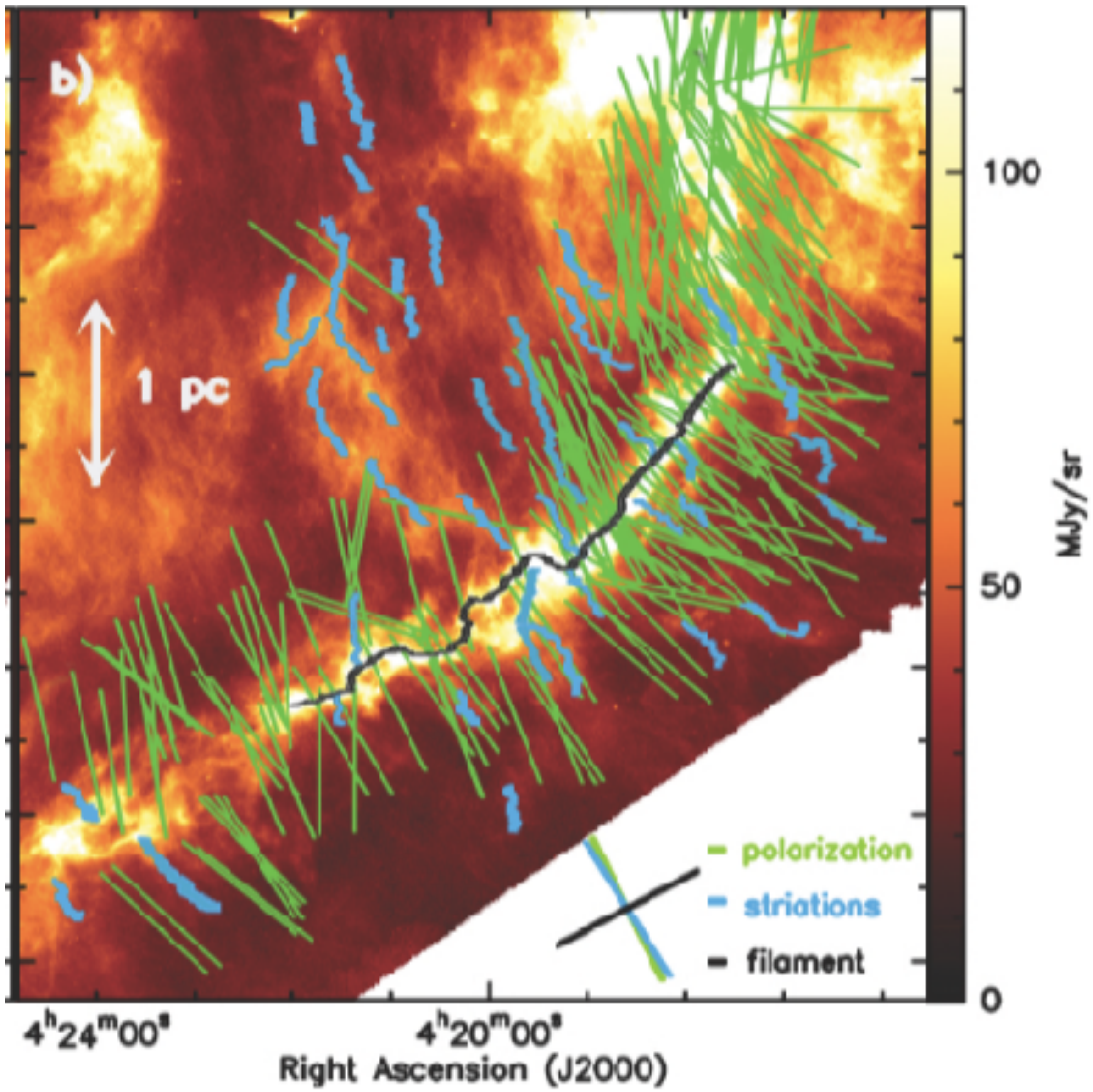
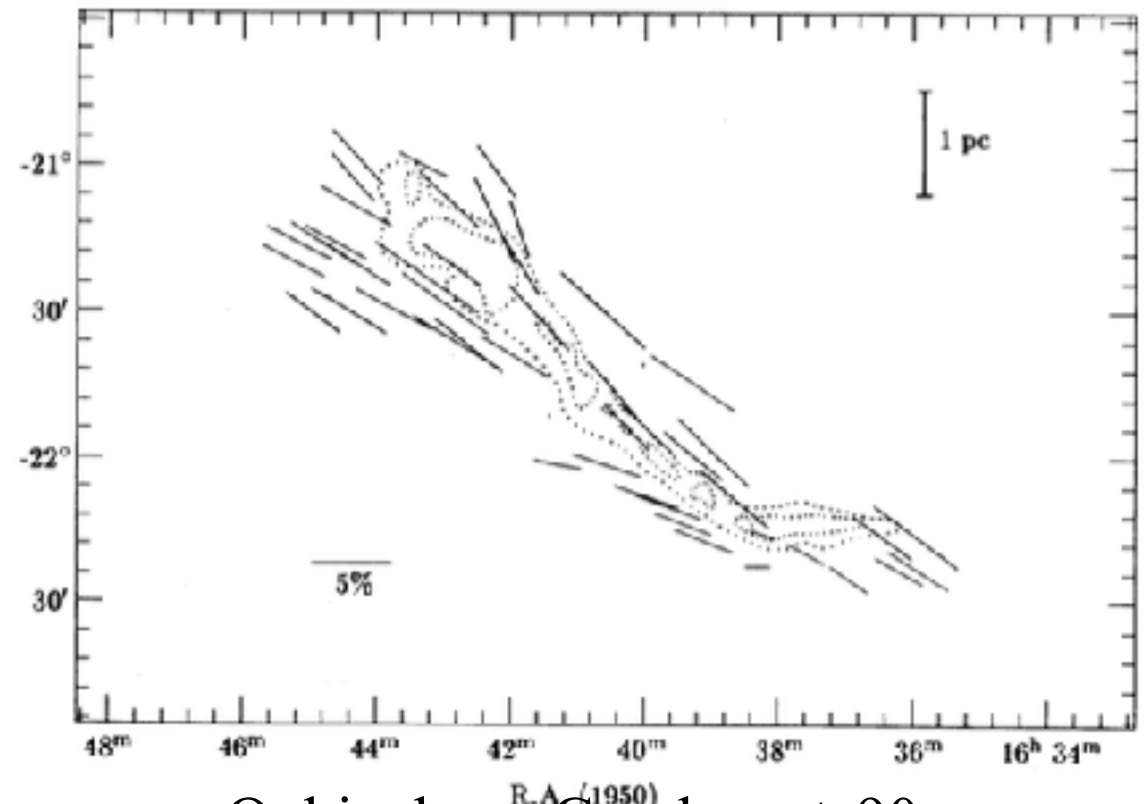
軸に垂直な磁場に貫かれたフィラメント状
分子雲の自己重力不安定



