次，共计8周线下实验时间。
  - 第2周为绪论课，大致讲解实验的课程设计以及课程要求。
  - 第3~12周（清明节放假冲掉一次课，期中考试占一次）进行实验
  - 第14周（5月30日）进行开放性课题展示，然后结课。

2023-2024 学年度春季学期和夏季学期

日	星	一	二	三	四	五	六	日
周次	月							
0	2024	19	20	21	22	23	24	25
1	二	26	27	28	29			
2	三	4	5	6	7	8	9	10
3		11	12	13	14	15	16	17
4		18	19	20	21	22	23	24
5		25	26	27	28	29	30	31
6	四	1	2	3	4	5	6	7
7		8	9	10	11	12	13	14
8		15	16	17	18	19	20	21
9		22	23	24	25	26	27	28
10	五	29	30					
11		6	7	8	9	10	11	12
12		13	14	15	16	17	18	19
13		20	21	22	23	24	25	26
14	六	27	28	29	30	31		
15							1	2
16		3	4	5	6	7	8	9
17		10	11	12	13	14	15	16
18	七	17	18	19	20	21	22	23
19		24	25	26	27	28	29	30
20								
21								
22	八	1	2	3	4	5	6	7
23		8	9	10	11	12	13	14
24		15	16	17	18	19	20	21
25		22	23	24	25	26	27	28
26	九	29	30	31				
27					1	2	3	4
28		5	6	7	8	9	10	11
29		12	13	14	15	16	17	18
30	十	19	20	21	22	23	24	25
31		26	27	28	29	30	31	

清华大学

2023-2024 学年度校历

春季学期(2024 年)

- 本科生、研究生 2 月 25 日前完成注册。
- 2 月 26 日全校本科生、研究生开始上课。
- 清明节：4 月 4 日-6 日放假调休，共 3 天。
- 校庆及“五一”：4 月 27 日、28 日（校庆日）教职工照常上班；4 月 30 日-5 月 5 日放假调休，共 6 天。
- 端午节：6 月 10 日放假，与周末连休。

夏季学期及暑假(2024 年)

- 7 月 1 日-9 月 8 日（共 10 周）本科生夏季学期及暑假。
- 参加社会实践的研究生 7 月 1 日-8 月 11 日（共 6 周）进行社会实践，8 月 12 日-9 月 8 日（共 4 周）暑假。
- 6 月 29 日上午本科生毕业典礼，6 月 30 日上午研究生毕业典礼。
- 7 月 15 日-8 月 11 日，从事一线教学和科研的教师、不参加社会实践的研究生暑假（共 4 周）；学校各职能部门、院（系、所）机关和后勤系统教职工在保证部门工作正常运行的前提下，合理安排倒休。

注：2024 年节假日的放假调休时间有可能将根据国务院发布的节假日安排作相应调整，届时学校再另行通知。

# 下学期拟开设课题目——4+1+1模式

- 5个实验题目

- 材料与力学：杨氏模量测量
- 振动与波：示波器使用、管弦乐的物理原理
- 几何光学：色散实验
- 波动光学：迈克尔逊干涉和手机屏幕光栅衍射
- 热导热电：介质的热传导和半导体冰箱的物理原理

✓ 备注：除第1次严格撰写实验报告外，其他不需要实验报告。省下时间用以完成探究性课题。

- 1个开放性探究性课题

- 2~5人团队，仿造国际会议，制作poster，撰写会议论文（SCI或EI结构），并做团队展示
- 题目可以从前面的探究性问题中选，也可以自选，具有开放性
- 各团队出代表，团队间相互评分

# 实验地点

代号	实验名称	房间(六教)
弹性	生活中的弹性模量	6A506
驻波	音乐中的驻波现象	6B508
色散	色散现象与彩虹的复现	6A510
波动	波动光学之干涉与衍射	6B705
热电	热导和半导体制冷	6A504

# 放假及调课安排

- 清明节：4月4日（第6周）  
的课取消。单双周顺延进行。
- 劳动节：调课。**5月2日（第10周周四）实验课调到5月11日（第11周周六）进行。**

周次	月	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
6	四				4 原排课程 停上	5 原排课程调 到7日进行	6 原排课程 照常进行	7 改上5日 （周五）课程 原排课程停上
7		8	9	10	11	12	13	14
8		15	16	17	18	19	20	21
9		22	23	24	25	26	27 原排课程停上	28 原排课程停上
10		29	30 原排课程停上					
	五			1 原排课程 停上	2 原排课程调 到11日进行	3 原排课程 停上	4 原排课程 照常进行	5 原排课程 照常进行
11		6	7	8	9	10	11 改上2日 （周四）课程 原排课程停上	12



# 分组实验循环

- 为了课程的平衡性，  
将第7周周四晚上进行期中测试。

分组	3周	5周	9周	11周
单1	弹性	驻波	波动	热导
单2	驻波	波动	热导	色散
单3	波动	热导	色散	弹性
单4	热导	色散	弹性	驻波

- B站网上已有视频，  
供大家学习，期中成绩不必担心

分组	4周	8周	11周	12周
双1	弹性	驻波	波动	热导
双2	驻波	波动	热导	色散
双3	波动	热导	色散	弹性
双4	热导	色散	弹性	驻波

# 课程评分规则

- 第一次实验（20分）

- 实验内容完成度（9分）+课堂操作分（1分）
- 实验完成后，每人需要一份提交完整报告（报告10分）
- 首次报告分和修订后报告分的平均分计入成绩。
- 报告规范性模板见附件。

- 剩余3次实验（30分）

- 每个实验是10分。
- 评分模式“9+1模式”。实验内容完成=9分，1分=课堂操作表现分，0.5分=课后总结

- 期中考试（10分）

- 第7周周四（4月11日）晚上19:00，考试时间15分钟。
- 10道选择题，考查数据处理和实验基本素养。有备考资料和备考视频，不需要焦虑。
- 单双周同学一起，期中测试

- 探究性现场汇报（40分）

# 探究性课题要求

- 基本类似SRT项目。每组同学可以有500~1000元的科研经费。
- 课题要体现“理工结合”。可以从所做实验中探究性问题中选，也可以自选，具有开放性、包容性、趣味性、前沿性，鼓励具有为先书院特色
- 仿造国际会议的参会答辩要求。（PS：也会按照国际会议标准，申请茶歇小吃等福利）
- 2~5人一组。合理分配工作量。单双周同学可以一起组队。
- 根据人员组数设置答辩会场数量，以往经验是3个答辩会场。
- 课堂展示：Poster海报、会议论文paper（word和PDF版本，SCI或EI结构）、团队口头报告（ppt文档）
- 评分将由各组学生代表和老师一同评分（评分细则会在答辩前2周公布）

