# 12.18笔记

## 黏性流体和线性弹性体 (小变形)

黏性流体

本构关系:

$$egin{aligned} p^{ij} &= -pg^{ij} + A^{ijlphaeta}e_{lphaeta} \ &= -pg^{ij} + \lambda g^{ij}
abla\cdotec{v} + 2\mu e^{ij} \end{aligned}$$

1.  $\mu$ 称为剪切黏度,  $\lambda$ 称为体积黏度。

#### 平均法向应力:

$$p_{nnav} = rac{1}{3} p^{i\cdot}_{\cdot i} = -p + (\lambda + rac{2}{3} \mu) 
abla \cdot ec{v}$$

N-S方程

单位体积内应力功率

$$-p^{ij}e_{ij} = p\nabla \cdot \vec{v} - \phi$$

---分割线---

线性弹性体

本构关系

$$egin{aligned} p^{ij} &= C^{ijlphaeta} \epsilon_{lphaeta} \ &= \lambda g^{ij} 
abla \cdot ec{w} + 2\mu \epsilon^{ij} \end{aligned}$$

- 1. 这里考虑的是小变形的情况即 $\epsilon_{lphaeta}=rac{1}{2}(
  abla_{lpha}w_{eta}+
  abla_{eta}w_{lpha})$
- 2.  $C^{ij\alpha\beta}$ 称为弹性模量张量,也是一个四阶对称各向同性张量。
- $3. \lambda, \mu$ 称为拉梅 (法国人喔) 系数。

### 平均法向应力

$$p_{nnav} = (\lambda + rac{2}{3}\mu)
abla \cdot ec{w} = K heta$$

1. 这里的 $\mu$ 是剪切模量, $K=\lambda+rac{2}{3}\mu$ 是体积模量, $\theta=
abla\cdotec{w}$ 是体胀系数。

#### 拉梅方程

$$ho rac{d}{dt}rac{dec{w}}{dt} = 
ho ec{F} + (\lambda + \mu) 
abla 
abla \cdot ec{w} + \mu 
abla^2 ec{w}$$

### 单位体积内应力功率

$$-p^{ij}e_{ij} = -p^{ij}rac{d\epsilon_{ij}}{dt}$$

- 1. 这里利用了近似 $e_{ij}dt=d\epsilon_{ij}$ ?
- 2. 若定义 $X=\frac{1}{2}C^{ij\alpha\beta}\epsilon ij\epsilon_{\alpha\beta}$ ,有 $\frac{\partial X}{\partial\epsilon_{ij}}=C^{ij\alpha\beta}\epsilon_{\alpha\beta}=p^{ij}$ ,且 $\frac{\partial X(\epsilon_{ij})}{\partial t}=\frac{\partial X}{\partial\epsilon_{ij}}\frac{\partial\epsilon_{ij}}{\partial t}=p^{ij}e_{ij}$ ,于是我们看出X就是弹性势能。

对于单轴拉伸,有 $p^{11}=E\epsilon^{11}$ 和 $\epsilon^{22}=\epsilon^{33}=u\epsilon^{11}$ ,其中E为杨氏模量,u为泊松比。

# 热力学