輻射拡散方程式を用いた Lya光子によるガス雲中での H-光解離率の評価

筑波大学M2　阿左美進也

梅村雅之, 安部牧人 (筑波大学)

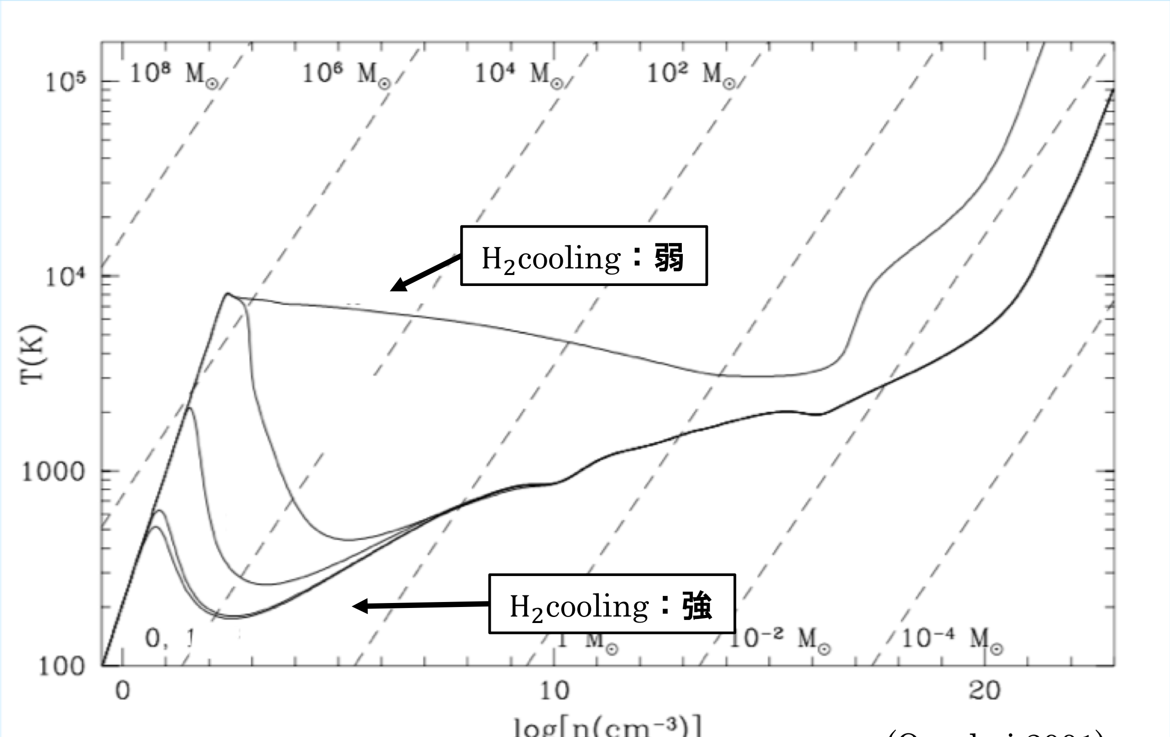
• Introduction

- **初代天体形成 (宇宙再電離, 重元素汚染の起源)**

  宇宙初期のガス雲 (始原ガス雲) : 重元素を持たない

  ➡ 天体形成に必要な冷却は水素原子、水素分子が支配的

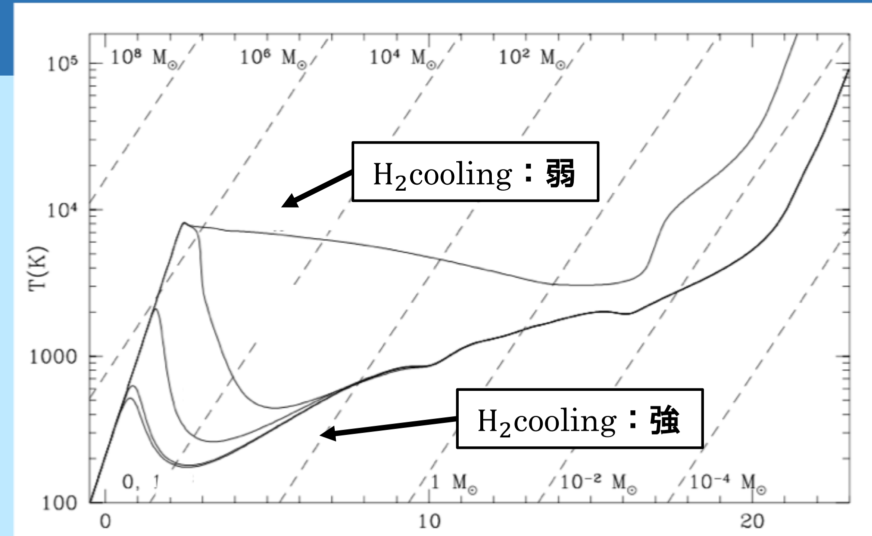
  - **水素原子の冷却では ~8000 K程度まで。**
  - **水素分子の冷却では数百 K程度まで下がる。**



