ダークマターの
ブラックホールへの降着

2018.11.3

筑波大学 理工学群 物理学類 201510896
茂木　孝人

研究の背景と目的

＜背景＞

- SMBHの進化過程がまだよくわかっていない.
- 超大質量ブラックホール（SMBH）の質量と銀河バルジの質量，速度分散には相関関係がある.
- 銀河とSMBHは共進化してきたしてきたと考えられる.

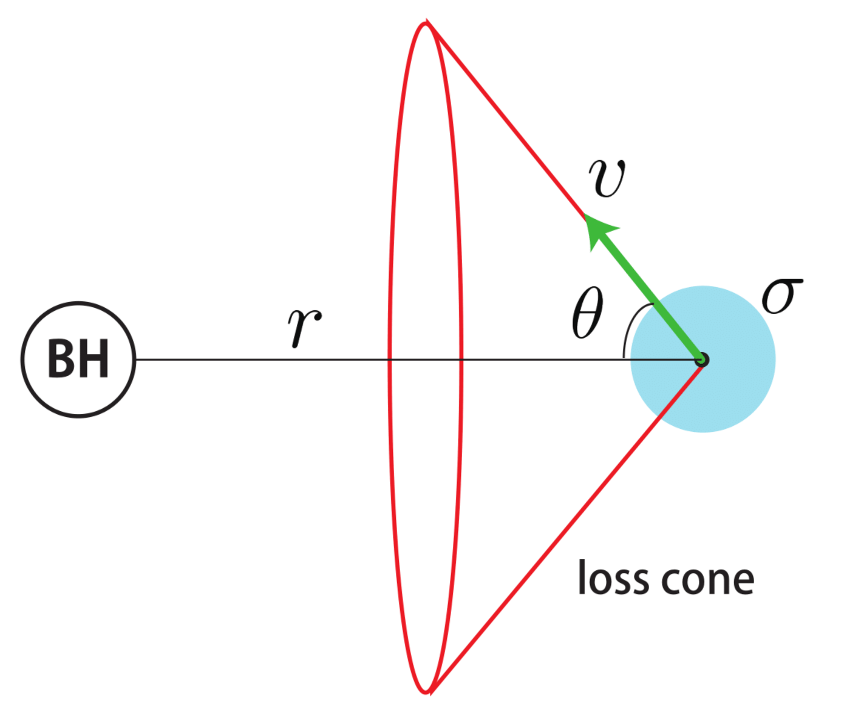
⇒ SMBHの進化は銀河の進化過程を理解するうえでも重要.

＜目的＞

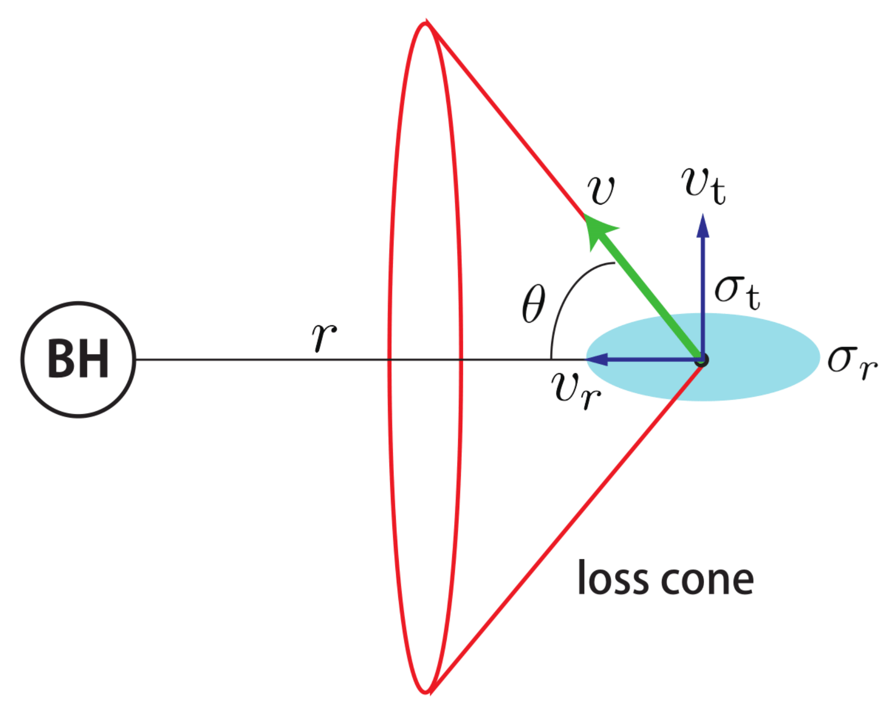
- BHの質量には，ガス降着，BH同士の衝突合体，ダークマター（DM）の降着が主に関係している.
- 今回はDMの降着のみに注目.
- SMBHへのDMの質量降着率がどの程度であるのかを見積もり，銀河の進化にどの程度影響を及ぼすのかを調べる.

