

コールドダークマターハローの カस्प-コア遷移における力学過程

加藤一輝(筑波大学)

共同研究者

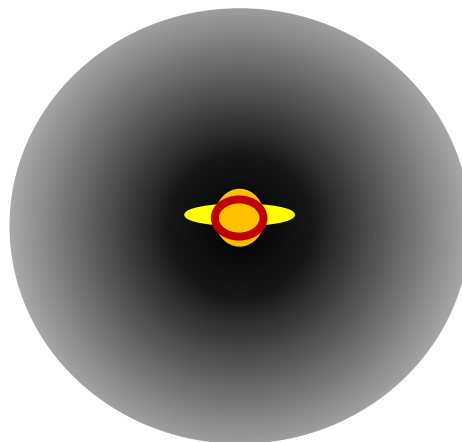
森正夫(筑波大学)

扇谷豪(Observatoire de la Côte d'Azur)

穂積俊輔(滋賀大学)

・研究紹介

矮小銀河における
ダークマターハローの
中心部の
理論と観測の矛盾に
関する研究



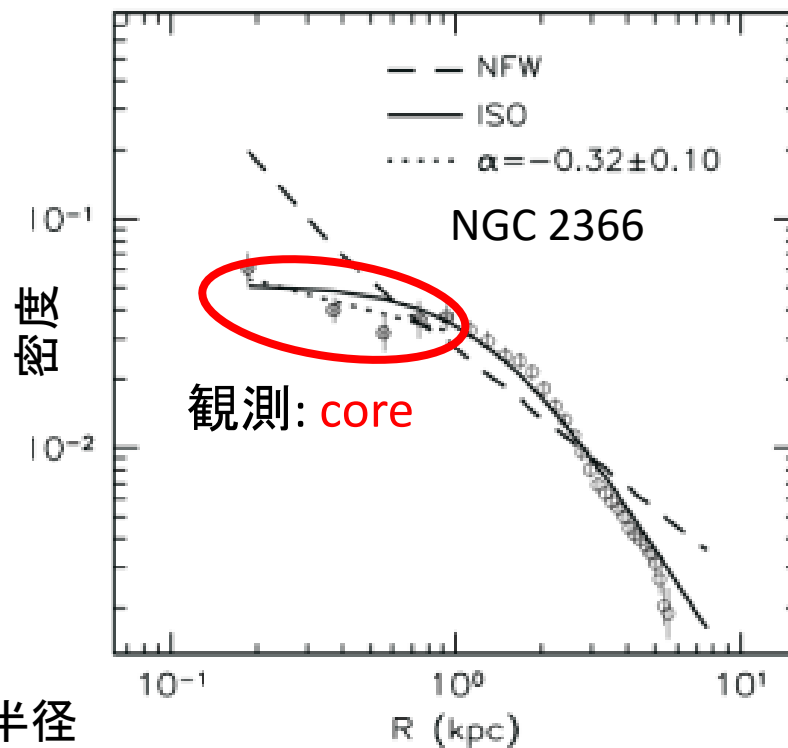
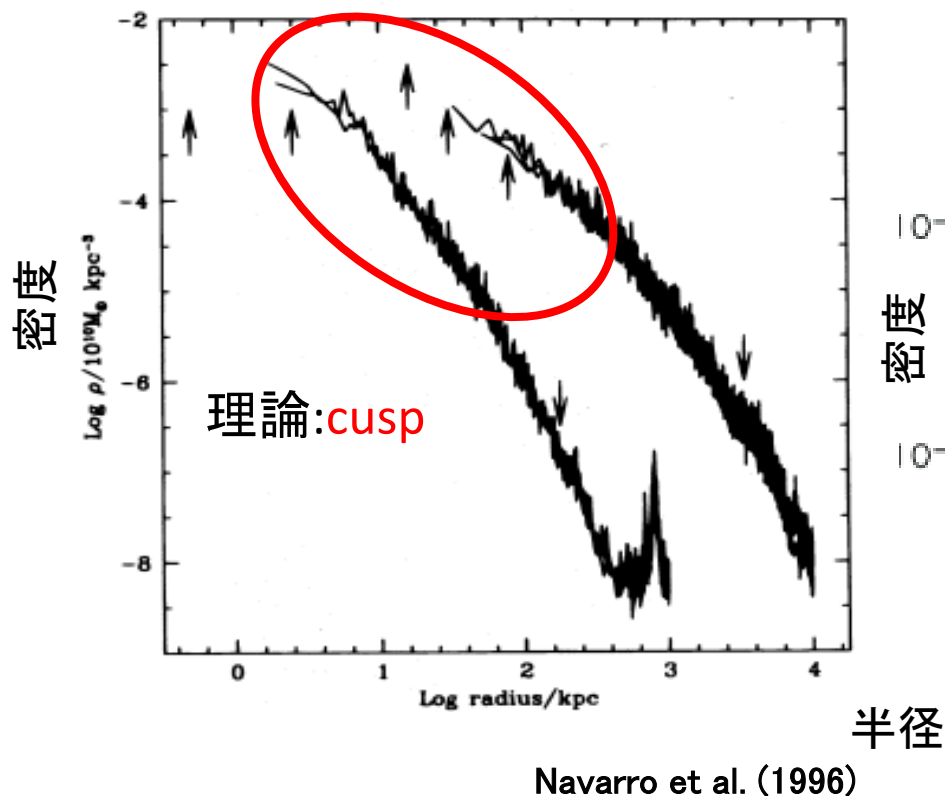
概念図

introduction

標準的な構造形成理論である**Cold dark matterモデル**は、
宇宙の大規模構造の統計的な性質を再現することに成功したが、
銀河スケール以下の構造でいくつかの問題が存在する

Cusp-core問題

Dark matter halo (DMH) の**中心部の密度分布の矛盾** Burkert (1995)等



Oh et al. (2011)

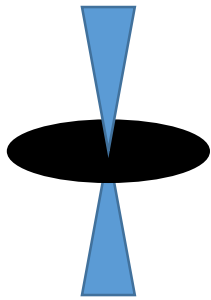
・解決策

・WDM等,DMの性質を変えcore構造のDMHを作る

・DMHの加熱

CDMモデルの予言通り、DMHは始めcusp構造を持っているが、何らかのフィードバックによって加熱されcore構造へと遷移する

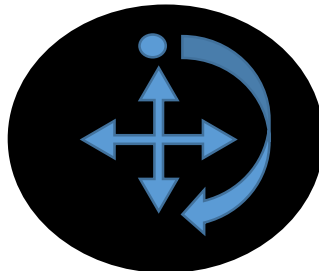
活動銀河核



Martizzi et al. (2013)

大質量ブラックホールが必要だが、全ての矮小銀河に存在するか保証されていない

大質量天体の運動

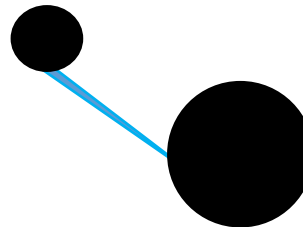


Madau et al. (2014)

Di Cintio et al. (2014)

DMHの中心付近に沢山または非常に重い大質量天体が必要だが、これらの存在は保証されていない

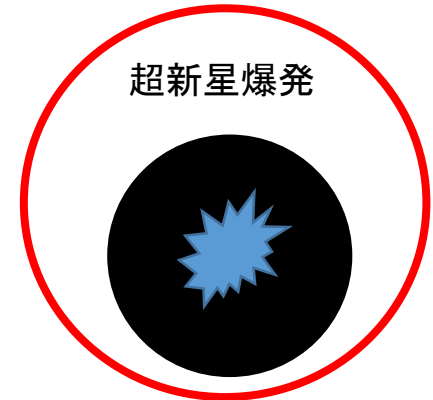
潮汐力



Mayer et al. (2006)

DMH中心部まで影響が出にくい

超新星爆発



等がある

Navarro, Eke and Frenk (1996)

