2017/10/14 天体形成研究会

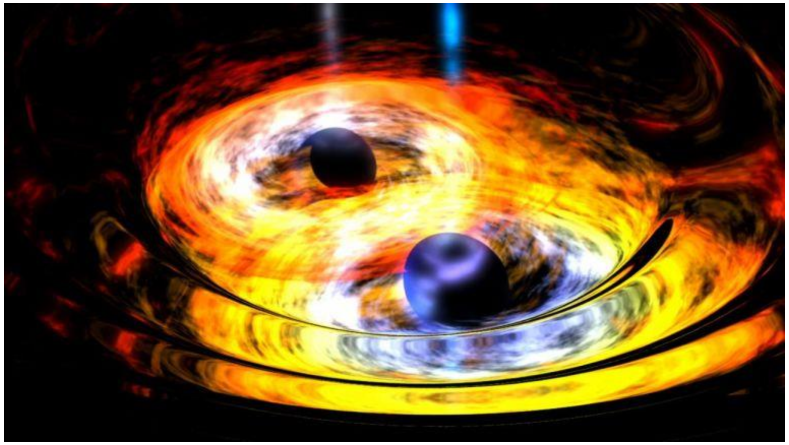
銀河中の大質量ブラックホールの軌道収縮と合体過程

筑波大学 M2 石川 徹

研究背景

銀河中心に存在する巨大ブラックホールは、
どのような過程で形成、成長していくのかが
はっきりとわかっていない。

ガス降着による成長
or
ブラックホール同士の合体



研究背景

- 重力波検出

  GW150914 36 $M_\odot$と29 $M_\odot$のBHの合体
  GW151226 14 $M_\odot$と 8 $M_\odot$のBHの合体
  GW170104 31 $M_\odot$と19 $M_\odot$のBHの合体
  GW170814 31 $M_\odot$と25 $M_\odot$のBHの合体

  検出器「LIGO」が、今年ノーベル物理学賞を受賞！！

研究背景

先行研究

原始銀河中で、複数の巨大ブラックホールが合体できる
(MBH)

- Tanikawa & Umemura 2011：
  原始銀河中の星による摩擦でのMBH同士の合体
- Tagawa et al. 2015, Tagawa et al. 2016：
  原始銀河中のガスによる摩擦でのMBH同士の合体

我々の研究

銀河系のような構造の中で、中心のMBHに
銀河の外からやってくるようなBHがどのように
軌道収縮して合体するのかを探る

原理

BHが軌道収縮する要因

① 星・ガスの力学的摩擦

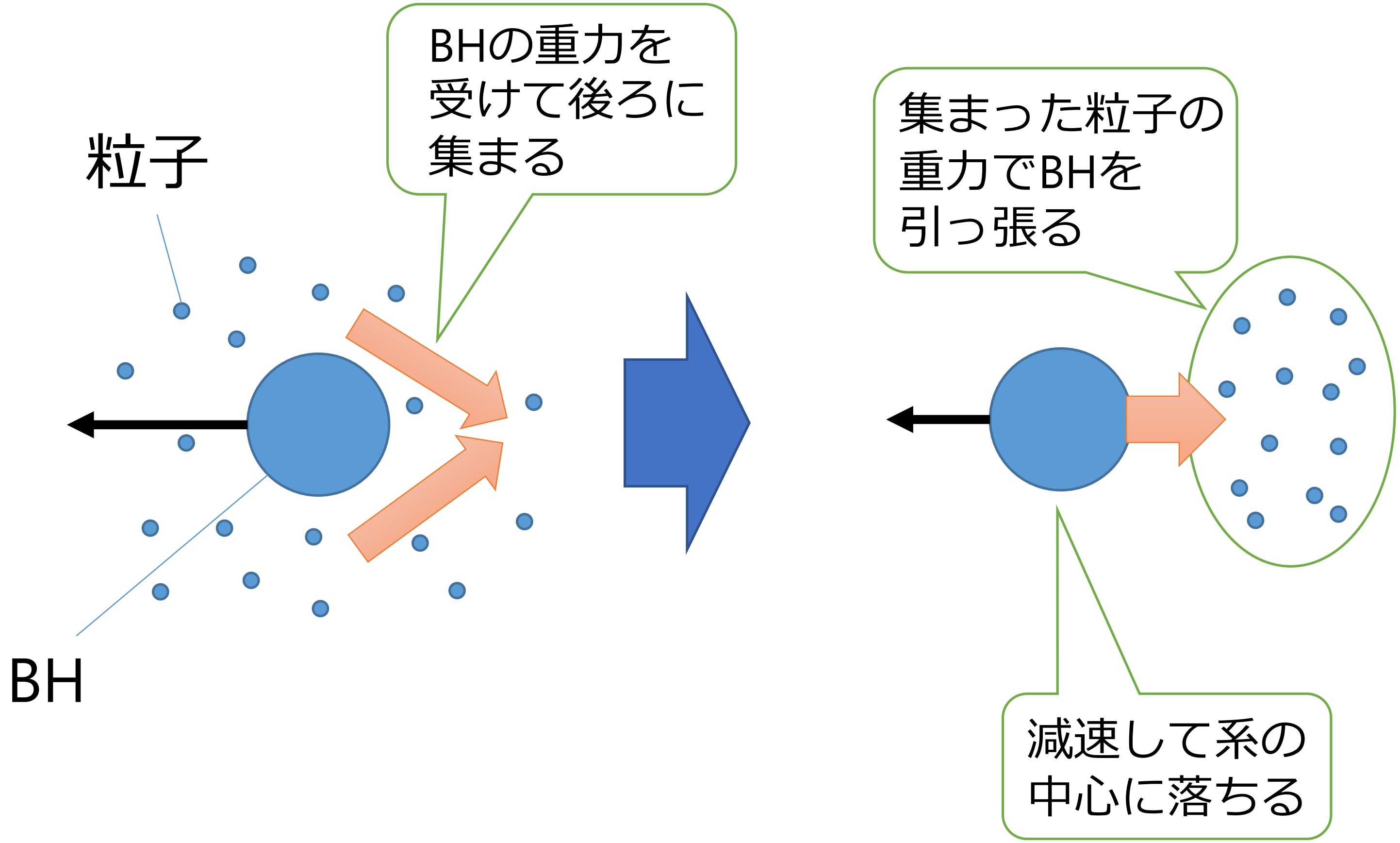
② バイナリーBHにもう1つのBHが近づくことによる角運動量の引き抜き（BHの3体相互作用）

