

SCF法を用いた コールドダークマターハローの カस्प-コア遷移における力学過程

加藤一輝¹, 森正夫¹, 穂積俊輔², 扇谷豪³, 三木洋平⁴

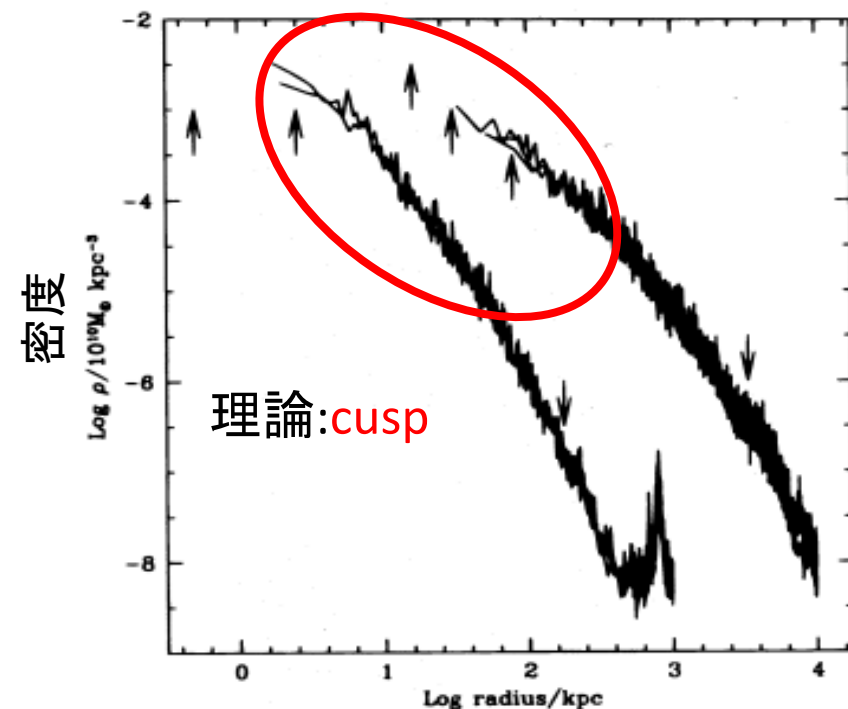
¹筑波大学, ²滋賀大学, ³ニース天文台, ⁴東京大学

introduction

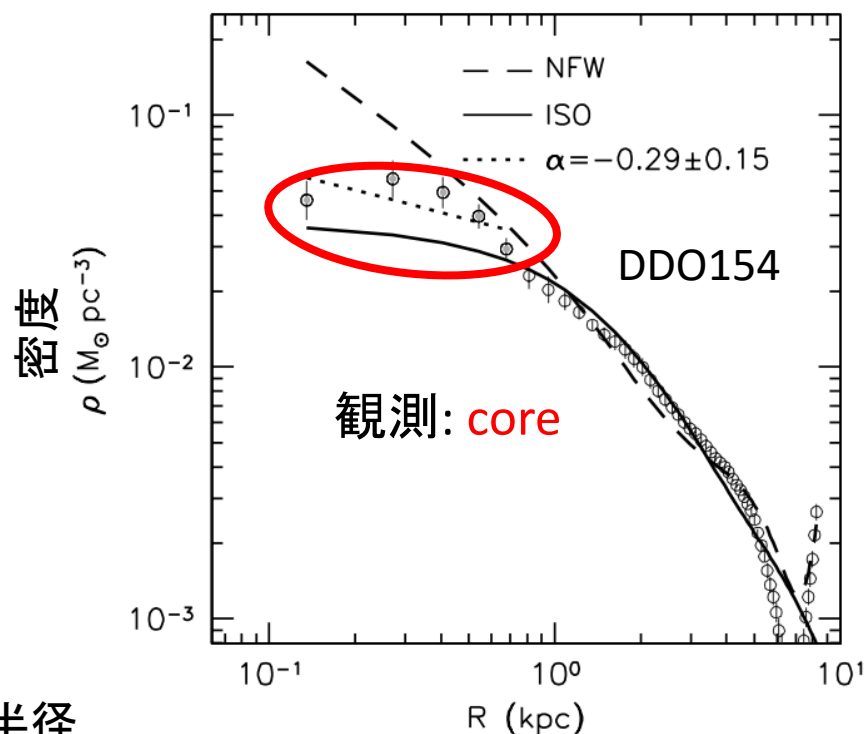
標準的な構造形成理論である**Cold dark matterモデル**は、宇宙の大規模構造の統計的な性質を再現することに成功したが、**銀河スケール以下の構造でいくつかの問題**が存在する

Cusp-core問題

Dark matter halo (DMH) の**中心部の密度分布の矛盾** Burkert (1995)等



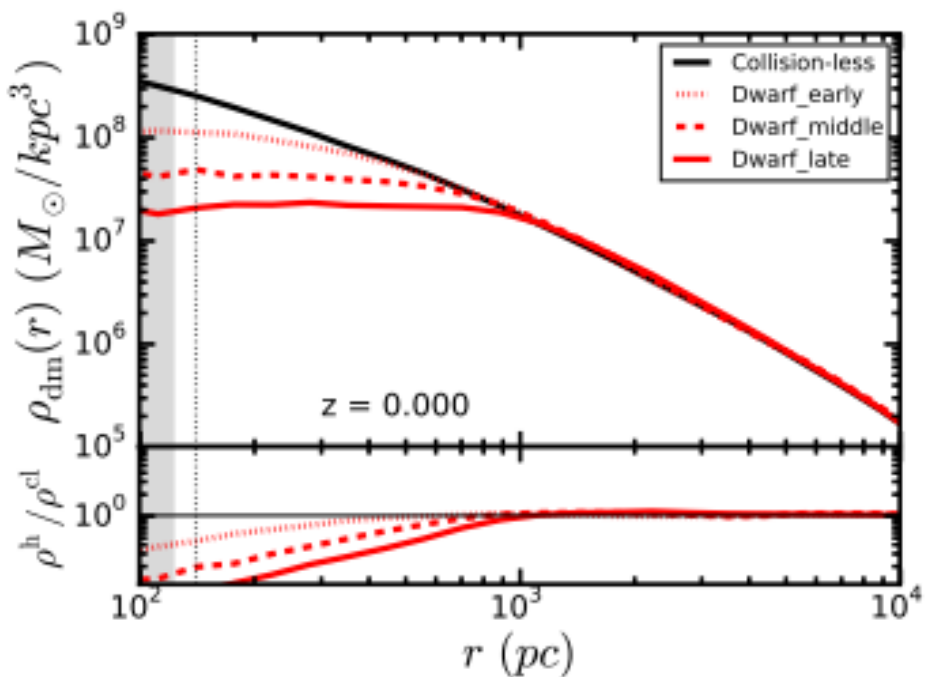
Navarro et al. (1996)



Oh et al. (2011)

宇宙論的シミュレーションによるアプローチ

様々な、流体を考慮した宇宙論的なシミュレーションでcusp-core問題の議論がされている



ex. Onorbe J. et al. (2015)

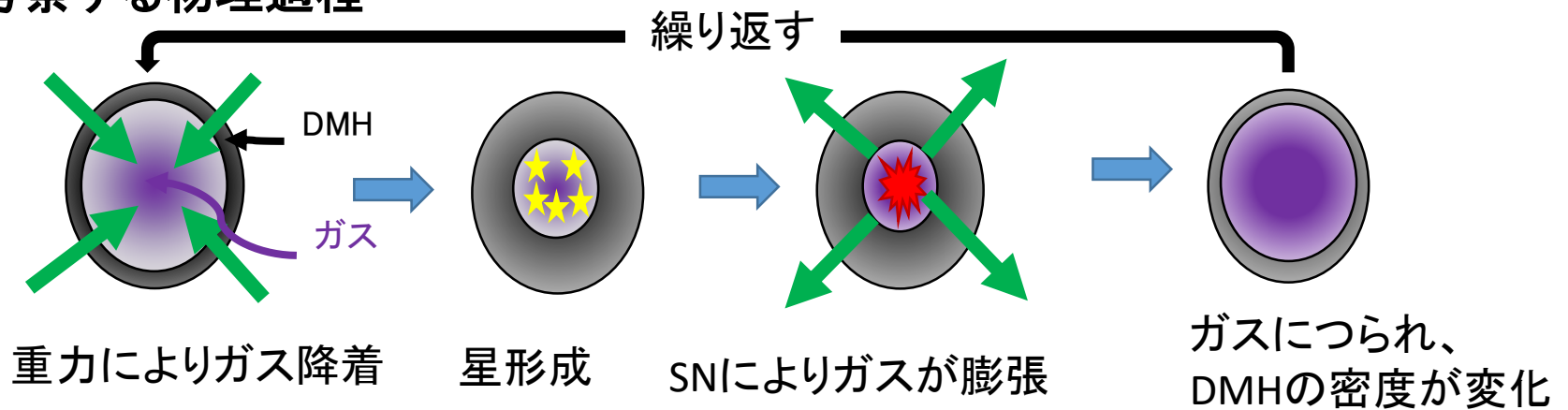
縦の点線 : $4\epsilon_{\text{dm}}$
灰色の影 : collision-less の
convergence radius
(Power et al. 2003)

