

$$TC_1 = 45q_1 - 5q_1^2 + q_1^3 \rightarrow MC_1 = 45 - 10q_1 + 3q_1^2$$

$$TC_2 = 100q_2 - 5q_2^2 + q_2^3 \rightarrow MC_2 = 100 - 10q_2 + 3q_2^2$$

$$P_1 = q_1(140 - 10q_1 - 10q_2) - (45q_1 - 5q_1^2 + q_1^3) = 95q_1 - 5q_1^2 - q_1^3 - 10q_1q_2$$

$$P_2 = 100q_2 - 5q_2^2 - q_2^3 - 10q_1q_2$$

$$1) MC_1 = P = MC_2 \rightarrow 45 - 10q_1 + 3q_1^2 = 140 - 10q_1 - 10q_2 = 100 - 10q_2 + 3q_2^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} 10q_2 = 95 - 3q_1^2 \\ 10q_1 = 100 - 3q_2^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} q_1 = 4.749 \rightarrow P_1 = 118.1 \\ q_2 = 3.154 \rightarrow P_2 = 20 \end{cases}$$

$$\rightarrow P = 30.5 = 92$$

$$2) \begin{cases} \frac{\partial P_1}{\partial q_1} = 95 - 10q_1 - 3q_1^2 - 10q_2 = 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial q_2} = 0 = 100 - 10q_2 - 3q_2^2 - 10q_1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{وحد}} q_1 = 3.154, q_2 = 4.749, P = 30.5 = 104, \\ P_1 = 142, P_2 = 87$$

$$3) \text{Nash bargaining solution } D = (134, 42)$$

$$\text{maximise } \underbrace{(95q_1 - 5q_1^2 - q_1^3 - 10q_1q_2 - 134)}_{C1} \underbrace{(100q_2 - 5q_2^2 - q_2^3 - 10q_1q_2 - 42)}_{C2}$$

$$\text{s.t. } \begin{cases} q_1 \geq 0, q_2 \geq 0 \\ C1 \geq 0, C2 \geq 0 \end{cases}$$

با استفاده از نرم افزار و باقیات ضابط
(YALMIP MATLAB ضابط)

$$\rightarrow \begin{cases} q_1 = 3.11341 \approx 3.113 \\ q_2 = 3.11499 \approx 3.115 \end{cases} \rightarrow P_1 = 102.10, P_2 = 93.10, P \approx 114$$

اگر بخواهیم تباری نشانه را روی $P_1 + P_2$ (یعنی $P_1 + P_2$) ابتدا $P_1 + P_2$ را با P_1 بیانش کرد

$$\max (96q_1 - 4q_1^2 - q_1^3 - 1q_1q_2) + (10q_2 - 4q_2^2 - q_2^3 - 1q_1q_2)$$

$$s.t \quad P_1 \geq 0, P_2 \geq 0, q_1 \geq 0, q_2 = 0$$

با حل max بالا

$$q_2 = 1/4, q_1 = 3/4$$

$$\rightarrow P_1 = 200/14, P_2 = 48/14$$

برای مدل: کمپانی یک با پرداخت پونی از سر خود n به عنوان side-payment (برای مدل $n=2$)

به کمپانی و تولید کننده دوم. سود هر دو آنها بیشتر از حالت قبل می شود

$$\rightarrow \begin{cases} P_{1new} = 200/14 - 2 = 174/14 \\ P_{2new} = 48/14 + 2 = 94/14 \end{cases} \quad \begin{cases} 48/14 + n > 94/14 \rightarrow n > 46/14 \\ 200/14 - n > 174/14 \rightarrow n < 26/14 \end{cases} \rightarrow 26/14 < n < 46/14$$

5) انحصار تولید برای $q_2 = 0 \rightarrow P_1 = 96q_1 - 4q_1^2 - q_1^3$

$$\rightarrow \frac{\partial P_1}{\partial q_1} = 0 \rightarrow 96 - 8q_1 - 3q_1^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} q_1 = -5/14 \rightarrow \text{رد} \\ q_1 = 4/14 \end{cases}$$

$$\rightarrow q_1 = 4/14 \rightarrow P_1 = 144, P_2 = 0$$

6) انحصار تولید برای $q_1 = 0 \rightarrow P_2 = 10q_2 - 4q_2^2 - q_2^3 \rightarrow \frac{\partial P_2}{\partial q_2} = 0 = 10 - 8q_2 - 3q_2^2 = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} q_2 = -2/3 \rightarrow \text{رد} \\ q_2 = 1/3 \end{cases}$$