ロスコーン

- BHに落ち込む位相空間内のDM粒子の割合は，ロスコーンによって記述され（Lightman & Shapiro 1997），ロスコーン内に存在するDM粒子はBHに落ち込む．



速度分散が等方的な場合



速度分散が非等方的な場合

角運動量条件

- Schwarzschild計量

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_\mathrm{g}}{r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{r_\mathrm{g}}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2\right)$$

$$r_\mathrm{g} = 2\,GM_\mathrm{BH}/c^2$$

- DM粒子の軌道は赤道面上（$\theta = \pi/2$）で考える.
- DM粒子のLagrangian（ドットは固有時τによる1階微分）

$$L = \frac{1}{2}\,m\,g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau} = \frac{1}{2}\,m\left(\frac{ds}{d\tau}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\,m\left[-\left(1 - \frac{r_\mathrm{g}}{r}\right) c^2\dot{t}^2 + \left(1 - \frac{r_\mathrm{g}}{r}\right)^{-1}\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2\right]$$

角運動量条件

- Euler – Lagrange方程式

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\mu}\right) - \frac{\partial L}{\partial x^\mu} = 0$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \left(1 - \dfrac{r_\mathrm{g}}{r}\right)\dot{t} \equiv b \\ \dfrac{r_\mathrm{g}}{r}c^2\dot{t}^2 + \left(1 - \dfrac{r_\mathrm{g}}{r}\right)^{-2}\dfrac{r_\mathrm{g}}{r^2}\dot{r}^2 - 2r\dot{\phi}^2 + 2\dfrac{d}{d\tau}\left[\left(1 - \dfrac{r_\mathrm{g}}{r}\right)^{-1}\dot{r}\right] = 0 \\ r^2\dot{\phi} \equiv h \end{cases}$$

- 固有時の定義（ $ds^2 = -c^2 d\tau^2$ ）

$$c^2 = \left(1 - \frac{r_\mathrm{g}}{r}\right)c^2\dot{t}^2 - \left(1 - \frac{r_\mathrm{g}}{r}\right)^{-1}\dot{r}^2 - r^2\dot{\phi}^2$$