- ・星間活動によるcusp-core遷移を主張
- ・矮小銀河サイズでの空間や質量の解像度に問題
 - 銀河が形成される前から広範囲を計算するので、人工的な2体緩和といった計算による誤差を議論しにくい
- ・様々な物理現象を考慮している
 - cusp-core遷移を起こす素過程がはっきりしない

孤立系のシミュレーションにおけるアプローチ

- 一方、Ogiya & Mori (2014)はcusp-core遷移を起こす素過程に着目し、研究を行った。
一> **周期的なSNフィードバックによるガスのポテンシャル変動**に焦点を当て、これを摂動として考慮し、孤立系のDMHにおいてN体計算を行った。

考察する物理過程

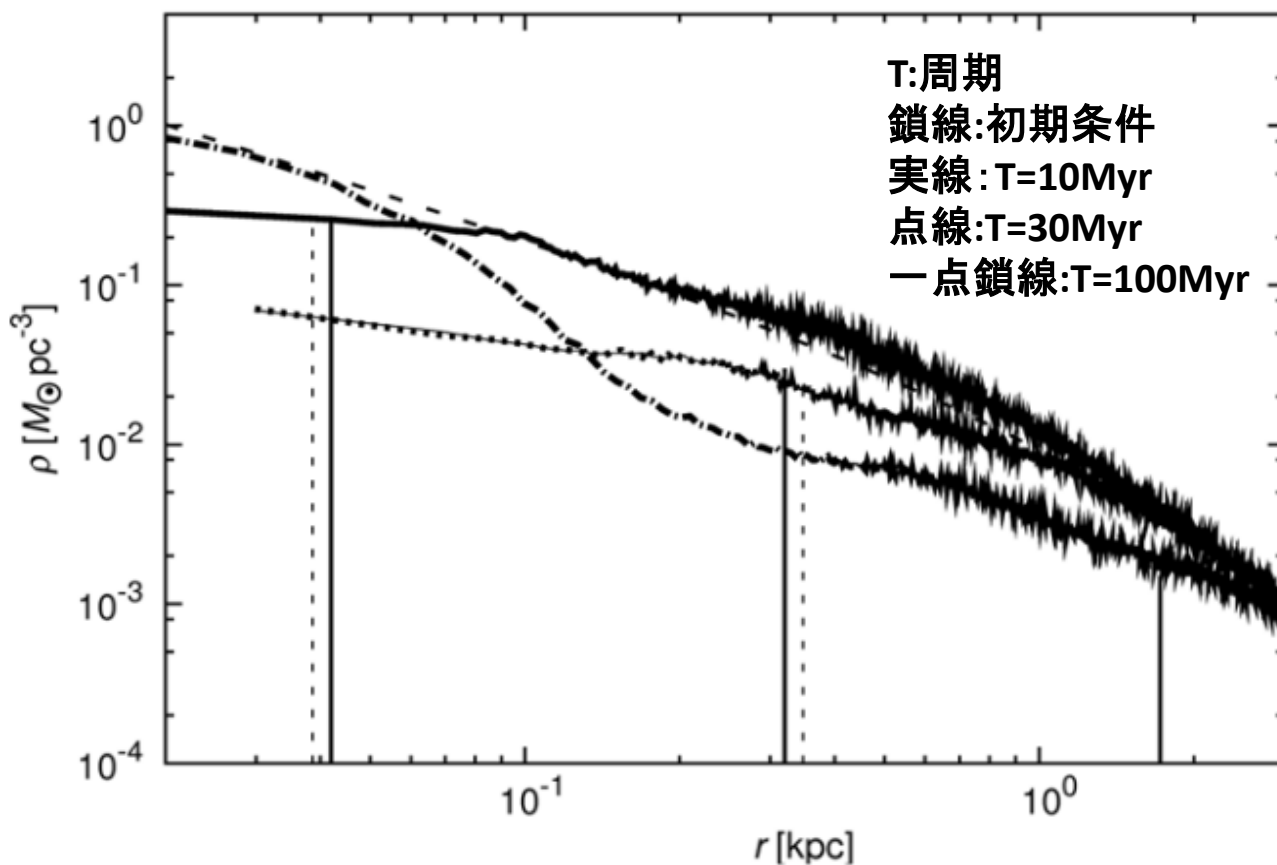


cf. 一度のフィードバックではCusp-core遷移は起きない
(Ogiya & Mori 2011)

- ・多くの粒子を使うことができ、高解像度の計算が可能
- ・現象を簡単なモデルとして扱うことで物理過程を議論しやすくなる

Ogiya & Mori (2014)

NFW分布: $\rho(r) = \frac{\rho_s r_s^3}{r(r_s + r)^2}$ DMH 質量: $M_{\text{DMH}} = 10^9 M_\odot$



摂動: Hernquist分布

Hernquist. (1990)

$$a(r) = \frac{-GM_b}{(r + r_b(t))^2} \frac{r}{r}$$

バリオン質量;

$$M_b = 0.17 M_{\text{DMH}}$$

・DMH粒子が**共鳴**によって摂動からエネルギーを得、**cusps-core遷移が起こる**ことを示し、**摂動の周期とコア半径の関係性**も示した。

- ・T=100 Myrの場合に中心にバンプが残った理由は分かっていない。
- ・ $M_b = 0.17 M_{\text{DMH}}$ でガスが多くフィードバックが強い、弱い場合は?

様々なシミュレーションでCusp-Core遷移が確認されてきた。
本研究ではDMHがどのような過程でCusp-core遷移を起こすかに
着目する。

- **摂動を弱くした**場合においてもCusp-Core遷移は起こるか
→ 摂動のパラメータ
- **Cusp-Core遷移の物理**
→ 共鳴、DM粒子の運動
- **中心密度の傾き**は何によって決まるか
→ バンプ形成

線形解析によるDMH粒子と摂動の共鳴

線形化された
DMHの流体方程式

$$\frac{\partial v_{ind}(r, t)}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v_{ind}(r, t)}{\partial r} = - \frac{\partial \Phi_{ex}(r, t)}{\partial r} \quad v_0: \text{initial speed}$$

SNのフィードバックは
外場で加える

$$- \frac{\partial \Phi_{ex}(r, t)}{\partial r} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{n,m} \exp(i[mkr - n\Omega t])$$

以上の式を解くと、
DMH粒子が得る速度が導かれる



$$v_{ind}(r, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{iC_{n,m}}{mkv_0 - n\Omega} \{ \exp[i mk(r - v_0 t)] - \exp[i(mkr - n\Omega t)] \}$$

$C_{n,m}$: 振幅, n, m : フーリエモード数, Ω : 角振動数, k : 波数

$v_0 = \frac{n\Omega}{mk}$ を満たす粒子が共鳴によってエネルギーを得る。

シミュレーション

Self-consistent field (SCF) 法

Clutton-Brock (1972,1973) ,Hernquist and Ostriker (1992),
Hozumi and Hernquist (1995)

- ・重力ソフトニングが必要なく、2体緩和に関する人工的なパラメータが減る
- ・N個の1体問題に還元できるため大規模並列化が容易、通信が少ない
- ・重力多体系の密度とポテンシャルを直行基底関数系展開で表現し、各粒子の寄与から展開係数を求める方法。
- ・計算時間 $\propto N \times (n_{\max}+1) \times (l_{\max}+1) \times (m_{\max}+1)$; N:粒子数 , n_{\max} , l_{\max} , m_{\max} : 展開項数
- ・密度とポテンシャルを直行基底関数で展開して表現する。
展開関数の基底はいくつか存在し、取り扱う問題で変える。
Plummer分布 basis set; Clutton-Brock (1973)
Hernquist 分布basis set; Hernquist and Ostriker (1992)
Miyamoto–Nagai分布 basis set; Rojas-Niño et al.(2016) 等

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{nlm} A_{nlm} \rho_{nlm}(\mathbf{r}) \quad n, l, m \text{ は } r, \theta, \phi \text{ 方向の量子数}$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{nlm} A_{nlm} \Phi_{nlm}(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} = (r, \theta, \phi)$$

SCF法の計算の流れ

ポアソン方程式 $\nabla^2 \Phi_{nlm}(\mathbf{r}) = 4\pi G \rho_{nlm}(\mathbf{r})$ を満たす正規直交関係の展開項 $\rho_{nlm}(\mathbf{r})$ と $\Phi_{nlm}(\mathbf{r})$ を事前に計算しておく

密度を求める

$$\rho(r, \theta, \phi) = \sum_{k=1}^N m_k \frac{1}{r_k^2} \delta(r - r_k) \delta(\phi - \phi_k) \delta(\cos\theta - \cos\theta_k)$$

展開項数を求める

$$A_{nlm} = \int \rho(\mathbf{r}) [\Phi_{nlm}(\mathbf{r})]^* d\mathbf{r}$$

ポテンシャルを求める(この計算で律速される)

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{nlm} A_{nlm} \Phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

加速度を求める

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi(\mathbf{r}) = -\sum_{nlm} A_{nlm} \nabla \Phi_{nlm}(\mathbf{r})$$