Ogiya and Mori (2011,2014)

Pontzen and Governato (2012)

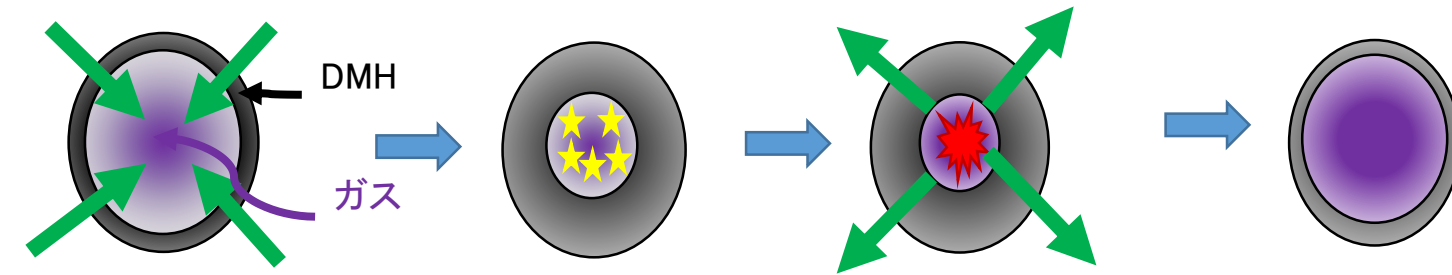
Di Cintio et al. (2014)

DMH中心部で必ず起こる

目的1

- ・CDM理論通りにDMH形成時はcusp構造を持っているが、周期的なSNフィードバックによる重力場変動でcusp-core遷移が起きるかどうかを検討する

考察する物理過程



重力によりガス収縮

星形成

SNによりガスが膨張

ガスにつられ、DMHの密度変化

- ・先行研究では

Garrison-Kimmel et al. (2013) (G13) : 起きない

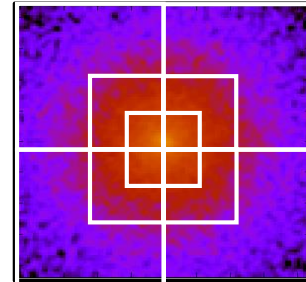
Ogiya and Mori (2014) (O14) : 起きる+コア半径は振動周期に依存

この矛盾を解決するために、G13の計算条件で振動周期だけ変えて計算してみる

シミュレーションの方法

独自開発したNested Particle-Mesh法でN体計算

中心程メッシュ幅を小さくすることで、
低コストで高解像度が得られる



シミュレーションモデル

DMH

最小メッシュ幅: 17pc

粒子数: 16,777,216 個

密度: $\rho = \frac{\rho_s r_s^3}{r(r_s+r)^3}$ Hernquist (1990)

スケール密度: ρ_s

スケール半径: $r_s = 2.2 \text{ kpc}$

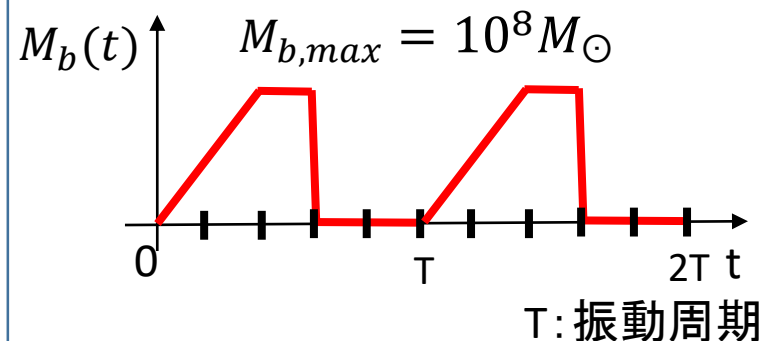
全質量: $2.28 \times 10^9 M_\odot$

cf. G13

ガス: 質量を変えて周期的な
摂動を加える

$$\text{摂動: } \mathbf{a}(\mathbf{r}) = \frac{-GM_b(t)}{(r+r_b)^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

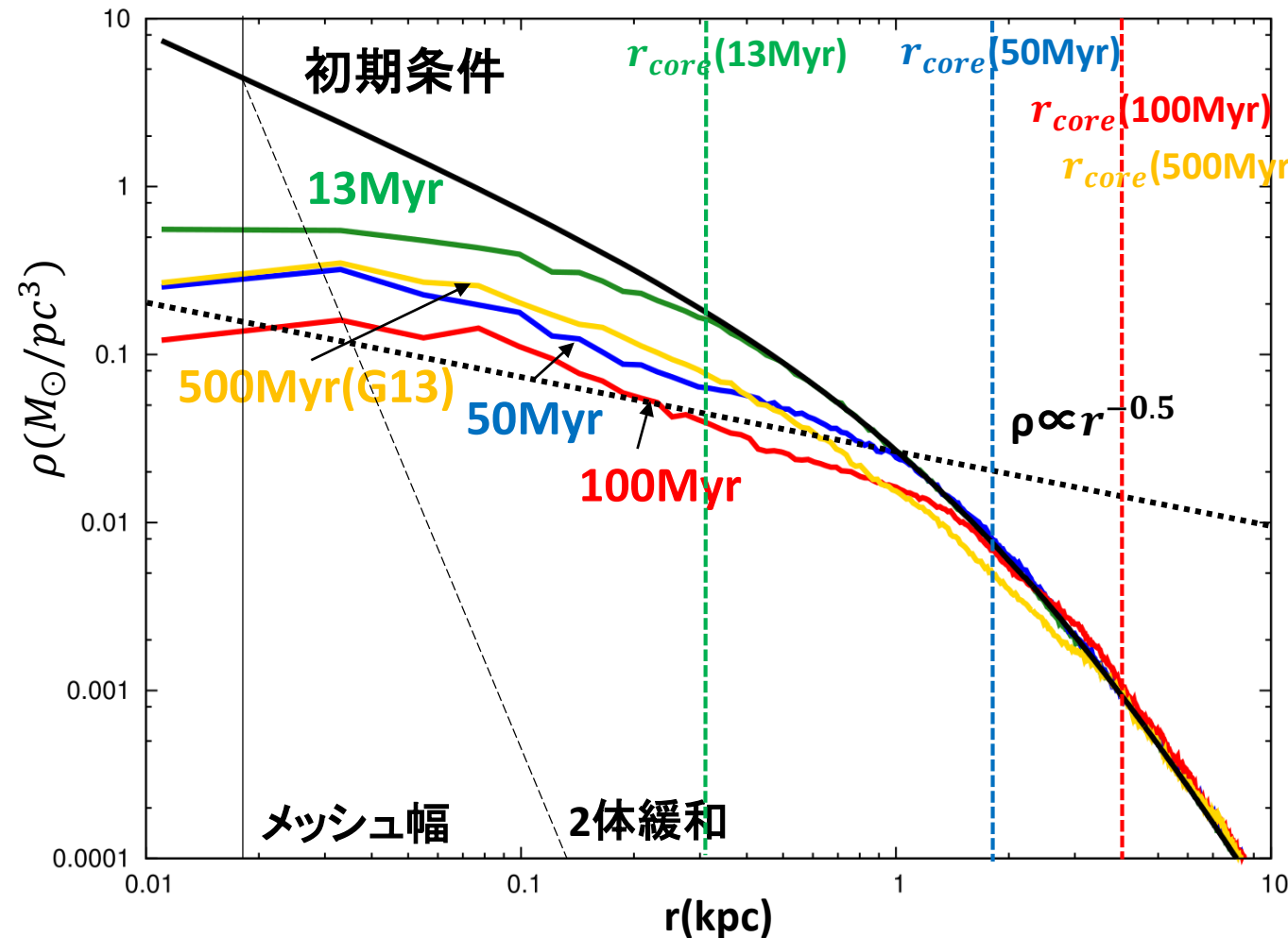
スケール半径: $r_b = 0.21 \text{ kpc}$



10回の摂動を加える

シミュレーション結果

摂動後に $10t_{\text{dyn}}$ において準平衡状態になっている



・O14の線形モデル
による T - r_{core} 関係

$$T = \sqrt{\frac{3}{32G\rho(r_{\text{core}})}}$$

T : 振動周期
 r_{core} : コア半径

・線形モデルの
コアの位置が
計算とずれている

原因は
モデルorシミュレーション

- ・適切な周期でfeedbackを加えると観測と無矛盾なコアの位置と冪を再現
cf. 観測: $0.1 \sim 0.3 \text{ kpc}$ での冪は $-0.2 \sim -0.5$ (Oh et al. 2011)
- ・G13は $T=500 \text{ Myr}$ でコア半径が大きく、観測を再現できなかった
- ・コア半径は振動周期に依存し大きくなる (O14の主張と一致)