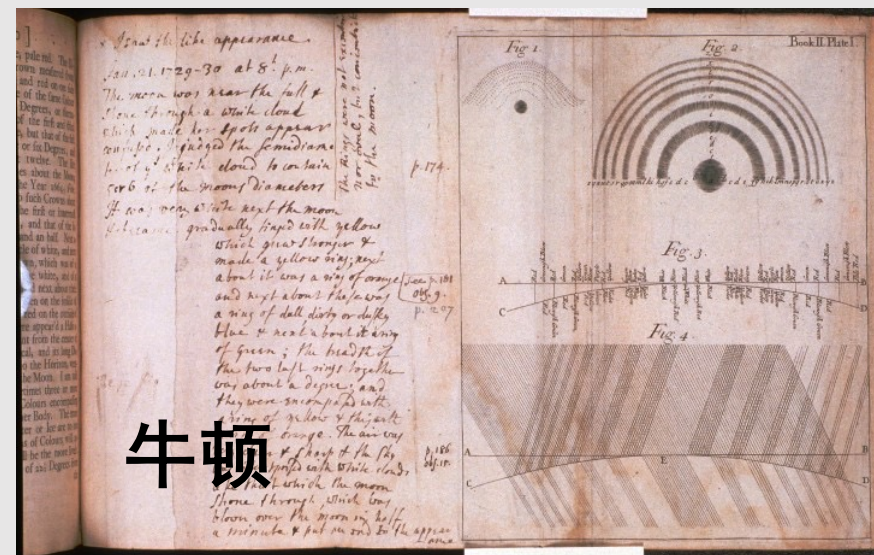
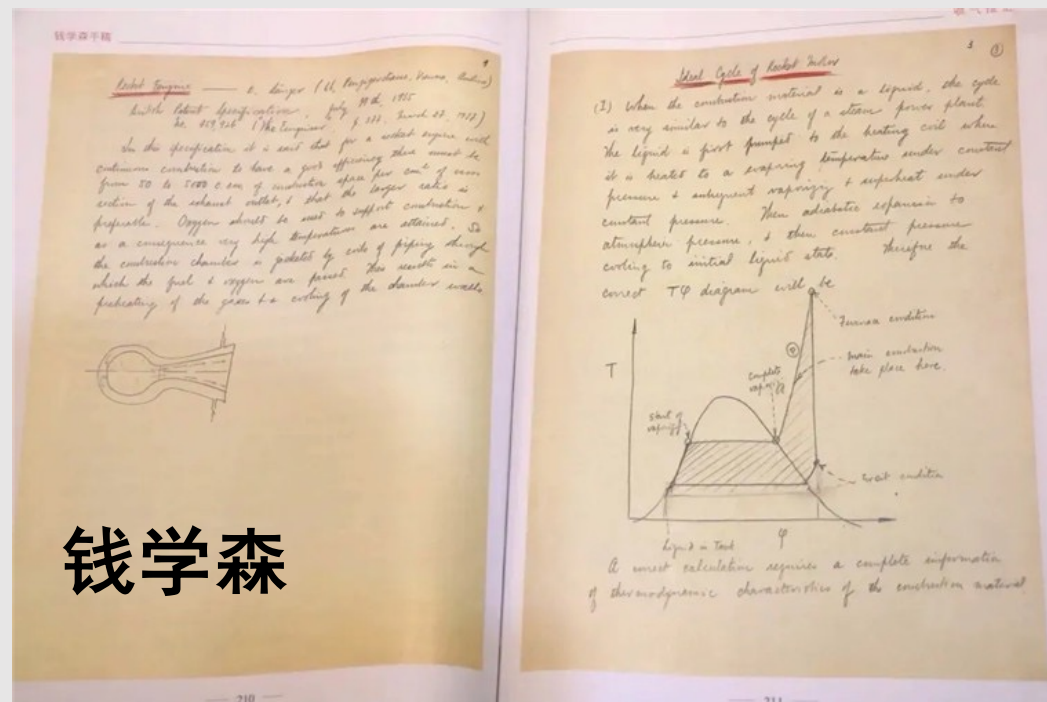
# 探究性课题——时间安排

- 第5周提交选题和组员信息。老师做初步审核，太多重复性和较为简单的课题会做调整。
- 第10周中期检查。提交初步的设计方案。
- 第13周周末，提交全部的文档。
- 第14周周四晚上答辩，单双周一起。
- 答辩结束，本课程结课。
- 至最终提交文档前，课题可以更改，需跟老师协调讨论

\*以上为计划，具体时间节点会在网络学堂和微信群提醒。

# 实验报告

- 实验物理很重要一个目的是训练大家规范化实验报告的撰写能力
- 实验报告体现一个科学家的科研作风
- 实验报告要求严谨、求实、精简、具有可读性
- 报告可以借鉴，请标注出处。但是绝对禁止抄袭。



# 报告撰写要求

1. 列出实验名称
2. 实验人员姓名、班级、学号、实验时间
3. 实验目的
4. 实验原理：简明扼要
5. 实验仪器：名称、规格、编号（或实验台号）
6. 实验任务或实验步骤：列出关键事项，简单明了
7. 数据处理：包括实验数据整理、数据处理过程（计算、作图、不确定度分析等）、实验结果
8. 实验小结（据实分析）
9. 参考文献
10. 附录
11. 报告末尾附上有教师签字的原始数据记录。



# 报告模板

- 附件中给出两个word模板
- 实验报告模板： 内有版式和撰写要求
- 会议投稿论文模板： 帮助大家理解正轨学术论文的格式

实验报告模板

邓 ZX  力 92  2019010000  2021 年 10 月 1 日

一、    实验目的

1、简要列出所做实验的目的

2、实事求是，不需要浮夸内卷

3、下面以弹簧振子实验为例，看一下实验的基本目的

4、观测简谐振动的特点

5、掌握质量、时间、长度等基本量的测量方法

6、练习并掌握最小二乘法直线拟合

二、    实验原理

实验原理不能照抄讲义，自己做总结凝练，一般原理部分不超过 1 页 A4。

实验报告如无特殊要求，内容中文为宋体字体，英文字体为 time new roman。

公式及符号注意要用斜体等。

如果涉及到公式，请按 word 插入公式，同时按顺序标注公式的序号。注意，后面内容中引用公式时，可以写“（1）式中，或式（1）中”，直接调用，十分方便醒目。

使用 LaTeX 的同学，需要自行配备模板。

下面给出了弹簧振子的实验报告实验原理模板。

质量为  $m$  的物体悬挂在劲度系数为  $k$ 、上端固定的轻质弹簧下端，弹簧会向下自然伸长一定长度使弹力与物体重力平衡，在弹簧弹性变形范围内给定一个偏离使物体沿竖直方向上下振动，即形成弹簧振子，运动的物体被称为振子。

定量描述中采用以下坐标定义：定义振子运动位移沿竖直方向  $x$  轴、向下

超表面的等效电路分析

宋飞 杨帆 许慎恒 李德坤 罗俊 王雪阳 肖钰  
(电子工程系, 清华大学, 北京 100086)  
songfei\_dtu@163.com; fan\_yang@tsinghua.edu.cn

摘 要 本文将超表面的入射和出射对应的 4 种极化状态进行了端口化处理, 提出一种新型的等效四端口网络, 根据电场连续性条件和等效耦合电路理论, 提出了超表面的  $\pi$  型电路, 并给出了[S]矩阵的元素表达式。通过与全波仿真结果的对比, 证明了等效电路的有效性。

关键词 超表面; 等效电路; 四端口; 极化

Analysis on Equivalent Circuit of Metasurface

FEI SONG, FAN YANG, SHENHENG XU, MAOKUN LI, JUN LUO, ZIYANG WANG, YU XIAO  
(Department Of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100086)

Abstract: In this paper, the novel equivalent four-port network is proposed. The four polarizations corresponding to the incident and transmission of metasurface are defined as four ports. According to the electric field continuity condition and the equivalent coupling circuit theory, the  $\pi$  type equivalent circuit of the metasurface is proposed. Besides, scattering matrix [S] is directly derive from the  $\pi$  type equivalent circuit. The equivalent circuit is proved by the comparison with the full wave simulation results.