時間積分

← MPI_ALLREDUCE

各粒子の作る場を
足し合わせる
※全体通信が一回のみ
なので並列効率が良い
・粒子数で分割

シミュレーションモデル

Hernquist-Ostriker basis set $n_{\max}=64, l_{\max}=0, m_{\max}=0$

Dark matter halo

・初期条件生成コードMAGIで作成
(Miki and Umemura 2018)

$N = 16,777,216 \approx 10^7$ particles

Total DMH mass : $M_{\text{DMH}} = 10^9 M_{\odot}$

Cut off を付けたNFW profile

Density profile :

$$\rho(r) = \frac{\rho_s r_s^3}{r(r_s + r)^2} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{r - r_c}{2\Delta_c}\right)$$

Scale density: ρ_s

Scale radius: $r_s = 2.0 \text{ kpc}$

Cut off radius: $r_c = 15 \text{ kpc}$

Smoothing scale: $\Delta_c = 1 \text{ kpc}$

Red shift : $z=1.3$ に対応 (Dutton and Macciò 2014)

SNフィードバックによる
バリオンポテンシャル変動モデル

Plummer profile; Plummer (1911)

$$a(\mathbf{r}) = \frac{-GM_b r}{(r^2 + r_b^2(t))^{3/2}} \frac{\mathbf{r}}{r}$$

Scale radius:

$$r_b(t) = 0.5[r_{b,\max} - r_{b,\min}] \times [1 + \cos(2\pi t/T + \varphi_0)] + r_{b,\min}$$

Period: T , Initial phase: φ_0

Total gas mass: M_b

Maximum scale radius : $r_{b,\max}$

Minimum scale radius: $r_{b,\min}$

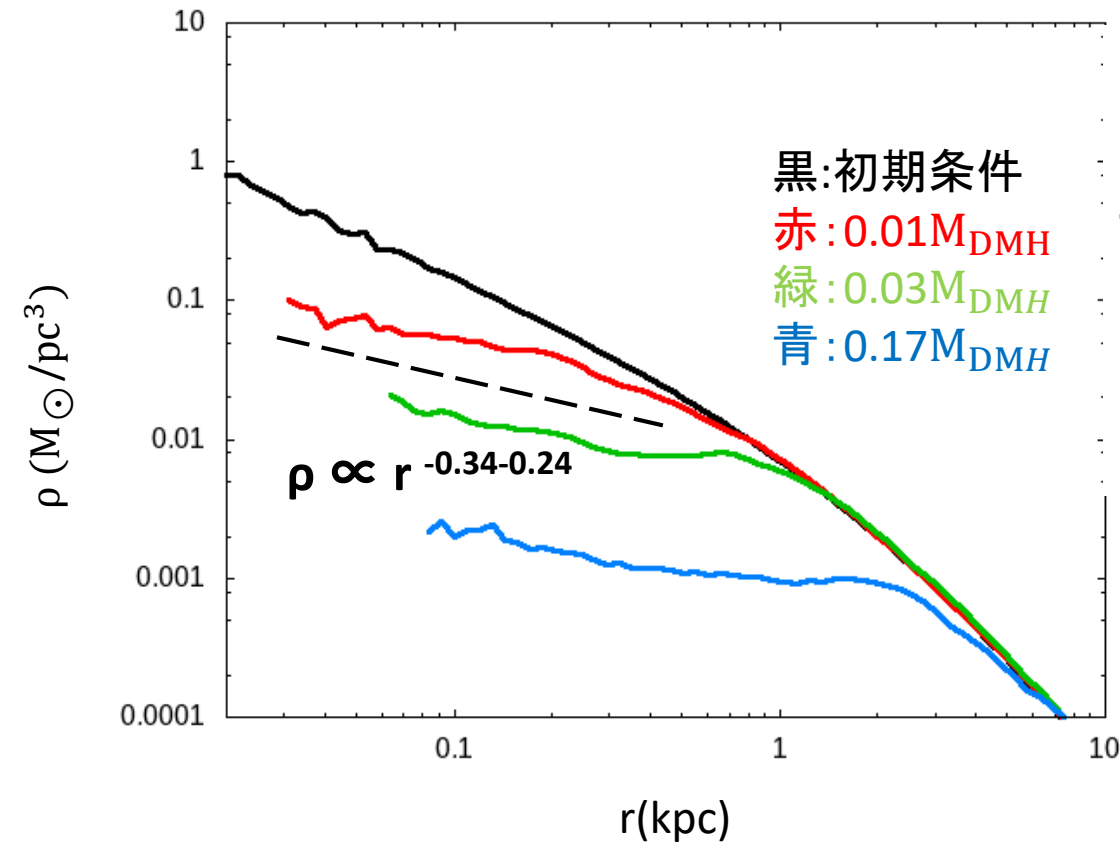
SNのエネルギーの10%が $M_b = 0.01 M_{\text{DM}}$ の
ガスの1周期の変動に使われたとすると
 $3.0 \times 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$ の星形成率に相当

10回の摂動を外場として加える

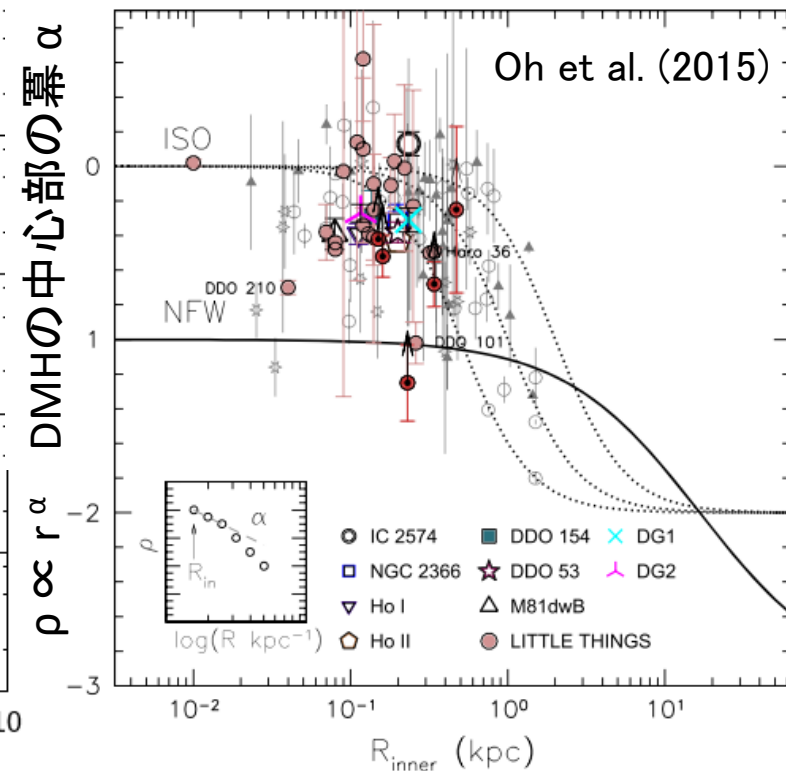
フィードバックの基本モデル; $M_b = 0.01 M_{\text{DMH}}, T=100 \text{ Myr}, r_{b,\min} = 0.04 \text{ kpc}, r_{b,\max} = 10 \text{ kpc}$