目的2

- ・線形モデルを用いてシミュレーションを評価するために、
O14の線形モデル(**oldモデル**)を改良し、
より精度の良い線形モデル(**newモデル**)を作る
- ・コアを形成する物理をより詳しく知るために、
DMHの時間進化をフーリエ分解して調べる

線形モデルの概要

- ・DMH、外場の摂動は球対称
- ・DMHに周期的な摂動を加える
- ・摂動をフーリエ級数展開し、各フーリエモードの寄与を考える
- ・線形化された流体方程式を解いて、DMHに励起される速さ v_{ind} を求める

線形化された流体方程式

$$\frac{\partial v_{ind}(t, r)}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v_{ind}(t, r)}{\partial r} = - \frac{\partial \Phi_{ex}(t, r)}{\partial r} \quad v_0: \text{速さ(定数)}$$

改良点1: 倍音成分の寄与を良く捉えられるようにする

・oldモデル: cos のみでフーリエ級数展開

$$-\frac{\partial \Phi_{ex}}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(kr - n\Omega t)]$$

$$v_{ind}(r, t) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{kv_0 - n\Omega} A_n \{ \sin[k(r - v_0 t)] - \sin[kr - n\Omega t] \}$$

A_n, B_n : 振幅, k : 波数, n : フーリエモード, Ω : 角振動数

・newモデル: 空間方向にも m で離散化し、exp でフーリエ級数展開

$$-\frac{\partial \Phi_{ex}(r, t)}{\partial r} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} \exp(i[mkr - n\Omega t])$$

$$v_{ind}(r, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{iC_{n,m}}{mkv_0 - n\Omega} \{ \exp[i mk(r - v_0 t)] - \exp[i(mkr - n\Omega t)] \}$$

$C_{n,m}$: 振幅, k : 波数, n, m : フーリエモード, Ω : 角振動数

・ v_{ind} が $mkv_0 = n\Omega$ で発散しているように見えるが、ロピタル定理で抑えることが出来る

・この点が共鳴点で、ランダウ共鳴によってエネルギーが輸送される

改良点2: T- r_{core} 関係の精度を上げる

共鳴条件より $v_0(r) = \frac{n\Omega}{mk} = \frac{n\lambda}{mT}$ λ :波長, T :周期

O14より $n = 1, mk = 2\pi/r$ の摂動がコア半径をつくることが知られているので

$$v_0(r_{core}) = \frac{nr_{core}}{T}$$

※DMHの典型的な速度の分布、 $v_0(r)$ の取り方の自由度がある

・oldモデル: 力学的速さ

$$v_0(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

$M(r)$:半径 r 内の質量

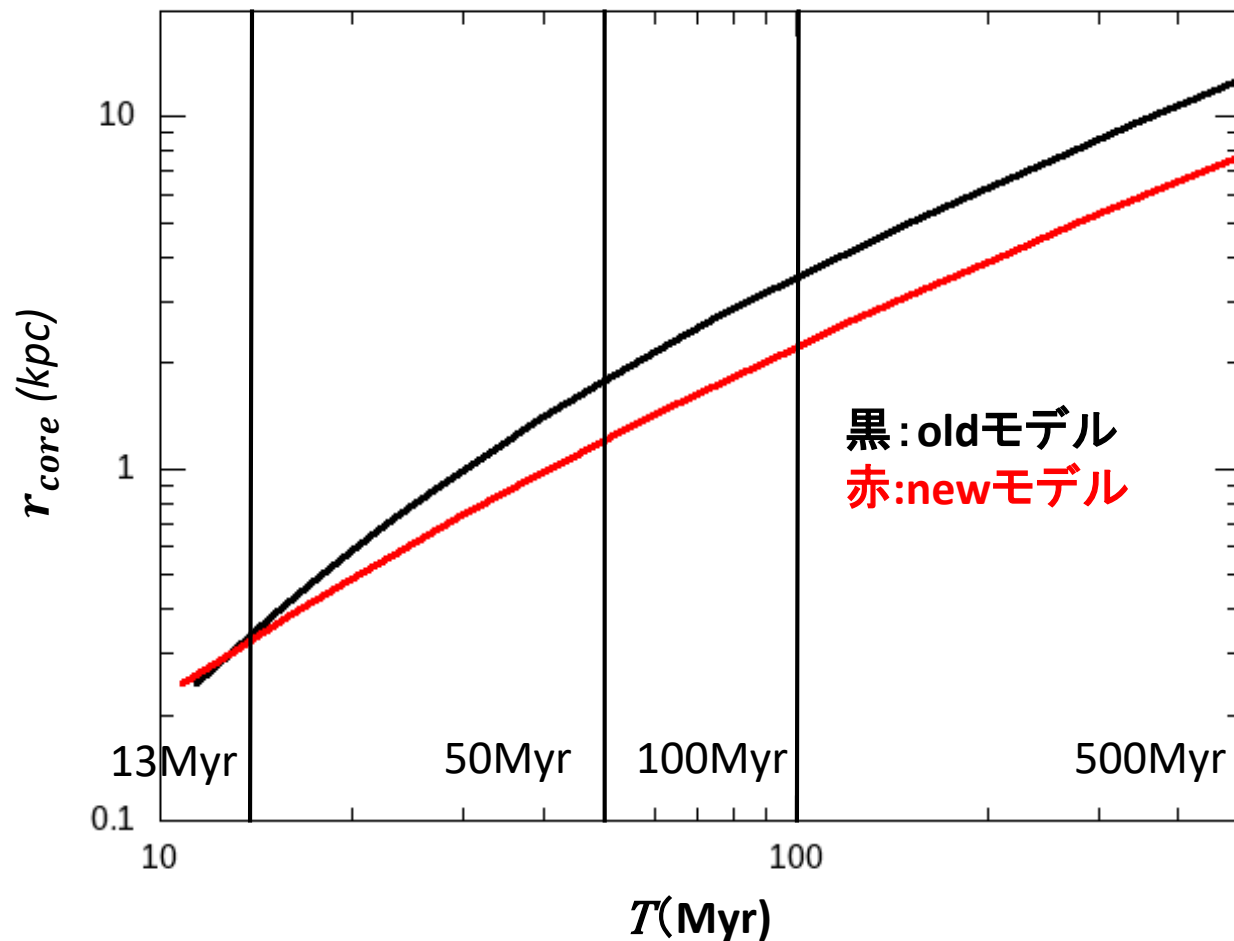
・newモデル: ジーンズ方程式を解く

$$v_0(r) = \sqrt{\sigma_r^2(r)} \quad \sigma_r^2(r) = \frac{1}{\rho(r)} \int_r^\infty \rho(r') \frac{\partial \Phi(r')}{\partial r'} dr'$$