おうし座 Palmeirim+ 13
250μm連続波＋磁場 (偏光)

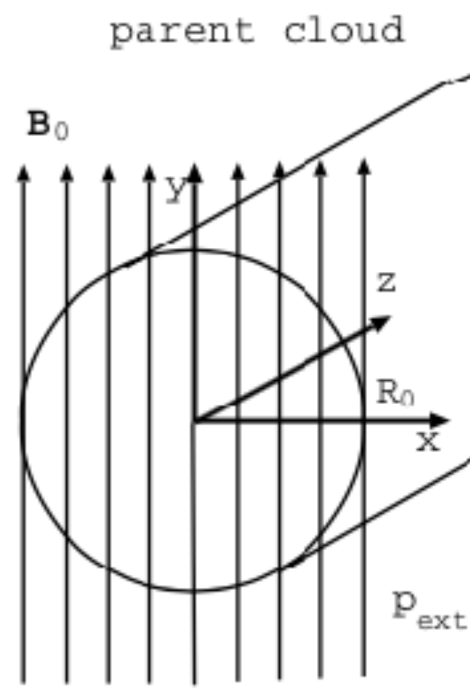


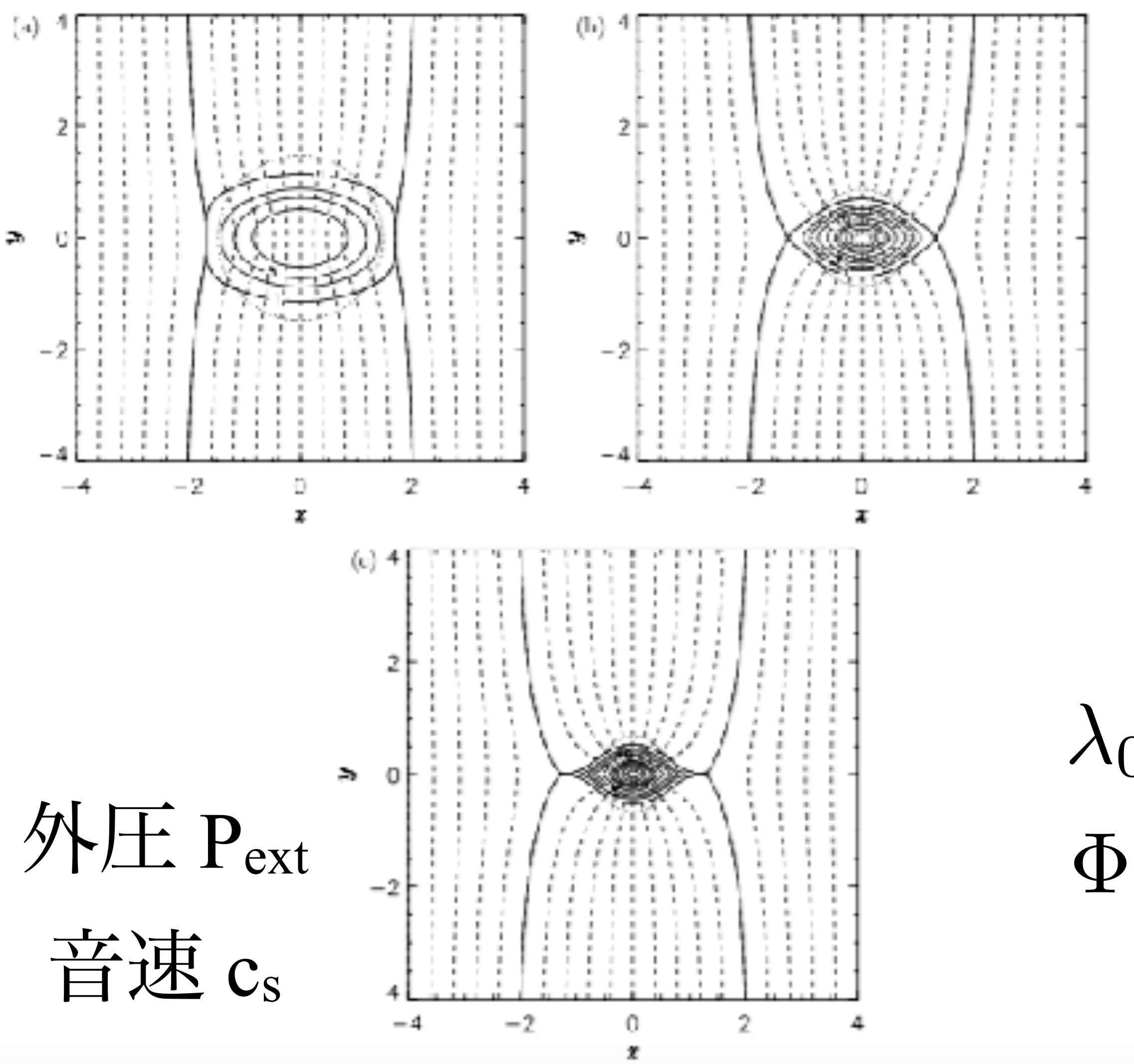