Result フィードバックの強さによる密度変化の違い

準平衡状態



矮小銀河の観測

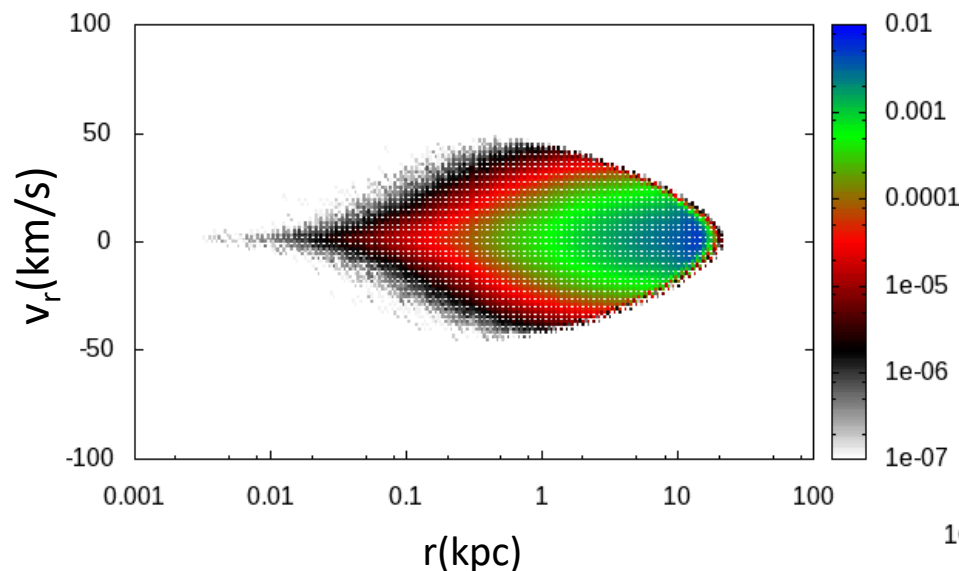


Mean value: $\alpha = -0.34 \pm 0.24$

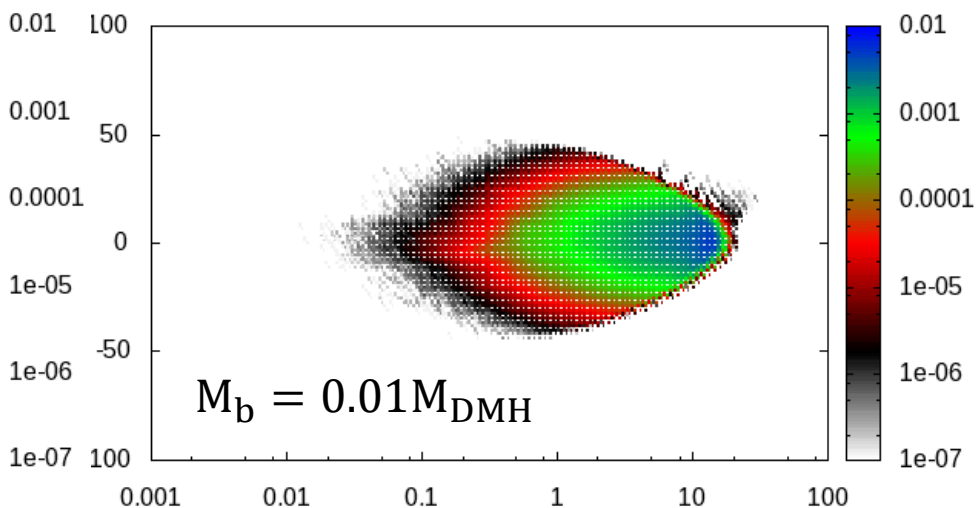
- ・多くのガスの変動を起こすフィードバック程、DMHに大きなコアができる。
- ・SCF法においても先行研究と異なった計算方法、弱いフィードバックにおいてもDMHの中心部の冪は観測値に近い値となり、cusp-core遷移が確認できた。

