

ミクロ経済学I演習 第12回 解答

作成日 | 2017 年 7 月 12 日

問題 1

(a) プレイヤー 1 の戦略 : L, R

プレイヤー 2 の戦略 : l, r

(b) プレイヤー 1 の戦略 : LL, LR, ML, MR, RL, RR

プレイヤー 2 の戦略 : $\ell\ell, \ell r, r\ell, rr$

(ただし, それぞれ一つ目の情報集合での行動と二つ目の情報集合での行動の組である.)

問題 2

2 期目のプレイヤー 2 の提案を考える. プレイヤー 1 がこの提案を断れば利得は最大で δs , 受け入れればプレイヤー 1 の利得は s_2 となる. よって $s_2 \geq \delta s$ とすればプレイヤー 1 は提案を受け入れるので, 2 期目に交渉が終了したときにプレイヤー 2 が最大で得られる利得は $1 - \delta s$ である. 一方 3 期目まで交渉が続いた場合に得られる利得は $\delta(1 - s)$ である. $1 - \delta s > \delta(1 - s)$ なので, プレイヤー 2 は $(\delta s, 1 - \delta s)$ を提案して交渉を終了させることが望ましい.

1 期目のプレイヤー 1 の提案を考える. 2 期目にプレイヤー 2 が提案する配分は $(\delta s, 1 - \delta s)$ なので, プレイヤー 2 が 1 期目の提案を断れば利得は最大で $\delta(1 - \delta s)$ であり, 受け入れればプレイヤー 2 の利得は $1 - s_1$ となる. よって $1 - s_1 \geq \delta(1 - \delta s)$ とすればプレイヤー 2 は提案を受け入れるので, 1 期目に交渉が終了したときにプレイヤー 1 が最大で得られる利得は $1 - \delta(1 - \delta s)$ である. 一方 2 期目まで交渉が続いた場合に得られる利得は $\delta(\delta s)$ である. $1 - \delta(1 - \delta s) > \delta(\delta s)$ なので, プレイヤー 1 は $(1 - \delta + \delta^2 s, \delta - \delta^2 s)$ を 1 期目に提案する.

問題 3

親の最適な B を求める. B に関する一階条件より,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2\sqrt{I_P - B}} + k\frac{1}{2\sqrt{I_C + B}} = 0 \\ \iff & I_C + B = k^2(I_P - B) \\ \iff & B = \frac{k^2 I_P - I_C}{1 + k^2} \end{aligned}$$

子供はこれを所与として A を決める．すなわち子供の目的関数は，

$$U = \sqrt{-(A - A_C)^2 + \alpha + \frac{k^2(-(A - A_P)^2 + \pi) + (A - A_C)^2 - \alpha}{1 + k^2}}$$

である． A に関する一階条件より，

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}U^{-1/2} \left[-2(A - A_C) + \frac{k^2(-2(A - A_P)) + 2(A - A_C)}{1 + k^2} \right] &= 0 \\ \iff 2k^2[(A - A_C) + (A - A_P)] &= 0 \\ \iff A = \frac{A_C + A_P}{2} \end{aligned}$$

を得る．

一方， $I_C + I_P$ を最大にする A を求めると，

$$-2(A - A_C) - 2(A - A_P) = 0 \iff A = \frac{A_C + A_P}{2}$$

となり，子供の自分自身の効用最大化の解と一致する．

問題 4

ナッシュ均衡を考えるためにこのゲームを利得表で表すと，以下のようになる．ただし各マスの上段がプレイヤー 1 の利得，下段がプレイヤー 2 の利得である．

	HH	HL	LH	LL
R	$\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times 0 = 0$ $\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times 0 = 0$	$\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$ $\frac{4}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times (1-) = -\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5} \times 2 + \frac{1}{5} \times 0 = \frac{8}{5}$ $\frac{4}{5} \times (-1) + \frac{1}{5} \times 0 = -\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5} \times 2 + \frac{1}{5} \times 2 = 2$ $\frac{4}{5} \times (-1) + \frac{1}{5} \times (-1) = -1$
S	$\frac{1}{5} \times (-1) + \frac{4}{5} \times (-1) = -1$ $\frac{1}{5} \times 0 + \frac{4}{5} \times 0 = 0$	$\frac{1}{5} \times (-1) + \frac{4}{5} \times 1 = \frac{3}{5}$ $\frac{1}{5} \times 0 + \frac{4}{5} \times 1 = \frac{4}{5}$	$\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times (-1) = -\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times 0 = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times 1 = 1$ $\frac{1}{5} \times 1 + \frac{4}{5} \times 1 = 1$