③ 相対論効果（近日点移動、重力波放射）

④ 質量降着

原理①：星・ガスの力学的摩擦

星やガスの集団にBHが突っ込んでくる場合



原理①：星の力学的摩擦

チャンドラセカールの力学的摩擦の式
(Chandrasekhar 1943)
質量m_{BH}のBHが質量m_{s}の星の集団の中で摩擦を受ける

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{DF}}^{\mathrm{star}} = -4\pi G^2 (m_{\mathrm{BH}} + m_s)\rho \ln N \frac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{BH}} - \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}}{|v_{\mathrm{BH}} - v_{\mathrm{s}}|^3}$$

N : 銀河中の星の数

ρ : 星の密度

原理①：ガスの力学的摩擦

- Ostriker 1999 :
  亜音速、超音速でのバイナリー減衰の効果を理論的に考察
- Escala et al. 2004; Tanaka & Haiman 2009 :
  ↑を修正

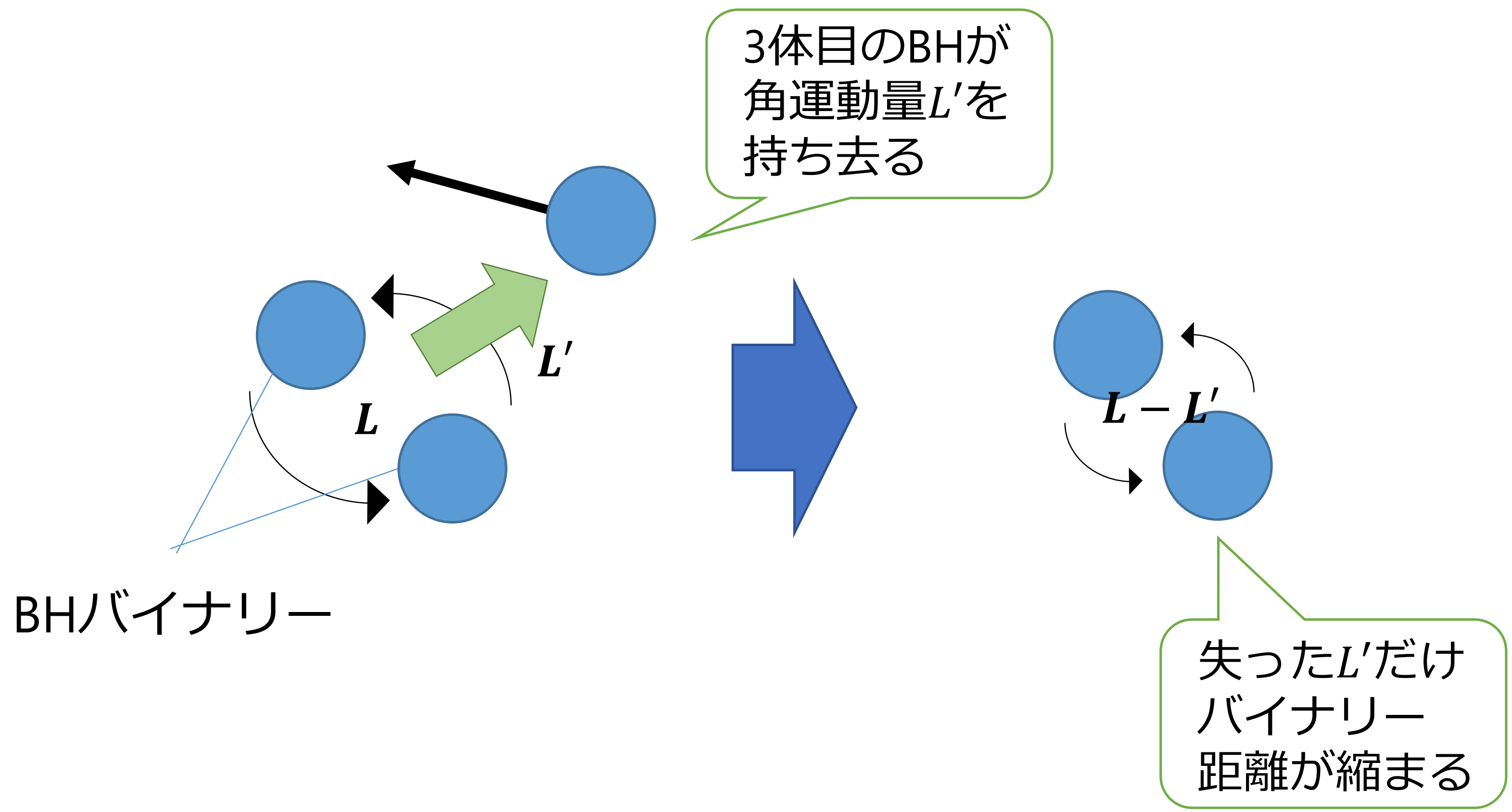
$$\boxed{a_{\mathrm{DF}}^{\mathrm{gas}} = -4\pi G^2 m\rho(r)\frac{1}{v^2}\times f(\mathcal{M})}$$

m : BHの質量
$\rho(r)$: ガス密度
$\mathcal{M}$: BHのマッハ数
$\Lambda = vt/r_{\min}$

$$f(\mathcal{M}) = \begin{cases} 0.5\ln\Lambda\left[\mathrm{erf}\left(\frac{\mathcal{M}}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\mathcal{M}\exp\left(-\frac{\mathcal{M}^2}{2}\right)\right], \text{for } 0 \le \mathcal{M} \le 0.8 \\ 1.5\ln\Lambda\left[\mathrm{erf}\left(\frac{\mathcal{M}}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\mathcal{M}\exp\left(-\frac{\mathcal{M}^2}{2}\right)\right], \text{for } 0.8 \le \mathcal{M} \le \mathcal{M}_{\mathrm{eq}} \\ \qquad\qquad \cdots \text{(Tanaka \& Haiman 2009)} \\ \frac{1}{2}\ln\left(1-\frac{1}{\mathcal{M}^2}\right) + \ln\Lambda \qquad , \text{for } \mathcal{M}_{\mathrm{eq}} \le \mathcal{M} \\ \qquad\qquad \cdots \text{(Ostriker 1999)} \end{cases}$$