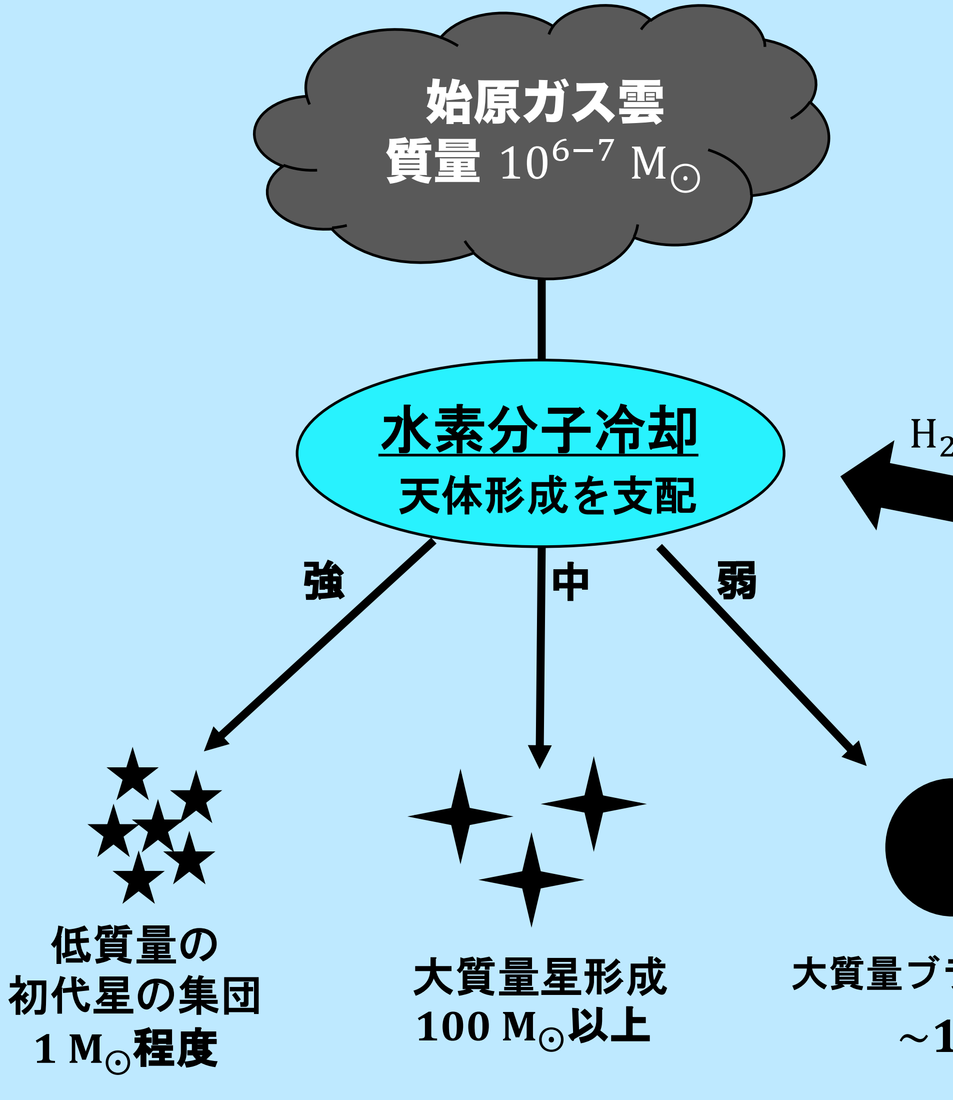
(Omukai 2001)

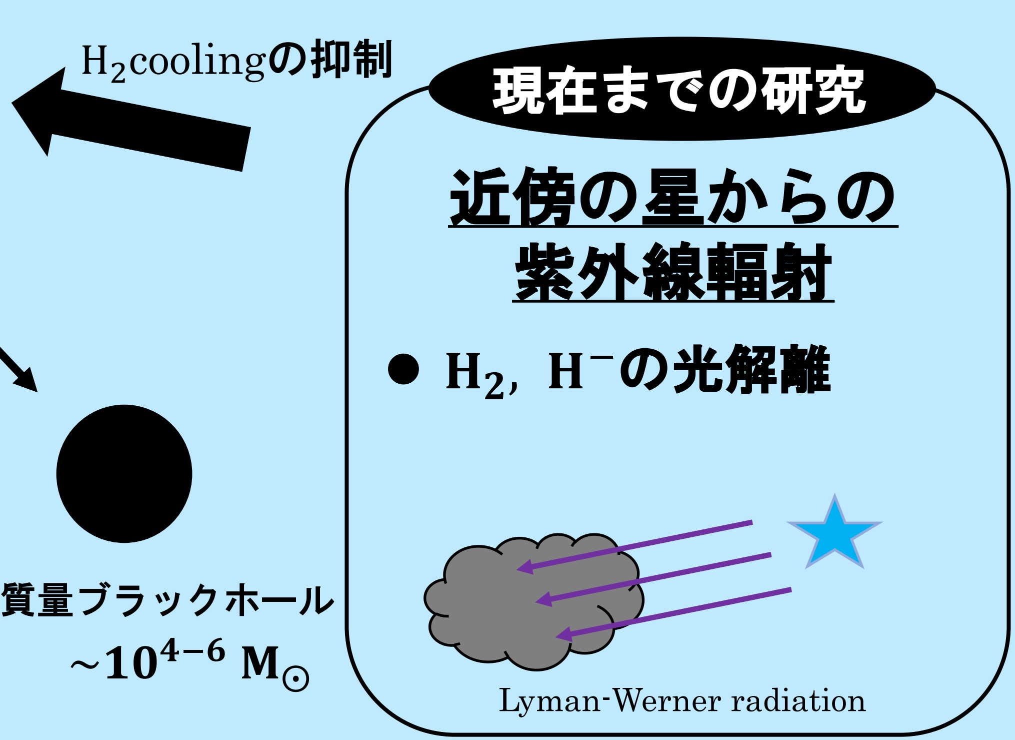
• Introduction

- 始原ガス雲から作られるの天体の種類・質量分布は明らかになっていない。



(Omukai 2001)