角運動量条件

- 先ほどの4本の式より，DM粒子の運動方程式は,

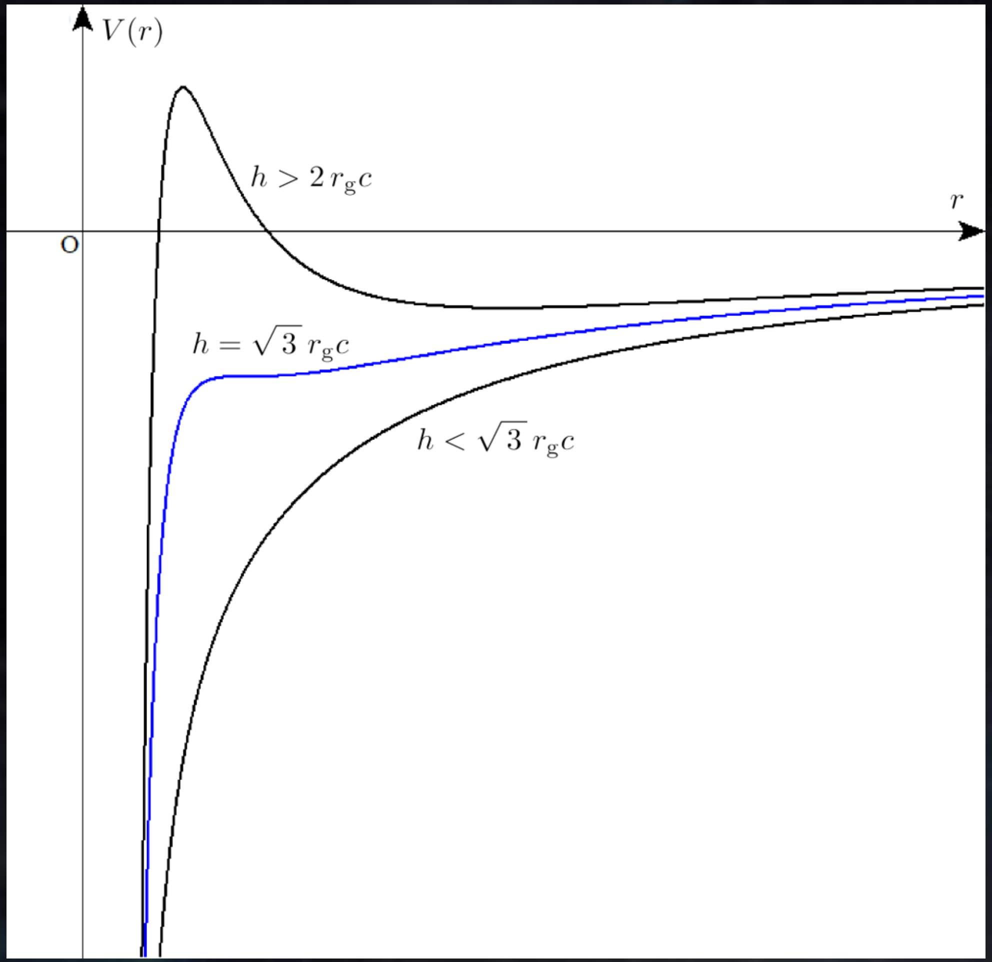
$$\ddot{r} = -\frac{r_{\mathrm{g}}c^2}{2r^2} + \frac{h^2}{r^3} - \frac{3r_{\mathrm{g}}h^2}{2r^4} = -\frac{dV(r)}{dr}$$

$$V(r) = -\frac{r_{\mathrm{g}}c^2}{2r} + \frac{h^2}{2r^2} - \frac{r_{\mathrm{g}}h^2}{2r^3}$$

- 角運動量 h が,

$$h = rv\sin\theta < \sqrt{3}\, r_{\mathrm{g}}c \equiv h_{\max}$$

を満たすとき，常に $-dV(r)/dr < 0$ となって常に引力を受けDM粒子はすべてBHに落ち込む（Wald 1984）．



半径 r とポテンシャル $V(r)$ の関係

DMの分布関数

- DM粒子の質量密度分布：NFWプロファイル（Navarro et al. 1996）

$$\rho_{\mathrm{NFW}}(r) = \frac{\rho_0}{(r/r_0)\,(1 + r/r_0)^2}$$

- DM粒子の速度分布：Maxwell－Boltzmann分布（等方的な速度分布を仮定）

$$g_{\mathrm{MB}}(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_{\mathrm{B}} T}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2k_{\mathrm{B}}T} = \left(\frac{3}{2\pi\sigma^2}\right)^{3/2} e^{-3v^2/2\sigma^2}$$

（エネルギー等分配則，ビリアル定理より）

$$3k_{\mathrm{B}}T/2 = m\sigma^2/2 \qquad 2T + W = 0 \qquad \sigma^2 = GM_{200}/r_{200}$$

- ロスコーンに囲まれる立体角の割合

$$f_{\mathrm{LC}}(r, v) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_{\mathrm{crit}}(r,v)} \sin\theta \, d\theta \, d\phi = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\theta_{\mathrm{crit}}(r, v)\right)$$

$$\theta_{\mathrm{crit}}(r, v) = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}\, r_{\mathrm{g}} c}{rv}\right)$$