原理②：BHの3体相互作用

バイナリーを形成している2つのBHにもう1つのBHが突っ込んでくる場合



原理③：相対論効果

BH合体に関わる相対論効果

- 近日点移動
- 重力波放射

  BHバイナリー距離が十分小さいところでエネルギーと
  角運動量を持ち去り、バイナリー距離をさらに縮める

この効果を、post-Newtonian近似 (Kupi et al. 2006)で
与えて計算する。

原理③：相対論効果

post-Newtonian近似 (Kupi et al. 2006)

アインシュタイン方程式を$\varepsilon \equiv (v/c)^2 \ll 1$で展開して解く手法

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{a}_{1\mathrm{PN},ij} = \frac{Gm_j}{r_{ij}^2} \bigg[\boldsymbol{n} \bigg[& -\boldsymbol{v}_i{}^2 - 2\boldsymbol{v}_j{}^2 + 4\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j + \frac{3}{2}(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^2 \\
& + 5\left(\frac{Gm_i}{r_{ij}}\right) + 4\left(\frac{Gm_j}{r_{ij}}\right) \bigg] \\
& + (\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j)(4\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i - 3\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j) \bigg],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{a}_{2\mathrm{PN},ij} = \frac{Gm_j}{r_{ij}^2} \bigg[\boldsymbol{n} \bigg[& -2\boldsymbol{v}_j{}^4 + 4\boldsymbol{v}_j{}^2(\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j) - (\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j)^2 \\
& + \frac{3}{2}\boldsymbol{v}_i{}^2(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^2 + \frac{9}{2}\boldsymbol{v}_j{}^2(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^2 - 6(\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^2 \\
& - \frac{15}{8}(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^4 + \left(\frac{Gm_i}{r_{ij}}\right) \bigg[-\frac{15}{4}\boldsymbol{v}_i{}^2 + \frac{5}{4}\boldsymbol{v}_j{}^2 \\
& - \frac{5}{2}\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j + \frac{39}{2}(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)^2 - 39(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j) + \frac{17}{2}(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)^2 \bigg] \\
& + \left(\frac{Gm_j}{r_{ij}}\right) \Big[4\boldsymbol{v}_j{}^2 + 8\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j + 2(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)^2 \\
& - 4(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j) - 6(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)^2 \Big] + (\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j) \bigg[\boldsymbol{v}_i{}^2(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j) \\
& + 4\boldsymbol{v}_j{}^2(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i) - 5\boldsymbol{v}_j{}^2(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_2) - 4(\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i) \\
& + 4(\boldsymbol{v}_i\boldsymbol{v}_j)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j) - 6(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i)(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^2 + \frac{9}{2}(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j)^3 \bigg] \\
& + \left(\frac{Gm_i}{r_{ij}}\right)\left(-\frac{63}{4}\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i + \frac{55}{4}\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j\right) \\
& + \left(\frac{Gm_j}{r_{ij}}\right)(-2\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i - 2\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_j) \bigg] \bigg] \\
& + \frac{G^3 m_j}{r_{ij}^4}\boldsymbol{n} \left[-\frac{57}{4}m_i{}^2 - 9m_j{}^2 - \frac{69}{2}m_i m_j \right],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{a}_{2.5\mathrm{PN},ij} = \frac{4}{5}\frac{G^2 m_i m_j}{r_{ij}^3} \bigg[(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j) \bigg[& -(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j)^2 \\
& + 2\left(\frac{Gm_i}{r_{ij}}\right) - 8\left(\frac{Gm_j}{r_{ij}}\right) \bigg] + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{n}\boldsymbol{v}_2) \\
& \left[3(\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_j)^2 - 6\left(\frac{Gm_i}{r_{ij}}\right) + \frac{52}{3}\left(\frac{Gm_j}{r_{ij}}\right) \right] \bigg],
\end{aligned}
$$

重力波放射

近日点移動

$$
\frac{d^2\boldsymbol{r}_i}{dt^2} = \sum_j^{N_{\mathrm{BH}}} \left\{ -Gm_j \frac{\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j}{|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j|^3} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{PN},ij} \right\} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{DF},i}^{\mathrm{gas}}
$$

原理④：質量降着

ある質量mのBHへの質量降着率$\dot{m}$：

$$\dot{m} = \epsilon \dot{m}_{\mathrm{HL}} = \epsilon \frac{4\pi G^2 m_H n_{\mathrm{gas}} m^2}{(c_s^2 + v^2)^{3/2}}$$

(ϵ : 降着効率、m_H : 水素原子の質量、n_{gas} : ガスの数密度、
c_s ：音速、v : BHの速度)

質量降着による加速度a_{acc}：

$$a_{\mathrm{acc}} = -\frac{\dot{m}v}{m}$$

質量降着が起こったとき、系の質量と数密度を
減らす必要がある。

降着効率ϵをパラメータとして計算していく

原理

これらの効果を運動方程式に組み込む

i, j番目のBH同士の重力相互作用

相対論効果

$$\frac{d^2\boldsymbol{r}_i}{dt^2} = \sum_j^{N_{\mathrm{BH}}} \left\{ Gm_j \frac{\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j}{\left|\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j\right|^3} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{PN},ij} \right\} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{acc},i} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{DF},i} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{pot},i}$$