Keywords: Metasurface; equivalent circuit; four-port network; polarization.

1 引言

自超表面<sup>[1]</sup>的概念首次被提出以来, 近几年已成为人工电磁超材料的最新发展方向。超表面是一种超薄的二维阵列平面, 由亚波长尺度的金属结构单元, 周期或准周期的排列所构成。通过调整超表面金属结构, 可以有效调控电磁波的极化、幅度、相位等透反射特性。因此, 超表面在微波器件<sup>[2]</sup>、透射阵天线<sup>[3]</sup>、反射阵天线<sup>[4]</sup>、圆极化天线设计<sup>[5]</sup>等方面具有十分广泛的应用前景。

但是, 关于超表面极化的等效电路研究较少, 加拿大曼尼托巴大学的 J.E. Roy 等人针对金属表面, 提出了包含两种垂直极化的二端口网络, 给出了一种  $4 \times 4$  的[S]矩阵<sup>[6]</sup>。但是该项工作仅仅是对极化的  $S$  参数进行了分析, 并没有认为极化状态为一种独立的端口激励, 所以没有给出金属表面的等效电路模型。

本文针对垂直入射下的超表面等效电路进行研究, 将极化状态表征为端口形式, 提出一种四端口  $\pi$  型等效电路, 该电路满足超表面的全波仿真的  $S$  参数结果, 证明等效电路的有效性。

2 超表面四端口模型的建设

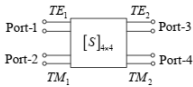


图 1 超表面的等效四端口网络

考虑电磁波垂直入射到超表面上, 该入射波包含两种极化, 即 TE 模式和 TM 模式, 因为垂直入射状态下, TE 和 TM 模式可以用来表征电磁波的两种正交极化状态。定义两种极化模式对应两个端口, 考虑金属层两端的不同分布, 共有 4 个端口, 如图 1 所示。端口 1 和端口 2 表示金属层入射区域的 TE 模和 TM 模两种模式状态, 端口 3 和端口 4 表征金属层透射区域的 TE 模和 TM 模两种模式状态。

根据电压连续性条件<sup>[7]</sup>, 垂直入射状态下, TE 和 TM 独立模式下, 金属层在两个模式下等效为一个并联导纳, 如图 2 所示。透射系数  $T$  和反射系数  $r$  满足下列关系式:

$$T = 1 + r \tag{1}$$

1

# 课程说明

- 课前进行简要的预习工作。
- 课上**要求携带电脑进行数据记录和现场处理**，允许使用本子记录纸质版数据，不得用铅笔记录数据
- 实验做完后，原始数据记录经由教师核验签字、整理还原仪器后方可离开实验室。
- 课后需要撰写实验报告或总结的，应在**一周之内提交电子版实验报告或总结**交到网络学堂签字老师的作业箱中。
- 实验课**不得无故缺席、迟到**。无故缺席者本次实验按零分记。无故迟到半小时以内者按迟到时间相应扣分，迟到超过半小时以上者教师有权拒绝该生上课，课后补做按非正常补课处理。若因病、因教学安排临时变动而缺课的，两周内凭医生签字假条或系教务科盖章证明找**助教刘雨辰老师**安排正常补做。
- 如遇特殊情况，需要调课，请**同学内部做好调课**准备，并**群里告知**。
- 实验课严禁抄袭，课上严禁携带、参考他人的报告或数据（不论纸质或电子版）的情况。
- 关于课程的任何问题可以询问实验课老师，建议通过微信群。
- 实验室关于课程的重要信息、通知会发布在网络学堂课程公告中，请随时关注。



# 实验室安全

- **第一注意人身安全**

尤其注意防触电、防激光烧伤眼睛、防高温烫伤、防低温冻伤…  
遇紧急情况听从指挥，有序从紧急疏散通道撤离。

- **第二注意仪器安全**

通过阅读讲义、上课听讲，了解各实验的注意事项，爱护仪器设备，严格按照规程操作仪器，特别是精密仪器、部件。

# 人员分组

- 采用网络学堂内部随机分组，分成8组
- 各个班级和专业之间的交互性。
- 如果有时间冲突，**本周日前**，请同学进行内部调换，并**在微信群告知**。下周一确定最终名单。

# 单周分组

单1	2022013322	李锦钊	行健-车辆2
单1	2022013389	吴卓闻	行健-水木2
单1	2022013297	岳圣雄	行健-航2
单1	2022013289	吴桐	行健-航2
单1	2022013274	吴亦非	行健-航2
单1	2020013397	郭雨彤	行健-水木01
单1	2022013326	彭启航	行健-车辆2
单1	2022013328	朱垚烨	行健-车辆2
单1	2022013336	韩群岭	行健-车辆2
单1	2022013345	李江川	行健-烽火2
单1	2022013347	池易行	行健-烽火2
单1	2022013350	王奕博	行健-烽火2
单1	2022013372	李昀达	行健-水木2
单1	2022013380	王浩瑜	行健-水木2
单1	2022013386	王茁蘅	行健-水木2
单1	2022013312	励凯宇	行健-热2

单2	2022013313	张芷昕	行健-热2
单2	2022013311	张嘉琪	行健-热2
单2	2022013303	冯卓	行健-航2
单2	2022013296	文峰	行健-航2
单2	2021013088	王思杰	行健-水木11
单2	2020013441	邬雨萌	行健-水木02
单2	2022013315	曹翔宇	行健-车辆2
单2	2022013391	刘曜	行健-水木2
单2	2022013369	冉文星	行健-水木2
单2	2022013364	郑亦超	行健-水木2
单2	2022013363	张子都	行健-水木2
单2	2022013360	何楷然	行健-水木2
单2	2022013352	刘锦坤	行健-烽火2
单2	2022013333	张乐晨	行健-车辆2

单3	2022013332	张智钦	行健-车辆2
单3	2022013278	何龙云	行健-航2
单3	2022013387	卢垚霄	行健-水木2
单3	2022013292	李卓文	行健-航2
单3	2022013299	余璟	行健-航2
单3	2022013304	汤羽冲	行健-水木2
单3	2022013310	戴雨澄	行健-热2
单3	2022013375	龚陈旭	行健-水木2
单3	2022013374	吴思奥	行健-水木2
单3	2022013370	迟析昂	行健-水木2
单3	2022013359	卢从浩	行健-水木2
单3	2022013356	黑建聪	行健-烽火2
单3	2022013334	丁新	行健-车辆2
单3	2022013329	陈冠吉	行健-车辆2
单3	2022013325	常子烁	行健-车辆2
单3	2022013281	李明扬	行健-航2