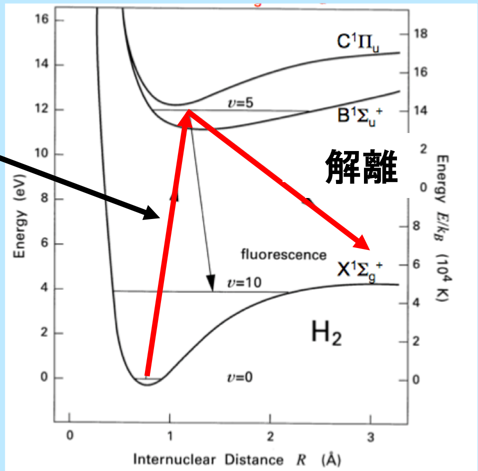
• Introduction

- **近傍の星からの紫外線輻射による**H_2cooling **の抑制**

$\boxed{H_2\textbf{光解離}}$ **直接**H_2**を壊す**

Lyman‐ Werner (LW) radiation.
(energy 11.2 ~ 13.6 eV)

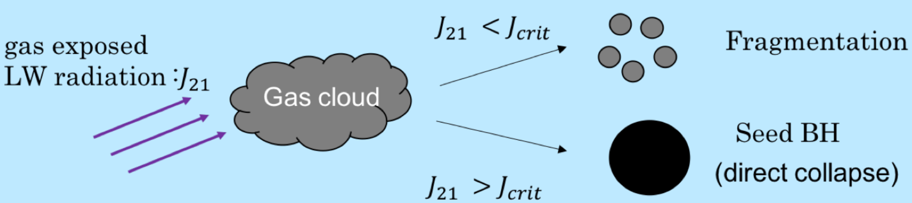
LW radiation
による励起



Stahler & Palla 2004

- **紫外線輻射の強度** J_{21} $[10^{-21}\ \mathrm{erg\ s^{-1}\ cm^{-2}\ Hz^{-1}\ sr^{-1}}]$

J_{crit} : H_2 cooling **を抑制して始原ガス雲を高温に保つために必要な外部からの紫外線輻射強度**J_{21}**の下限。**



先行研究により

光源 PopII (T=10^4 K)

J_{crit} : ~10, ~100

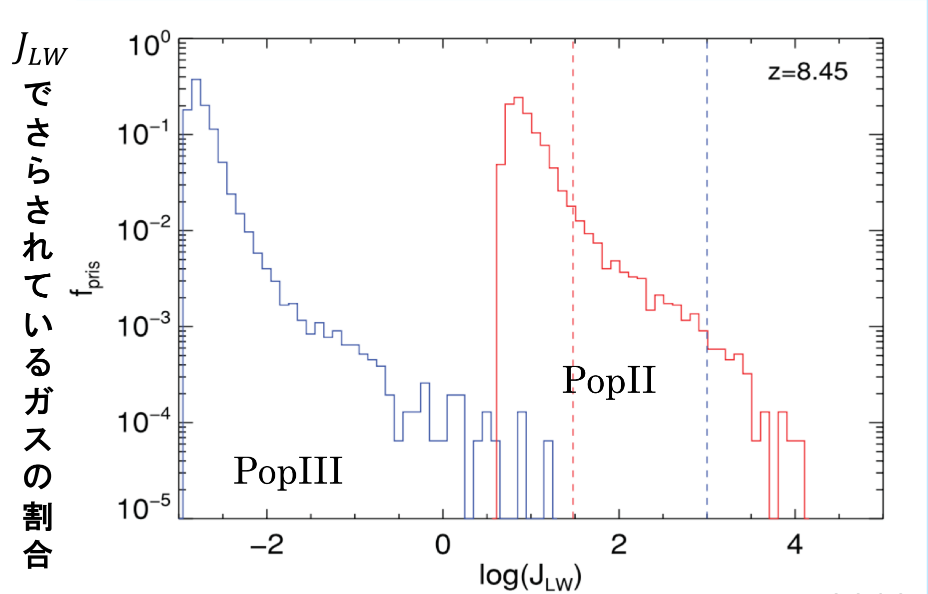
(**赤点線**)

光源 PopIII (T=10^5 K)

J_{crit} : ~100, ~1000

(**青点線**)

(cosmological simulation**の結果**)



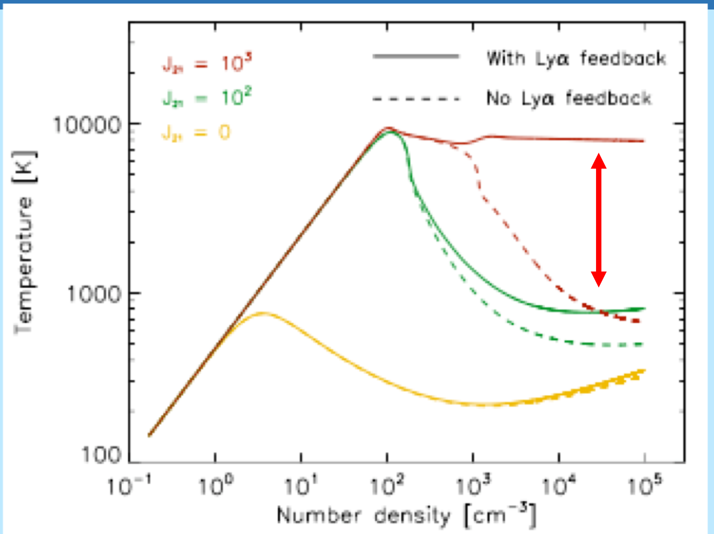
Agarwal et al 2012

• Introduction

- 水素分子冷却を抑制する新たな作用
  - H_2を作る主な反応 (Johnson and Dijkstra 2017)

$$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{H} + \mathrm{e}^- \rightarrow \mathrm{H}^- + \gamma \\ \mathrm{H}^- + \mathrm{H} \rightarrow \mathrm{H}_2 + \mathrm{e}^- \end{array}\right.$$