質量降着

粒子の力学的摩擦

銀河(disk等)のポテンシャル

これの軌道計算を、Hermite法（4次精度）で行う。

計算手法：Hermite積分法

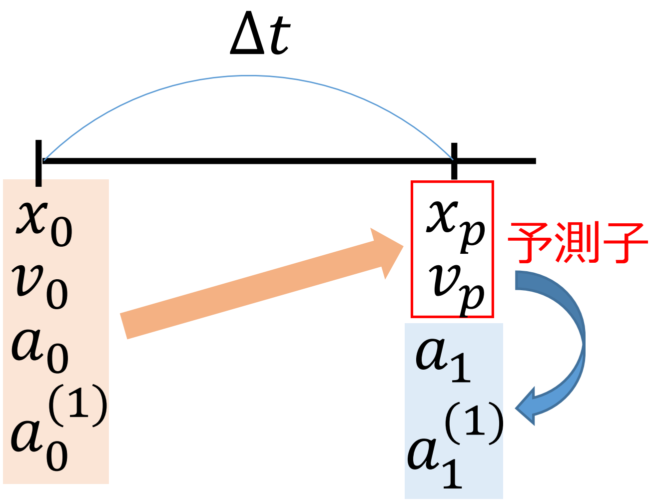
- 初期位置x_0、初速度v_0を使って
  加速度a_0、その時間微分$a_0^{(1)}$を求める。

- Δtだけタイムステップするとし、
  位置と速度の予測子

$$x_p = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_0 \Delta t^2 + \frac{1}{6} a_0^{(1)} \Delta t^3$$

$$v_p = v_0 + a_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_0^{(1)} \Delta t^2$$

  を求める。



- 予測子を使って時刻t_1での加速度a_1と
  時間微分$a_1^{(1)}$を予測する。

計算手法：Hermite積分法

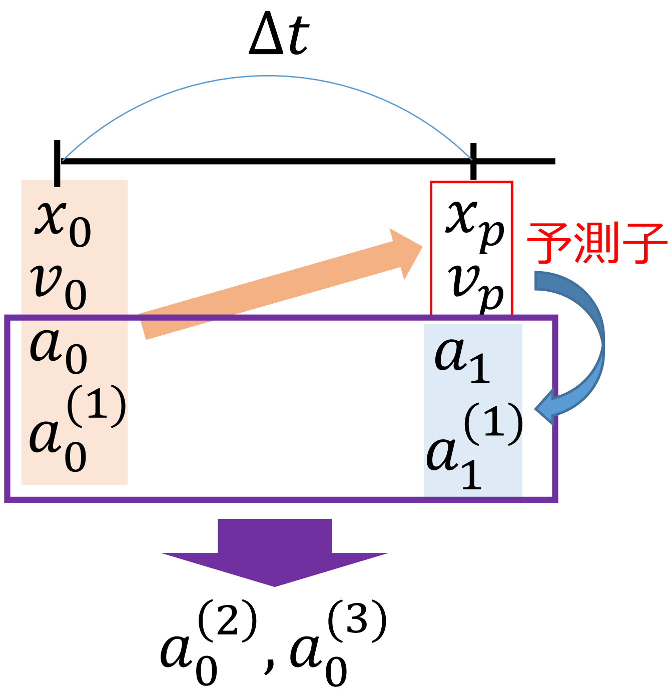
- 時刻tでの加速度の3次の補間多項式

$$a(t) = a_0 + a_0^{(1)}(t - t_0) + \frac{1}{2}a_0^{(2)}(t - t_0)^2 + \frac{1}{6}a_0^{(3)}(t - t_0)^3$$

から

$$a_0^{(2)} = \frac{-6(a_0 - a_1) - \Delta t\left(4a_0^{(1)} + 2a_1^{(1)}\right)}{\Delta t^2}$$

$$a_0^{(3)} = \frac{12(a_0 - a_1) + 6\Delta t\left(a_0^{(1)} + a_1^{(1)}\right)}{\Delta t^3}$$



を求めて、修正子を求める。

$$x_c = x_p + \frac{1}{24}a_0^{(2)}\Delta t^4 + \frac{1}{120}a_0^{(3)}\Delta t^5$$

$$v_c = v_p + \frac{1}{6}a_0^{(2)}\Delta t^3 + \frac{1}{24}a_0^{(3)}\Delta t^4$$

計算手法：Hermite積分法

2体間の距離が小さくなれば、相互作用も大きくなる
→単位時間あたりの物理量の変化も大きくなる
→タイムステップを短くする必要がある

$$\Delta t = \sqrt{\eta \frac{|a_1|\left|a_1^{(2)}\right| + \left|a_1^{(1)}\right|^2}{\left|a_1^{(1)}\right|\left|a_1^{(3)}\right| + \left|a_1^{(2)}\right|^2}}$$

(Makino & Aarseth 1992)

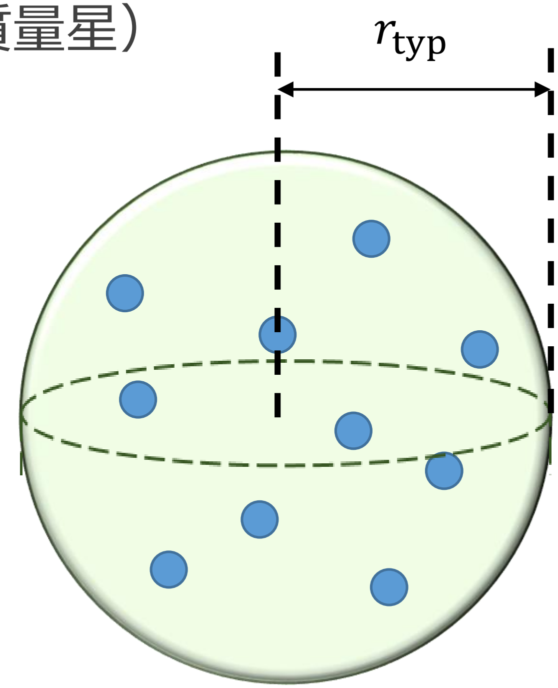
先行研究(Tagawa et al. 2015)

原始銀河中での10体のBHの合体

- $M_{BH} = 30\ \mathrm{M}_{\odot}$（初代星残余物）
- $M_{BH} = 10^4\ \mathrm{M}_{\odot}$（原始銀河中の超大質量星）
- ガス数密度$n_{\mathrm{gas}} = 10^4 - 10^{12}\ \mathrm{cm}^{-3}$
- BH分布半径$r_{\mathrm{typ}} = 0.01 - 1.0\ \mathrm{pc}$
- 合体条件：

  $\left|r_i - r_j\right| < 100(r_{\mathrm{sch},i} + r_{\mathrm{sch},j})$

BHのシュヴァルツ
シルト半径



先行研究(Tagawa et al. 2015)

