ミクロ経済学I演習　第12回　解答

作成日｜2017年7月20日

問題 1

(a) プレイヤー1の戦略：L, R
プレイヤー2の戦略：l, r

(b) プレイヤー1の戦略：LL, LR, ML, MR, RL, RR
プレイヤー2の戦略：$\ell\ell, \ell\mathrm{r}, r\ell, rr$
（ただし，それぞれ一つ目の情報集合での行動と二つ目の情報集合での行動の組である．）

問題 2

2期目のプレイヤー2の提案を考える．プレイヤー1がこの提案を断れば利得は最大で δs，受け入れればプレイヤー1の利得は s_2 となる．よって $s_2 \geqslant \delta s$ とすればプレイヤー1は提案を受け入れるので，2期目に交渉が終了したときにプレイヤー2が最大で得られる利得は $1-\delta s$ である．一方3期目まで交渉が続いた場合に得られる利得は $\delta(1-s)$ である．$1-\delta s > \delta(1-s)$ なので，プレイヤー2は $(\delta s, 1-\delta s)$ を提案して交渉を終了させることが望ましい．

1期目のプレイヤー1の提案を考える．2期目にプレイヤー2が提案する配分は $(\delta s, 1-\delta s)$ なので，プレイヤー2が1期目の提案を断れば利得は最大で $\delta(1-\delta s)$ であり，受け入れればプレイヤー2の利得は $1-s_1$ となる．よって $1-s_1 \geqslant \delta(1-\delta s)$ とすればプレイヤー2は提案を受け入れるので，1期目に交渉が終了したときにプレイヤー1が最大で得られる利得は $1-\delta(1-\delta s)$ である．一方2期目まで交渉が続いた場合に得られる利得は $\delta(\delta s)$ である．$1-\delta(1-\delta s) > \delta(\delta s)$ なので，プレイヤー1は $(1-\delta+\delta^2 s, \delta-\delta^2 s)$ を1期目に提案する．

問題 3

親の最適な B を求める．B に関する一階条件より，

$$
\begin{aligned}
& -\frac{1}{2\sqrt{I_P - B}} + k\frac{1}{2\sqrt{I_C + B}} = 0 \\
\iff & I_C + B = k^2(I_P - B) \\
\iff & B = \frac{k^2 I_P - I_C}{1+k^2}
\end{aligned}
$$

子供はこれを所与として A を決める．すなわち子供の目的関数は，

$$U = \sqrt{-(A - A_C)^2 + \alpha + \frac{k^2(-(A - A_P)^2 + \pi) + (A - A_C)^2 - \alpha}{1 + k^2}}$$

である．A に関する一階条件より，

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}U^{-1/2}\left[-2(A - A_C) + \frac{k^2(-2(A - A_P)) + 2(A - A_C)}{1 + k^2}\right] = 0 \\
\Longleftrightarrow\ & 2k^2[(A - A_C) + (A - A_P)] = 0 \\
\Longleftrightarrow\ & A = \frac{A_C + A_P}{2}
\end{aligned}$$

を得る．

一方，$I_C + I_P$ を最大にする A を求めると，

$$-2(A - A_C) - 2(A - A_P) = 0 \iff A = \frac{A_C + A_P}{2}$$

となり，子供の自分自身の効用最大化の解と一致する．

問題 4

ナッシュ均衡を考えるためにこのゲームを利得表で表すと，以下のようになる．ただし各マスの上段がプレイヤー 1 の利得，下段がプレイヤー 2 の利得である．

	HH	HL	LH	LL
R	$\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times 0 = 0$ $\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times 0 = 0$	$\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$ $\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times (1-) = -\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \times 2 + \frac{1}{5} \times 0 = \frac{8}{5}$ $\frac{4}{5} \times (-1) + \frac{1}{5} \times 0 = -\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5} \times 2 + \frac{1}{5} \times 2 = 2$ $\frac{4}{5} \times (-1) + \frac{1}{5} \times (-1) = -1$
S	$\frac{1}{5} \times (-1) + \frac{4}{5} \times (-1) = -1$ $\frac{1}{5} \times 0 + \frac{4}{5} \times 0 = 0$	$\frac{1}{5} \times (-1) + \frac{4}{5} \times 1 = \frac{3}{5}$ $\frac{1}{5} \times 0 + \frac{4}{5} \times 1 = \frac{4}{5}$	$\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times (-1) = -\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times 0 = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times 1 = 1$ $\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times 1 = 1$

混合戦略で D が R を選ぶ確率を p，C が $\sigma \in \{HH, HL, LH, LL\}$ を選ぶ確率を q_σ と書く．

(a) $p = 0(1 - p = 1)$ に対する C の最適反応は LL である．一方 LL に対する D の最適反応は $p = 1$ である．よって $p = 0$ となるナッシュ均衡は存在しない．