单4	2020013367	王琛	行健-车辆2
单4	2021013035	智崇博	行健-航2
单4	2022013275	汪天成	行健-航2
单4	2022013283	原晗涛	行健-航2
单4	2022013290	王楚阳	行健-航2
单4	2022013294	陈垚君	行健-航2
单4	2022013298	毛布衣	行健-航2
单4	2022013301	刘易佳	行健-航2
单4	2022013317	羊陈烨	行健-车辆2
单4	2022013320	于佳澍	行健-车辆2
单4	2022013323	黄仁宇	行健-车辆2
单4	2022013327	鲁桐瑄	行健-车辆2
单4	2022013355	赵君硕	行健-烽火2
单4	2022013362	张世奇	行健-烽火2
单4	2022013377	马一宝	行健-水木2

# 双周分组

双1	2022013379	张九阳	行健-水木2
双1	2022013381	刘煜达	行健-水木2
双1	2022013344	黄兆屹	行健-烽火2
双1	2022013331	彭靖雯	行健-车辆2
双1	2022013324	刘锦禹	行健-车辆2
双1	2022013309	王梓健	行健-热2
双1	2022013308	周盛煊	行健-热2
双1	2022013306	陈彦旭	行健-热2
双1	2022013302	余文迪	行健-航2
双1	2022013300	骆浩然	行健-航2
双1	2022013288	王宏旭	行健-航2
双1	2022013286	徐锦豪	行健-航2
双1	2021013115	柴浩洋	行健-应力12
双1	2021013104	关炜民	行健-水木11
双1	2022013368	彭友	行健-水木2
双1	2022013378	胡添源	行健-水木2

双2	2022013371	付丰硕	行健-水木2
双2	2022013365	汤锦超	行健-水木2
双2	2022013361	刘海天	行健-水木2
双2	2022013357	贾学强	行健-烽火2
双2	2022013351	姜逸轩	行健-烽火2
双2	2022013348	梁志铨	行健-热2
双2	2022013341	郭亚菲	行健-车辆2
双2	2022013340	展然	行健-车辆2
双2	2022013339	马星语	行健-车辆2
双2	2022013318	李金宸	行健-车辆2
双2	2022013316	刘陈虹	行健-车辆2
双2	2022013293	陈炼	行健-航2
双2	2020013343	曹原欣欣	行健-热0
双2	2022013388	董瀚	行健-水木2

双3	2021013095	吴东起	行健-水木11
双3	2022013276	张宇皓	行健-航2
双3	2022013390	程阳	行健-水木2
双3	2022013383	罗一杰	行健-水木2
双3	2022013367	傅家俊	行健-水木2
双3	2022013346	汪奕辰	行健-烽火2
双3	2022013343	邱瀚仪	行健-车辆2
双3	2022013338	付柯霖	行健-车辆2
双3	2022013335	谭添一	行健-车辆2
双3	2022013330	吕昭辰	行健-车辆2
双3	2022013314	杨宇帆	行健-车辆2
双3	2022013285	梁勇卿	行健-航2
双3	2022013284	花叶果	行健-航2
双3	2022013282	田宇扬	行健-航2
双3	2022013277	谈子银	行健-航2
双3	2021013078	王宸宇	行健-热1

双4	2022013385	蔡一凡	行健-水木2
双4	2022013382	李泽语	行健-水木2
双4	2022013376	杨璨	行健-水木2
双4	2022013366	吴郭昊	行健-水木2
双4	2022013358	李豪	行健-烽火2
双4	2022013354	王淇正	行健-烽火2
双4	2022013349	杨孟强	行健-烽火2
双4	2022013337	张惠泽	行健-车辆2
双4	2022013319	王彦淞	行健-车辆2
双4	2022013307	沈芸伍	行健-热2
双4	2022013305	贡树鹏	行健-热2
双4	2022013287	徐晨轩	行健-航2
双4	2022013279	易沁韬	行健-航2
双4	2022013384	曹峻达	行健-水木2

# **第二部分**

## **实验课程基础知识**

# 实验课程基础知识

1. 测量误差及不确定度估算的基础知识
2. 实验数据有效位数的确定
3. 作图法处理实验数据
4. 最小二乘法处理实验数据

# 1 基础知识——测量

- 物理实验以测量为基础
- 测量分为直接测量和间接测量
  - 如：电阻的测量（万用表，伏安法）  
温度的测量（温度计，传感器）
- 任何测量都可能存在误差
  - （测量不可能无限准确）

# 1 基础知识——测量误差的定义和分类

误差 $dy$ =测量结果  $y$  - 真值  $Y_t$

## ▶ 误差特性：

普遍性、误差是小量

## ▶ 误差的表示方法：

—绝对误差  $dy$  —相对误差  $dy / Y_t$

## ▶ 误差分类

—系统误差 —随机误差 （—粗大误差）



# 1 基础知识——系统误差

- 定义：

- 系统误差（systematic error）指由**测量系统**造成的测量值与真实值之间的偏差，具有**重复性、单向性**等特点。诸如测量前未对仪表归零（zero error）、未对测量工具正确校准（wrongly calibrated scale）而导致的**非实验人员主观原因**产生的误差都属于系统误差。

- 产生原因：

- 由测量仪器、测量方法等带入

# 1 基础知识——系统误差的分类及处理方法

- 未定系统误差：

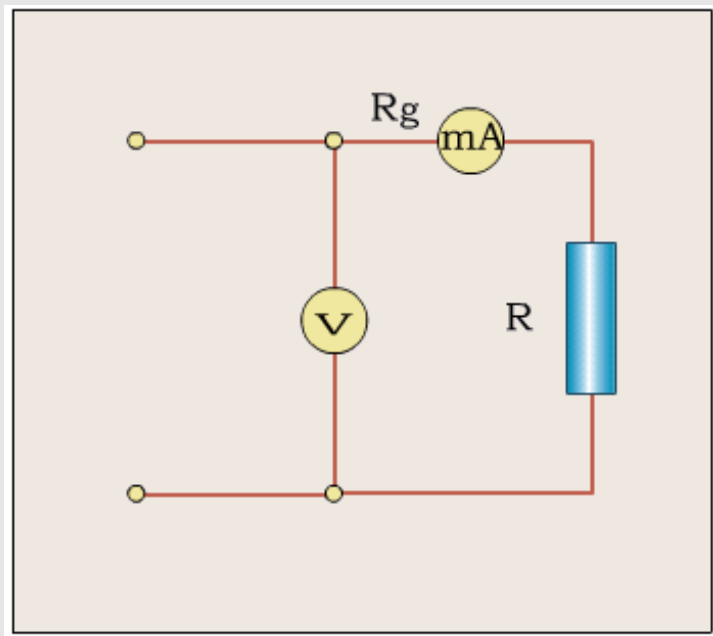
要估计出分布范围（大致与  $B$  类不确定度  $\Delta_B$  相当）