Photodetachmentに必要なエネルギー
0.76 eV 以上



Lyman α photon のエネルギー : 10.2 eV

➡ **H cooling により放出されるLyα 光子がガス雲中の H^- を壊し、H_2 形成に影響を与える可能性がある。**

➢ ガス雲中でのLyα光子の扱い

光学的に厚い領域での多重散乱によるLyα光子がtrapされる効果は、パラメータとして扱う。

$$L_{\mathrm{Ly}\alpha} = \frac{GM_{\mathrm{cloud}}^2}{r_{\mathrm{cloud}}}\frac{1}{t_{\mathrm{ff}}}$$

$$u_\alpha = \frac{L_{\mathrm{Lya}} \cdot \frac{r_{\mathrm{cloud}}}{c} M_F}{V_{\mathrm{cloud}}}$$

(M_F: 多重散乱による系外に抜けるまでの移動距離の増加)

➡ $$R_{\mathrm{detach}} = \sigma_{\mathrm{H}^-}\frac{u_\alpha}{\mathrm{E}_{\mathrm{Lya}}} c \cdot B$$

パラメータ

B : 中心付近により多くtrapされる効果（非一様性）

B = 1 ~ 10 として計算

⬇

Lya光子の輻射輸送を正確に扱った評価をする必要がある。

• Method

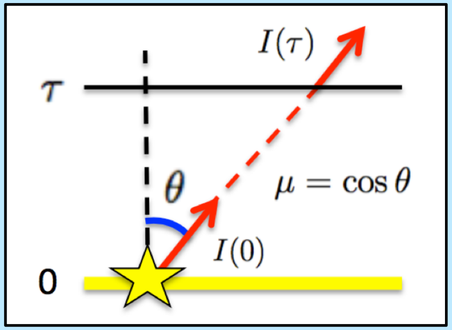
Lyα光子の輻射輸送計算

■ **輻射拡散方程式**

➢ **一次元無限平行平板における輻射輸送方程式**

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = \underbrace{-\alpha_\nu I_\nu}_{\text{減光}} + \underbrace{\alpha_\nu S_\nu}_{\text{増光}}$$

I_ν : 輻射強度, α_ν : 減光係数, S_ν : 源泉項
$\mu = \cos\theta$



(久喜さん修論スライド)

✓ **散乱のみの源泉項**

$$S_\nu = \frac{1}{4\pi\phi(\nu)} \int R(\nu;\nu') I_{\nu'} d\nu' d\Omega'$$

輻射強度の積分を含む

輻射輸送方程式

➡ **微分積分方程式**

➢ **モーメント方程式**

- 0次モーメント (輻射輸送方程式の両辺を立体角積分)

$$\frac{dH_\nu}{dz} = \alpha_\nu (S_\nu - J_\nu)$$

$$H_\nu = \frac{1}{4\pi}\int I_\nu \cos\theta d\Omega \qquad J_\nu = \frac{1}{4\pi}\int I_\nu d\Omega$$

- 1次モーメント (輻射輸送方程式の両辺に$\cos\theta$をかけて立体角積分)

$$\frac{dK_\nu}{dz} = -\alpha_\nu H_\nu$$

$$K_\nu = \frac{1}{4\pi}\int I_\nu \cos^2\theta d\Omega$$

- クロージャー関係式 (エディントン近似 : 輻射場が等方的であることを仮定)

$$K_\nu = \frac{1}{3} J_\nu$$

➡
$$\frac{1}{3\alpha_\nu}\frac{d^2 J_\nu}{dz^2} = \alpha_\nu (J_\nu - S_\nu)$$

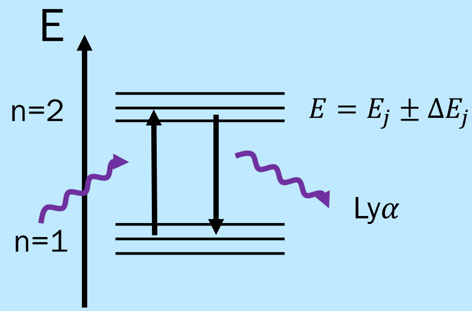
定常輻射拡散方程式

• Method

■ プロファイル関数：フォークトプロファイル $\phi(\nu)$

(輝線の振動数(単色)からのずれ)

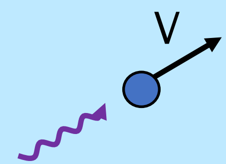
Lyαの振動数： 2.466×10^{15} Hz



量子力学的効果によるエネルギーの揺らぎ
（ローレンツプロファイル）

＋

吸収体の熱運動による相対的な振動数の変化
（ドップラープロファイル）

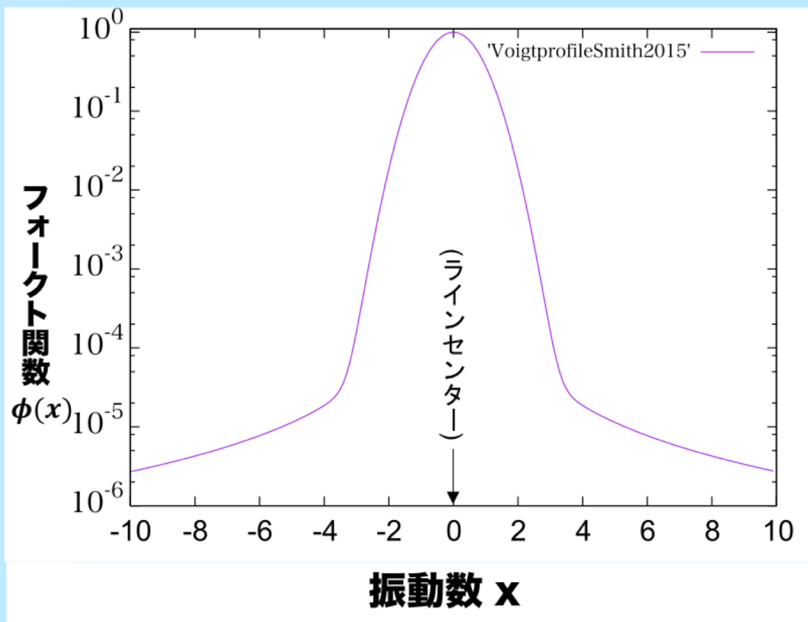


$\nu_{atom} = \nu_{rest}(1 - V/c)$

- Lya光子の散乱断面積

$$\sigma_\nu = f_{12} \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{1}{\Delta\nu_D} \underline{\phi(x)} \quad [\mathrm{cm}^2]$$