DMのBHへの降着

- DMのBHへの質量降着（Read & Gilmore 2003）

$$M_{\mathrm{infall}} = \int_0^\infty \int_0^r 4\pi r^2 4\pi v^2 \rho_{\mathrm{NFW}}(r)\, g_{\mathrm{MB}}(v)\, f_{\mathrm{LC}}(r, v)\, dr\, dv$$

- 半径 r の積分範囲

①0からBHの重力が支配的となる半径 r_{BH}（BHの重力＞DMの重力となる半径）まで.

→ 半径 r 内のDMの質量を考える.

$$M_{\mathrm{DM}}(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho_{\mathrm{NFW}}(r)\, dr = 4\pi r_0^3 \rho_0 \left[\ln(1 + r/r_0) - \frac{r/r_0}{1 + r/r_0} \right]$$

$$M_{\mathrm{DM}}(r_{\mathrm{BH}}) = M_{\mathrm{BH}}$$

②0から∞まで

DMのBHへの質量降着率

- 自由落下を仮定し，半径 r にあるのDM粒子がBHに落ち込むまでに要する時間は，

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM(r)}{r^2} \qquad t_{\mathrm{ff}}(r) = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{r^3}{2\,GM(r)}}$$

$$M(r) = \begin{cases} M_{\mathrm{BH}} & (r = r_{\mathrm{BH}}) \\ M_{\mathrm{BH}} + M_{\mathrm{DM}}(r) & (r \to \infty) \end{cases}$$

- DM粒子がBHに落ち込むまでに要する平均時間

$$\overline{t_{\mathrm{ff}}} = \frac{1}{M_{\mathrm{infall}}} \int_0^\infty \int_0^r 4\pi r^2 4\pi v^2 \rho_{\mathrm{NFW}}(r)\, g_{\mathrm{MB}}(v)\, f_{\mathrm{LC}}(r, v)\, t_{\mathrm{ff}}(r)\, dr\, dv$$