如：螺旋测微计制造时的螺纹公差等

- 已定系统误差：必须修正（例如归零误差）

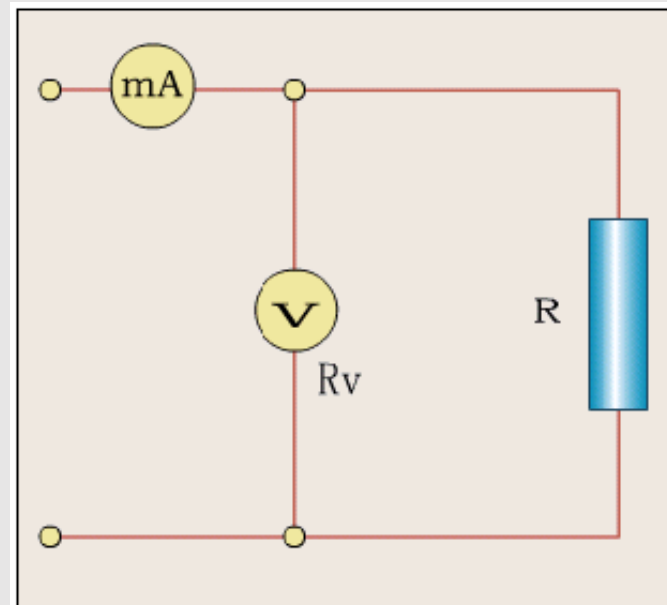
修正公式：测量结果－已定系统误差

# 已定系统误差的修正



内接法

$$R = \frac{U}{I} - R_g$$



外接法

$$R = \frac{U}{I - U/R_v}$$

# 1 基础知识——随机误差

- 定义：

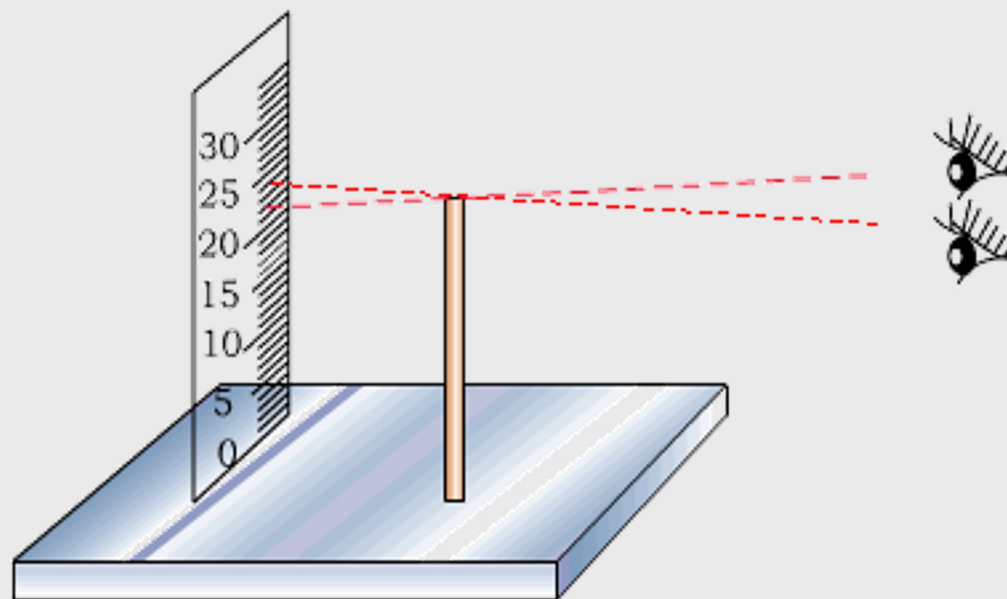
- 随机误差（random error）对同一量的多次重复测量中绝对值和符号以不可预知方式变化的测量误差分量。
- 测量数值分布在真实值的两侧，具有离散性，可通过多次测量将之减小并趋向于零。

- 产生原因：

- 实验条件和环境因素无规则的起伏变化，引起测量值围绕真值发生涨落的变化。
  - ✓ 电表轴承的摩擦力变动；
  - ✓ 螺旋测微计测力在一定范围内随机变化；
  - ✓ 估读不准；
  - ✓ 操作读数时的视差影响；

# 1 基础知识——随机误差

- 操作读数时的视差影响



# 1 基础知识——随机误差的特点

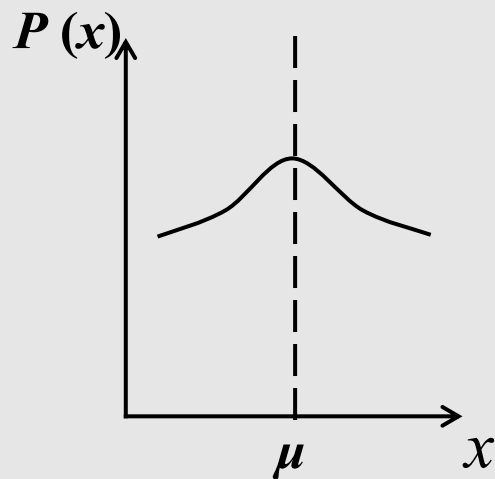
①一般小误差出现的概率比大误差出现的概率大；

②多次测量时分布对称，具有抵偿性：

因此取多次测量的平均值有利于消减随机误差。

# 随机变量的分布——正态分布（Gauss）

- 大量相对独立微小因素共同作用下得到的随机变量服从正态分布。



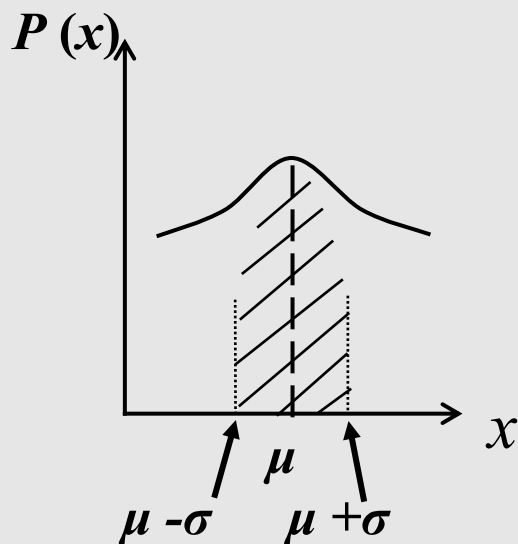
$$p(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum x}{n} \quad \sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{n}}$$

$$\xi = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

# 随机变量的分布-----正态分布 (Gauss)

$$\xi = \int_{\mu-\sigma}^{\mu+\sigma} p(x) dx = 0.683$$



简写为:  $x = \mu \pm \sigma$      $\xi = 0.683$

换写为:  $\mu = x \pm \sigma$      $\xi = 0.683$

表示真值落在  $(x - \sigma, x + \sigma)$  区间的概率为 0.683,  
其它区间的概率为:

$$\mu = x \pm 2\sigma \quad \xi = 0.954$$

$$\mu = x \pm 3\sigma \quad \xi = 0.997$$



# 随机变量的分布-----正态分布（GUASS）

实验的任务是通过实际测量数据求 $\mu$ 、 $\sigma$ 。

可用  $n$  次测量值的  $\bar{x}$ 、 $s_x$  来估算 $\mu$ 、 $\sigma$ ：

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad s_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

此时可用右式来  
表示实验结果

$$\mu = x \pm S_x \quad \xi = 0.683$$

$$\mu = \bar{x} \pm S_{\bar{x}} = \bar{x} \pm \frac{S_x}{\sqrt{n}} \quad \xi = 0.683$$

