

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Навчально-науковий інститут атомної та теплової енергетики  
Кафедра інженерії програмного забезпечення в енергетиці

## **ДОМАШНЯ РОБОТА №4.1**

з дисципліни «Математичні моделі процесів і систем»  
тема «Марківські процесів»

**Варіант № 12**

**Виконала:**

**Студентка 3 курсу, групи ТІ-01**

**Круть Катерина**  
(прізвище ім'я)

**Дата здачі: 09.04.2023**

**Київ – 2023**

## Задання 1

Описати всі можливі стани та побудувати граф станів такого випадкового процесу: АЗС складається з трьох колонок, кожна з яких може бути зайнятою або вільною (приклад 5 з лекції 7).

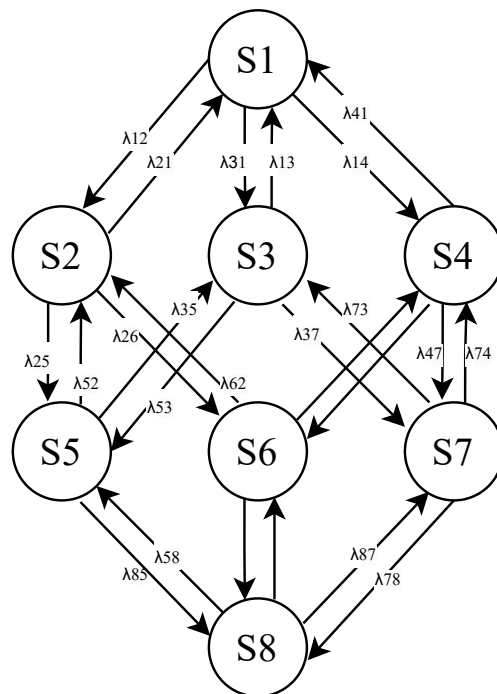
Стани:

0 — колонка вільна

1 — колонка зайнята

Стан	Колонка 1	Колонка 2	Колонка 3
S1	0	0	0
S2	0	0	1
S3	0	1	0
S4	1	0	0
S5	1	1	0
S6	0	1	1
S7	1	0	1
S8	1	1	1

Граф станів



## Задання 2

Описати всі можливі стани та побудувати граф станів системи  $\theta$ , що являє собою електричне коло з електричною лампочкою, яка у випадковий момент часу може бути або вимкненою, або ввімкненою, або зіпсовано (приклад 5 з лекції 7).

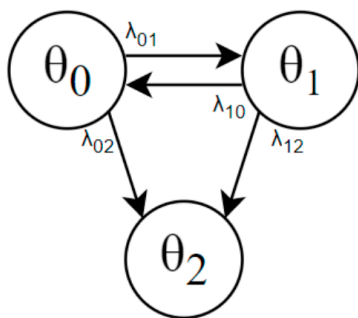
Можливі стани:

$\theta_0$  – лампочка ввімкнена;

$\theta_1$  – лампочка вимкнена;

$\theta_2$  – лампочка зіпсована;

Граф станів:



## Задання 3

Знайти граничні ймовірності для систем  $\theta$ , графи яких зображено на рис. 6 і 7 (приклад 6 з лекції 7). Систему розв'язати будь-яким методом в онлайн- калькуляторі і вставити скріни введеної системи разом з повним розв'язком у файл домашньої роботи.

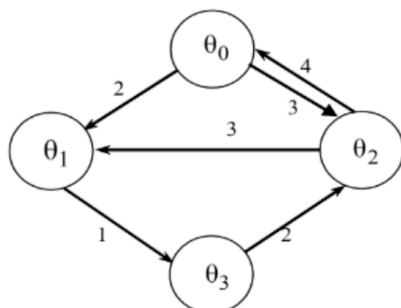


Рис. 6

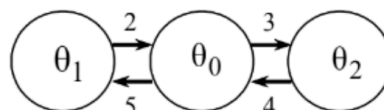


Рис. 7

1)

$$\begin{cases} p'_0 = 4p_2 - (2+3)p_0 \\ p'_1 = 2p_0 + 3p_2 - p_1 \\ p'_2 = 3p_0 + 2p_3 - (4+3)p_2 \\ p'_3 = p_1 - 2p_3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 4p_2 - 5p_0 = 0 \\ 2p_0 + 3p_2 - p_1 = 0 \\ 3p_0 + 2p_3 - 7p_2 = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -5p_0 + 0p_1 + 4p_2 + 0p_3 = 0 \\ 2p_0 - p_1 + 3p_2 + 0p_3 = 0 \\ 3p_0 + 0p_1 - 7p_2 + 2p_3 = 0 \\ 1p_0 + 1p_1 + 1p_2 + 1p_3 = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -5 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -7 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -87$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -8 \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -5 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -7 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -46$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -10 \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} -5 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -7 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -23$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-8}{-87} = \frac{8}{87}$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-46}{-87} = \frac{46}{87}$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-10}{-87} = \frac{10}{87}$$

$$x_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = \frac{-23}{-87} = \frac{23}{87}$$

$$\begin{cases} p_0 = 0.09 \\ p_1 = 0.53 \\ p_2 = 0.12 \\ p_3 = 0.26 \end{cases}$$

2)

$$\begin{cases} p'_0 = 2p_1 + 4p_2 - (5 + 3)p_0 \\ p'_1 = 5p_0 - 2p_1 \\ p'_2 = 3p_0 - 2p_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2p_1 + 4p_2 - 8p_0 = 0 \\ 5p_0 - 2p_1 = 0 \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -8 & 2 & 4 \\ 5 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 34 \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 8$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -8 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 20 \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} -8 & 2 & 0 \\ 5 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 6$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{8}{34} = \frac{4}{17}$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{20}{34} = \frac{10}{17}$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17}$$

$$\begin{cases} p_0 = 0.24 \\ p_1 = 0.59 \\ p_2 = 0.18 \end{cases}$$