ρ : 密度, ϕ :ポテンシャル

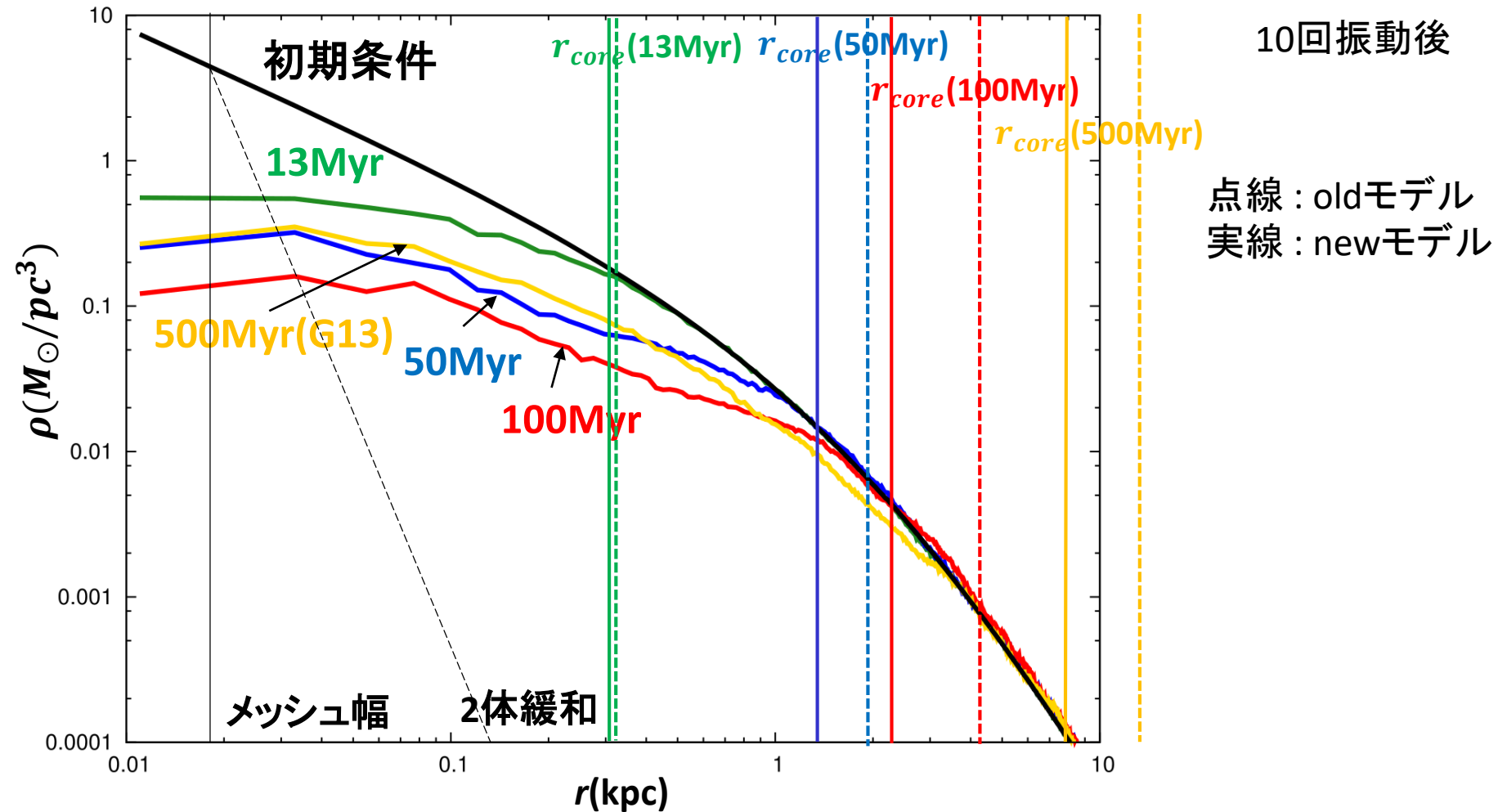
速度の等方性より、
速度分散と速度分布の2乗平均 は一致する

T- r_{core} 関係



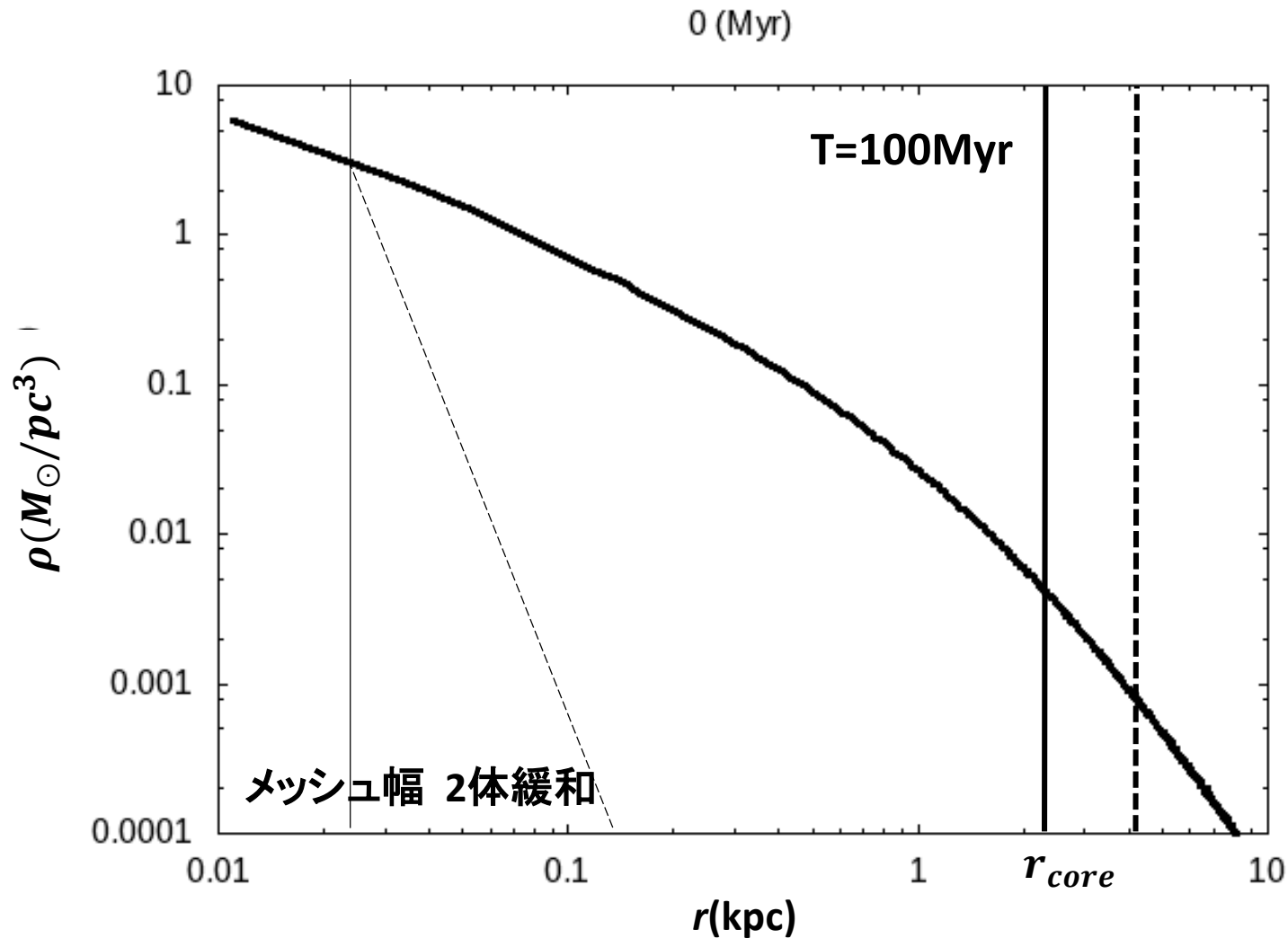
- ・全体的に r_{core} の形成位置が小さくなった
シミュレーション結果と比較する

oldモデルとnewモデルでのコア半径をシミュレーション結果と比較



- newモデルで予測した r_{core} の方がoldモデルで予測した位置より近い
- しかし、周期が長い程ずれている
- 摂動の回数が不十分でコアが完全に作られていない可能性