# 随机变量的分布-----T分布

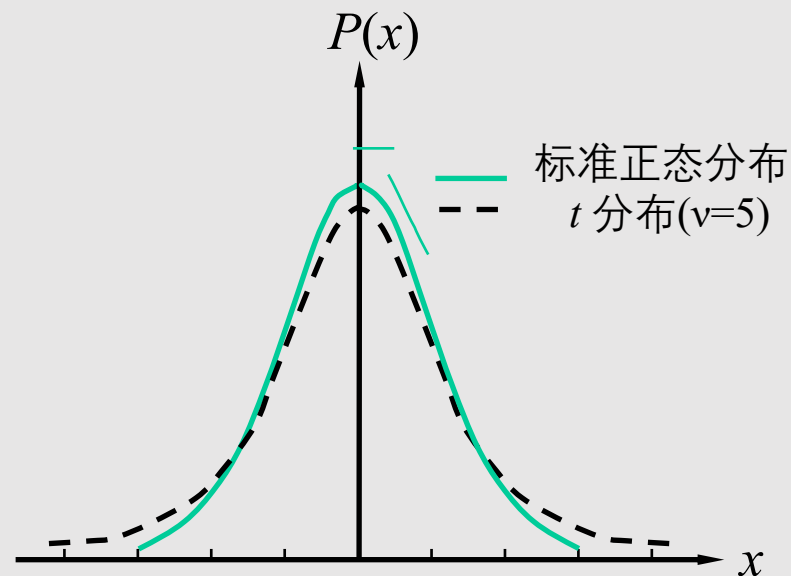
实际上 $\frac{\bar{x}-\mu}{S_{\bar{x}}}$ 不符合标准正态分布，而符合 $t$ 分布

$\mu = \bar{x} \pm S_{\bar{x}}$  概率小于0.683，为达到相同置信概率应乘以一个系数  $t_{0.683}(\nu)$ ，其它概率应乘以  $t_{\xi}(\nu)$  ——可查表，自由度  $\nu=n-1$ 。

结果表示为：

$$\mu = \bar{x} \pm t_{\xi}(\nu) S_{\bar{x}}$$

$$\mu = \bar{x} \pm \frac{t_{\xi}(\nu)}{\sqrt{n}} S_x$$



# 随机误差的处理

假定对一个量进行了 $n$ 次测量，测得的值为 $y_i (i=1, 2, \dots, n)$ ，可以用多次测量的算术平均值作为被测量的最佳估计值(假定无系统误差)

$$\bar{y} = (\sum_{i=1}^n y_i) / n$$

用标准偏差  $S$  表示测得值的分散性

$S$ 按贝塞耳公式求出：

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$$

# 随机误差的处理举例

**例：**用50分度的游标卡尺测某一圆棒长度 $L$ ，6次测量结果如下（单位mm）：

250.08, 250.14, 250.06, 250.10, 250.06, 250.10

**则：**测得值的最佳估计值为  $L = \bar{L} = 250.09\text{mm}$

测量列的标准偏差

$$S = \sqrt{\frac{\sum (L_i - \bar{L})^2}{n-1}} = 0.03\text{mm}$$

# 1 基础知识——完整的测量结果表示(不确定度)

- 完整的测量结果应表示为:  $Y = y \pm \Delta y$

以电阻测量为例

$$R = (913.0 \pm 1.4) \Omega$$

测量对象      测量对象的量值      测量的不确定度      测量值的单位

$Y = y \pm \Delta y$  表示被测对象的真值落在  $(y - \Delta y, y + \Delta y)$  范围内的概率很大,  
 $\Delta y$  的取值与一定的概率相联系。

# 测量误差与不确定度

- ◆ 不确定度表示由于测量误差存在而对被测量值不能确定的程度。不确定度是一定概率下的误差限值。
- ◆ 不确定度反映了可能存在的误差分布范围，即随机误差分量和未定系统误差的联合分布范围。
- ◆ 由于真值的不可知，误差一般是不能计算的，它可正、可负也可能十分接近零；而不确定度总是不为零的正值，是可以具体评定的。

# 直接测量量不确定度的估算

- 总不确定度分为两类不确定度：
  - ✓  $A$  类分量 $\Delta_A$  ——多次重复测量时用统计学方法估算的分量；
  - ✓  $B$  类分量 $\Delta_B$  ——用其他方法（非统计学方法）评定的分量。
- 这两类分量在相同置信概率下用方和根方法合成总不确定度：

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2}$$

(我校物理实验教学中一般用总不确定度，置信概率取为95%)

# 直接测量量不确定度的估算

简化处理方法：

—  $A$  类分量  $\Delta_A$  的估算：  $\Delta_A = t_{\xi}(\nu) S_{\bar{y}} = \frac{t_{\xi}(n-1)}{\sqrt{n}} S_y$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$$

置信概率95%的 $t$ 因子可以查表

—  $B$  类分量  $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}}$ ：认为  $\Delta_B$  主要由仪器误差来决定

— 不确定度合成：

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}} S_y\right)^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$$



# 直接测量量不确定度的估算

结果表示：

——以测量列  $y$  的平均值 再修正掉已定系统误差项  $y_0$  得到被测对象的量值。

——由  $A$ 、 $B$  类不确定度合成总不确定度

则：

$$Y = (\bar{y} - y_0) \pm \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}} S_y\right)^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$$

# 间接测量量的不确定度合成

和差形式：绝对不确定度

$$\Delta_Y = \sqrt{\sum \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta_{x_i} \right)^2}$$

• 函数：  $Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$

乘除形式：相对不确定度

$$\frac{\Delta_Y}{Y} = \sqrt{\sum \left( \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \Delta_{x_i} \right)^2}$$

实用公式

$$\phi = x \pm y, \quad \Delta_\phi = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$$

$$\phi = x \cdot y \text{ 或 } x/y, \quad \frac{\Delta_\phi}{\phi} = \sqrt{\left( \frac{\Delta_x}{x} \right)^2 + \left( \frac{\Delta_y}{y} \right)^2}$$

$$\phi = x^k y^m, \quad \frac{\Delta_\phi}{\phi} = \sqrt{\left( k \frac{\Delta_x}{x} \right)^2 + \left( m \frac{\Delta_y}{y} \right)^2}$$