Ophiuchus Goodman+ 90

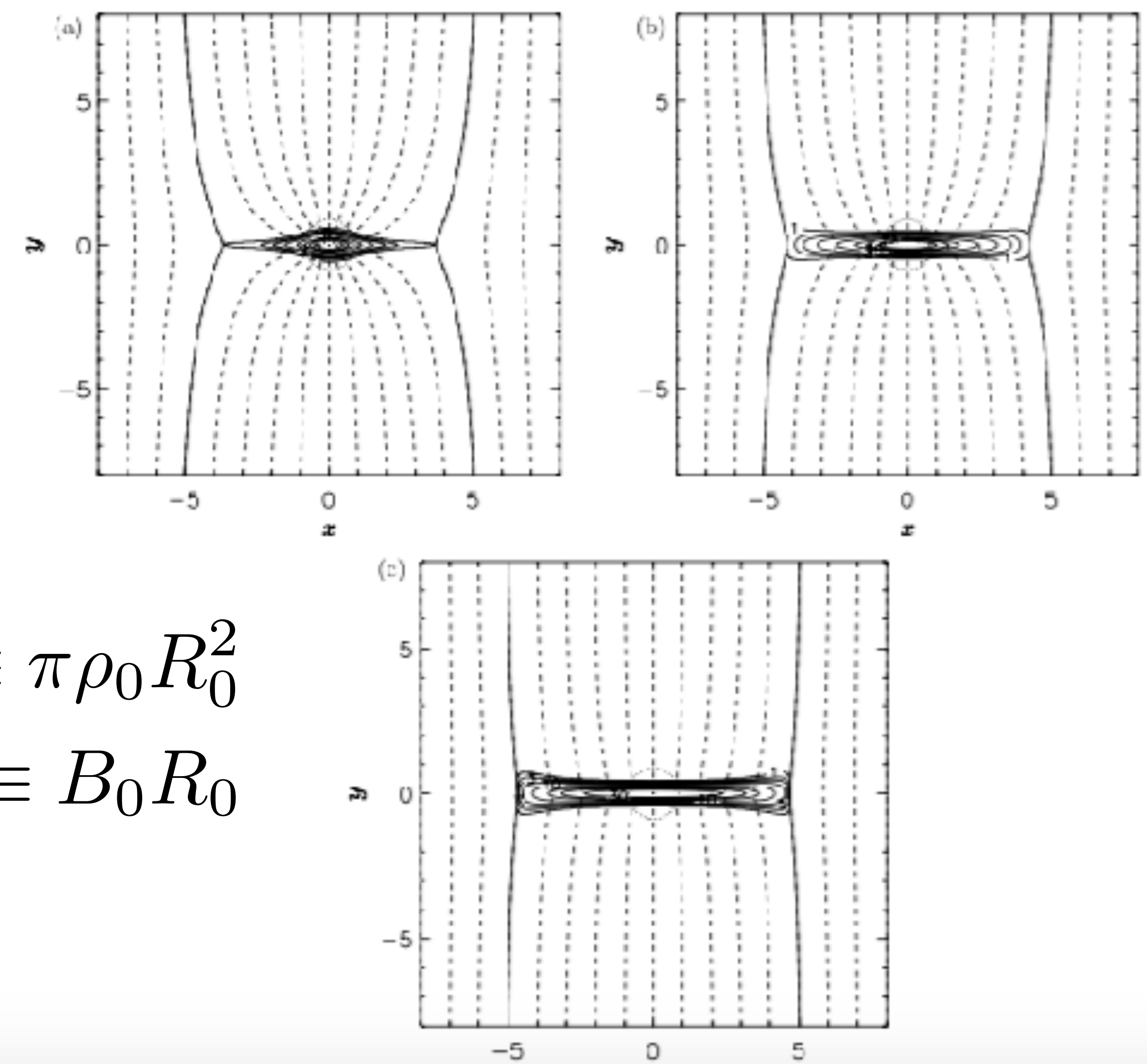
花輪 知幸 (千葉大学)
工藤 哲洋 (長崎大学)
富阪 幸治 (国立天文台)