位相空間密度分布

初期状態

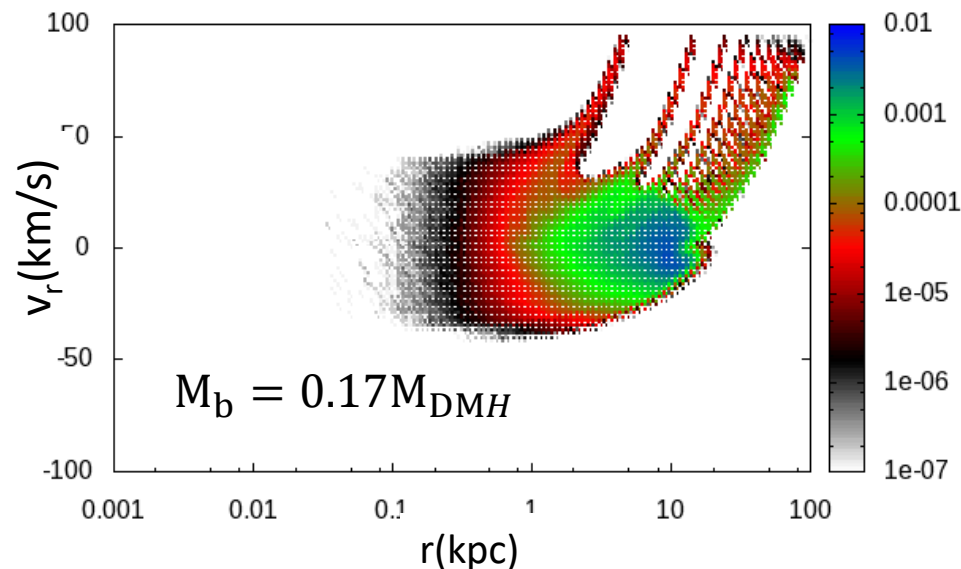


準平衡状態

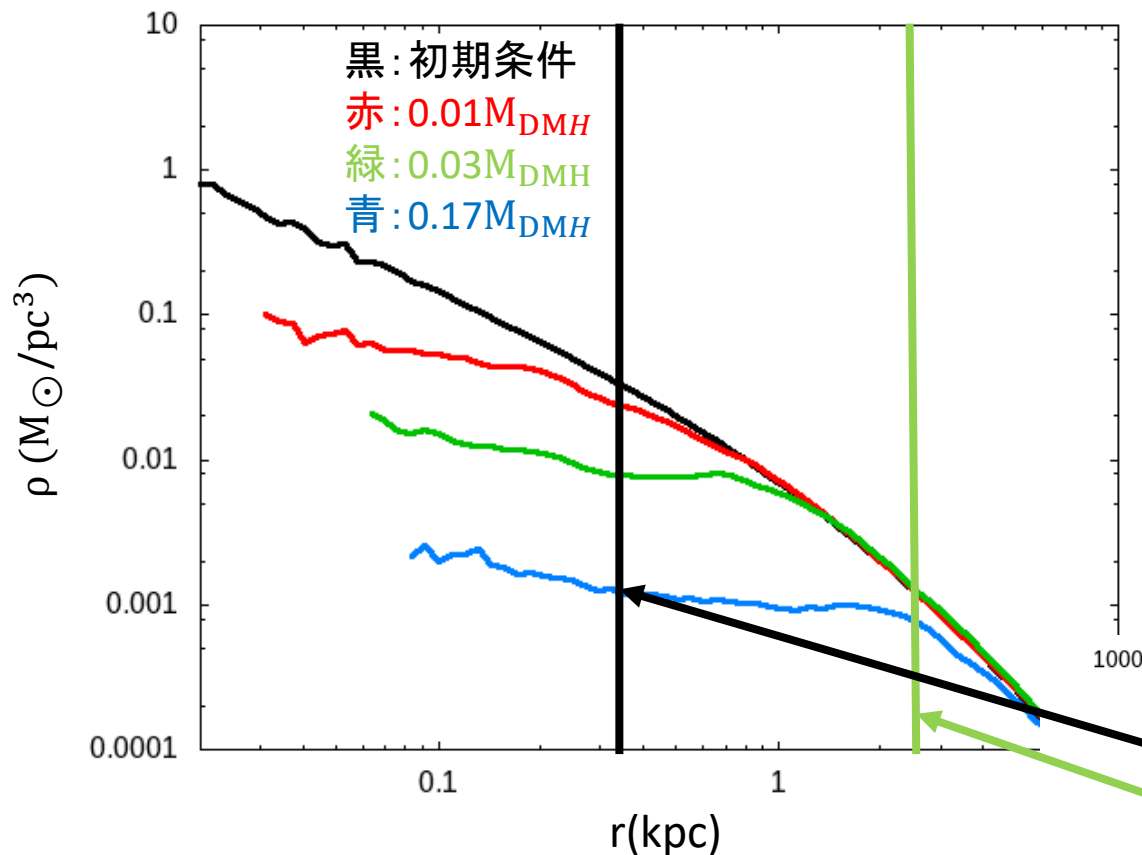


• $M_b = 0.01 M_{DMH}$ 場合
脱出粒子がほとんどなく、共鳴によって
粒子が外側に移動した。

• $M_b = 0.17 M_{DMH}$ の場合
DMH中心部の粒子の多くが
正の総エネルギーを持つようになり
系から脱出。

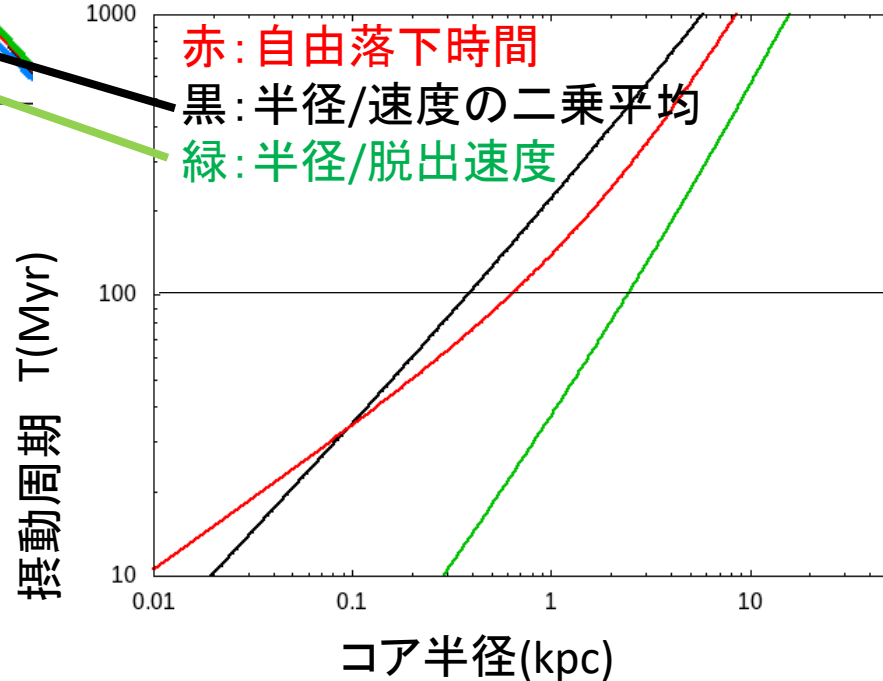


コア半径を決める特徴的なスケール



以下では弱いフィードバックである
 $0.01 M_{DMH}$ の場合を見ていく

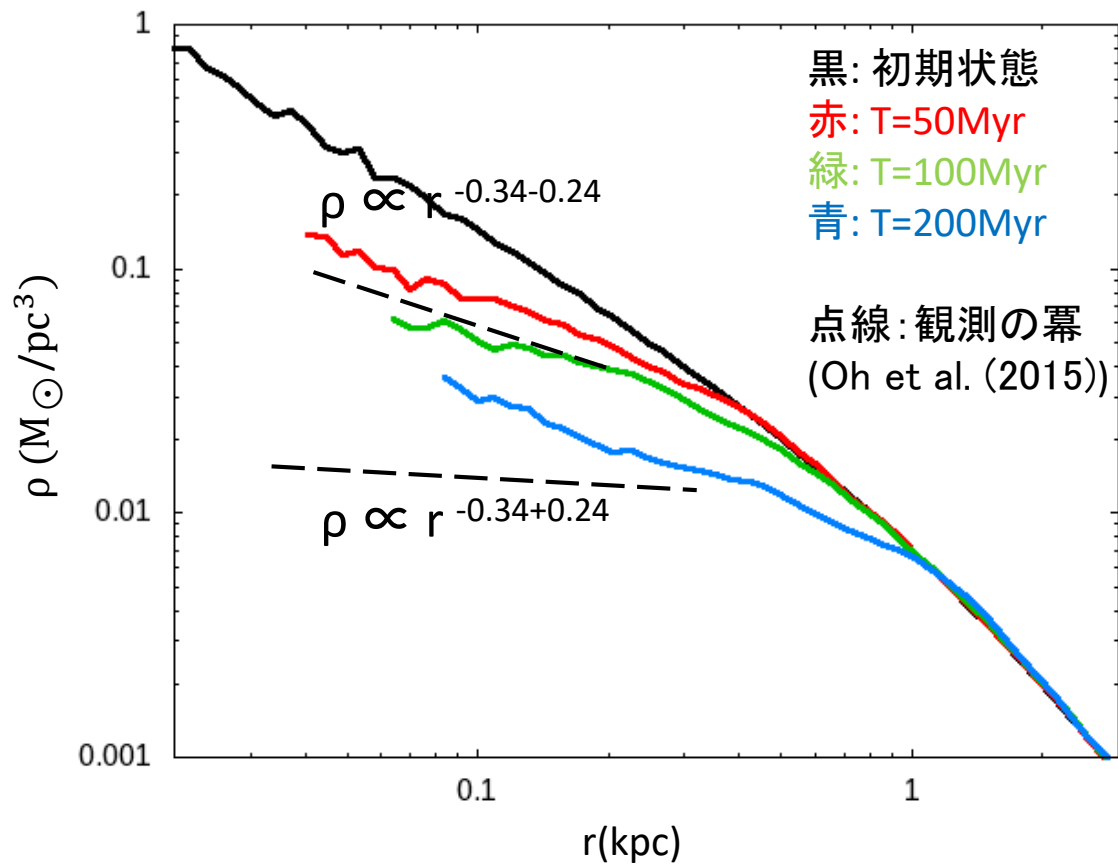
特徴的な時間



M_b が大きいと粒子が正のエネルギーを持ち、系から脱出する粒子が多いので脱出速度が特徴的なスケールとなる。

M_b が小さいと共鳴によって粒子がエネルギーを得て外側に移動する。粒子の速度が特徴的なスケールとなる。

摂動周期とコア半径の関係



・フィードバックの周期が長いほど、コア半径が大きくなる。

Cusp-Core遷移がどの様に起こるか物理過程に着目する。

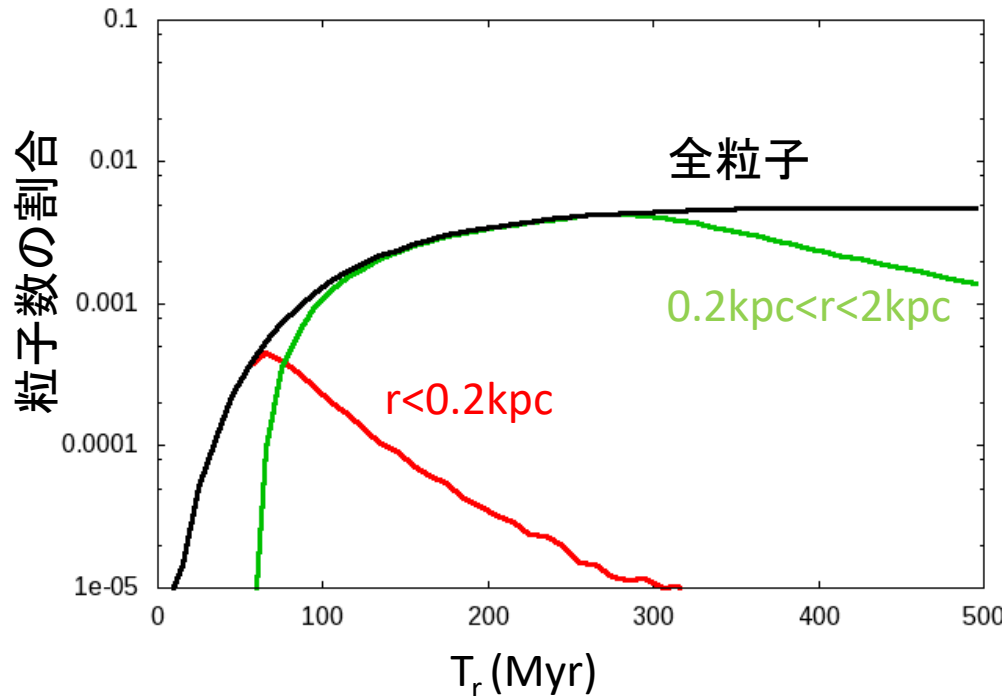
Cusp-Core遷移の物理過程

Radial period 分布

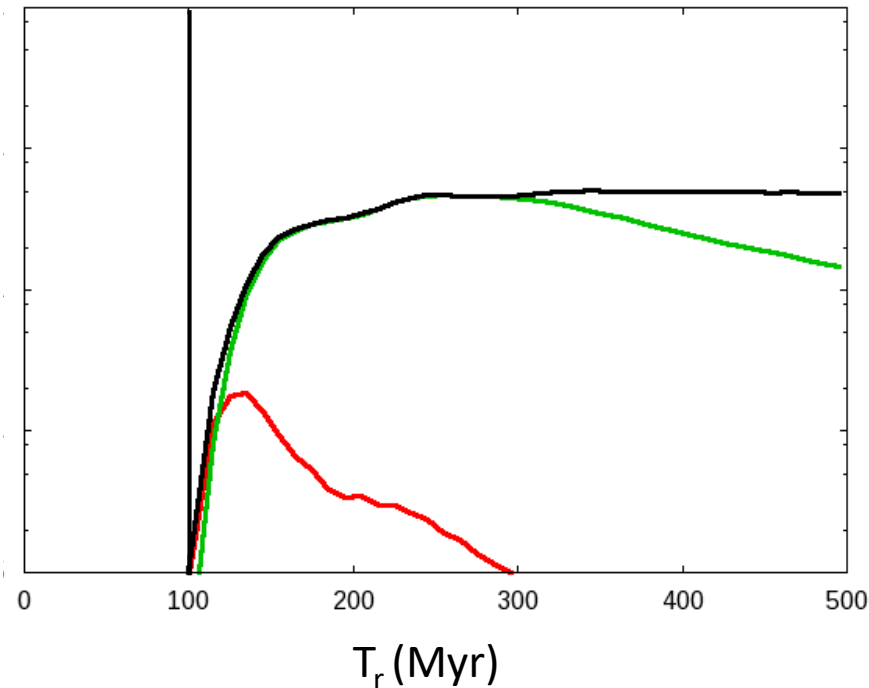
$$T_r = 2 \int_{r_p}^{r_a} \frac{dr}{\sqrt{2[E - \Phi(r)] - L^2/r^2}}$$

