ミクロ経済学I演習　第11回　解答

作成日｜2017年7月6日

問題 1

確率論的には，当たりを選ぶためには選択を変更すべきである．便宜上三つの箱にA,B,Cと名前を付け，一般性を失わず第1ステップでAの箱を選んだとする．このAの箱が当たりである確率は$1/3$である．

第2ステップでBの箱が選ばれたとする．この事象が起こるのは，「Aが正解で，BとCからBが選ばれた時」または「Cが正解の時」である．それぞれの確率は，

$$\Pr[\text{A が正解かつ B が選ばれる}] = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$
$$\Pr[\text{C が正解}] = \frac{1}{3}$$

なので，Bが開いたのを観察したときのA，Cが当たりである確率はそれぞれ，

$$\Pr[\text{A が正解} \mid \text{B が開いた}] = \frac{1/6}{1/6+1/3} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$
$$\Pr[\text{C が正解} \mid \text{B が開いた}] = \frac{1/3}{1/6+1/3} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

となる．したがってCが正解である確率の方が高くなる．第2ステップでCが開いた場合，同様にBが正解である確率の方が高くなる．

問題 2

タイプc_H，c_Lの企業2の均衡での生産量をそれぞれq_H, q_Lとする．

企業1の目的関数：

$$\begin{aligned}\pi_1(q_1) &= \theta(a - q_1 - q_H - c)q_1 + (1-\theta)(a - q_1 - q_L - c)q_1 \\ &= (a - q_1 - c - \theta q_H - (1-\theta)q_L)q_1\end{aligned}$$

q_1に関する一階条件より，

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = -q_1 + a - q_1 - c - \theta q_H - (1-\theta)q_L = 0$$
$$\iff q_1 = \frac{a - c - \theta q_H - (1\theta)q_L}{2} \tag{1}$$

を得る．

◀ 厳密には生産量は非負なので得られたq_1が0以上になる条件が必要である．それが満たされない場合は$q_1 = 0$が最適反応になる．

タイプc_Hの企業2の目的関数：

$$\pi_H(q_H) = (a - q_1 - q_H - c_H)q_H$$

q_H に関する一階条件より，

$$\frac{\partial \pi_H(q_H)}{\partial q_H} = -q_H + a - q_1 - q_H - c_H = 0$$
$$\iff q_H = \frac{a - q_1 - c_H}{2} \tag{2}$$

を得る．

タイプ c_L の企業 2 の目的関数：

$$\pi_L(q_L) = (a - q_1 - q_L - c_L)q_L$$

q_L に関する一階条件より，

$$\frac{\partial \pi_L(q_L)}{\partial q_L} = -q_L + a - q_1 - q_L - c_L = 0$$
$$\iff q_L = \frac{a - q_1 - c_L}{2} \tag{3}$$

を得る．

(1)，(2)，(3) を連立して解くと，

$$q_1 = \frac{a - 2c + \theta c_H + (1-\theta)c_L}{3}$$
$$q_H = \frac{a - 2c_H + c}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_H - c_L)$$
$$q_L = \frac{a - 2c_L + c}{3} - \frac{\theta}{6}(c_H - c_L)$$

が得られる．

問題 3

タイプ B のプレイヤーの利得を考える．

	BB	BS	SB	SS
B	$p_B \cdot 2 + (1-p_B) \cdot 2$ $= 2$	$p_B \cdot 2 + (1-p_B) \cdot 0$ $= 2p_B$	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 2$ $= 2(1-p_B)$	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 0$ $= 2$
S	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 0$ $= 0$	$p_B \cdot 0 + (1-p_B) \cdot 1$ $= 1 - p_B$	$p_B \cdot 1 + (1-p_B) \cdot 0$ $= p_B$	$p_B \cdot 1 + (1-p_B) \cdot 1$ $= 1$

タイプ S のプレイヤーの利得を考える．

	BB	BS	SB	SS
B	$(1-p_S) \cdot 1 + p_S \cdot 1$ $= 1$	$(1-p_S) \cdot 1 + p_S \cdot 0$ $= 1 - p_S$	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 1$ $= p_S$	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 0$ $= 0$
S	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 0$ $= 0$	$(1-p_S) \cdot 0 + p_S \cdot 2$ $= 2p_S$	$(1-p_S) \cdot 2 + p_S \cdot 0$ $= 2(1-p_S)$	$(1-p_S) \cdot 2 + p_S \cdot 2$ $= 2$