振動数がラインセンターからずれると
断面積が非常に小さくなる(~$10^{-5}\ \sigma_{\nu_0}$)



- 厳密に計算するためには数値的に積分を計算する必要がある

➡ Smith 2015 の近似関数を用いる

• Method

- **光学的厚みを用いた拡散方程式**

減光係数 α_ν

$$\alpha_\nu = \alpha_L \phi(\nu)$$

α_L : **全散乱断面積**

$$\int \phi(\nu) d\nu = 1$$

光学的厚み τ

$$d\tau = \alpha_L \, dz$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{3\phi(\nu)^2} \frac{\partial^2 J(\tau,\nu)}{\partial \tau^2} = J(\tau,\nu) - S(\tau,\nu)$$

- **源泉項** S_ν (**散乱のみを仮定**)

$$S_\nu = \frac{1}{4\pi\phi(\nu)} \int R(\nu;\nu') I_{\nu'} d\nu' d\Omega' = \frac{1}{\phi(\nu)} \int R(\nu;\nu') J_{\nu'} d\nu'$$

$R(\nu;\nu')$: **角度方向に平均化された再分配関数**

原子静止系で散乱前後の振動数変化が起きない（ドップラー効果で振動数再分配）
と仮定すると、再分配関数を以下の形で近似できる。(Rybicki & dell'Antonio 1994)

$$S(x) = \frac{1}{\phi(x)} \int R(x;x') J_{x'} dx' \approx J(x) + \frac{1}{2\phi(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi(x) \frac{\partial J(x)}{\partial x} \right)$$

無次元化された振動数

$$x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}$$

ν_0 : line center **での振動数**, $\Delta\nu_D = \frac{v_{th}}{c}\nu_0$: **ドップラー幅**

• Method

- Lyα光子の輻射拡散方程式

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{3\phi(x)^2}\frac{\partial^2 J(\tau,x)}{\partial\tau^2} &= J(\tau,x) - S(\tau,x) \\
&\approx J(\tau,x) - \left[J(\tau,x) + \frac{1}{2\phi(x)}\frac{\partial}{\partial x}\left(\phi(x)\frac{\partial J(\tau,x)}{\partial x}\right)\right] \\
&= \frac{1}{2\phi(x)}\frac{\partial}{\partial x}\left(\phi(x)\frac{\partial J(\tau,x)}{\partial x}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 J(\tau,x)}{\partial\tau^2} + \frac{3\phi(x)}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\phi(x)\frac{\partial J(\tau,x)}{\partial x}\right) = \underline{-3\phi^2(x)G(\tau,x)}
$$

放射源からの放射

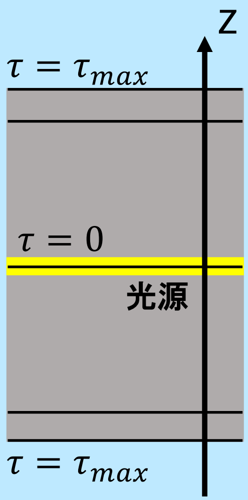


図. 光学的厚み τ

- 数値計算における境界条件

振動数 (x) 空間 : 振動数空間の両端で０

$$J(\tau, \pm\infty) = 0$$

光学的厚み (τ) 空間 : 輻射場が等方的→表面での外向きの輻射について以下の関係が成り立つ

$$J(\tau_{\rm max}, x) = 2H(\tau_{\rm max}, x) = \frac{2}{3\phi(x)}\left(\frac{\partial J(\tau,x)}{\partial\tau}\right)_{\tau=\tau_{\rm max}}$$

安部さん（筑波大学）の作成した計算コードを使用

• Method

- **媒質の環境**
  - **中心から**Lyα line center **が放出される**
  - **空間的に一様な媒質を仮定**
  - **計算上のパラメータ**

    温度T, **数密度**N,

    line center **に対する系の光学的厚み**$\tau_{\mathrm{line\ center}}$

- **系の光学的厚みの設定**

$$\tau_{\mathrm{line\ center}} = n\,\sigma\,L = N_H\,\sigma$$

$$\sigma = f_{12}\,\frac{\pi\,e^2}{m_e\,c}\,\frac{1}{\Delta\nu_D} = 5.89\times10^{-14}\left(\frac{T}{10^4}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

原始ガス雲の質量 : $10^6 M_\odot$

密度 : $0.1 \sim 10^5$

➡ $\tau_{\mathrm{line\ center}}$: $10^6 \sim 10^{12}$ (**一様球を仮定**)