(b) C の確率の振り方で場合分けをしてナッシュ均衡を求める．

(i) $q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} > 0, q_{LL} > 0$

C のすべての純粋戦略の期待効用が等しくなるような p が存在しなければならないが，

$$\begin{aligned}
&HH \to p \cdot 0 + (1 - p) \cdot 0 = 0 \\
&HL \to p\left(-\frac{1}{5}\right) + (1 - p)\frac{4}{5} = \frac{4}{5} - p \\
&LH \to p\left(-\frac{4}{5}\right) + (1 - p)\frac{1}{5} = \frac{1}{5} - p \\
&LL \to p(-1) + (1 - p) \cdot 1 = 1 - 2p
\end{aligned}$$

これらすべてが等しくなる p は存在しないのでこのような C の混合戦略はナッシュ均衡では選ばれない．

(ii) $q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} > 0, q_{LL} = 0$

(iii) $q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} = 0, q_{LL} > 0$

(iv) $q_{HH} > 0, q_{HL} = 0, q_{LH} > 0, q_{LL} > 0$

以上 3 ケースは (i) と同様にナッシュ均衡にはならない．[*1]

(v) $q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} = 0, q_{LL} = 0$

$p = \frac{4}{5}$ のとき，C はナッシュ均衡でこのような混合戦略を取り得る．一方この戦略に対して D の期待利得を求めると，

$$R \to q_{HH} \cdot 0 + (1 - q_{HH})\frac{2}{5} = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}q_{HH}$$
$$S \to q_{HH} \cdot (-1) + (1 - q_H H)\frac{3}{5} = \frac{3}{5} - \frac{8}{5}q_{HH}$$

これらが無差別になるのは $q_{HH} = \frac{1}{6}$，$q_{HL} = \frac{5}{6}$ のときである．よってこのような p, q_{HH}, q_{HL} の組はナッシュ均衡である．

(vi) $q_{HH} > 0, q_{HL} = 0, q_{LH} > 0, q_{LL} = 0$

$p = \frac{1}{5}$ のとき，C はナッシュ均衡でこのような混合戦略を取り得る．一方この戦略に対して D の期待利得を求めると，

$$R \to q_{HH} \cdot 0 + (1 - q_{HH})\frac{8}{5}$$
$$S \to q_{HH} \cdot (-1) + (1 - q_{HH})\left(-\frac{3}{5}\right)$$

これらが無差別になるのは $q_{HH} = \frac{11}{6}$ の時であるが，$q_{HH} > 1$ なのでこのような均衡は存在しない．

同様にして戦略組をチェックしていくと，[*2]もう一つ $p = \frac{1}{5}$，$q_{HH} = 0, q_{HL} = \frac{5}{6}$，$q_{LH} = 0, q_{LL} = \frac{1}{6}$ というナッシュ均衡が見つかる．$p = \frac{4}{5}, q_{HH} = 0, q_{HL} = 0$，$q_{LH} = \frac{5}{7}, q_{LL} = \frac{2}{7}$ がナッシュ均衡でないことは図 1 からわかる．任意の p に対して HL は LH よりも高い利得が得られるので LH に正の確率を振ることは無い．したがって S を選ぶ確率が最大になる，すなわち p が最小になるナッシュ均衡は，

$$p = \frac{1}{5},\ q_{HH} = 0, q_{HL} = \frac{5}{6}, q_{LH} = 0, q_{LL} = \frac{1}{6}$$

である．

[*1] 確認せよ．

[*2] 実際にチェックせよ．

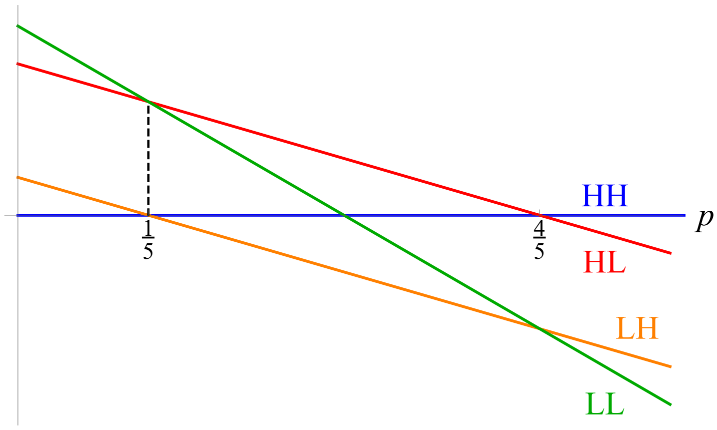

図１　均衡での混合戦略の候補