ミクロ経済学I演習　第5回　解答

作成日｜2017年5月16日

問題 1

求め方は例題と同じ．結果のみ掲載する．

(a) 支出関数：$e(\mathbf{p}, u) = \dfrac{p_1 p_2}{p_1 + p_2} u^2$

財 i の補償需要関数：$x_i^h(\mathbf{p}, u) = \left(\dfrac{u p_j}{p_1 + p_2}\right)^2$

財 i のマーシャルの需要関数：$x_i(\mathbf{p}, y) = \dfrac{p_j y}{p_i(p_i + p_j)}$

(b) 支出関数：$e(\mathbf{p}, u) = u(\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2)$

財 i の補償需要関数：$x_i^h(\mathbf{p}, u) = u\alpha_i$

財 i のマーシャルの需要関数：$x_i(\mathbf{p}, y) = \dfrac{\alpha_i y}{\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2}$

問題 2

(a) $e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = y$ を用いると，間接効用関数は

$$e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = v(\mathbf{p}, y)\sqrt{p_1 p_2} = y \Rightarrow v(\mathbf{p}, y) = \frac{y}{\sqrt{p_1 p_2}}.$$

シェパードの補題より補償需要関数は，

$$x_i^h(\mathbf{p}, u) = \frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} = \frac{u}{2}\sqrt{\frac{p_j}{p_i}}.$$

$x_i^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = x_i(\mathbf{p}, y)$ より，マーシャルの需要関数は

$$x_i(\mathbf{p}, y) = x_i^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = \frac{y}{\sqrt{p_i p_j}} \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p_j}{p_i}} = \frac{y}{2p_i}.$$

(b) (a) と同様にして求められるので結果のみ掲載する．

間接効用関数：$v(\mathbf{p}, y) = \sqrt{y\left(\dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_2}\right)}$

補償需要関数：$x_i^h(\mathbf{p}, u) = \left(\dfrac{u p_j}{p_1 + p_2}\right)^2$

マーシャルの需要関数：$x_i(\mathbf{p}, y) = \dfrac{p_j y}{p_i(p_i + p_j)}$

問題 3

双対性を用いて間接効用関数を求めると，

$$e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = \frac{3}{2^{2/3}} v(\mathbf{p}, y) p_1^{1/3} p_2^{2/3} = y \Rightarrow v(\mathbf{p}, y) = \frac{2^{2/3} y}{3 p_1^{1/3} p_2^{2/3}}.$$

また，シェパードの補題より補償需要関数は，

$$x_1^h(\mathbf{p}, u) = \frac{1}{3} \frac{3}{2^{2/3}} u p_1^{-2/3} p_2^{2/3} = \frac{u p_2^{2/3}}{2^{2/3} p_1^{2/3}}$$

$$x_2^h(\mathbf{p}, u) = \frac{2}{3} \frac{3}{2^{2/3}} u p_1^{1/3} p_2^{-1/3} = \frac{2^{1/3} u p_1^{1/3}}{p_2^{1/3}}.$$

さらに双対性よりマーシャルの需要関数は，

$$x_1(\mathbf{p}, u) = x_1^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = \frac{2^{2/3} y}{3 p_1^{1/3} p_2^{2/3}} \frac{p_2^{2/3}}{2^{2/3} p_1^{2/3}} = \frac{y}{3 p_1}$$

$$x_2(\mathbf{p}, u) = x_2^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = \frac{2^{2/3} y}{3 p_1^{1/3} p_2^{2/3}} \frac{2^{1/3} p_1^{1/3}}{p_2^{1/3}} = \frac{2y}{3 p_2}$$

となる．

財 1 の価格の上昇に対する財 1 の需要量の変化のうち，代替効果は

◀ p_1 で微分してから $u = v(\mathbf{p}, y)$ を代入すること．

$$\frac{\partial x_1^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y))}{\partial p_1} = -\frac{2}{3} \frac{p_2^{2/3}}{2^{2/3} p_1^{5/3}} v(\mathbf{p}, y) = -\frac{2}{3} \frac{p_2^{2/3}}{2^{2/3} p_1^{5/3}} \frac{2^{2/3} y}{3 p_1^{1/3} p_2^{2/3}} = -\frac{2y}{9 p_1^2}$$

であり，所得効果は

$$-\frac{\partial x_1(\mathbf{p}, y)}{\partial y} x_1(\mathbf{p}, y) = -\frac{1}{3 p_1} \frac{y}{3 p_1} = -\frac{y}{9 p_1^2}$$

となる．

一方，財 1 の価格の上昇に対する財 2 の需要量の変化のうち，代替効果は

$$\frac{\partial x_2^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y))}{\partial p_1} = \frac{1}{3} \frac{2^{1/3} p_1^{-2/3}}{p_2^{1/3}} v(\mathbf{p}, y) = \frac{1}{3} \frac{2^{1/3} p_1^{-2/3}}{p_2^{1/3}} \frac{2^{2/3} y}{3 p_1^{1/3} p_2^{2/3}} = \frac{2y}{9 p_1 p_2}$$

であり，所得効果は

◀ 財 1 の価格が変わる場合，後ろからかけるのは財 1 の需要量．

$$-\frac{\partial x_2(\mathbf{p}, y)}{\partial y} x_1(\mathbf{p}, y) = -\frac{2}{3 p_2} \frac{y}{3 p_1} = -\frac{2y}{9 p_1 p_2}$$

となる．