軸に垂直な磁場

Tomisaka 14





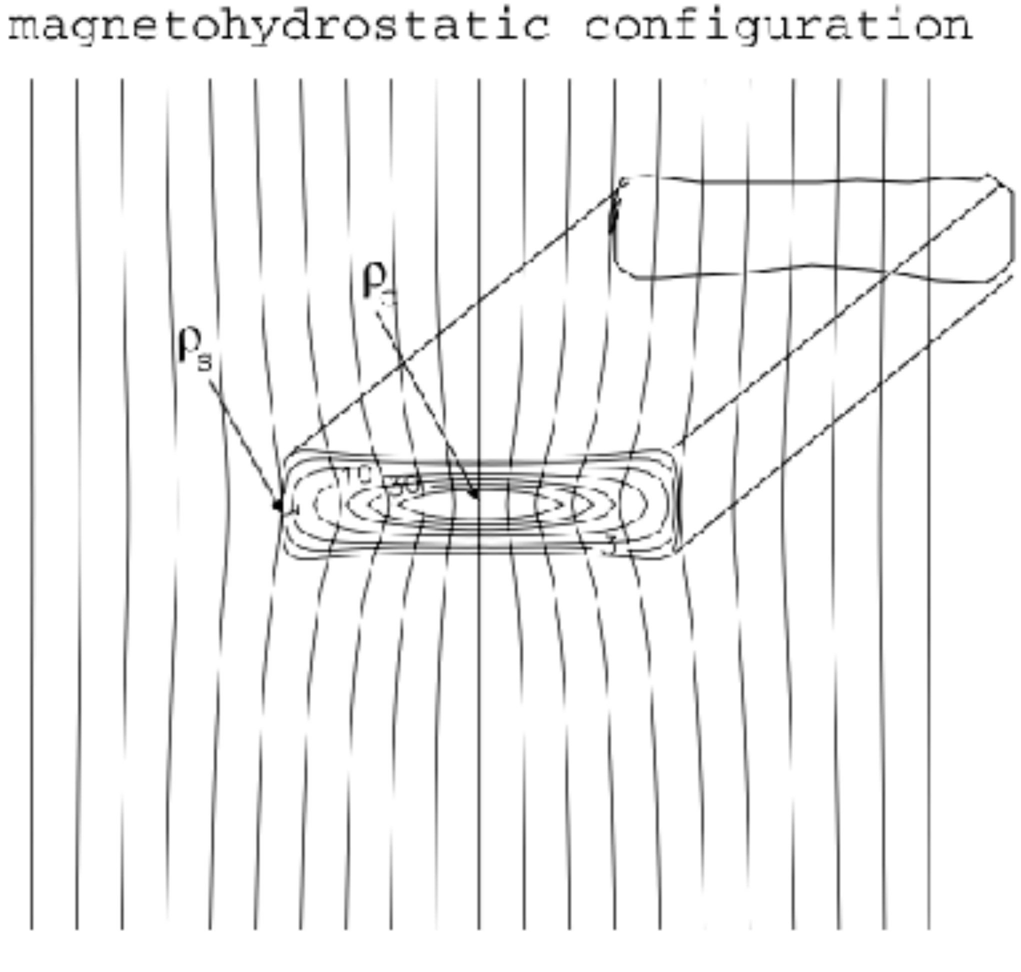


外圧 $P_{\rm ext}$

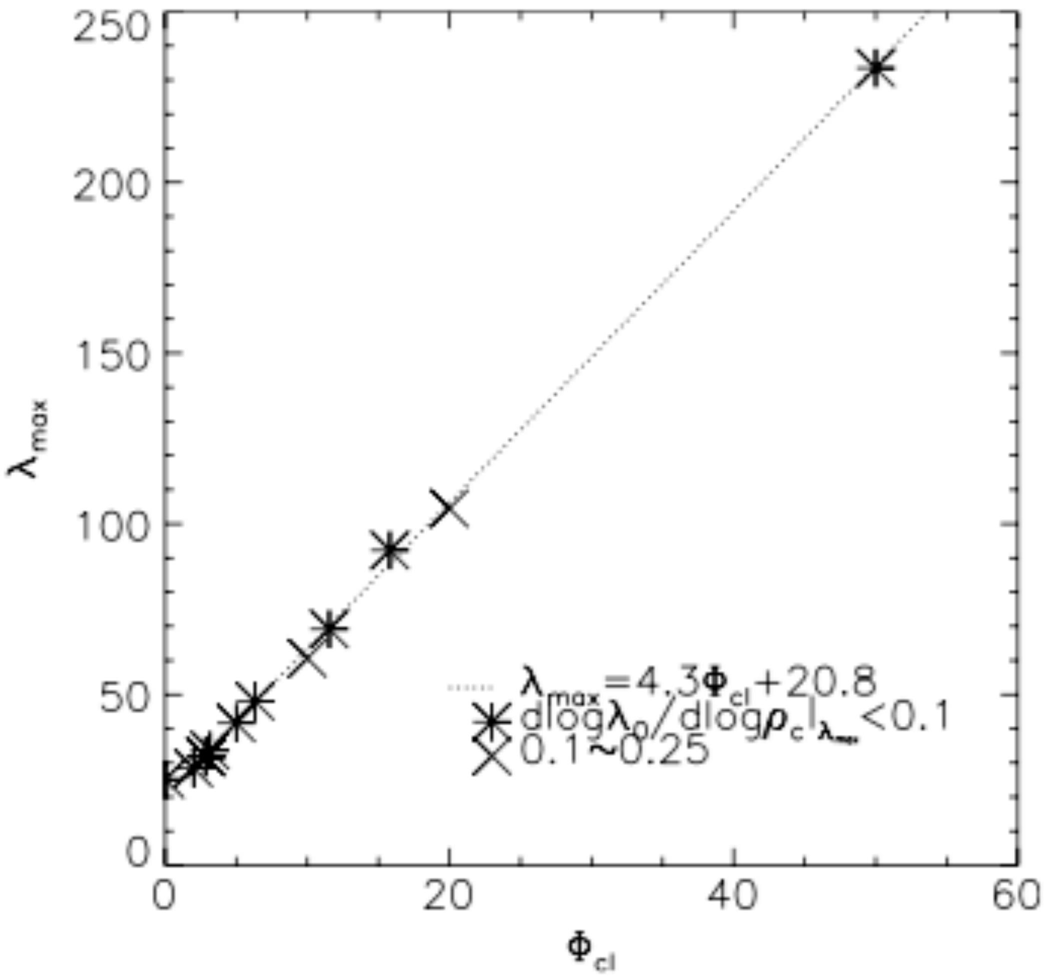
音速 $c_{\rm s}$

$$\lambda_0 \equiv \pi \rho_0 R_0^2$$

$$\Phi_{\rm cl} \equiv B_0 R_0$$



Tomisaka 14



λ: 単位長さあたりの質量

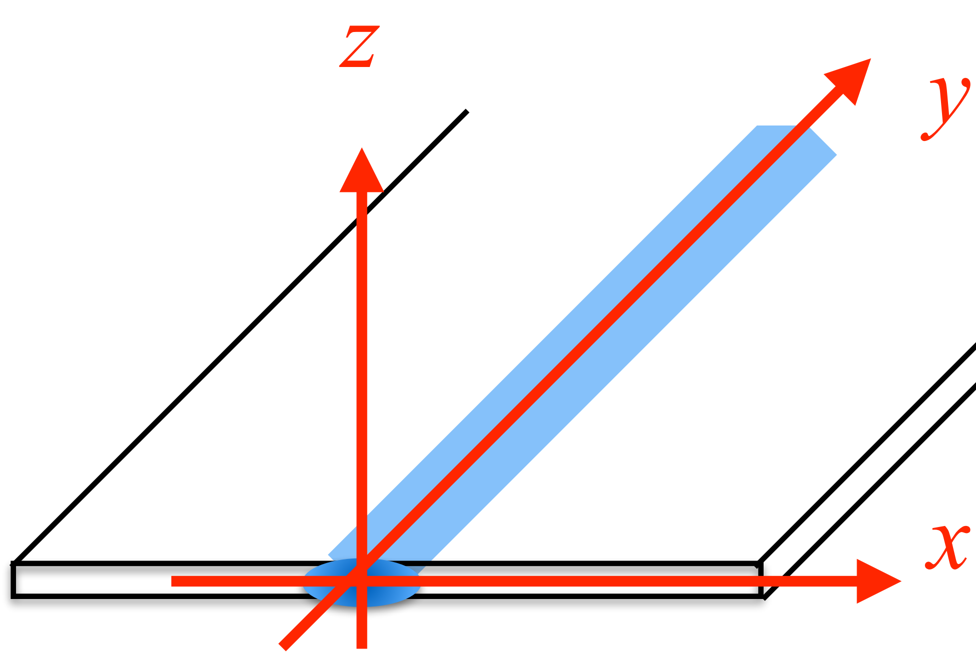
Φ: 単位長さあたりの磁束

支えられるガスの量は磁場に比例

理想磁気流体力学方程式

ガスは温度一定

Thin Disk Approximation (薄いフィラメント)



$$\rho = \Sigma(x)\delta(z)$$

