ミクロ経済学I演習　第11回　解答

作成日｜ 2017 年 7 月 27 日

問題 1

確率論的には，当たりを選ぶためには選択を変更すべきである．便宜上三つの箱にA,B,C と名前を付け，一般性を失わず第 1 ステップで A の箱を選んだとする．このA の箱が当たりである確率は 1/3 である．

第 2 ステップで B の箱が選ばれたとする．この事象が起こるのは，「A が正解で，B と C から B が選ばれた時」または「C が正解の時」である．それぞれの確率は，

$$\Pr[\text{A が正解かつ B が選ばれる}] = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$
$$\Pr[\text{C が正解}] = \frac{1}{3}$$

なので，B が開いたのを観察したときの A，C が当たりである確率はそれぞれ，

$$\Pr[\text{A が正解} \mid \text{B が開いた}] = \frac{1/6}{1/6+1/3} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$
$$\Pr[\text{C が正解} \mid \text{B が開いた}] = \frac{1/3}{1/6+1/3} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

となる．したがって C が正解である確率の方が高くなる．第 2 ステップで C が開いた場合，同様に B が正解である確率の方が高くなる．

問題 2

タイプ c_H，c_L の企業 2 の均衡での生産量をそれぞれ q_H, q_L とする．

企業 1 の目的関数：

$$\begin{aligned}\pi_1(q_1) &= \theta(a-q_1-q_H-c)q_1 + (1-\theta)(a-q_1-q_L-c)q_1 \\ &= (a-q_1-c-\theta q_H-(1-\theta)q_L)q_1\end{aligned}$$

q_1 に関する一階条件より，

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = -q_1 + a - q_1 - c - \theta q_H - (1-\theta)q_L = 0$$
$$\iff q_1 = \frac{a-c-\theta q_H-(1\theta)q_L}{2} \tag{1}$$

を得る．

◀ 厳密には生産量は非負なので得られた q_1 が 0 以上になる条件が必要である．それが満たされない場合は $q_1 = 0$ が最適反応になる．

タイプ c_H の企業 2 の目的関数：

$$\pi_H(q_H) = (a-q_1-q_H-c_H)q_H$$

q_H に関する一階条件より，

$$\frac{\partial \pi_H(q_H)}{\partial q_H} = -q_H + a - q_1 - q_H - c_H = 0$$
$$\iff q_H = \frac{a - q_1 - c_H}{2} \tag{2}$$

を得る．

タイプ c_L の企業 2 の目的関数：

$$\pi_L(q_L) = (a - q_1 - q_L - c_L)q_L$$

q_L に関する一階条件より，

$$\frac{\partial \pi_L(q_L)}{\partial q_L} = -q_L + a - q_1 - q_L - c_L = 0$$
$$\iff q_L = \frac{a - q_1 - c_L}{2} \tag{3}$$

を得る．

(1)，(2)，(3) を連立して解くと，

$$q_1 = \frac{a - 2c + \theta c_H + (1-\theta)c_L}{3}$$
$$q_H = \frac{a - 2c_H + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_H - c_L)$$
$$q_L = \frac{a - 2c_L + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_H - c_L)$$

が得られる．

問題 3

タイプ B のプレイヤーの利得を考える．

	BB	BS	SB	SS
B	$p_B \cdot 2 + (1-p_B) \cdot 2$ $= 2$	$p_B \cdot 2 + (1-p_B) \cdot 0$ $= 2p_B$	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 2$ $= 2(1-p_B)$	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 0$ $= 0$
S	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 0$ $= 0$	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 1$ $= 1-p_B$	$p_B \cdot 1 + (1-p_B) \cdot 0$ $= p_B$	$p_B \cdot 1 + (1-p_B) \cdot 1$ $= 1$

タイプ S のプレイヤーの利得を考える．

	BB	BS	SB	SS
B	$(1-p_S) \cdot 1 + p_S \cdot 1$ $= 1$	$(1-p_S) \cdot 1 + p_S \cdot 0$ $= 1-p_S$	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 1$ $= p_S$	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 0$ $= 0$
S	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 0$ $= 0$	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 2$ $= 2p_S$	$(1-p_S) \cdot 2 + p_S \cdot 0$ $= 2(1-p_S)$	$(1-p_S) \cdot 2 + p_S \cdot 2$ $= 2$