(a) $p_B < \frac{1}{3}$，$p_S < \frac{1}{3}$ のとき，

$$2p_B < 1 - p_B,\ 2(1-p_B) > p_B$$
$$1 - p_S > 2p_S,\ 2(1-p_S) > p_S$$

なので，最適反応戦略をまとめると，

	BB	BS	SB	SS
BB	✓ ✓			
BS			✓	
SB		✓		✓
SS			✓	✓ ✓

となる．よってこの信念の下での純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は((B,B),(B,B))，((S,S),(S,S)) の二つである．

(b) $\frac{1}{3} < p_B < \frac{2}{3}$，$\frac{1}{3} < p_S < \frac{2}{3}$ のとき，

$$2p_B > 1 - p_B,\ 2(1-p_B) > p_B$$
$$1 - p_S < 2p_S,\ 2(1-p_S) > p_S$$

なので，最適反応戦略をまとめると，

	BB	BS	SB	SS
BB	✓ ✓			
BS		✓ ✓	✓	
SB		✓		
SS				✓ ✓

となる．よってこの信念の下での純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は((B,B),(B,B))，((B,S),(B,S))，((S,S), (S,S)) の三つである．

(c) $p_B > \frac{2}{3}$，$p_B > \frac{2}{3}$ のとき，

$$2p_B > 1 - p_B,\ 2(1-p_B) < p_B$$
$$1 - p_S < 2p_S,\ 2(1-p_S) < p_S$$

なので，最適反応戦略をまとめると，

	BB	BS	SB	SS
BB	✓ ✓			
BS		✓ ✓		
SB			✓ ✓	
SS				✓ ✓

となる．よってこの信念の下での純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は((B,B),(B,B))，((B,S),(B,S))，((S,B),(S,B))，((S,S), (S,S)) の四つである．

問題 4

(a) プレイヤー 1 の最適反応はタイプによらず以下の通りである．

	L	M	R
U	1	$\underline{1}$	$\underline{1}$
D	$\underline{2}$	0	0

よってプレイヤー 1 の最適反応戦略は

$$\begin{cases} D, D & \text{for L} \\ U, U & \text{for M} \\ U, U & \text{for R} \end{cases}$$

である．

プレイヤー 2 の最適反応を求める．

	L	M	R
U, U	$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\underline{\frac{2}{3}}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 0=\frac{1}{2}$
U, D	$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\cdot 2=\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 3=\underline{\frac{3}{2}}$	$\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 0=\frac{1}{2}$
D, U	$\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 0=\underline{\frac{3}{2}}$
D, D	$\frac{1}{2}\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot 2=\underline{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 0+\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 0=\frac{3}{2}$

各プレイヤーの最適反応を重ねると，

	L	M	R
U, U	✓	✓	✓
U, D		✓	
D, U			✓
D, D	✓ ✓		

よって ((D,D), L) が純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡である．

(b) プレイヤー 1 はタイプによらず以下のように最適反応が得られる．

	LL	LM	LR	ML	MM	MR	RL	RM	RR
U	1	1	1	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$
D	$\underline{2}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$	0	0	0	0	0	0

タイプ t_1 のプレイヤー 2 の最適反応を求める．

	L	M	R
U, U	$\frac{2}{3}$	0	$\underline{1}$
U, D	$\frac{2}{3}$	0	$\underline{1}$
D, U	2	0	$\underline{3}$
D, D	2	0	$\underline{3}$

タイプ t_2 のプレイヤー 2 の最適反応を求める．

	L	M	R
U, U	$\frac{2}{3}$	$\underline{1}$	0
U, D	$\frac{2}{3}$	$\underline{1}$	0
D, U	2	$\underline{3}$	0
D, D	2	$\underline{3}$	0

これら二つをまとめるとプレイヤー 2 の最適反応戦略は，プレイヤー 1 の任意の純粋戦略に対して (R, M) である．各プレイヤーの最適反応戦略を重ねると，

	LL	LM	LR	ML	MM	MR	RL	RM	RR
UU				✓	✓	✓	✓	✓ ✓	✓
UD								✓	
DU								✓	
DD	✓	✓	✓					✓	

となる．したがって純粋戦略ベイジアンナッシュ均衡は ((U,U), (R,M)) である．

(c) (a) のプレイヤー 2 が状態を知らない場合の均衡でのプレイヤー 2 の利得は 2, (b) のプレイヤー 2 が状態を知っている場合の均衡でのプレイヤー 2 の均衡利得は 1 である．よって情報を得ることは必ずしも均衡利得の改善にはつながらず, かえって利得を下げてしまう可能性があることがわかる．