$$\boldsymbol{j} = J(x)\delta(z)\boldsymbol{e}_y$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{g} = 4\pi G\rho$$

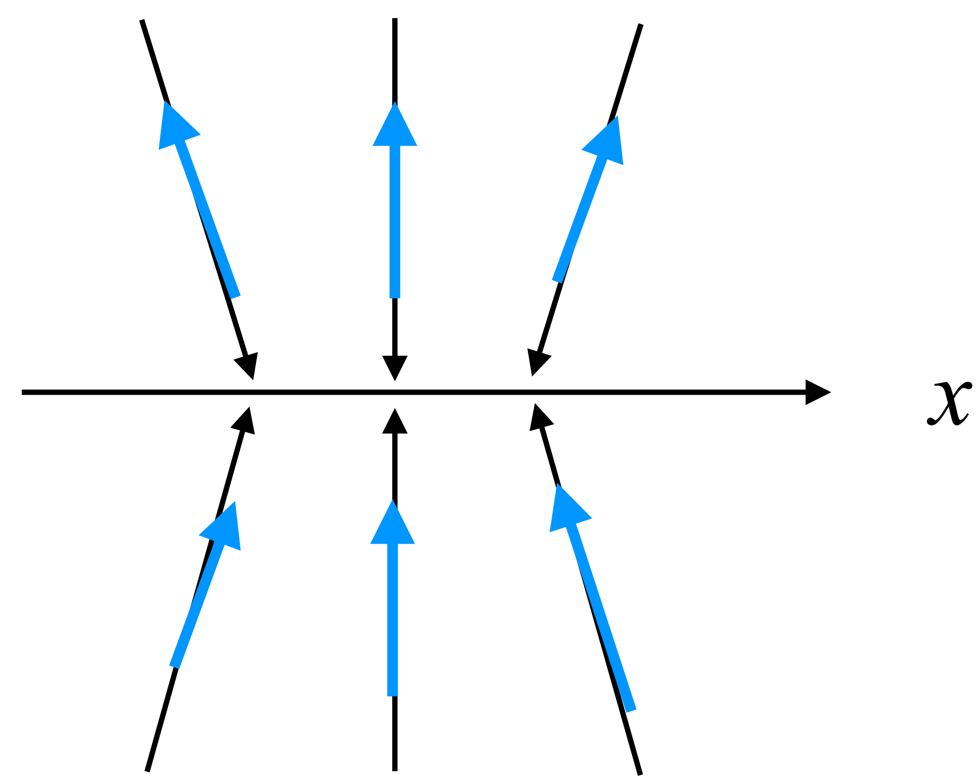
$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{g} = 0$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B} = \frac{4\pi \boldsymbol{j}}{c}$$

質量/磁束 が一定の場合

$$\boldsymbol{B} = \frac{\alpha}{\sqrt{G}}\boldsymbol{g}$$



$$\lambda = \frac{c_s^2}{2G} + \sqrt{\left(\frac{\Phi}{2\pi\sqrt{G}}\right)^2 + \left(\frac{c_s^2}{2G}\right)^2}$$

