

3. Motivation & Result: 低エネルギー初期状態に対する本質的効率性

■ 動機

物理的に興味のあるクラスの初期状態に対して
誤差・コストを本質的に改善できるか？

[Setup]

半正定値項からなる一般の
 N -qubit 局所 Hamiltonian

Worst-case error は過大評価している

$$H = \sum_X h_X, \quad h_X \geq 0$$

- 1 site あたりエネルギー (extensiveness):

有限距離相互作用の場合、 $g \in \mathcal{O}(1)$

- 全系の最大エネルギー: Ng ($\geq \|H\|$)

$$g = \max_{i=1, \dots, N} \left(\sum_{X \ni i} \|h_X\| \right)$$

■ 結果

低エネルギー初期状態に対する
普遍的なスケーリングの改善を証明

[低エネルギー初期状態]

$$|\psi_{\leq \Delta}\rangle = \sum_{n; E_n \leq \Delta} c_n |E_n\rangle, \quad 0 \leq \Delta \ll Ng$$

[計算コスト]

任意の
初期状態

$$r \propto gt \left(\frac{Ng t}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{p}}$$

低エネルギー
初期状態

$$r \propto gt \left(\frac{(\Delta + g \log(N/\varepsilon))t}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{p}}$$

- 初期状態のエネルギー $\Delta \in o(Ng)$ でアルゴリズム高速化

- 種々の先行研究の結果を改善 & これ以上改善できない最適なスケーリングを達成