# 间接测量量的不确定度合成过程

1. 先得出相互独立的各直接测量量  $x_i$  的不确定度

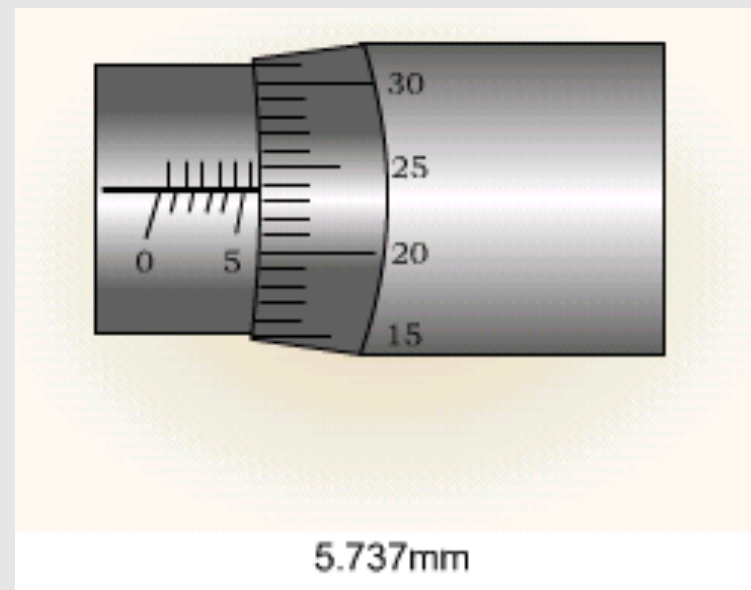
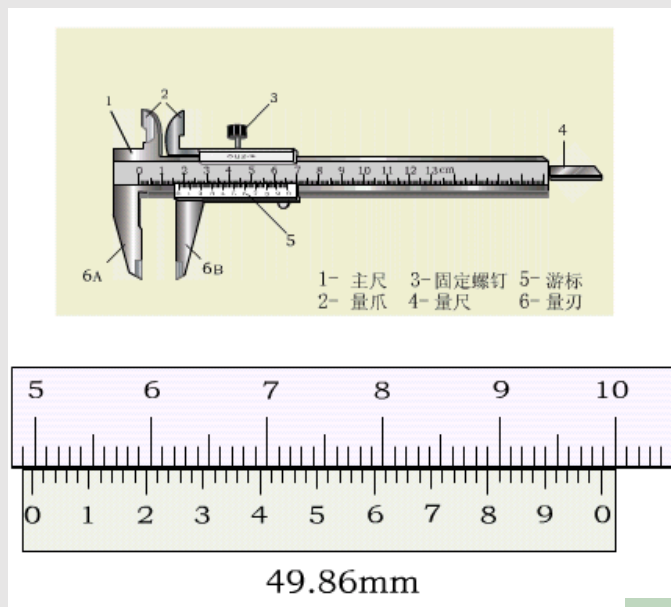
2. 依据  $Y = f(x_1, x_2 \cdots x_n)$  关系求出  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  或  $\frac{\partial \ln f}{\partial x_i}$

3. 用  $\Delta_Y = \sqrt{\sum \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta_{x_i} \right)^2}$  或  $\frac{\Delta_Y}{Y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial \ln f}{\partial x_i} \Delta_{x_i} \right)^2}$ , 求出  $\Delta_Y$  和  $\frac{\Delta_Y}{Y}$

4. 完整表示出  $Y$  的值:  $Y = y \pm \Delta y$

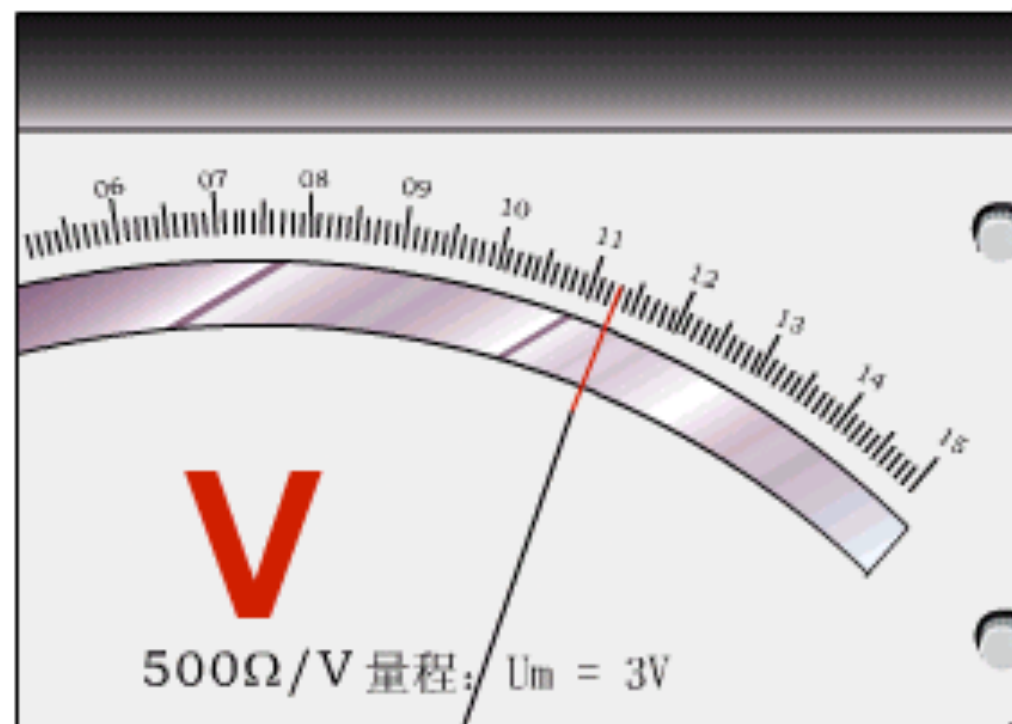
## 2 实验数据有效位数的确定

- 1. 直接测量量的读数应反映仪器的准确度



# 直接读数注意事项

注意指针指在整刻度线上时读数的有效位数。



读数为 2.260V

## 2 实验数据有效位数的确定

- 2. 中间运算结果的有效位数

- 用计算器进行计算时中间结果可不作修约或适当多取几位（不能任意减少）。
- 加减运算的结果末位以参与运算的末位最高的数为准。

如  $11.\underline{4}+2.56=14.\underline{0}$

$$7\underline{5}-10.356=6\underline{5}$$

- 乘除运算结果的有效位数，可比参与运算的有效位数最少的数多取一位。

如  $4000\times\underline{9}=\underline{3.6}\times 10^4$

$$2.000\div 0.\underline{99}=\underline{2.00}$$

## 2 实验数据有效位数的确定

- 3. 测量结果表达式中的有效位数

- 总不确定度  $\Delta$  的有效位数取2位（首位3以上可取1位）

例：估算结果

$\Delta=0.548\text{mm}$ 时， $\Delta=0.55\text{mm}$ 或 $\Delta=0.5\text{mm}$ ； $\Delta=1.37\ \Omega$ 时，取为 $\Delta=1.4\Omega$