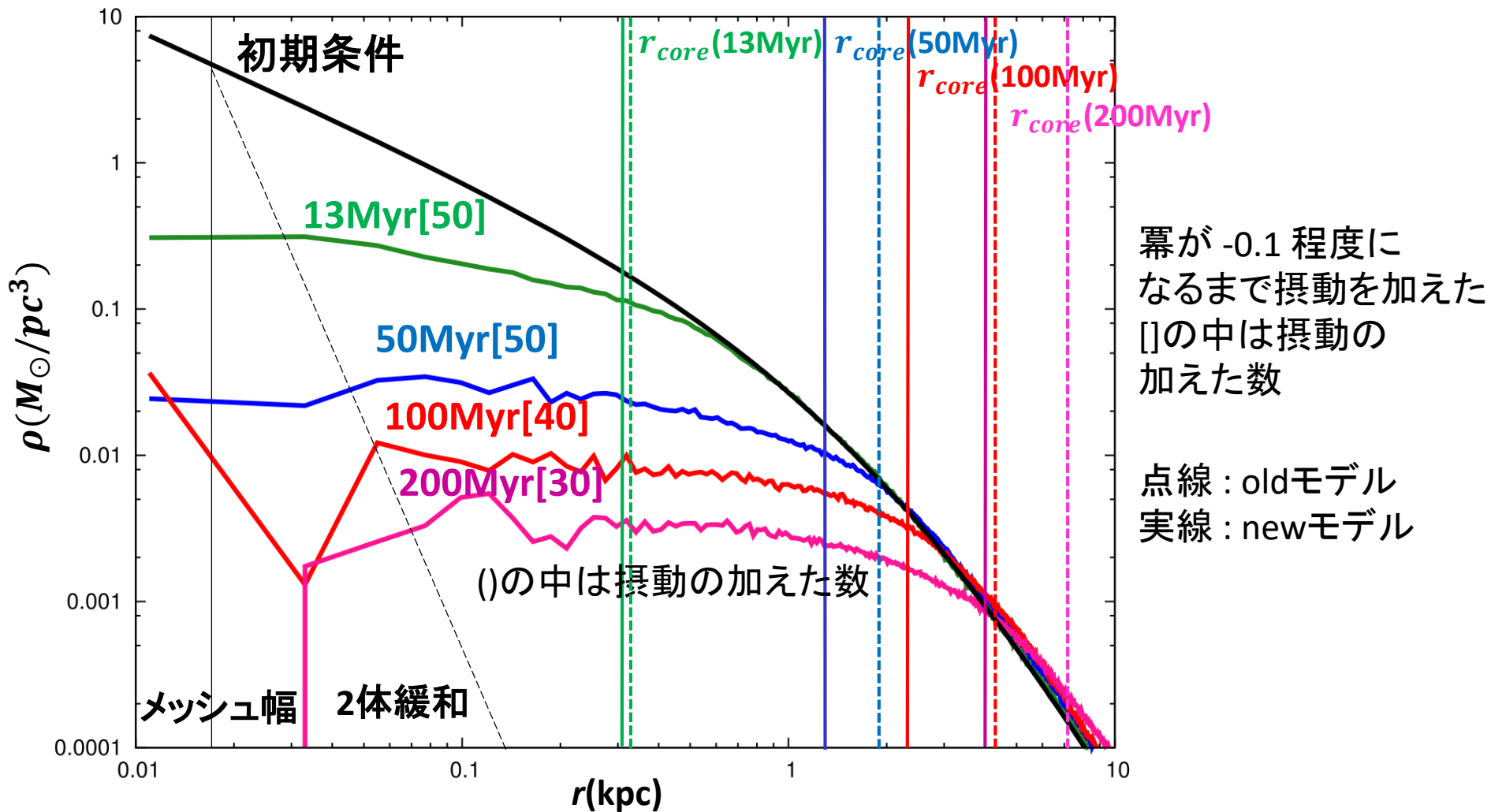
時間進化



点線: oldモデル
実践: newモデル

- ・時間進化と共にコア半径が大きくなり r_{core} 付近まで成長する
 r_{core} 付近まで大きくなるとコアの成長が緩やかになる
- ・摂動を十分に与えると線形理論で予想したコア半径に収束

十分に摂動を加えた場合



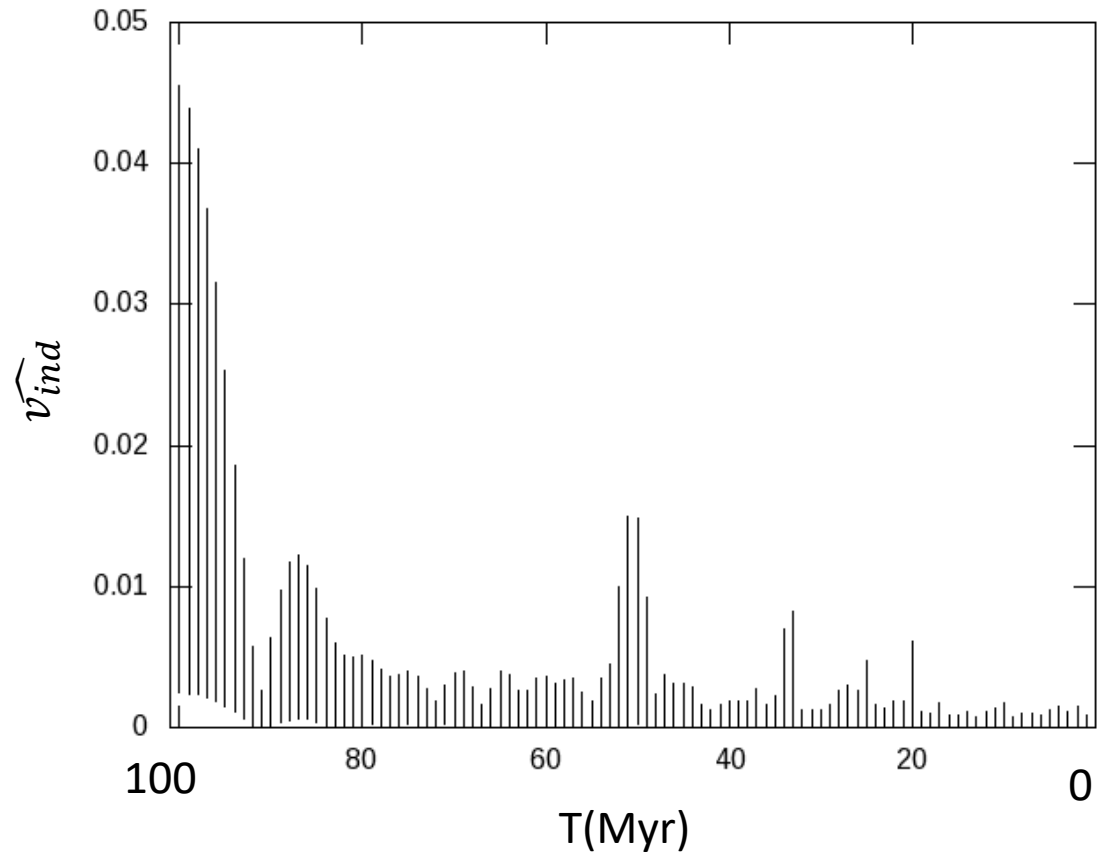
線形モデルの予想とシミュレーション結果が比較的良好範囲で一致

時間空間での共鳴の確認

線形モデルからの共鳴周期の予想

n	T/n (Myr)
1	100
2	50
3	33
4	25
5	20
6	17

シミュレーション結果(T=100Myr)