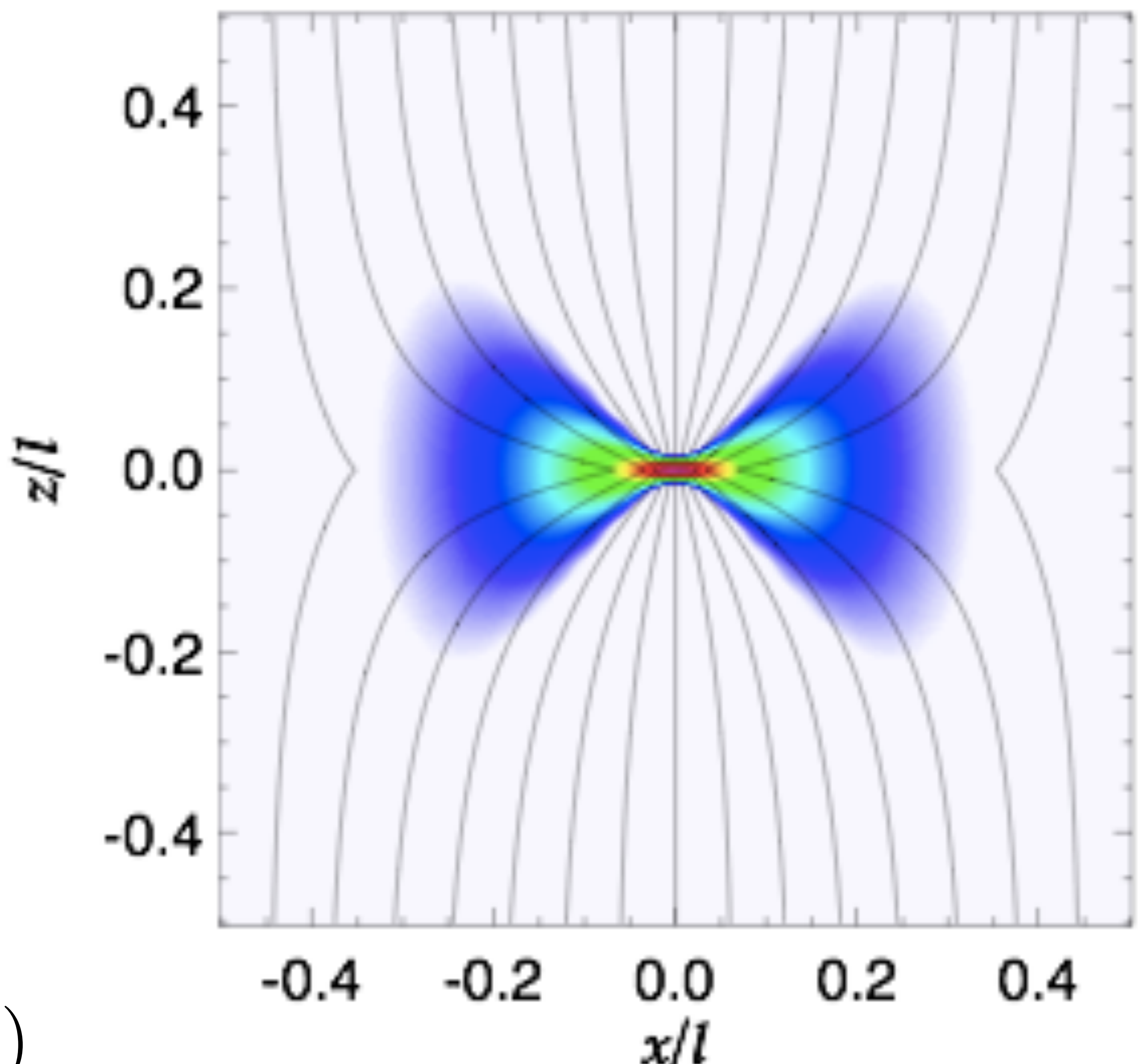
密度分布と磁力線

$$\lambda = 5\frac{c_s^2}{G}$$

$$\Phi = 10\pi\frac{c_s^2}{\sqrt{G}}$$

$$= 2\pi\sqrt{G}\lambda$$

$$w = 0.1$$



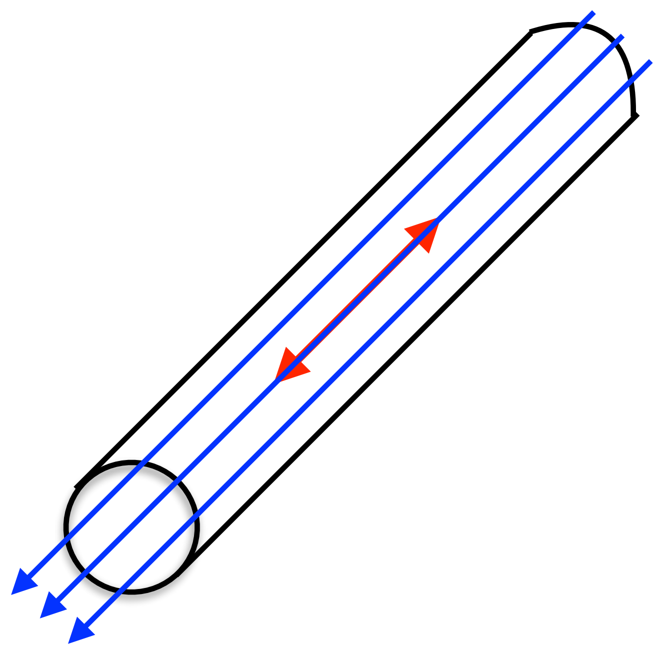
$$\rho(x,z) = \frac{\Sigma(x)}{2H(x)\{\cosh[z/H(x)]\}^2}$$

$$H(x) = \frac{c_s^2}{\pi G\Sigma(x)}$$

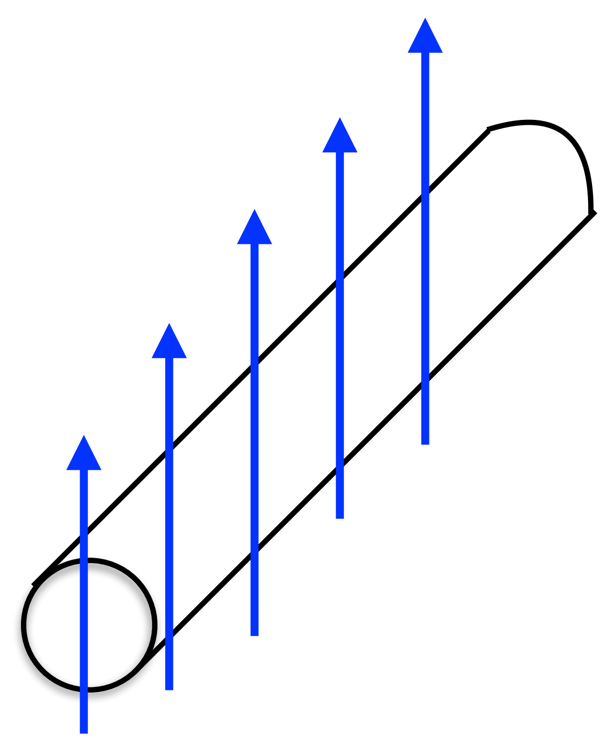
Hanawa & Tomisaka (2015)

星形成は分裂から

軸方向のゆらぎに対する安定性 (分裂)