$$\rightarrow q_2 = 1/3, P_1 = 0, P_2 = 12$$

	q_1	q_2	P_1	P_2	P (مجموع)
1) efficient point	3/4	1/4	118	50	92
2) غیر همکارانه	4/14	1/14	122	17	109
3) همکارانه	5/14	1/14	122	17	119
4) side-payment	4/14	1/4	174/14	94/14	117
5) انحصار تولید برای 1	4/14	0	144	0	144
6) انحصار تولید برای 2	0	1/3	0	12	12

(برای $n=2$)

پس نتیجه هر چند از سطح اول به ~~دوم~~ اثر می‌رود میزان تولید کاهش، قیمت کالا افزایش و سود شرکت ها افزایش می‌یابد.

~~نشان می‌دهد~~

سطر ۳ و ۲: همکاری بین ۲ شرکت نه کلی تقاضای کالا را در بازار تأمین می‌کنند، باعث صدور نشان تولید آن کالا و افزایش قیمت ها و آسیب رساندن به مصرف کننده می‌شود که برای همین معمولاً توسط قانون ممنوع است

سطر ۴: استفاده از side-payment و به نوعی تبادل اوضاع را برای مصرف کننده بدتر می‌کند و تولید کننده ها حتی نیست به حالت همکاری قبل نمی‌توانند سود بیشتری ببرند

سطر ۵، ۶: صافه اونا قبل بهترین حالت برای تولید کننده ها انحصار می‌باشد و بدترین حالت برای مصرف کننده !!

$$1) \quad v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0$$

$$v(\{1,2\}) = 40 + 40 - (40 + 40) = 0$$

$$v(\{1,3\}) = 40 + 40 - (40 + 40) = 0$$

$$v(\{2,3\}) = 40 + 40 - (40 + 40) = 0$$

$$v(\{1,2,3\}) = 140 - 110 = 30$$

$$v(\{1,2,3\}) = 100 + 40 - (40 + 40) = 60$$

$$v(\{1,2,3\}) = 140 - (40 + 40 + 40) = 20$$

2) Shapley value:

$$x_1 = \frac{1! \times 2!}{3!} (30 - 0) + \frac{1!}{2!} (40 - 0) + \frac{2!}{3!} (60 - 0)$$

$$= \frac{1}{6} (30 + 40 + 40) = \frac{110}{6} = 18.33$$

$$x_2 = \frac{1!}{2!} (30 - 0) + \frac{1!}{2!} (40 - 0) + \frac{2!}{3!} (60 - 0)$$

$$= \frac{1}{6} (30 + 40 + 40) = \frac{110}{6} = 18.33$$

$$x_3 = \frac{1!}{2!} (40 - 0) + \frac{1!}{2!} (40 - 0) + \frac{2!}{3!} (60 - 0) = \frac{1}{6} (40 + 40 + 40) = \frac{120}{6} = 20$$

$$\rightarrow (18.33, 18.33, 20)$$

3)

پله درسته است، چون هیچ آلتره ای برای خارج شدن و تشکیل ائتلاف جدید وجود ندارد. یعنی 0

این هیچگاه رخ نمی دهد در هیچ حالتی

همه حالات را بررسی می کنیم:

- ائتلاف های جدید به صورت مجموعه های گله با خارج شدن از آن ها صورت می گیرد. هیچگاه خارج نمی شوند

$$40 - (18.33 + 18.33) < 0 \quad \checkmark$$

$$40 - (18.33 + 18.33) < 0 \quad \checkmark$$

$$40 - (18.33 + 18.33) < 0 \quad \checkmark$$

$$\frac{110 + 120 + 110}{3} = 110 < 110 \quad \checkmark$$

- اگر $\{1,2\}$ ائتلاف جدید تشکیل دهند:

- اگر $\{1,3\}$ " " " " " "

- اگر $\{2,3\}$ " " " " " "

- اگر $\{1,2,3\}$ " " " " " "

4)

برای صحت بودن 0 (استاد از محل نشانی)

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) - v(S \cap T), S, T \subseteq I$$

$$S = \{1,2\}, T = \{2,3\} \rightarrow 110 \geq 40 + 40 - 0 \quad \checkmark$$