結果、ガスの質量により合体の仕方が3パターン

- タイプA：ガスの力学的摩擦でのみの合体

  $M_{\rm gas} \geq 10^5\ \Sigma M_{\rm BH}$

- タイプB：ガスの摩擦と3体相互作用の両方

  $M_{\rm gas} \leq 10^5\ \Sigma M_{\rm BH}$

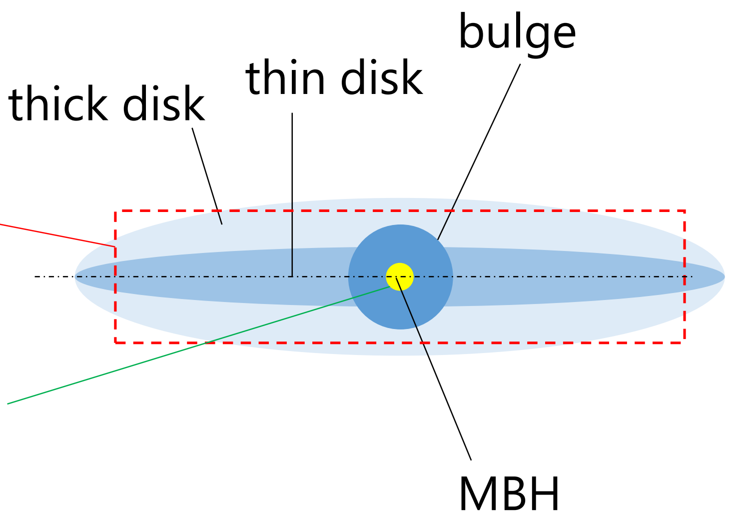
- タイプC：3体相互作用での合体

  $M_{\rm gas} \ll 10^5\ \Sigma M_{\rm BH}$

本研究の方法

① 銀河のスケールから
disk中の星の力学的摩擦
によって中心領域まで
落ちて行けるか

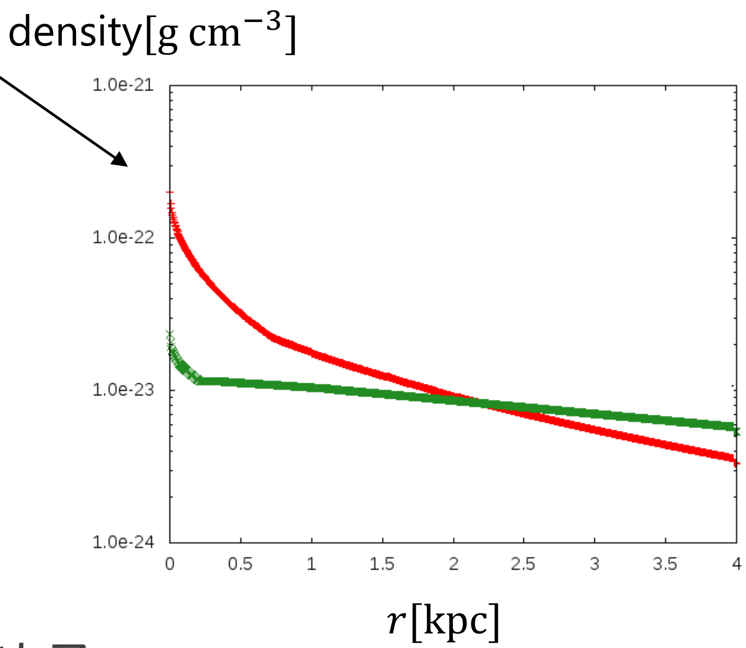
② 銀河中心領域から降着円盤中
のガスの力学的摩擦によって
中心MBHと合体して行けるか



本研究の方法　magi

- 銀河初期条件生成コード magi を用いて DMH、バルジ、thick disk、thin disk、中心MBHを置いたときのポテンシャル、密度等を取得

thick diskとthin diskの、disk面での密度($N = 1024$)



magi (by 三木さん)

球対称成分

Eddington formulaを用いて与える

円盤成分

Potential-density pairを、
Poisson方程式を数値的に解いて求める

本研究の方法

全体質量：$\sim 10^{12}\ \mathrm{M}_{\odot}$

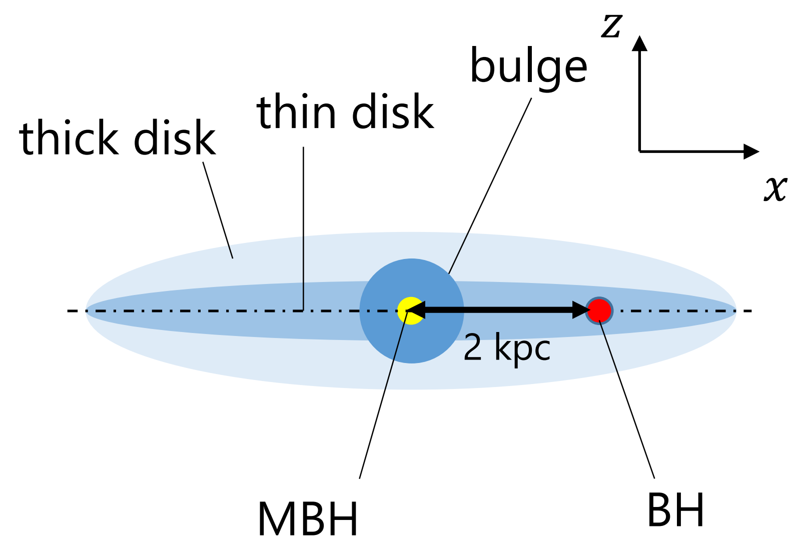
- DMH（NFWモデル）
  スケール半径10 kpc、質量$10^{12}\ \mathrm{M}_{\odot}$
- バルジ（Kingモデル）
  スケール半径1 kpc、質量$5\times10^{10}, 5\times10^{9}, 5\times10^{8}\ \mathrm{M}_{\odot}$
  中心集中パラメータ $c = 1.029$
- thick disk（Sersic profile $n = 2$）
  スケール半径5 kpc、スケールハイト1 kpc、質量$2.5\times10^{10}\ \mathrm{M}_{\odot}$
- thin disk（Exponential disk）
  スケール半径5 kpc、スケールハイト0.5 kpc、質量$2.5\times10^{10}\ \mathrm{M}_{\odot}$
- 中心MBH
  質量$10^{8}, 10^{7}, 10^{6}\ \mathrm{M}_{\odot}$