- ・倍音成分も含め線形モデルで予想した周期で共鳴が起きている
- >ランダム共鳴が確かに起きていることが確認された

改良点3: 共鳴する速度を正しく表現する

球対称の摂動を考えているので、共鳴速度は半径方向の速度である

oldモデル: 速さを用いている

$$v_{ind,all}(r,t) = 4\pi r^2 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} v^2 f(r,v) v_{ind}(r,v,t) dv$$

newモデル: 半径方向の速度を用いる

$$v_{ind_all}(r,t) = 4\pi r^2 2\pi \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_t f(r,v) v_{ind}(r,v_r,t) dv_r dv_t$$

今まで紹介した3点を改良した

この newモデルを用いてシミュレーションを評価する

線形モデルとシミュレーション結果の v_{ind} の比較

計算モデル

DMH

$$\text{密度: } \rho = \frac{\rho_s r_s^3}{r(r_s + r)^3} \quad \text{Hernquist . (1990)}$$

スケール密度: ρ_s

スケール半径: $r_s = 2.2 \text{ kpc}$

全質量: $2.28 * 10^9 M_\odot$

cf. G13

**Cusp-Core遷移におけるDMHの
フーリエ成分を見る**

異なる摂動の与え方で比較する

ガス

T : 100 Myr 10回の摂動を加える

摂動1: Ogiya モデル cf. O14

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \frac{-GM_b}{(r + r_b(t))^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

$$M_b = 10^8 M_\odot$$

スケール半径: $r_b = 0.044 \sim 2.2 \text{ (kpc)}$

**スケール半径を変えて
周期的な摂動を加える**

摂動2: Garrisonモデル cf. G13

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \frac{-GM_b(t)}{(r + r_b)^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