- DMのBHへの質量降着率

$$\dot{M} = \frac{M_{\mathrm{infall}}}{\overline{t_{\mathrm{ff}}}}$$

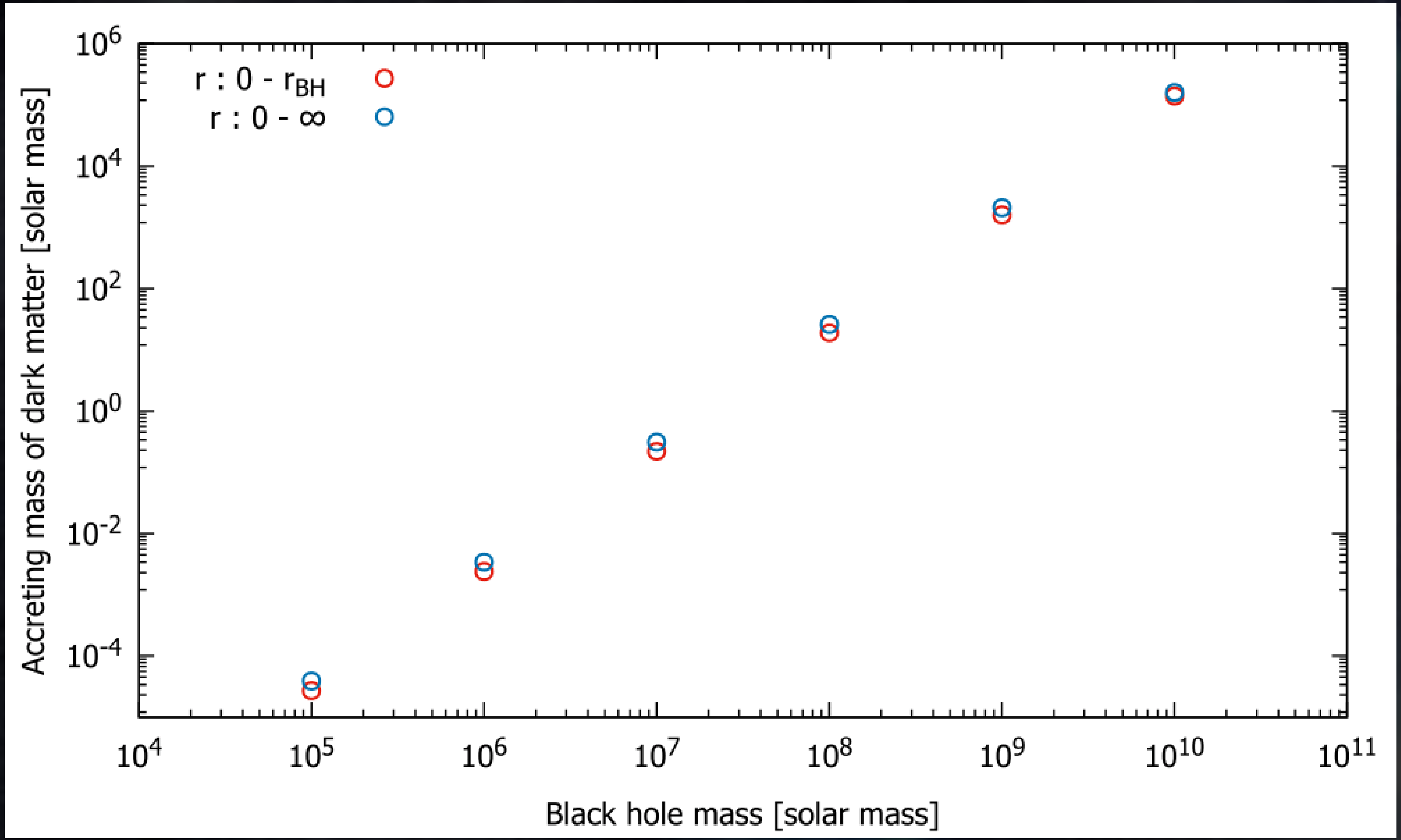
各パラメータの条件

- Milky Way タイプの銀河のDMHとその中心に存在するBHを仮定（Read & Gilmore 2003）.