Jeans 長を超すと不安定

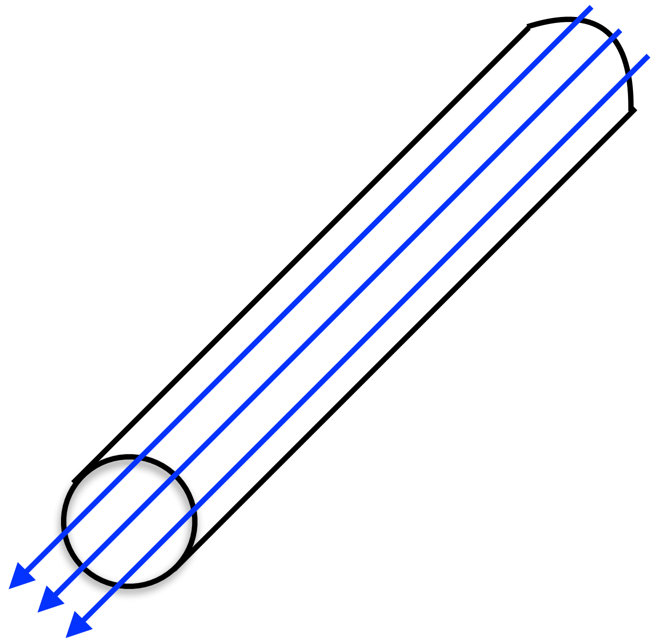


cf. Hanawa+ 92

?

this work

軸方向に延びた磁場



$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + \frac{r^2}{8H^2}\right)^{-2}$$

$$B_z(r) = B_0 \left(1 + \frac{r^2}{8H^2}\right)^{-1}$$

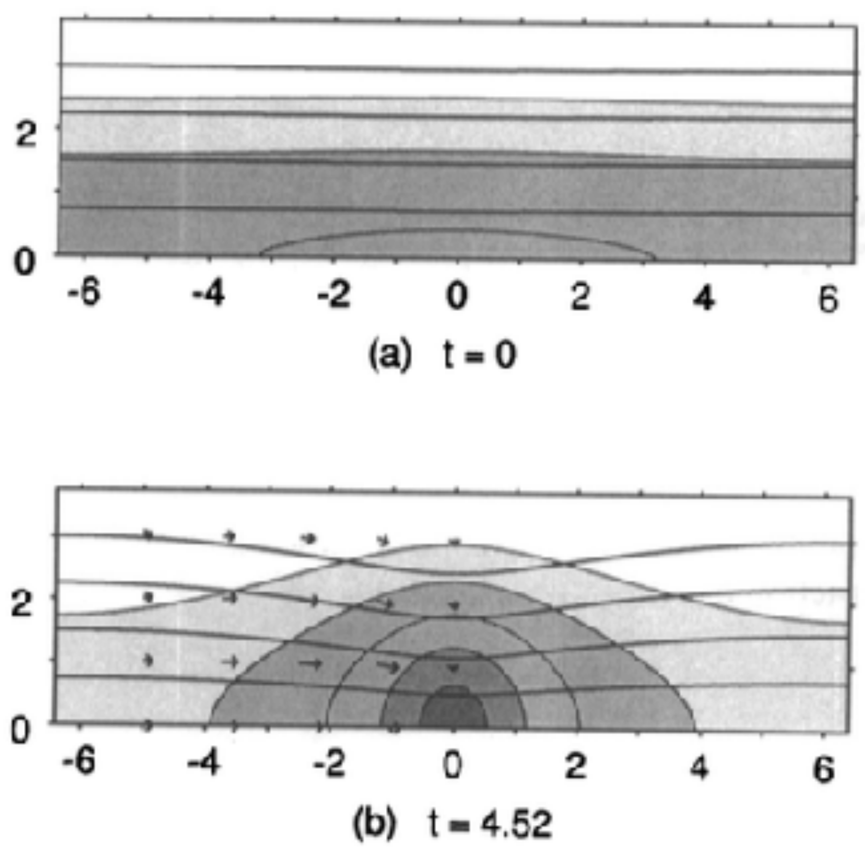
$$4\pi G \rho_0 H^2 = c_s^2 + \frac{B_0^2}{8\pi\rho_0}$$

わずかな磁場でも任意のガスを支えられる。

Stodolkiewicz 63

B_φはフィラメントを絞る

cf. Fiege & Pudritz 00



ただし軸方向には分裂して

不安定 cf. Nakamura+ 93, 95

後述

平衡状態

$$\rho_0 = \rho_c \left(1 + \frac{x^2+y^2}{8H^2}\right)^{-2},$$

$$H^2 = \frac{c_s^2}{4\pi G \rho_c},$$

$$\boldsymbol{B}_0 = B_0 \boldsymbol{e}_x,$$

$\boldsymbol{x}$: 磁場, $\boldsymbol{z}$: フィラメント軸

$\boldsymbol{c}_{\mathrm{s}}$ 音速

理想MHD方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v}),$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -c_s^2 \boldsymbol{\nabla} \ln \rho - \boldsymbol{\nabla}\psi + \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B},$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \boldsymbol{\nabla} (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}),$$

$$\boldsymbol{j} = \frac{\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B}}{4\pi},$$

$$\Delta\psi = 4\pi G \rho.$$

$$\rho = \rho_0 + e^{\sigma t} \varrho(x,y) \cos kz,$$

$$\boldsymbol{\xi} = e^{\sigma t} \left(\xi_x \cos kz \boldsymbol{e}_x + \xi_y \cos kz \boldsymbol{e}_y + \xi_z \sin kz \boldsymbol{e}_z\right),$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + e^{\sigma t} \left(b_x \cos kz \boldsymbol{e}_x + b_y \cos kz \boldsymbol{e}_y + b_z \sin kz \boldsymbol{e}_z\right),$$

$$\boldsymbol{J} = e^{\sigma t} \left(j_x \sin kz \boldsymbol{e}_x + j_y \sin kz \boldsymbol{e}_y + j_z \cos kz \boldsymbol{e}_z\right),$$