ある時刻でのポテンシャルにおいて
DM粒子が運動するであろう軌道を積分して求める

初期状態



準平衡状態

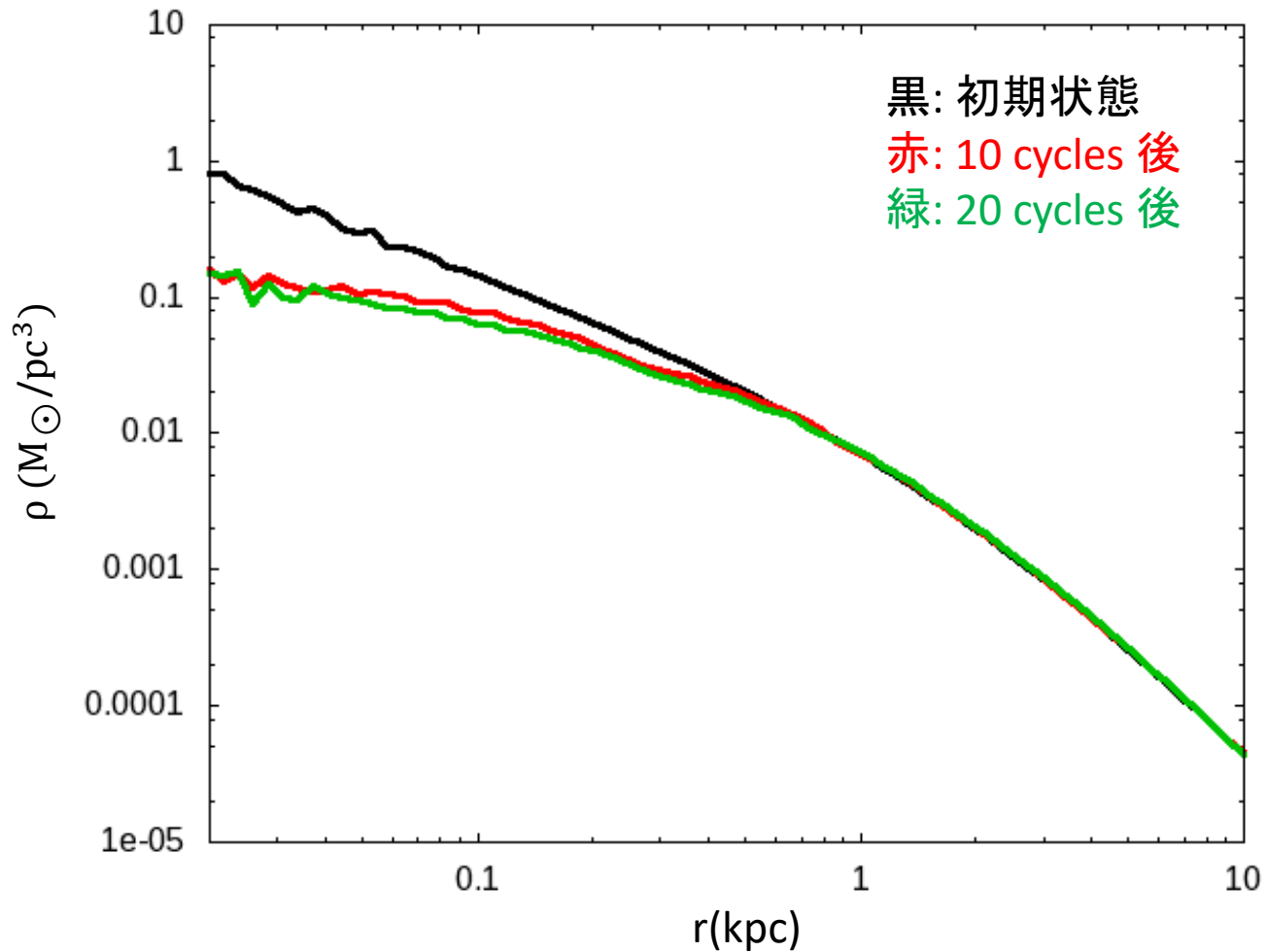


・摂動と共鳴する周期の短い粒子はDMHの中心部に存在している。

-> $T-r_{\text{core}}$ 関係に寄与

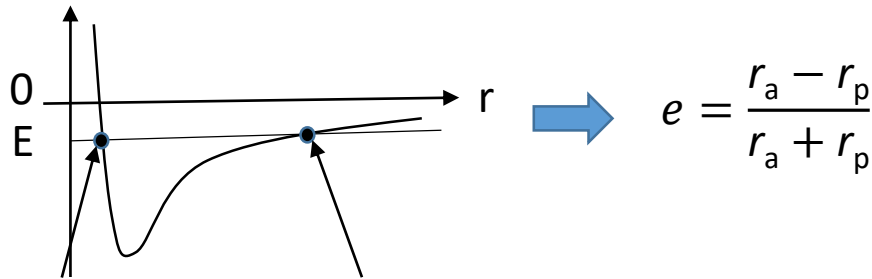
・摂動の周期以下で運動していた粒子がエネルギーを得て、
準平衡状態ではほとんどなくなった。

摂動中の密度進化



- ・摂動を10cycle加えることで共鳴する粒子がほとんどなくなったために、摂動の回数を増やしても密度は変わらない。

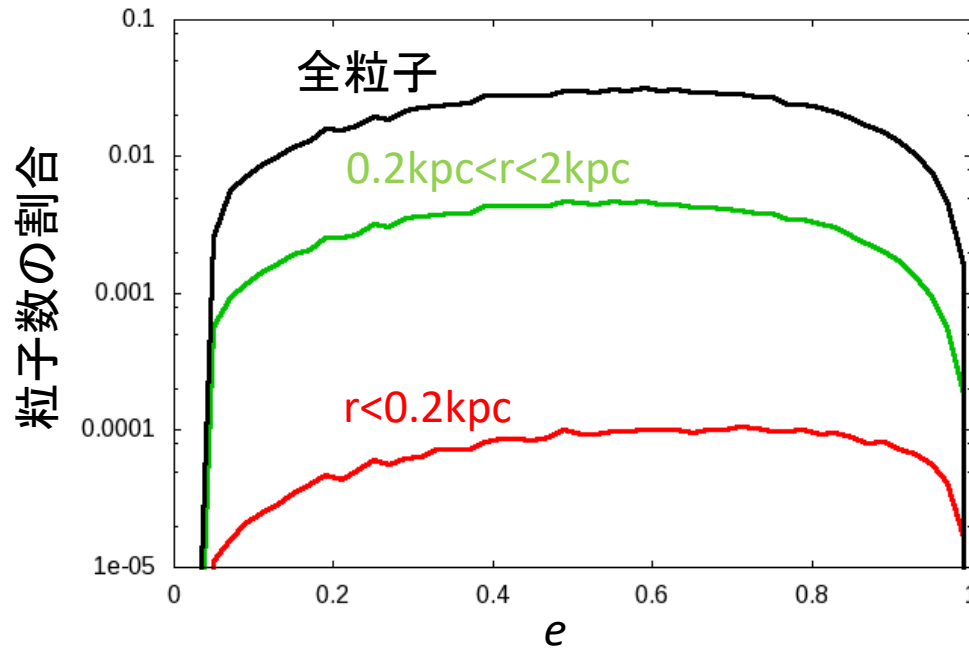
エキセントリシティ分布



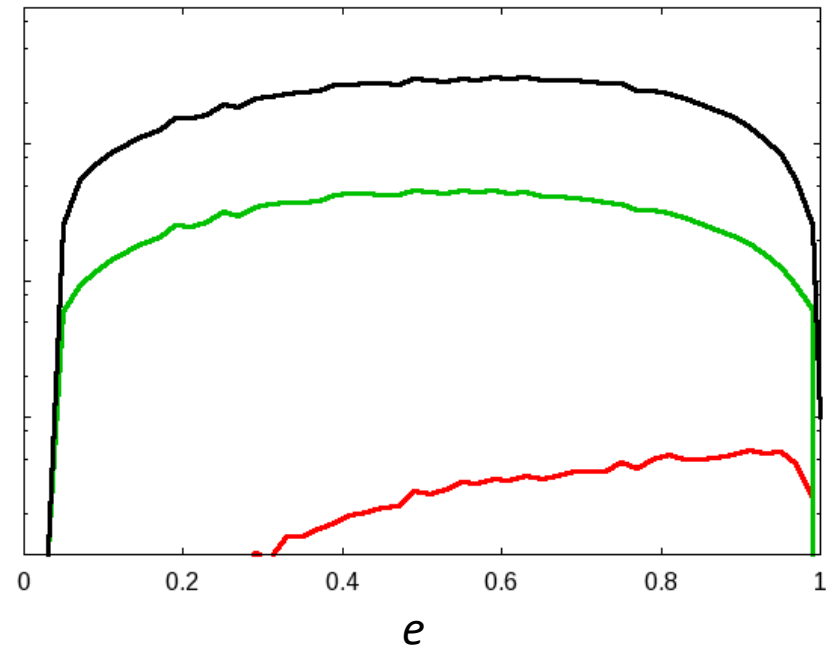
有効ポテンシャルを用いて
エキセントリシティを評価した。
各粒子のエネルギー、角運動量
場のポテンシャルの三つの値で決まる。