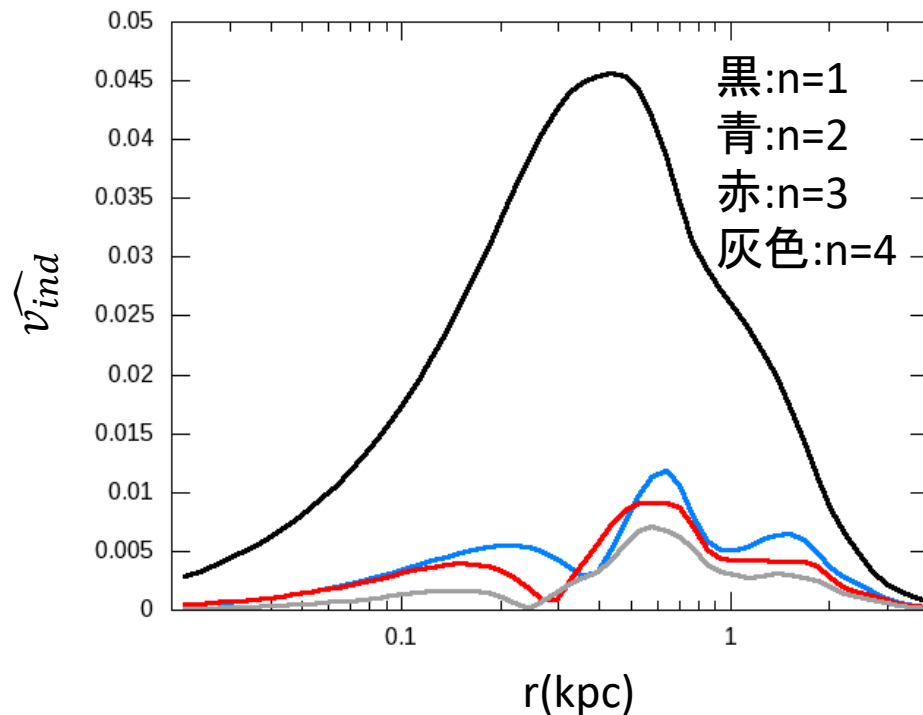
$$M_b = 0 \sim 10^8 M_\odot$$

スケール半径: $r_b = 0.21 \text{ kpc}$

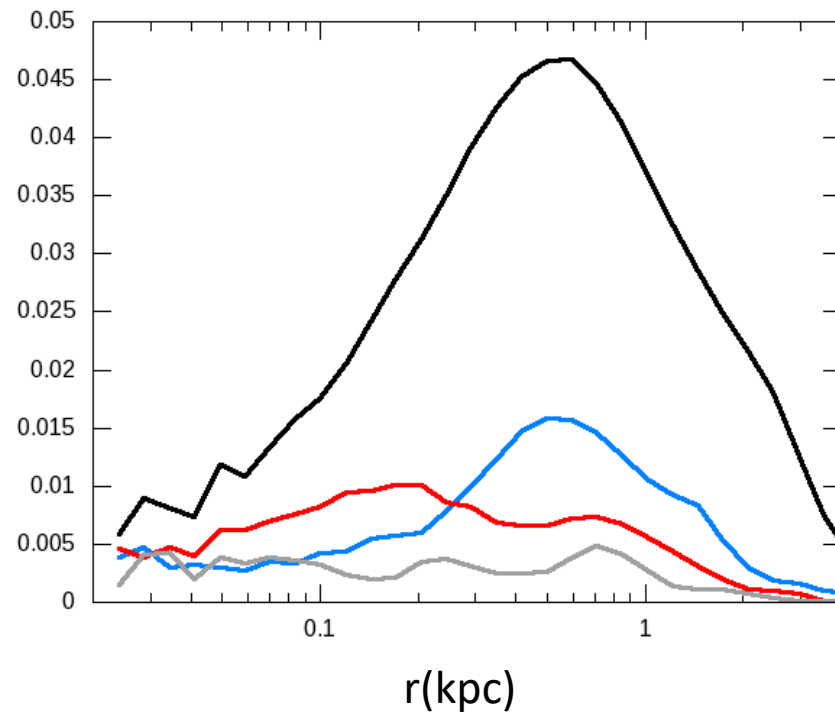
質量を変えて周期的な摂動を加える

Garrisonモデル

newモデル



シミュレーション結果



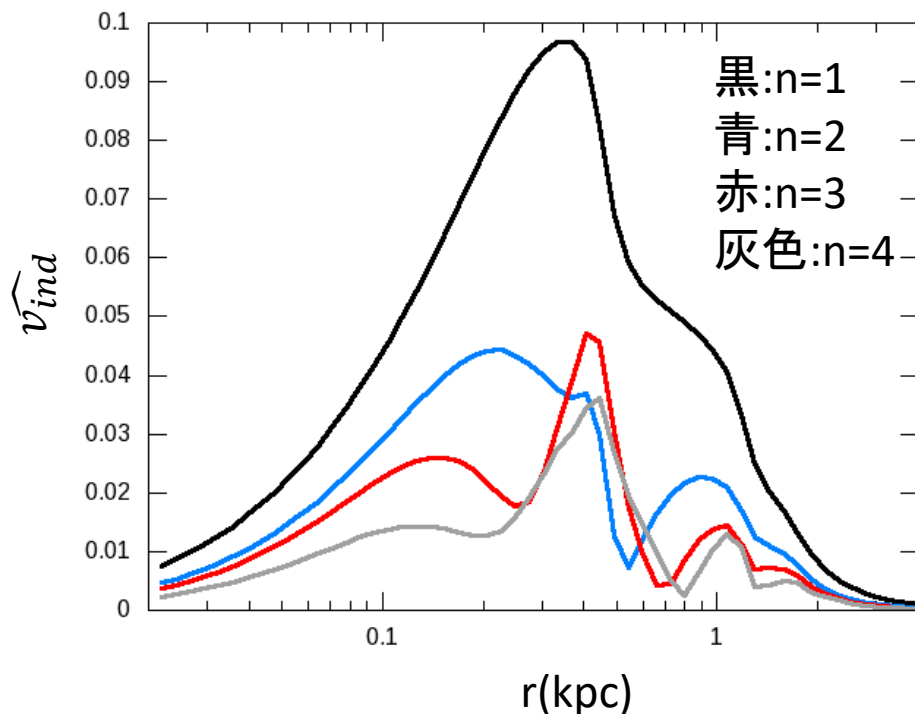
・線形モデルの予測とシミュレーション結果比較的よく合っている

ピーク的位置や大きさ

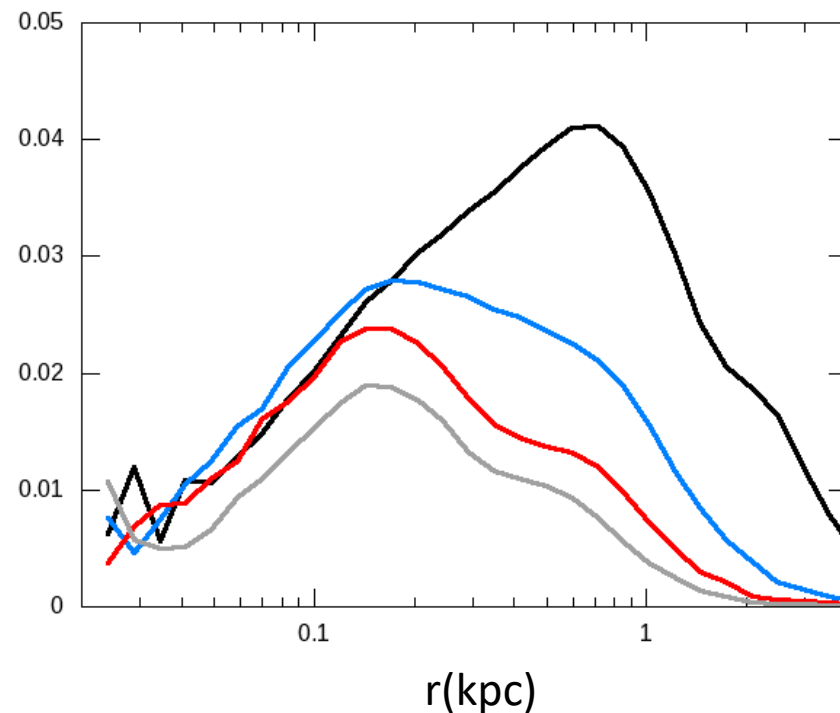
->線形的な進化をしている

Ogiyaモデル

newモデル



シミュレーション結果



- ・線形モデルの予測とシミュレーションは大きくずれている
->非線形的な進化をしている(特に倍音成分)

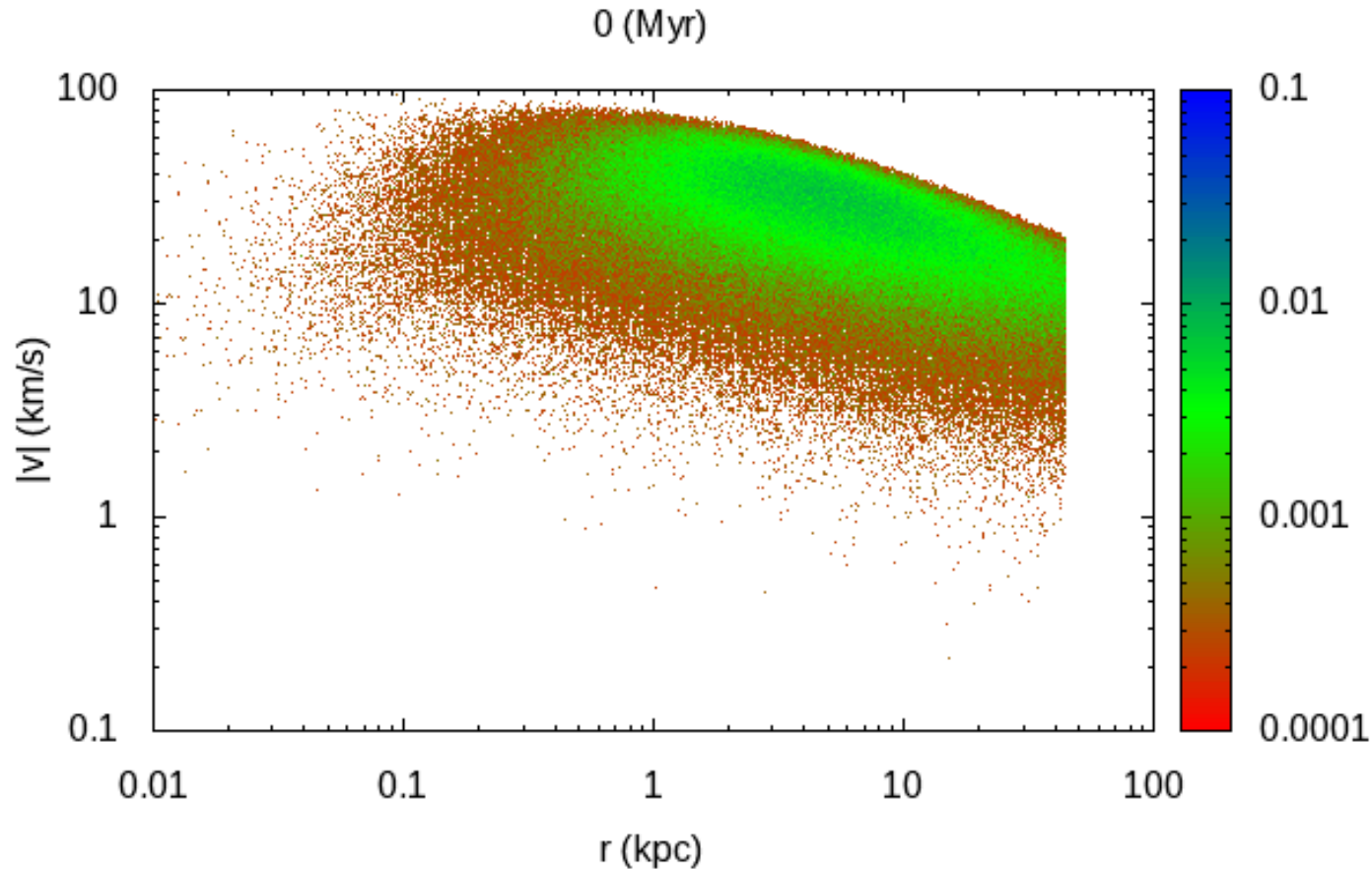
- ・基音は摂動モデルが違う場合でも大きくは変わらない
->コア半径の位置は摂動モデルに依らない

- ・倍音成分のピークの位置が内側に入っていく
->コア構造の中心部を形成するのに倍音が重要

共鳴位置や励起される速さを見てきたが、
これを踏まえて、cusp-core遷移の位相空間での進化をしてみる

位相空間での進化

NPM法での計算($T=100\text{Myr}$)



・共鳴位置で粒子がエネルギーを得ているのが分かる

倍音によってコアを形成する1kpc以内では粒子数が少なく、良く分からない
→より多くの粒子を用いたシミュレーションが必要

目的3

- Cusp-core遷移における位相空間の進化を探る
- 特に倍音によってコアが形成される非線形進化を見る

Nested Particle-Mesh(NPM)法は大規模並列化をしていなく、
これ以上解像度を上げて計算するのにはコード開発の時間がかかる



並列化効率が良く、粒子数(解像度)を容易に上げやすい
Self-Consistent Field (SCF)法を用いて大規模計算を試みる

SCF法 Clutton-Brock (1972) , Clutton-Brock (1973) , Hernquist and Ostriker (1992)

系の密度とポテンシャルを直交基底関数系で展開し、ポアソン方程式を解く方法

Field method でN個の1体問題に還元できる→大規模並列化が出来る

計算時間 $\propto N \times (n_{\max}+1) \times (l_{\max}+1) \times (m_{\max}+1)$

N:粒子数, n_{\max} , l_{\max} , m_{\max} : 展開項数

SCF法の概要

Hernquist and Ostriker (1992)