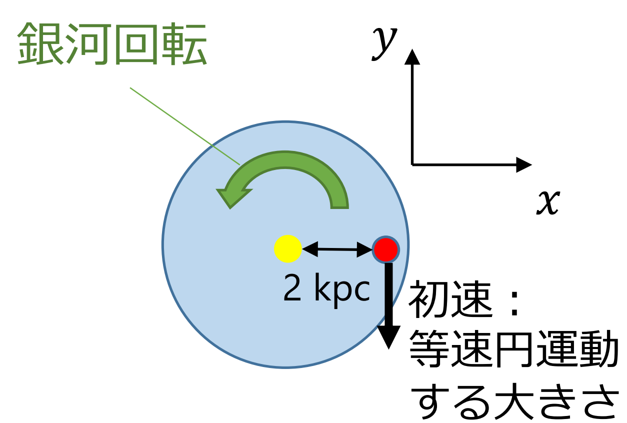
本研究の方法　①銀河スケール

状況設定

- 中心MBH質量 : $M = 10^8, 10^7, 10^6 \mathrm{M}_\odot$
- bulge質量 : $500M$（マゴリアン関係）
- BH質量m : 中心MBHの5/100以下
- 初速度は、$x-y$平面上で等速円運動する速度v_0に、αv_0 $(\alpha = [-0.1, 0.1])$の乱数を加える
- magiのpotential-densityデータは、r方向に 2kpc範囲内で8192個

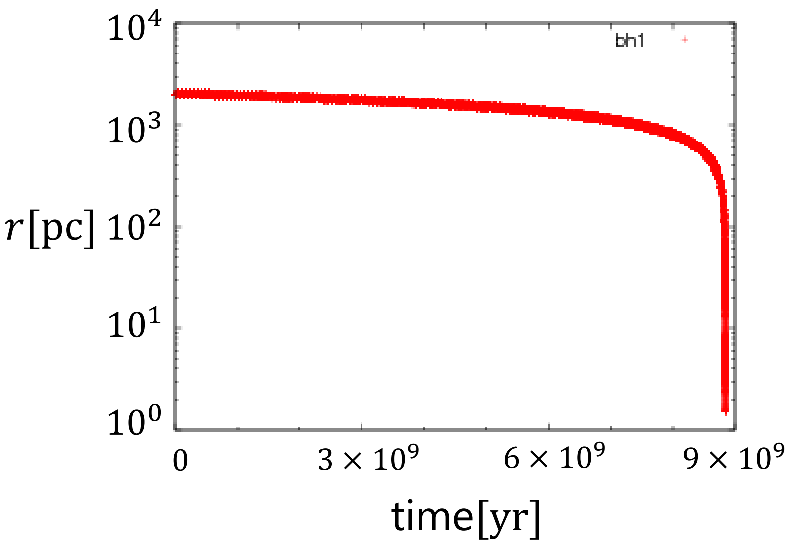
この条件で、宇宙年齢10^{10} yrに達するか、銀河中心領域1 pcまで収縮したら計算終了

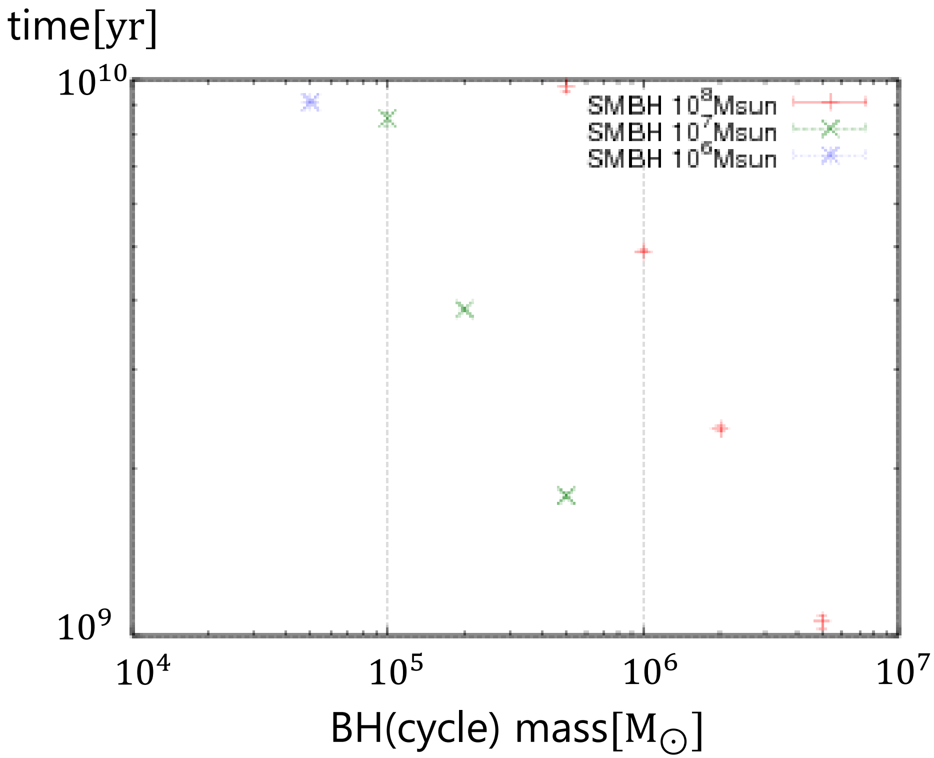




本研究の結果　①銀河スケール

$M = 10^8 \mathrm{M}_\odot, m = 10^6 \mathrm{M}_\odot$





$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{DF}}^{\mathrm{star}} = -4\pi G^2 (m_{\mathrm{BH}} + m_s)\rho \ln N \frac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{BH}} - \boldsymbol{v}_{\mathrm{s}}}{|v_{\mathrm{BH}} - v_{\mathrm{s}}|^3}$$

