演習ミクロ経済学 I　第 4 回 *

2017 年 5 月 10 日

支出最小化

- 支出最小化問題を考えるときには，目的関数の符号を逆にしてラグランジュ関数を作る．

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^n_+} \mathbf{px}$$
$$\text{s.t. } u(\mathbf{x}) \geqslant u$$

- ラグランジュ関数：

$$L = -\mathbf{px} - \lambda(u - u(\mathbf{x}))$$

支出関数の性質

効用関数 $u\colon \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ が連続で厳密な増加関数だとする．このとき，支出関数 $e(\mathbf{p}, u)$ は以下の性質を満たす．

(1) $u \in \min \mathcal{U} \Rightarrow e(\mathbf{p}, u) = 0$
(2) $\mathbb{R}^n_{++} \times \mathcal{U}$ で連続
(3) $\mathbf{p} \gg 0$ を所与として，u について厳密に増加で上に非有界
(4) $\mathbf{p}$ について非減少
(5) $\mathbf{p}$ について 1 次同次
(6) $\mathbf{p}$ について凹関数
(7) u が狭義準凹なら，$e(\mathbf{p}, u)$ は $\mathbf{p}^0 \gg 0$ となる $(\mathbf{p}^0, u)$ において $\mathbf{p}$ について微分可能で，

$$\frac{\partial e(\mathbf{p}^0, u)}{\partial p_i} = x_i^h(\mathbf{p}^0, u^0) \text{ for all } i$$

* 講義ホームページ：http://k-kumashiro.github.io/website/KobeU_microex2017.html

問題

問題 1. 効用関数 $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ を持つ消費者について以下の問いに答えなさい．

(1) 補償需要関数を求めなさい．その際，解が内点になることをチェックすること．

(2) 支出関数を求めなさい．

問題 2.

(a) 支出関数の性質 (5) と (6) を証明しなさい．

(b) 問題 1 で得られた支出関数について，性質 (5) が成り立つことを確認しなさい．