(a) $p_B < \frac{1}{3}$, $p_S < \frac{1}{3}$ のとき，

$$2p_B < 1 - p_B,\ 2(1 - p_B) > p_B$$
$$1 - p_S > 2p_S,\ 2(1 - p_S) > p_S$$

なので，最適反応戦略をまとめると，

	BB	BS	SB	SS
BB	✓ ✓			
BS			✓ ✓	
SB		✓ ✓		
SS				✓ ✓

となる．よってこの信念の下での純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は ((B,B),(B,B))，((B,S),(S,B))，((S,B),(B,S))，((S,S),(S,S)) の四つである．

二つ目と三つ目の均衡は，どのタイプも相手は自分と違うタイプの可能性が高いと予想していることにより均衡になる．

(b) $\frac{1}{3} < p_B < \frac{2}{3}$，$\frac{1}{3} < p_S < \frac{2}{3}$ のとき，

$$2p_B > 1 - p_B,\ 2(1 - p_B) > p_B$$
$$1 - p_S < 2p_S,\ 2(1 - p_S) > p_S$$

なので，最適反応戦略をまとめると，

	BB	BS	SB	SS
BB	✓ ✓			
BS		✓ ✓	✓	
SB		✓		
SS				✓ ✓

となる．よってこの信念の下での純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は ((B,B),(B,B))，((B,S),(B,S))，((S,S), (S,S)) の三つである．

(c) $p_B > \frac{2}{3}$，$p_B > \frac{2}{3}$ のとき，

$$2p_B > 1 - p_B,\ 2(1 - p_B) < p_B$$
$$1 - p_S < 2p_S,\ 2(1 - p_S) < p_S$$

なので，最適反応戦略をまとめると，

	BB	BS	SB	SS
BB	✓ ✓			
BS		✓ ✓		
SB			✓ ✓	
SS				✓ ✓

となる．よってこの信念の下での純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は ((B,B),(B,B))，((B,S),(B,S))，((S,B),(S,B))，((S,S), (S,S)) の四つである．

問題 4

(a) プレイヤー 1 の最適反応はタイプによらず以下の通りである．

	L	M	R
U	1	$\underline{1}$	$\underline{1}$
D	$\underline{2}$	0	0

よってプレイヤー 1 の最適反応戦略は

$$\begin{cases} D, D & \text{for L} \\ U, U & \text{for M} \\ U, U & \text{for R} \end{cases}$$

である．

プレイヤー 2 の最適反応を求める．

	L	M	R
U, U	$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\underline{\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 0=\frac{1}{2}$
U, D	$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot 2=\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 3=\underline{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 0=\frac{1}{2}$
D, U	$\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 0=\underline{\frac{3}{2}}$
D, D	$\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot 2=\underline{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 0=\frac{3}{2}$

各プレイヤーの最適反応を重ねると，

	L	M	R
U, U	✓	✓	✓
U, D		✓	
D, U			✓
D, D	✓ ✓		

よって ((D,D), L) が純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡である．

(b) プレイヤー 1 はタイプによらず以下のように最適反応が得られる．

	LL	LM	LR	ML	MM	MR	RL	RM	RR
U	1	1	1	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$
D	$\underline{2}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$	0	0	0	0	0	0

タイプ t_1 のプレイヤー 2 の最適反応を求める．

	L	M	R
U, U	$\frac{2}{3}$	0	$\underline{1}$
U, D	$\frac{2}{3}$	0	$\underline{1}$
D, U	2	0	$\underline{3}$
D, D	2	0	$\underline{3}$

タイプ t_2 のプレイヤー 2 の最適反応を求める．

	L	M	R
U, U	$\frac{2}{3}$	$\underline{1}$	0
U, D	$\frac{2}{3}$	$\underline{1}$	0
D, U	2	$\underline{3}$	0
D, D	2	$\underline{3}$	0

これら二つをまとめるとプレイヤー 2 の最適反応戦略は，プレイヤー 1 の任意の純粋戦略に対して (R, M) である．各プレイヤーの最適反応戦略を重ねると，

	LL	LM	LR	ML	MM	MR	RL	RM	RR
UU				✓	✓	✓	✓	✓ ✓	✓
UD								✓	
DU								✓	
DD	✓	✓	✓					✓	

となる．したがって純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は ((U,U), (R,M)) である．

(c) (a) のプレイヤー 2 が状態を知らない場合の均衡でのプレイヤー 2 の利得は 2，(b) のプレイヤー 2 が状態を知っている場合の均衡でのプレイヤー 2 の均衡利得は 1 である．よって情報を得ることは必ずしも均衡利得の改善にはつながらず，かえって利得を下げてしまう可能性があることがわかる．