星の力学的摩擦による収縮のタイムスケール

$$\tau_s \cong \frac{v^3}{\pi G^2 m \rho \ln N} = 2.04 \times 10^{11} \left(\frac{m}{10^6 \mathrm{M}_\odot}\right)^{-1} \left(\frac{v}{285\ \mathrm{km\ s}^{-1}}\right)^3\ \mathrm{yr}$$

本研究の方法　②銀河中心のガス分布

静水圧平衡の式

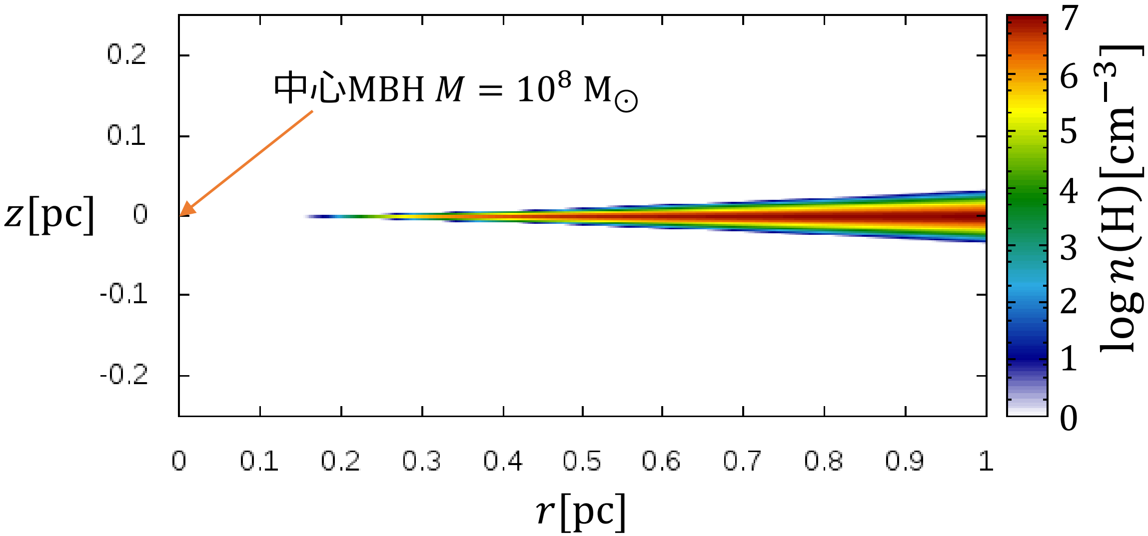
$$0 \sim -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dz} - \frac{GMz}{r^3}$$

実際はdiskのポテンシャルも考慮に入れて計算する必要がある

と状態方程式$P = nk_BT$、$\rho = m_{\mathrm{H}}n$から、Hガスの数密度分布は

$$n(r,z) = n_0 \exp\left(-\frac{\alpha z^2}{r^3}\right), \alpha \equiv \frac{GMm_{\mathrm{H}}}{2k_BT}$$

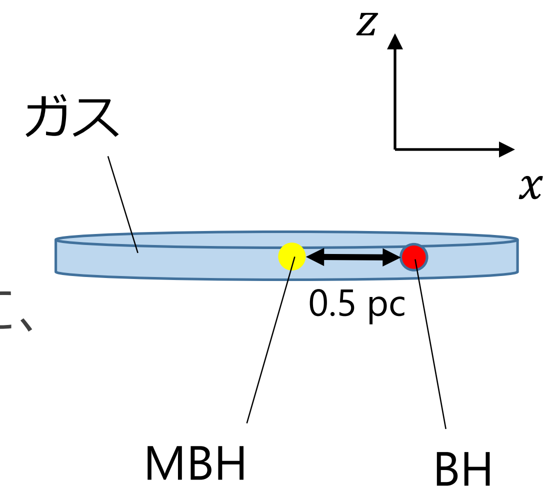
$n_0 = 10^7\ \mathrm{cm^{-3}}, T = 2000\ \mathrm{K}$

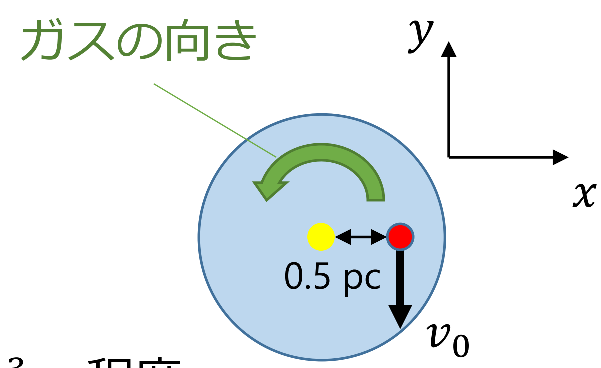


本研究の方法　②銀河中心領域

状況設定

- 中心MBH質量 : $M = 10^8, 10^7, 10^6 \mathrm{M}_\odot$
- bulge質量 : $500M$（マゴリアン関係）
- BH質量mは、中心MBHの1/100以下で
- 初速度は、$x-y$平面上で等速円運動する速度v_0に、αv_0 $(\alpha = [-0.1, 0.1])$の乱数を加える
- 中心軸のガスの数密度$n_0 = 10^7, 10^8, 10^9\ \mathrm{cm}^{-3}$
- magiのpotential-densityデータは、r方向に 1pc範囲内で1024個