表 1　各パラメータの値

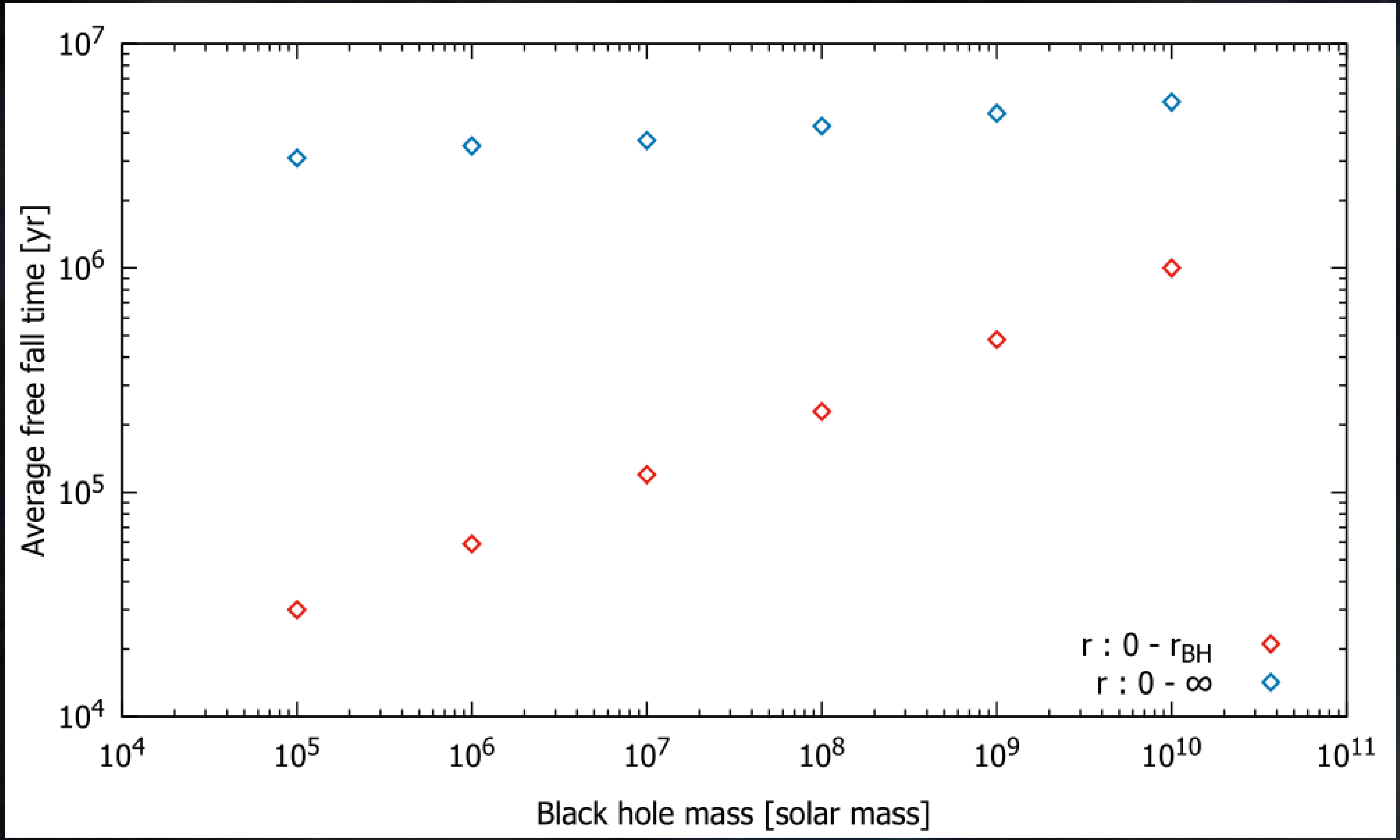
パラメータ	値	
$M_{\mathrm{BH}}\,[M_\odot]$	$10^n\ (n = 5\text{-}10)$	BH 質量
$M_{200}\,[M_\odot]$	1.9×10^{12}	ビリアル質量
c_n	13.34	NFW コンセントレーション
r_{200} [kpc]	201.4	ビリアル半径
$\rho_0\,[M_\odot\,\mathrm{kpc}^{-3}]$	2.49×10^7	NFW スケール密度
r_0 [kpc]	15.14	NFW スケール長