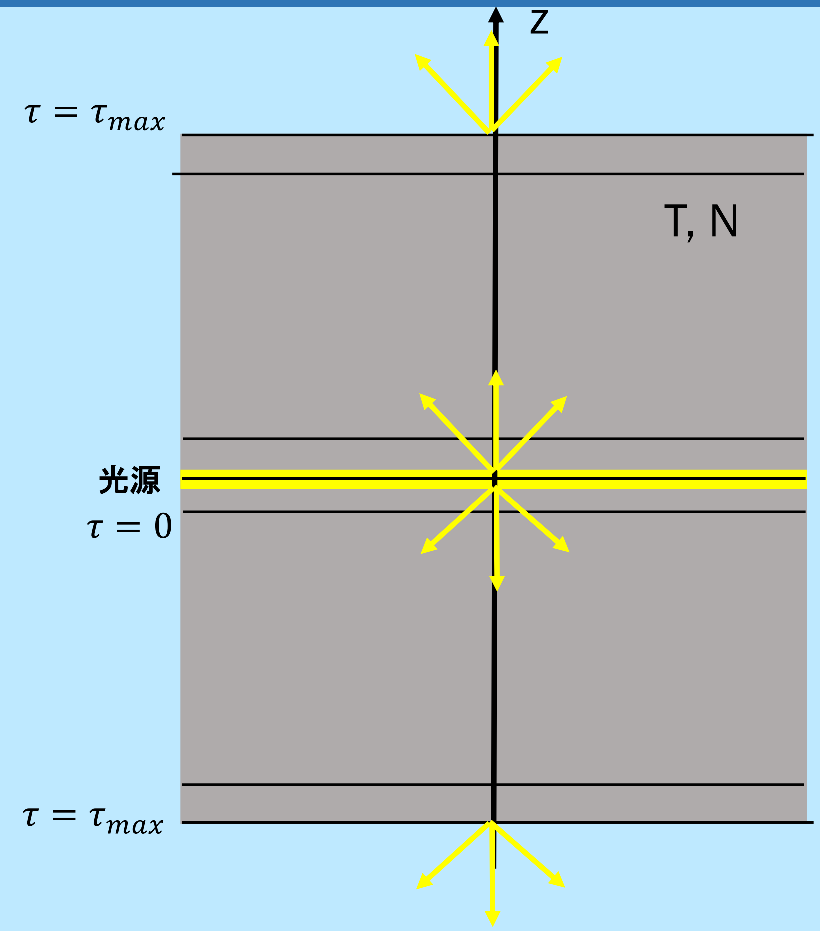


図. 光学的厚み τ

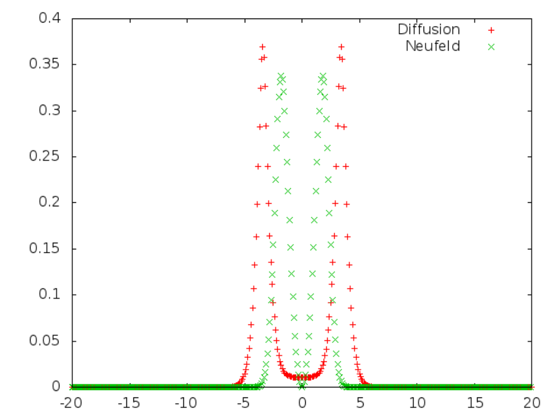
今回の計算では、 $\tau_{\mathrm{line\ center}}$: $10^4 \sim 10^{10}$ **まで実行。**