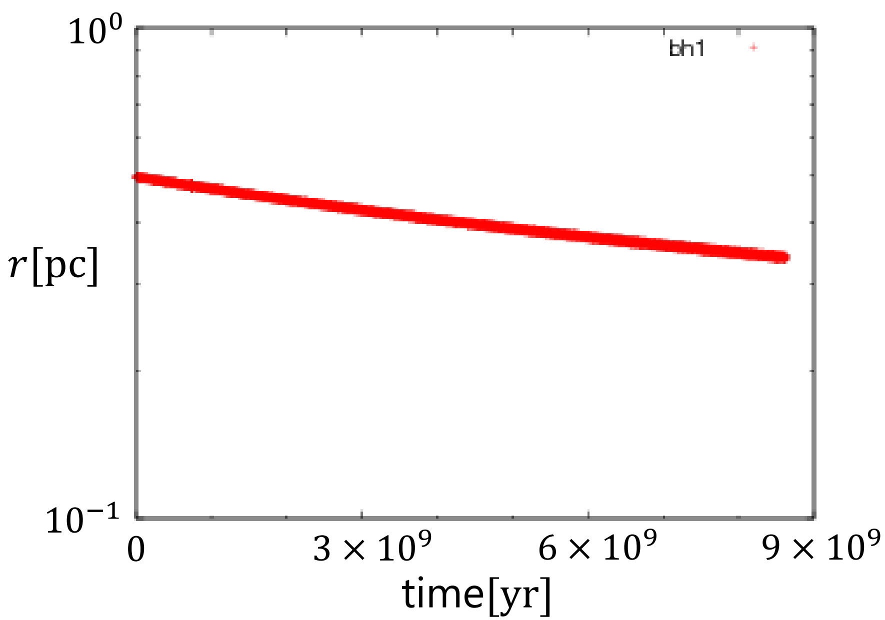
この条件で、宇宙年齢10^{10} yrに達するか、
MBHのシュヴァルツシルト半径の100倍まで
収縮したら計算終了

$M = 10^8\ \mathrm{M}_\odot$の場合、$10^{-3}$ pc程度

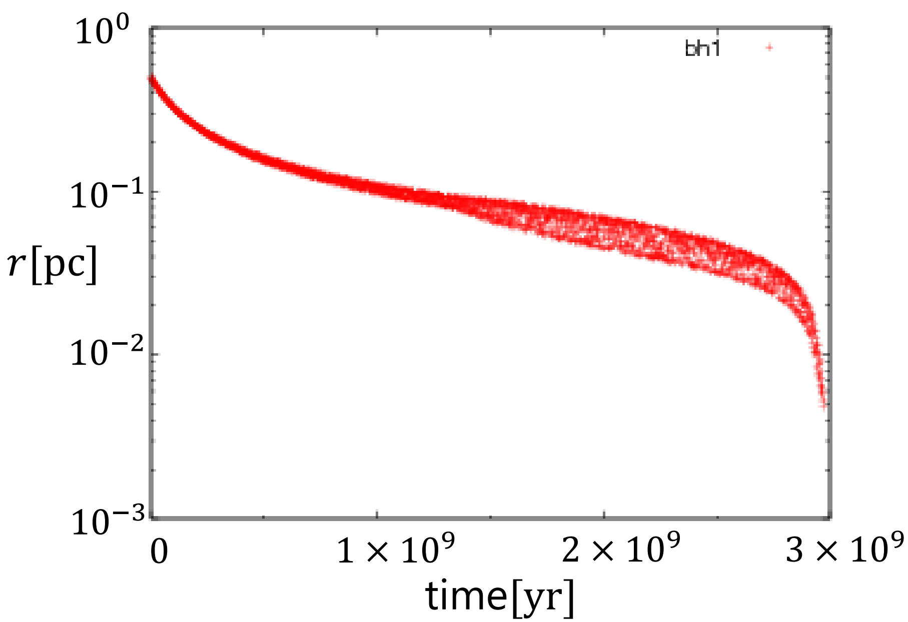
本研究の結果　②銀河中心領域

$M = 10^8\ \mathrm{M}_\odot, m = 30\ \mathrm{M}_\odot$

$n_0 = 10^7\mathrm{cm}^{-3}$



$n_0 = 10^9\mathrm{cm}^{-3}$



$$a_{\mathrm{DF}}^{\mathrm{gas}} = -4\pi G^2 m\rho(r)\frac{1}{v^2}\times f(\mathcal{M})$$

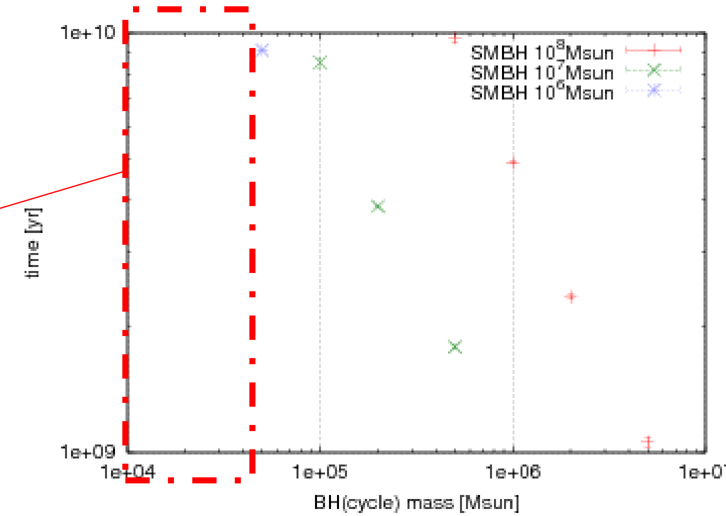
ガスの力学的摩擦による収縮のタイムスケール

$$\tau_{\mathrm{gas}} \cong \frac{M^{3/2}}{4\pi G^{1/2} m\rho r^{3/2}} = 4.52\times10^9\left(\frac{m}{30\ \mathrm{M}_\odot}\right)^{-1}\left(\frac{n_0}{10^9\ \mathrm{cm}^{-3}}\right)^{-1}\ \mathrm{yr}$$

今後の研究

- 5体程度のBHで計算し、
  3体相互作用によって軌道収縮にどれくらいの影響を及ぼすのか

  摩擦によって軌道収縮しないような
  BH質量・ガス密度でも、3体のBHによる角運動量の引き抜きで
  収縮する可能性



- 質量降着による効果も追加し、
  BHへの質量降着によって
  軌道収縮にどれくらいの影響を及ぼすのか

  BH質量が大きいほど摩擦も強く効くために、より収縮しやすくなる

今後の研究

考えられる合体過程

① 銀河スケール

a. 銀河スケールの時点でBH同士が合体し、
BH質量を増やして中心領域に落ちる

b. 銀河スケールの時点ではBH同士が合体せず、
そのまま中心領域に落ちる

② 銀河中心領域

a. 中心MBHと合体する前にBH同士が合体し、
BH質量を増やして中心MBHと合体する

b. BH同士が合体しないまま中心MBHと合体する