混合戦略で D が R を選ぶ確率を p ，C が $\sigma \in \{HH, HL, LH, LL\}$ を選ぶ確率を q_σ と書く．

(a) $p = 0(1 - p = 1)$ に対する C の最適反応は LL である．一方 LL に対する D の最適反応は $p = 1$ である．よって $p = 0$ となるナッシュ均衡は存在しない．

(b) C の確率の振り方で場合分けをしてナッシュ均衡を求める．

(i) $q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} > 0, q_{LL} > 0$

C のすべての純粋戦略の期待効用が等しくなるような p が存在しなければならぬが，

$$\begin{aligned} HH &\rightarrow p \cdot 0 + (1 - p) \cdot 0 = 0 \\ HL &\rightarrow p \left(-\frac{1}{5} \right) + (1 - p) \frac{4}{5} = \frac{4}{5} - p \\ LH &\rightarrow p \left(-\frac{4}{5} \right) + (1 - p) \frac{1}{5} = \frac{1}{5} - p \\ LL &\rightarrow p(-1) + (1 - p) \cdot 1 = 1 - 2p \end{aligned}$$

これらすべてが等しくなる p は存在しないのでこのような C の混合戦略はナッシュ均衡では選ばれない。

$$(ii) \quad q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} > 0, q_{LL} = 0$$

$$(iii) \quad q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} = 0, q_{LL} > 0$$

$$(iv) \quad q_{HH} > 0, q_{HL} = 0, q_{LH} > 0, q_{LL} > 0$$

以上 3 ケースは (i) と同様にナッシュ均衡にはならない。^{*1}

$$(v) \quad q_{HH} > 0, q_{HL} > 0, q_{LH} = 0, q_{LL} = 0$$

$p = \frac{4}{5}$ のとき、 C はナッシュ均衡でこのような混合戦略を取り得る。一方この戦略に対して D の期待利得を求めると、

$$\begin{aligned} R &\rightarrow q_{HH} \cdot 0 + (1 - q_{HH}) \frac{2}{5} = \frac{2}{5} - \frac{2}{5} q_{HH} \\ S &\rightarrow q_{HH} \cdot (-1) + (1 - q_{HH}) \frac{3}{5} = \frac{3}{5} - \frac{8}{5} q_{HH} \end{aligned}$$

これらが無差別になるのは $q_{HH} = \frac{1}{6}$, $q_{HL} = \frac{5}{6}$ のときである。よってこのような p, q_{HH}, q_{HL} の組はナッシュ均衡である。

$$(vi) \quad q_{HH} > 0, q_{HL} = 0, q_{LH} > 0, q_{LL} = 0$$

$p = \frac{1}{5}$ のとき、 C はナッシュ均衡でこのような混合戦略を取り得る。一方この戦略に対して D の期待利得を求めると、

$$\begin{aligned} R &\rightarrow q_{HH} \cdot 0 + (1 - q_{HH}) \frac{8}{5} \\ S &\rightarrow q_{HH} \cdot (-1) + (1 - q_{HH}) \left(-\frac{3}{5} \right) \end{aligned}$$

これらが無差別になるのは $q_{HH} = \frac{11}{6}$ の時であるが、 $q_{HH} > 1$ なのでこのような均衡は存在しない。

同様にして戦略組をチェックしていくと、^{*2}他に二つのナッシュ均衡が見つかる。一つは $p = \frac{1}{5}$, $q_{HH} = 0, q_{HL} = \frac{5}{6}, q_{LH} = 0, q_{LL} = \frac{1}{6}$, もう一つは $p = \frac{4}{5}$, $q_{HH} = 0, q_{HL} = 0, q_{LH} = \frac{5}{7}, q_{LL} = \frac{2}{7}$ である。したがって S を選ぶ確率が最大になる、すなわち p が最小になるナッシュ均衡は、

$$p = \frac{1}{5}, q_{HH} = 0, q_{HL} = \frac{5}{6}, q_{LH} = 0, q_{LL} = \frac{1}{6}$$

である。

^{*1} 確認せよ。

^{*2} 実際にチェックせよ。