ミクロ経済学I演習　第8回　解答

作成日｜2017年6月13日

問題 1

(a) ギャンブルの定義より，$p_i \geqslant 0$ かつ $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ である．$p_3 = 1 - p_1 - p_2 \leqslant 1$ でなければならないので，

$$0 \leqslant 1 - p_1 - p_2 \leqslant 1 \iff p_1 - 1 \leqslant -p_2 \leqslant p_1 \iff -p_1 \leqslant p_2 \leqslant 1 - p_1$$

$-p_1 \leqslant p_2$ は $p_1 \geqslant 0$ と $p_2 \geqslant 0$ より自動的に満たされる．これらの非負性に加えて $p_2 \leqslant 1 - p_1$ を満たす領域を図示すると，図1の青色の領域になる．

(b) 図1の点がギャンブル $(0.2 \circ a_1, 0.5 \circ a_2, 0.3 \circ a_3)$ である．

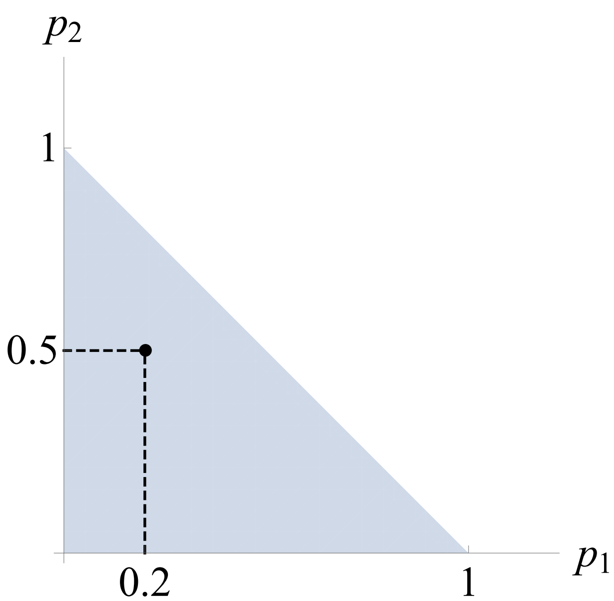

図1　ギャンブルの集合

問題 2

各結果が起こる確率は以下の通り．

- 結果 a_1：$0.2 \times 0.3 + 0.8 \times 0.5 = 0.46$
- 結果 a_2：$0.2 \times 0.6 + 0.8 \times 0.1 = 0.2$
- 結果 a_3：$0.2 \times 0.1 + 0.8 \times 0.4 = 0.34$

よってこの合成ギャンブルが導く簡単ギャンブルは $(0.46 \circ a_1, 0.2 \circ 0.2, 0.34 \circ a_3)$．

問題 3

証明. g^1 を確率 1 で結果 1 を実現させるギャンブル，g^n を確率 1 で結果 n を実現させるギャンブルとする．$n \geqslant 2$ なので $g^1 \neq g^n$ である．また，$g^1, g^n \in \mathcal{G}$ である．任意に $\alpha \in (0,1)$ を選び，g^α を

$$g^\alpha \equiv (\alpha \circ g^1, (1-\alpha) \circ g^n)$$

と定義する．$\alpha \geqslant 0, 1-\alpha \geqslant 0$ かつ $\alpha + (1-\alpha) = 1$ なので $g^\alpha \in \mathcal{G}$ である．α の選び方は $(0,1)$ の間で任意なので，g^α の作り方は無数に存在する．よって $\mathcal{G}$ の要素は無限個である． □

問題 4

証明. 背理法の仮定として $\alpha = 0$ とすると，$g^\alpha \sim a_3$ であるが，これは「$g \sim g^\alpha$ かつ $a_2 \succ a_3$」に矛盾．よって $\alpha \neq 0$ である．

背理法の仮定として $\alpha = 1$ とすると，$g^\alpha \sim a_1$ であるが，これは「$g \sim g^\alpha$ かつ $a_1 \succ a_2$」に矛盾．よって $\alpha \neq 1$ である． □

問題 5

証明. 任意に $g \in \mathcal{G}$ を選ぶ．公理 3 より $\alpha, \beta \in [0,1]$ が存在して，

$$g \sim (\alpha \circ a_1, (1-\alpha)a_n) \equiv g^\alpha$$
$$g \sim (\beta \circ a_1, (1-\beta)a_n) \equiv g^\beta$$

のように g^α と g^β を作ることができる．$g^\alpha \succsim g$ かつ $g \succsim g^\beta$ なので公理 2 より $g^\alpha \succsim g^\beta$ であり，また $g^\beta \succsim g$ かつ $g \succsim g^\alpha$ なので公理 2 より $g^\beta \succsim g^\alpha$ である．すると公理 4 より

$$g^\alpha \succsim g^\beta \iff (\alpha \circ a_1, (1-\alpha)a_n) \succsim (\beta \circ a_1, (1-\beta)a_n) \iff \alpha \geqslant \beta$$
$$g^\beta \succsim g^\alpha \iff (\beta \circ a_1, (1-\beta)a_n) \succsim (\alpha \circ a_1, (1-\alpha)a_n) \iff \beta \geqslant \alpha$$

が従う．よって $\alpha = \beta$ である． □