• Result

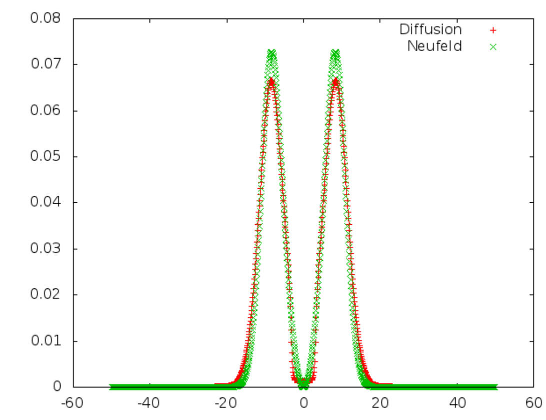
- **脱出光子スペクトル**

N=0.1, T= 10^3

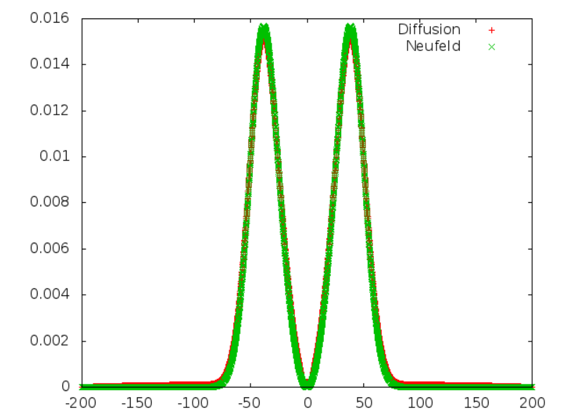
赤：拡散方程式
緑：Neufeld**解**



tau= 10^4



tau= 10^6



tau= 10^8

光学的に十分厚くなるとNeufeld**解**(**ローレンツプロファイルのみを考慮した解**)**と一致**

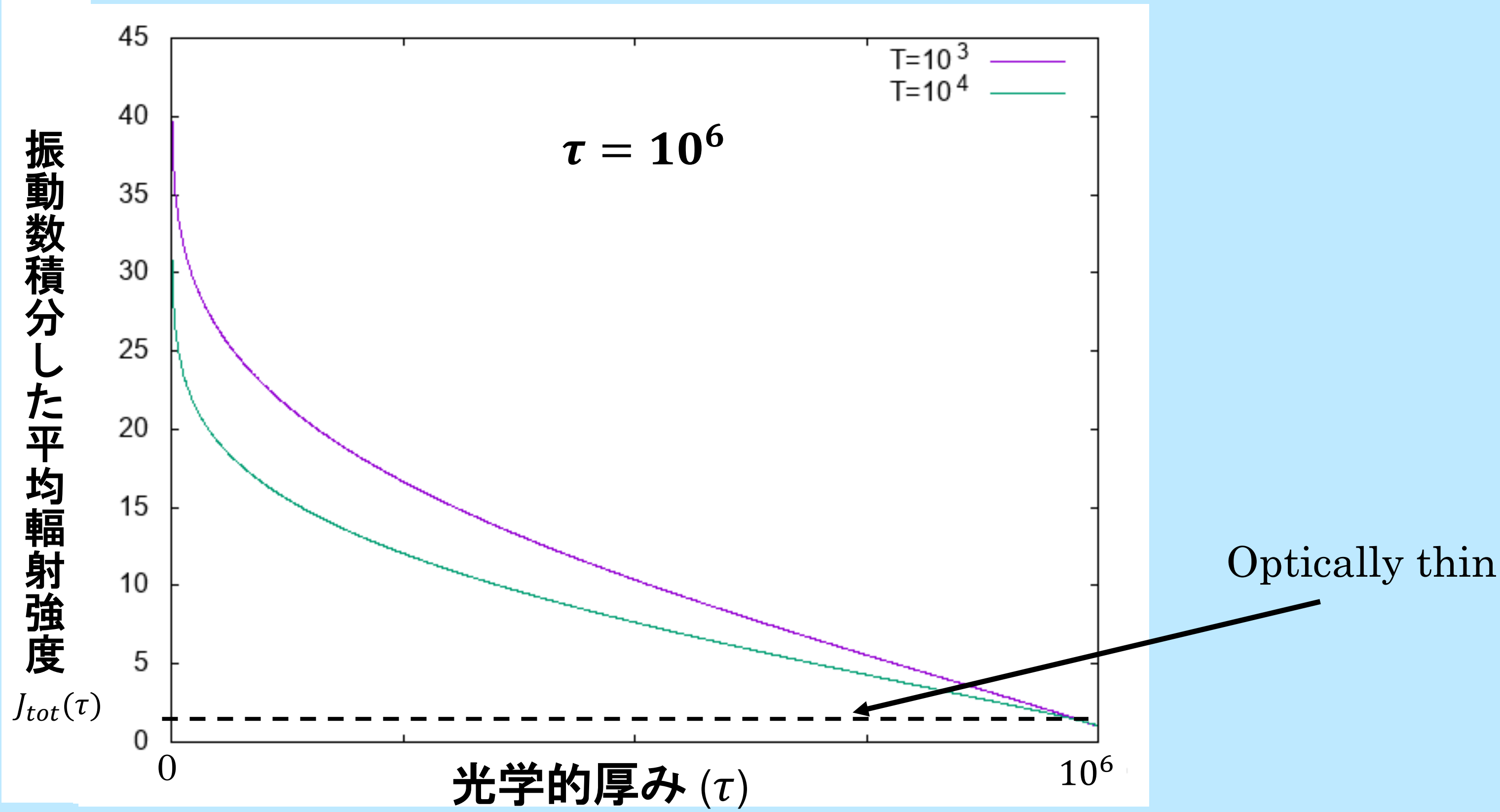
Neufeld**解**

$$J(x) = \frac{\sqrt{6}}{24 a \tau_{\mathrm{L}}} \frac{x^2}{\cosh[\sqrt{\frac{\pi^4}{54}}(|x^3|/a\tau_{\mathrm{L}})]}$$

• Result

- **振動数積分した平均輻射強度J_{tot}のτ分布** (**入射の輻射強度を1とした場合**)

$$J_{\mathrm{tot}}(\tau) = \int J(\tau, x)dx$$



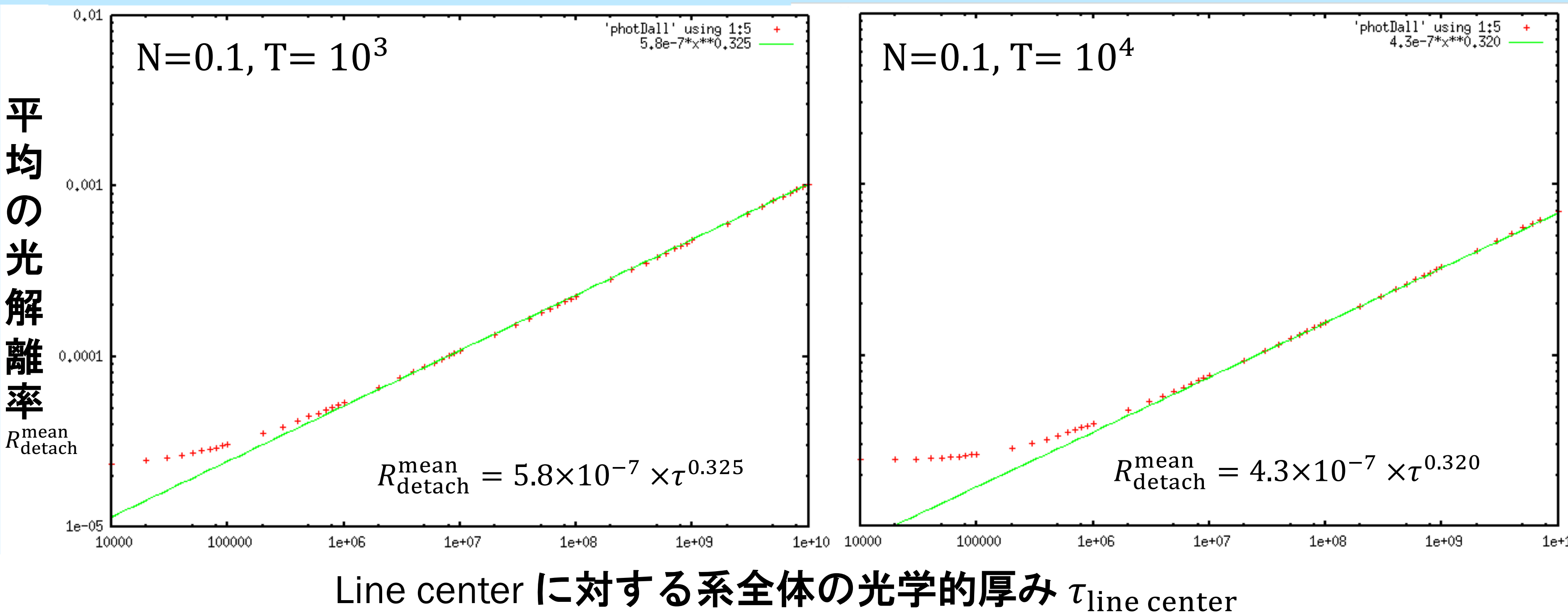
多重散乱による効果で光源に近づくほど平均輻射強度が上昇する。

• Result

- Lyα光子によるH$^-$光解離率の評価 ($\tau_{\text{line center}} = 10^4 \sim 10^{10}$)

$$R_{\text{detach}}(\tau) = 4\pi \int_{\nu_{\min}}^{\nu_{\max}} \frac{J(\tau,\nu)}{h\nu} \sigma_{\text{H}^-}(\nu) d\nu$$