- 被测量值有效位数的确定

$Y=y\pm\Delta y$ 中，被测量值  $y$  的末位要与不确定度  $\Delta y$  的末位对齐

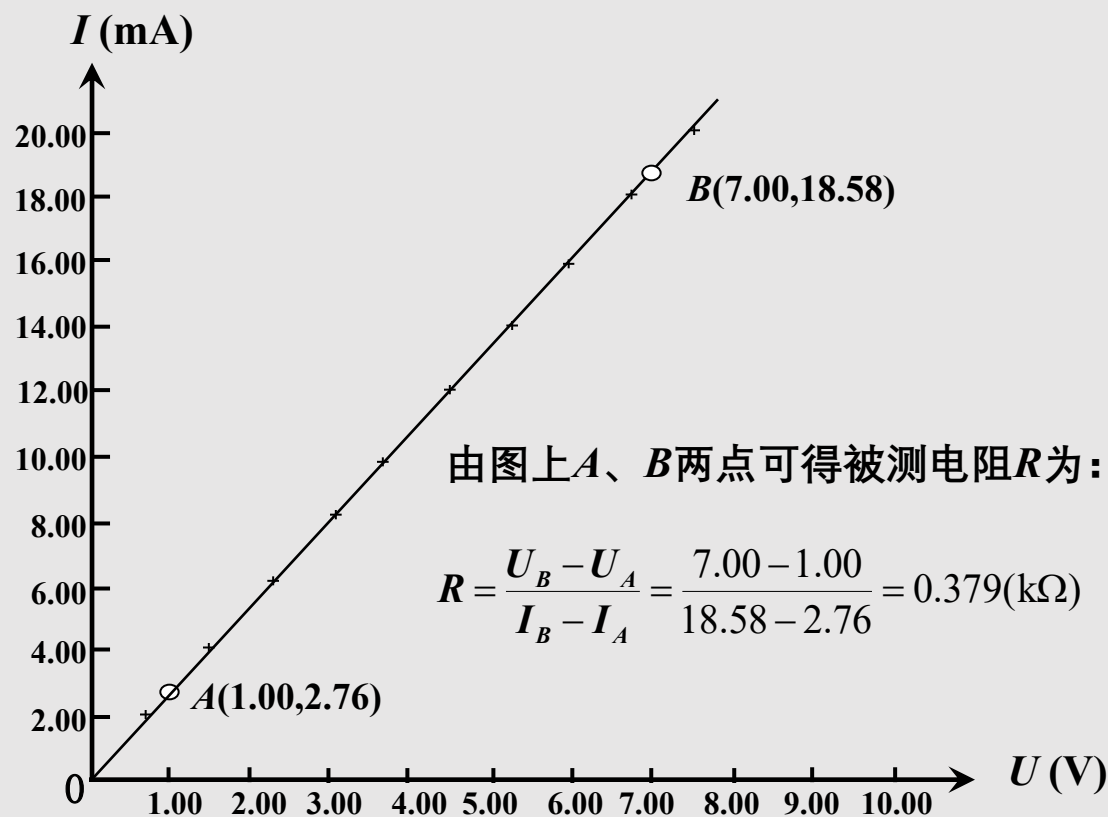
$$V = \frac{\pi}{4}(D_2^2 - D_1^2)h = 9.436\text{cm}^3 \quad \Delta_V = 0.08\text{cm}^3$$

最终结果为： $V=(9.44\pm0.08)\text{cm}^3$

## 2-3 作图法处理实验数据

- 图例如右：

图名、轴、点、线（光滑连线，极特殊时才能连折线）、  
线上特征点标注与参数计算。



电阻伏安特性曲线



## 2-3 作图法处理实验数据

1. 多个图线在一个坐标系下时，实验点符、线型要有区别以示区分（如同一样品多个条件下的测试、多个样品的测试，画在一个坐标系下以清楚地做比较）。
2. 自变量相同但因变量不同的图线需要画在一张图上时可以左右各有一个纵轴。
3. 特殊情况下坐标轴可以取对数

## 2-4 最小二乘法处理实验数据

- 用最小二乘法进行直线拟合优于作图法。
- 最小二乘法最佳经验公式  $y = a + bx$  中  $a$ 、 $b$  的求解：

实验数据:  $(x_i, y_i, i = 1, 2 \dots n)$ , 设  $x$ 、 $y$  满足直线关系式:  $y = f(x) = a + bx$

当所测各  $y_i$  值与拟合直线上各估计值  $f(x_i) = a + bx_i$  之间 **偏差的平方和最小**

$$RSS = \sum [y_i - f(x_i)]^2 = \sum [y_i - (a + bx_i)]^2 \longrightarrow \min$$

即可得最佳拟合公式

解得

$$a = \frac{\sum x_i y_i \sum x_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad b = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

## 2-4 最小二乘法处理实验数据

相关系数 $r$ ：

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad \text{其中} \quad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

$r$  表示两变量之间的函数关系与线性的符合程度， $r \in [-1, 1]$

✓  $|r| \rightarrow 1$ ， $x$ 、 $y$  间线性关系好

✓  $|r| \rightarrow 0$ ， $x$ 、 $y$  间无线性关系，拟合无意义。

物理实验中一般要求  $r$  绝对值达到**0.999**以上。

## 2-4 最小二乘法处理实验数据

- 截距 $a$ 、斜率 $b$ 的不确定度与很多因素有关，如实验数据的多少、实验数据之间的关系与直线关系的符合程度（即相关系数）等等，计算时用到的主要公式有：

$$\frac{s_b}{b} = \sqrt{\frac{r^{-2} - 1}{n - 2}}$$

$$\Delta_b = t \cdot s_b$$

$$s_a = s_b \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

$$\Delta_a = t \cdot s_a$$

其中 $t$ 因子自由度为 $n-2$

## 2-4 最小二乘法处理实验数据

1. 未估计不确定度时， $a$ 、 $b$ 、 $r$ 有效位数简化按以下规则处理：

- ✓ 截距  $a$  末位至少与因变量  $y_i$  末位取齐
- ✓ 斜率  $b$  有效位数至少与自变量  $x_i$  的有效位数一致
- ✓ 相关系数  $r$  至少保留一个非9的数字

2. 其它：

许多非直线函数的拟合可以转化为直线做最小二乘法求解。

可以用计算器、计算机软件如Excel、Origin、Mathmatic、Matlab等来进行最小二乘线性拟合。

# 绪论课习题举例

2 (2) . 31690±200kg改写

----- (3.169±0.020) × 10<sup>4</sup>kg

6 (3) . 系统误差          随机误差

(BCF)

(AEH)

# 直接测量量不确定度的估算练习

- 以测量列  $y$  的平均值 再修正掉已定系统误差项  $y_0$  得到被测对象的量值。
- 由  $A$ 、 $B$  类不确定度合成总不确定度

则：

$$Y = (\bar{y} - y_0) \pm \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}} S_y\right)^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$$

用螺旋测微计测量钢丝直径(单位mm): 6次测量结果分别为:  
 $y_i=0.245, 0.251, 0.247, 0.252, 0.254, 0.251$ ; 已知: 仪器零位 $y_0=0.006$ ,  
 $\Delta_{\text{仪}}=0.004$ ; 请写出必要的计算过程给出测量结果

$y_i=0.245, 0.251, 0.247, 0.252, 0.254, 0.251;$   
零位 $y_0=0.006$ , 仪器误差为 $\Delta_{\text{仪}}=0.004$ , 单位mm

解：测得值的最佳估计值为

$$y = \bar{y} - y_0 = 0.2500 - 0.006 = 0.2440\text{mm}$$

测量列的标准偏差

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = 0.0033\text{mm}$$

测量次数 $n=6$ ,  $\nu=n-1=5$ , 查表有 $t=2.57$

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}} S_y\right)^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} = 0.005\text{mm}$$

则：测量结果为  $Y=(0.244 \pm 0.005)\text{mm}$



# 课后自学

- II-2电磁学实验基本仪器
- II-3光学实验预备知识

**谢谢大家**