密度とポテンシャルを直行基底関数で展開して表現する 正規直交関係

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{nlm} A_{nlm} \rho_{nlm}(\mathbf{r})$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{nlm} A_{nlm} \Phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

n, l, m は r, θ, ϕ 方向の量子数

$$\mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$$

$$\int \rho_{nlm}(\mathbf{r}) [\rho_{n'l'm'}(\mathbf{r})]^* d\mathbf{r} = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

$$\int \Phi_{nlm}(\mathbf{r}) [\Phi_{n'l'm'}(\mathbf{r})]^* d\mathbf{r} = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

$$\int \rho_{nlm}(\mathbf{r}) [\Phi_{n'l'm'}(\mathbf{r})]^* d\mathbf{r} = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

*はエルミート共役を表す

これらの式はポアソン方程式で結ばれる

$$\nabla^2 \Phi_{nlm}(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho_{nlm}(\mathbf{r})$$

正規直交関係より展開係数は

$$A_{nlm} = \int \rho(\mathbf{r}) [\Phi_{nlm}(\mathbf{r})]^* d\mathbf{r}$$

と書くことが出来る

SCF法の計算の流れ

ポアソン方程式 $\nabla^2 \Phi_{nlm}(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho_{nlm}(\mathbf{r})$ を満たす正規直交関係の項 $\rho_{nlm}(\mathbf{r})$ と $\Phi_{nlm}(\mathbf{r})$ を事前に計算しておく

密度を求める

$$\rho(r, \theta, \phi) = \sum_{k=1}^N m_k \frac{1}{r_k^2} \delta(r - r_k) \delta(\phi - \phi_k) \delta(\cos\theta - \cos\theta_k)$$

展開項数を求める

$$A_{nlm} = \int \rho(\mathbf{r}) [\Phi_{nlm}(\mathbf{r})]^* d\mathbf{r}$$

ポテンシャルを求める

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{nlm} A_{nlm} \Phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

加速度を求める

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}) = -\sum_{nlm} A_{nlm} \nabla \Phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

時間積分

SCFとNPMの比較

Cold collapse

初期条件

一様密度球、等方速度分布

ビリアル比: $2T/|W|=0.5$

半径: $r=1$

粒子数: $N=10,000$

2体緩和時間: $t_{\text{rel}} \sim 110$

自由落下時間: $t_{\text{fall}} \sim 3.3$

同じくらいのエネルギー誤差

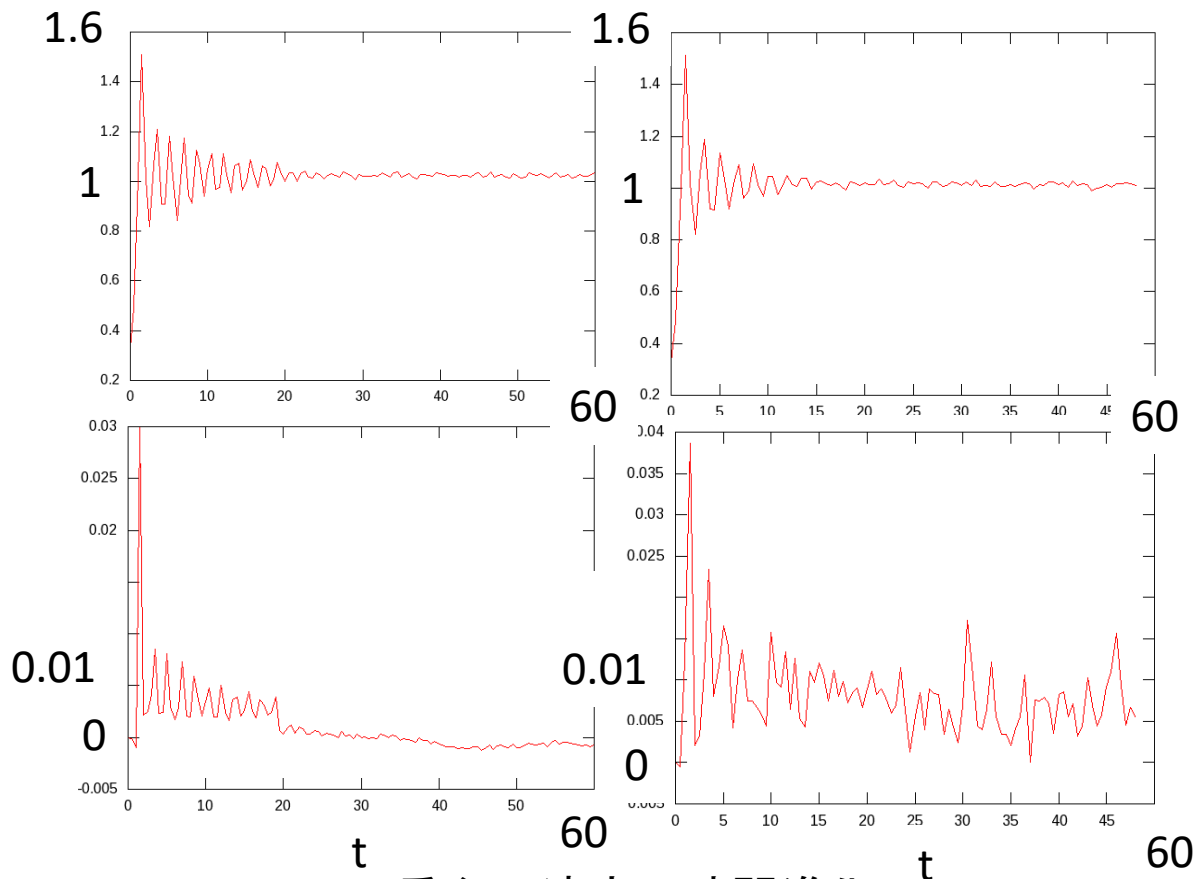
SCF dt=0.05

NPM dt=0.001953125

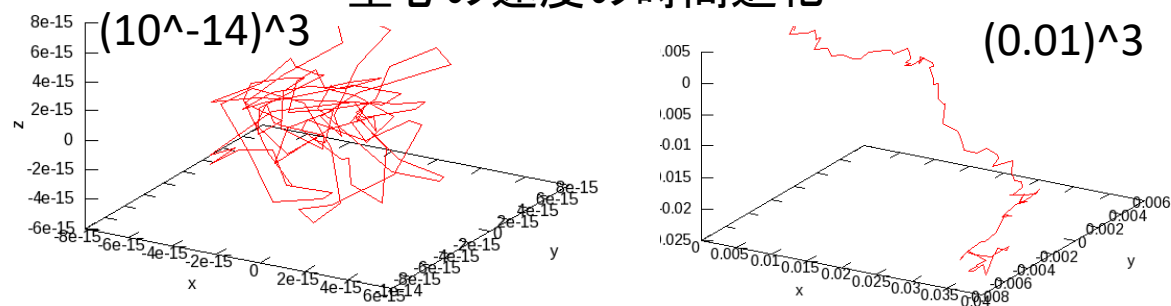
ビリアル比

エネルギーの相対誤差

同じくらいの物理量の保存を要請するとSCF法の方がかなり時間幅を長くとれる



重心の速度の時間進化



・まとめ

周期的なSNフィードバックでcusp-core遷移が起き、
観測されている密度分布の冪を再現

Garrison-Kimmel et al. (2013)は摂動の周期が長いために
観測を再現出来なかった

コア半径は振動周期に依存し大きくなる

Ogiya and Mori (2014)の線形モデルを改良することで、
コア半径をより良く予想できた

Ogiya and Mori (2014) とGarrison-Kimmel et al. (2013) の摂動モデルを
フーリエ解析し、新しい線形モデルと比較したことで、
倍音成分がコアの内側を形成に寄与していることの示唆

摂動モデルの違いにコア半径は寄らない

SCF法のコード確認を行った。

今後は **Oakforest-PACS** を用いて大規模計算をし、
Cusp-Core遷移の位相空間での進化について見ていく