r_p : pericenter r_a : apocenter

初期状態



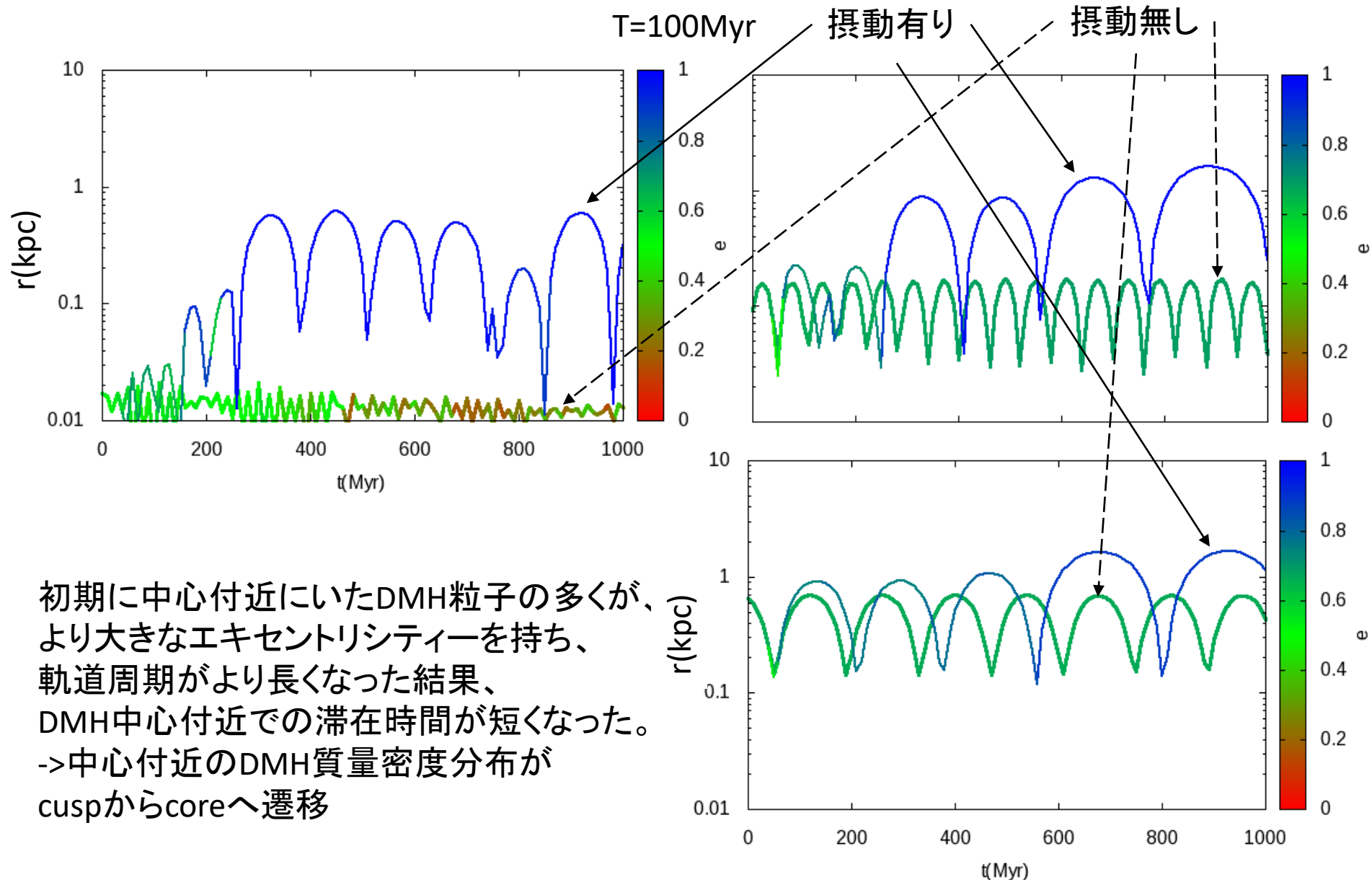
準平衡状態



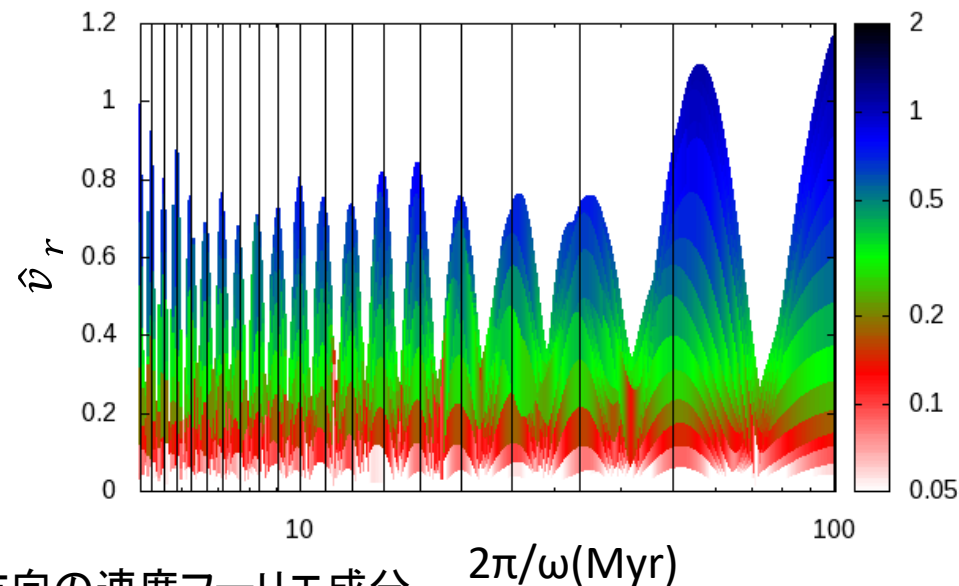
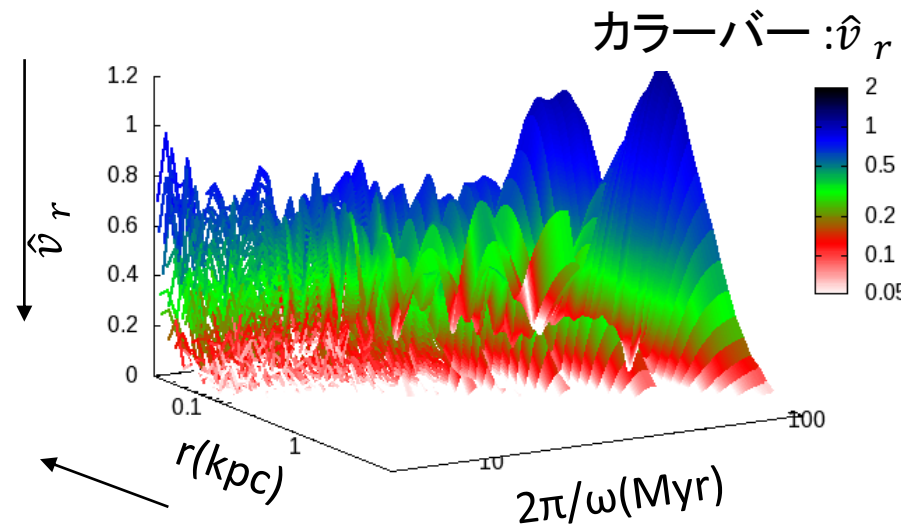
- ・中心部にいたエキセントリシティの小さい粒子が減った。
->粒子がエキセントリシティの大きな運動をすることで
cuspが緩やかになる

各粒子のエキセントリシティ進化例

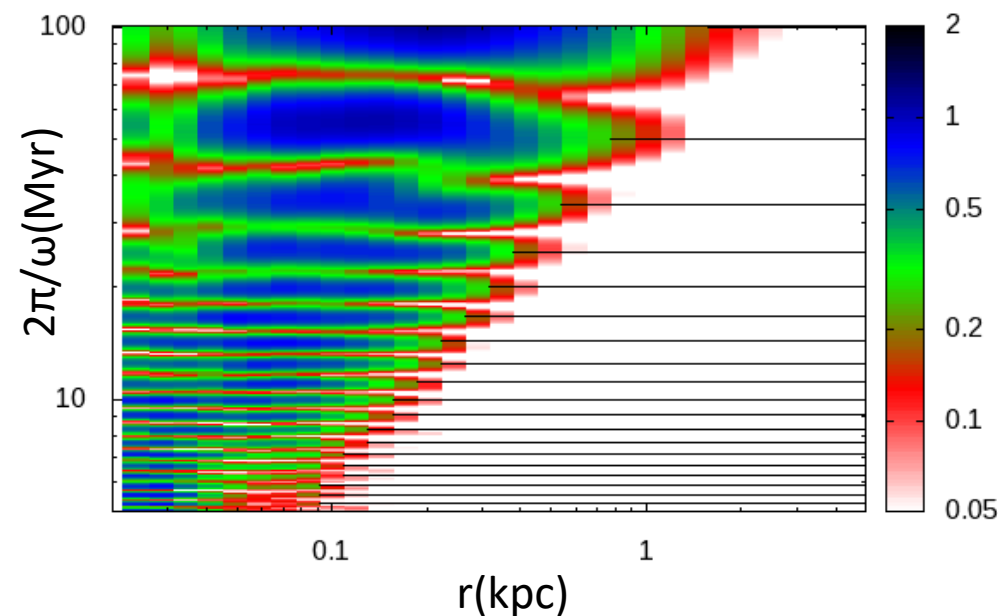
- 初期位置が異なる位置にある粒子の軌道進化を摂動の有無で比較



DM粒子の共鳴とコア半径



$$\hat{v}_r(r, \omega) = \int v_r(r, t) e^{-i\omega t} dt : \text{DMH粒子の} r \text{方向の速度フーリエ成分}$$