BH質量 M_{BH} と降着するDM粒子の質量 M_{infall} の関係



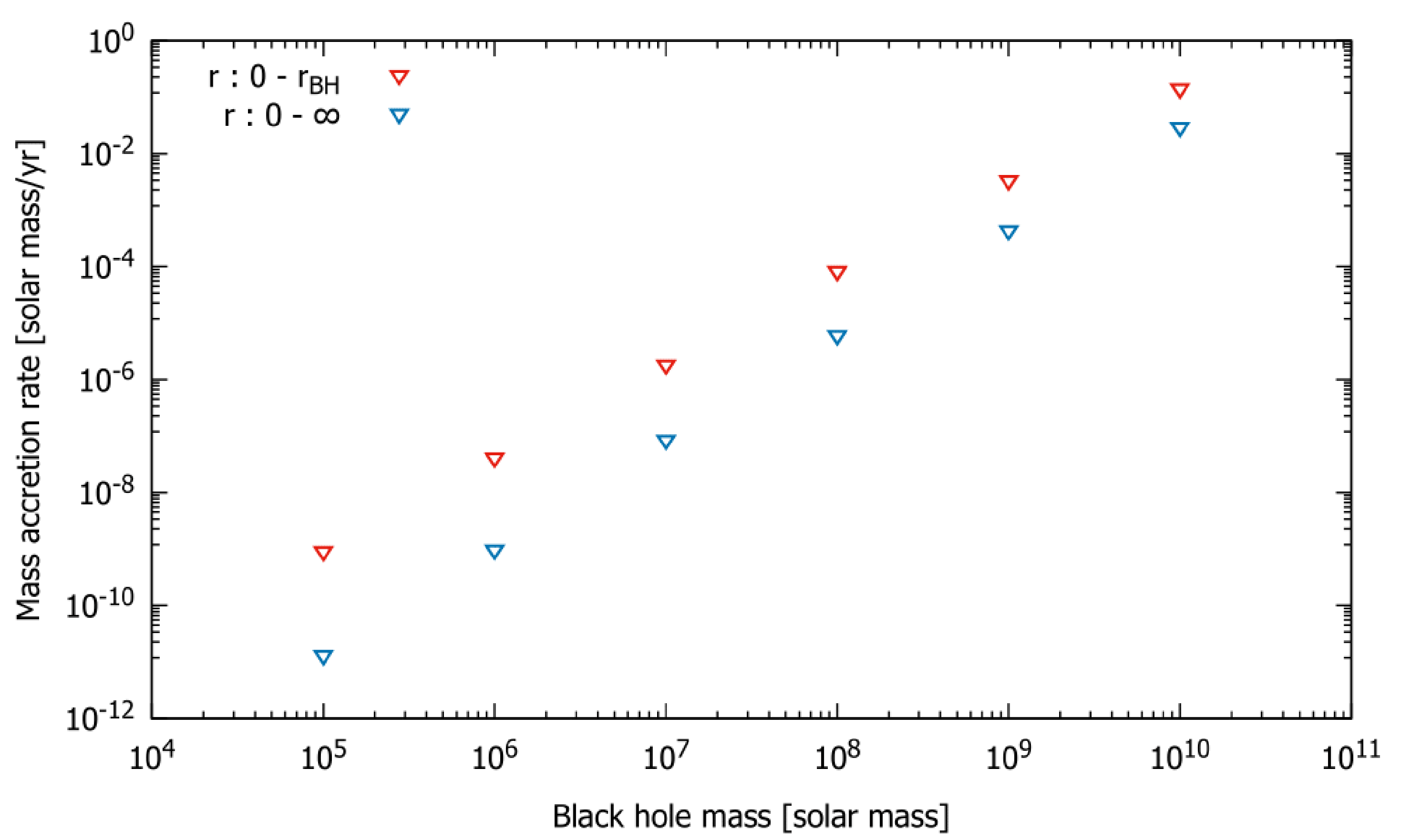
$$M_{\mathrm{infall}} = 10^{-14} {M_{\mathrm{BH}}}^{2}$$

BH質量 M_{BH} とDM粒子の平均自由落下時間 $\overline{t_{\mathrm{ff}}}$ の関係



$\overline{t_{\mathrm{ff}}} = 10^3 M_{\mathrm{BH}}{}^{0.3} \quad (r : 0 - r_{\mathrm{BH}})$ $\qquad \overline{t_{\mathrm{ff}}} = 10^6 M_{\mathrm{BH}}{}^{0.05} \quad (r : 0 - \infty)$

BH質量 M_{BH} とDM粒子の質量降着率 $\dot{M}$ の関係



$\dot{M} = 10^{-17} {M_{\mathrm{BH}}}^{1.6}$ $(r : 0 - r_{\mathrm{BH}})$ $\dot{M} = 10^{-20} {M_{\mathrm{BH}}}^{1.9}$ $(r : 0 - \infty)$

まとめと今後の展望

- もし，質量降着率が，

$$\dot{M} \sim 1\, M_\odot/\mathrm{yr}$$

の場合に，銀河進化のタイムスケールが 10^{10} yr であるので，このタイムスケールの間にDMは $10^{10} M_\odot$ 降着するので，SMBHの進化に大きな影響を与える．．

- 今回の計算でのDMのBHへの質量降着率 $\dot{M}$ は，BH質量が $M_{\mathrm{BH}} = 10^{10} M_\odot$ であっても，

$$\dot{M} \sim 10^{-1}\, M_\odot/\mathrm{yr}$$

程度であった．

- 銀河のタイムスケールの間にDMは $10^9 M_\odot$ 降着し，BH質量の 1/10 程度が降着する．
- 速度分散が非等方な場合と比較する．