➢ τ空間で平均した光解離率 $R_{\text{detach}}^{\text{mean}}$ ($\tau_{\text{line center}}$)として評価 (<u>入射の輻射強度を1とした場合</u>)



• Result

- Johnson & Dijkstra 2017の見積もりを用いた評価

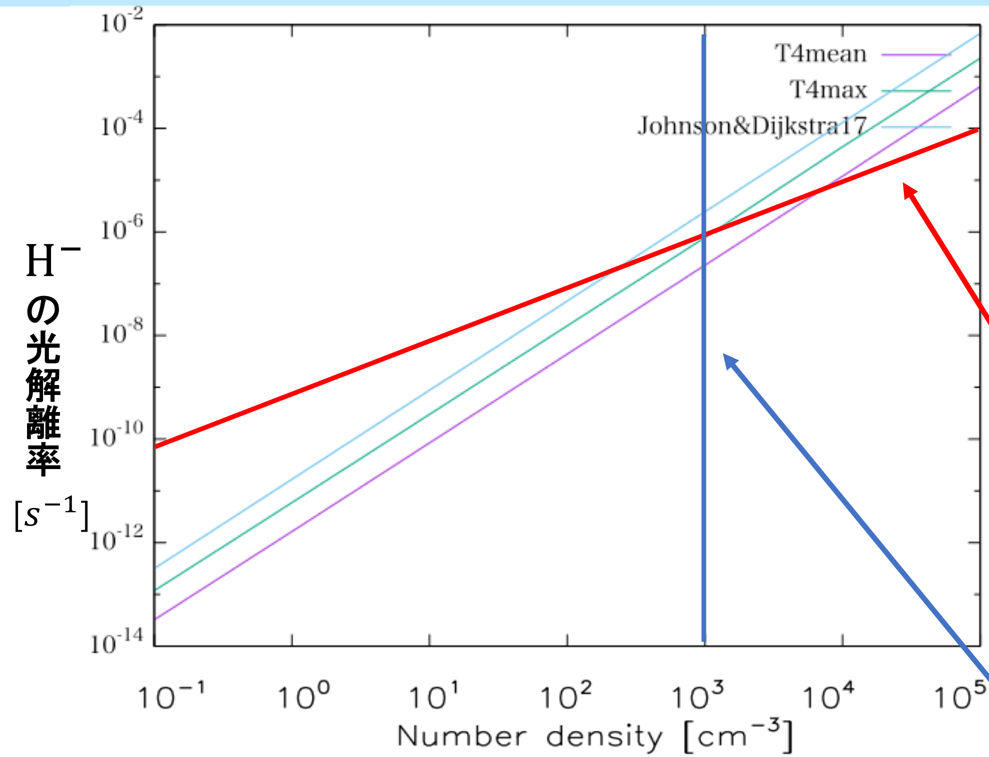
$$L_{\mathrm{Ly}\alpha} = \frac{GM_{\mathrm{cloud}}^2}{r_{\mathrm{cloud}}}\frac{1}{t_{\mathrm{ff}}}$$

このLuminosityから具体的なfluxを計算

- $\mathrm{H_2}$を作る主な反応

$$\begin{cases} \mathbf{H} + \mathbf{e}^- \rightarrow \mathbf{H}^- + \gamma \\ \mathbf{H}^- + \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H_2} + \mathbf{e}^- \end{cases}$$

系の半径におけるfluxを並行平板大気での入射fluxとして拡散方程式に代入



- 拡散方程式での放射源の輻射強度

$$F = \frac{L_{\mathrm{Lya}}}{4\pi r_{\mathrm{cloud}}^2}$$

$$\rightarrow J_0(\tau = 0) = \frac{L_{\mathrm{Lya}}}{4\pi r_{\mathrm{cloud}}^2}\frac{1}{\pi}$$

- $\mathrm{H_2}$形成の反応

$$\mathrm{H}^- + \mathrm{H} \rightarrow \mathrm{H_2} + \mathrm{e}^-$$

$$R_{\mathrm{H_2\,form}} = 4.0\times10^{-9} \times T^{-0.17} \times n_{\mathrm{H}}\ [s^{-1}]$$

(Galli & Palla 1998)

密度が10^3 $[\mathrm{cm}^{-3}]$以上になると
Lyα光子によるH^-光解離が優勢になる

• Conclusion

- 一様密度の媒質において、Voigtプロファイルを考慮した場合、Lyα光子の平均のH^-光解離率$R_{\mathrm{detach}}^{\mathrm{mean}}$は系全体の光学的厚み$\tau$に対して
$$R_{\mathrm{detach}}^{\mathrm{mean}} \propto \tau^{\frac{1}{3}} \times \frac{F_{in}}{\pi}$$
の依存性があることがわかった。

- 系の密度が$10^3\ [\mathrm{cm}^{-3}]$以上になるとH_2形成の反応よりも、Lyα光子によるH^-光解離の効果が優勢になることがわかった。

今後の予定

- 密度勾配、速度勾配がある場合の輻射輸送計算を行い、H^-光解離率の評価を行う。

- エディントン近似が成り立たなくなる表面付近において、輻射輸送方程式の直接計算を行うRDTコードでの計算と拡散方程式での計算を比較する。