黒直線:線形理論により予想される共鳴周期

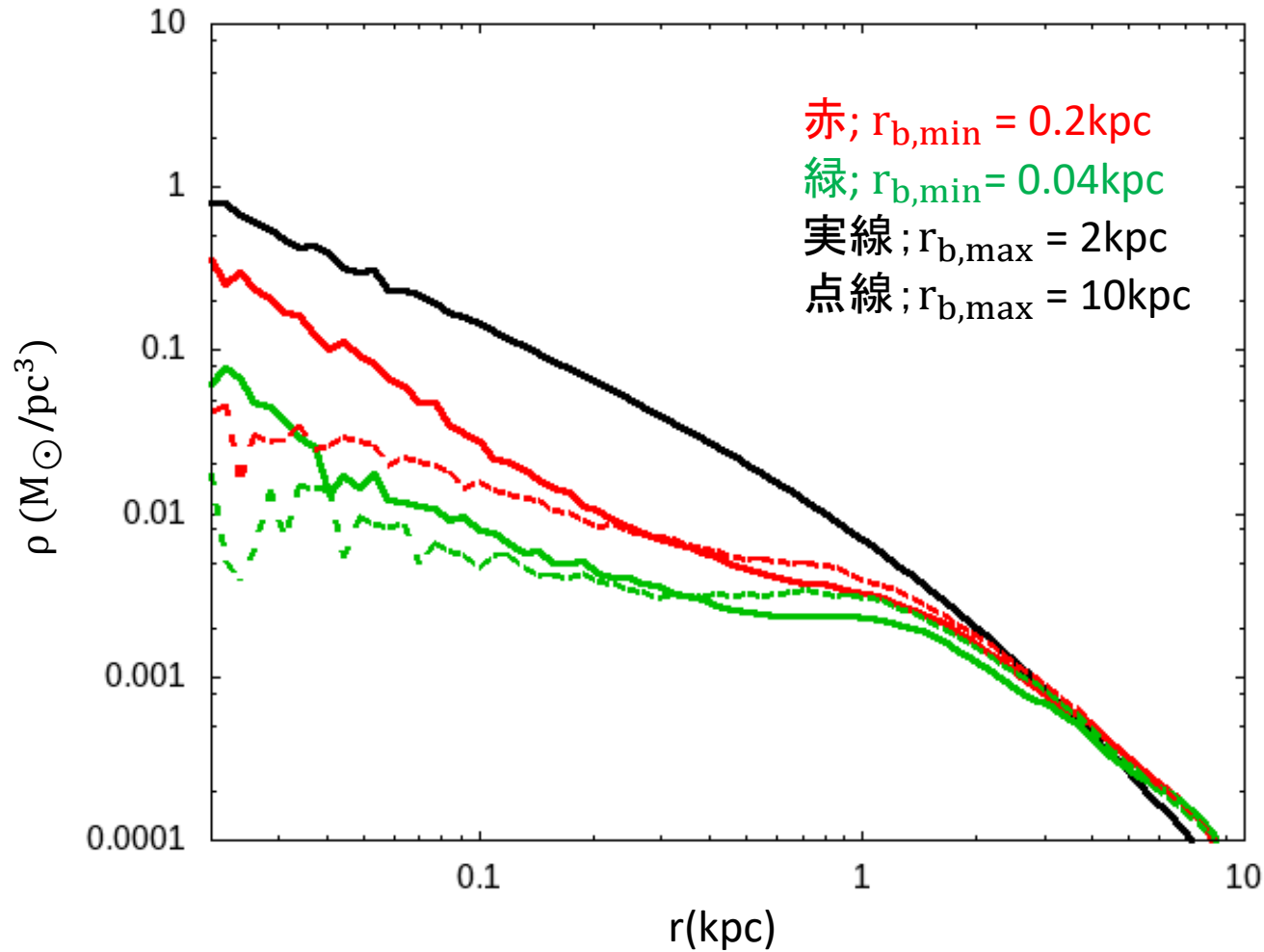
線形理論で予想される周期で、
DM粒子と摂動の共鳴を確認できた。

内側は倍音成分が効いてくる。

摂動の周期とDMHのコア半径の関係を
説明できる

倍音の共鳴とDMH中心部の冪の関係性

$$M_b = 0.17 M_{DM}, T=100 \text{ Myr}$$



$r_{b,\max}$ が大きいと中心にバンプが残る。

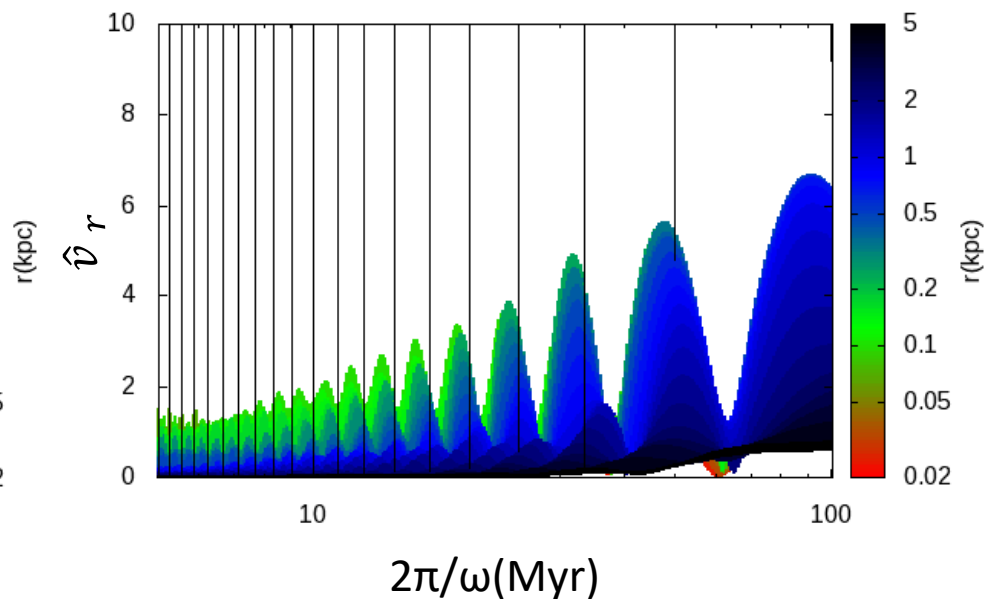
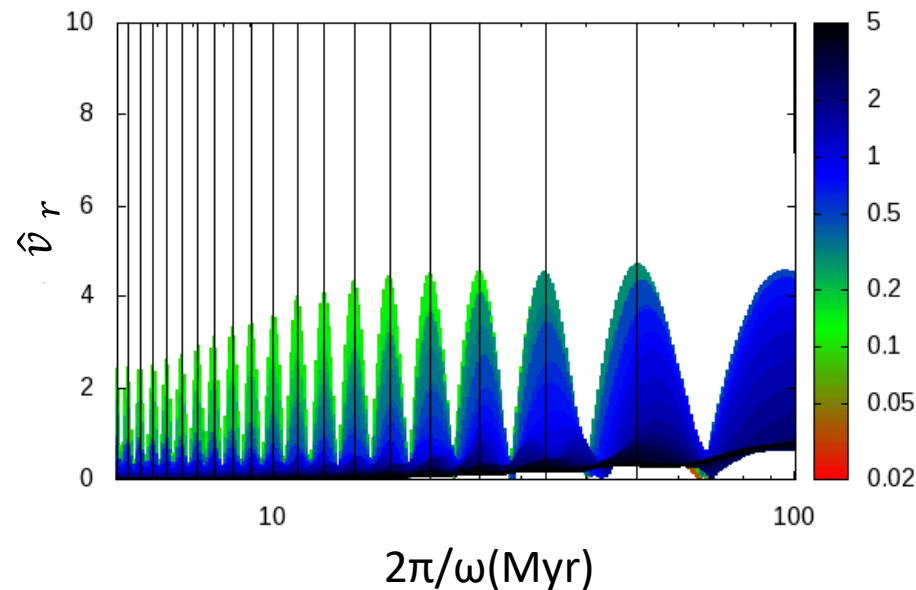
$r_{b,\min}$ は摂動のエネルギーの大きさは変わるが、密度分布の傾向は変わらない。

$r_{b,max}$ によるフーリエモードの違い

$r_{b,max} = 10\text{kpc}$

$r_{b,min} = 0.04\text{kpc},$

$r_{b,max} = 2\text{kpc}$



- $r_{b,max}$ が小さいと波長が短くなり、速度の遅い粒子が共鳴する。
- 共鳴してエネルギーを得る粒子がDMH中心部で少ないために中心部にバンプが残った。

共鳴条件; $v_0 = \frac{n\lambda}{mT}$ v_0 :DMH粒子の速度, n, m :フーリエモード数, T :周期, λ :波長

- 摂動に含まれる倍音成分のバランスが**コアを形成するのに重要である。**

Summary

- SCF法を用いて計算を行った。
- 周期的なSNによるフィードバックによるポテンシャル変動が弱い場合においてもDMHがcusp-core遷移を起こし、観測されている中心密度の再現性を示唆した。
- コア半径の多様性は星形成の周期とガスの量に関係。
- フーリエ成分を調べることで共鳴状態を確かめることが出来た。倍音成分がDMH中心部のコア形成に重要であり、密度構造形成に大きく寄与する。
- 摂動を加え続けると、ある平衡状態に落ち着く。
- フィードバックの周期と共鳴してエネルギーを得たDMH粒子はradial velocityが大きくなり、エキセントリシティの大きな運動をする。その結果Cusp-Core遷移が起こる。