$$\psi = \psi_0 + e^{\sigma t} \delta\psi(x,y)$$

数値解法

変位ξで全ての摂動を表す

$$\delta\varrho = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_0 \xi_x\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho_0 \xi_y\right) - k\rho_0\xi_z,$$

$$b_x = -B_0\left[\frac{\partial}{\partial y}\xi_y(x,y) + k\xi_z\right],$$

$$b_y = B_0\frac{\partial \xi_y}{\partial x},$$

$$b_z = -B_0\frac{\partial \xi_z}{\partial x},$$

$$j_x = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial b_z}{\partial y} + kb_y\right),$$

$$j_y = -\frac{1}{4\pi}\left(k\delta b_x + \frac{\partial b_z}{\partial x}\right),$$

$$j_z = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial b_y}{\partial x} - \frac{\partial b_x}{\partial y}\right).$$

$$\delta\psi(\boldsymbol{r}) = \int \boldsymbol{G}(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}')\varrho(\boldsymbol{r}')d\boldsymbol{r}'$$

全ての変位はξに比例

$$\rho_0\frac{d^2\boldsymbol{\xi}}{dt^2} = \boldsymbol{F}\left(\boldsymbol{\xi}\right),$$

$$\rho_0\sigma^2\boldsymbol{\xi} = \left(\boldsymbol{A} + \frac{B_0^2}{4\pi}\boldsymbol{C}\right)\boldsymbol{\xi}.$$

全ての変位はξに比例

一般化された固有値問題

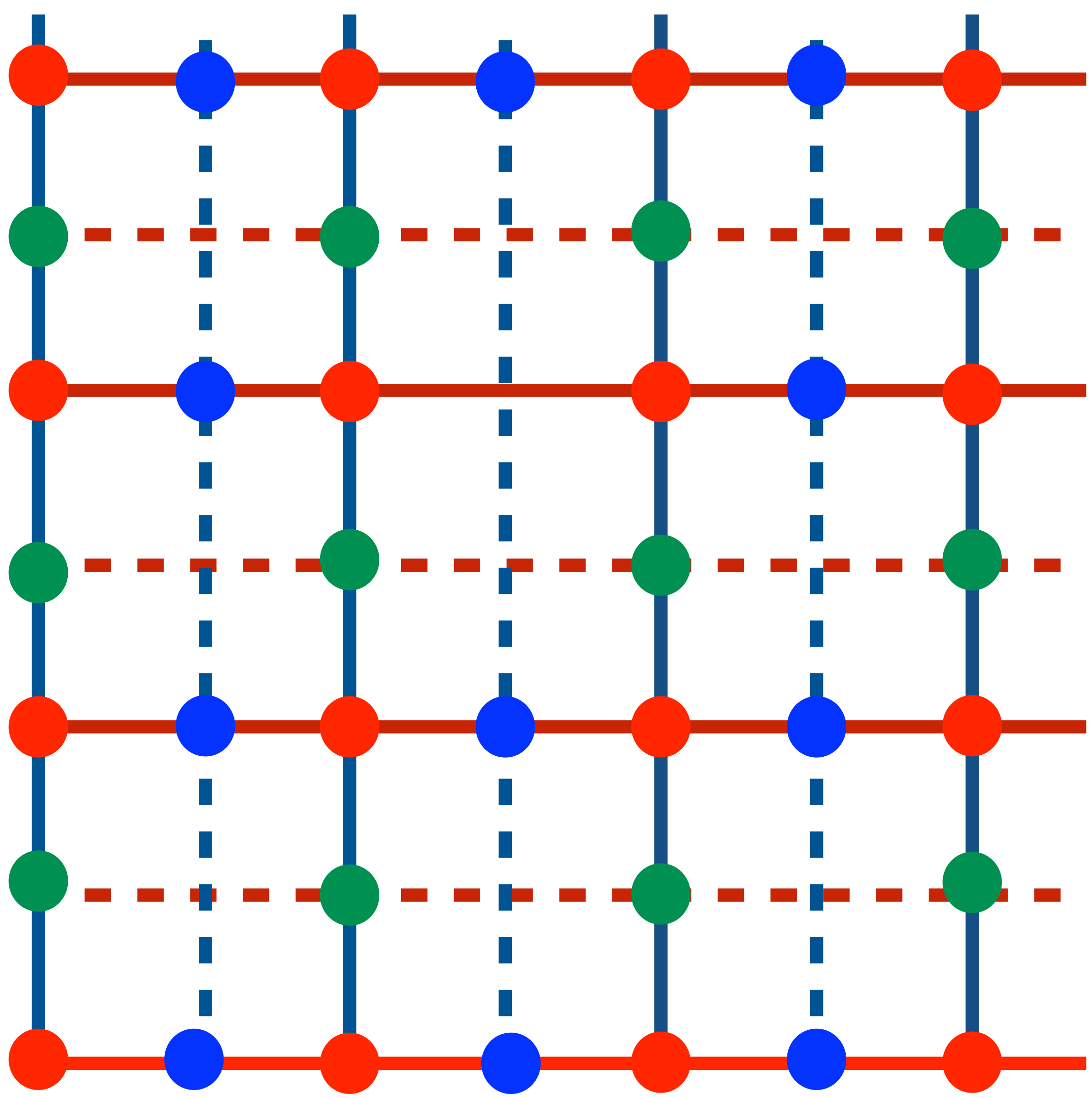
generalized eigenvalue problem

$$\left|\boldsymbol{A} + \frac{B_0^2}{4\pi}\boldsymbol{C} - \rho_0\boldsymbol{I}\right| = 0$$

LAPACK
数値計算ライブラリー

差分方程式

staggered mesh



$\xi_z,\ \varrho,\ \delta\psi,\ b_x,\ j_y$ x, y対称

$\xi_x,\ b_z$ x反対称, y対称

$\xi_y,\ j_z$ x対称, y反対称

$$\varrho_{i,j} = \frac{\rho_{0,i+1/2,j}\xi_{i+1/2,j} - \rho_{0,i-1/2,j}\xi_{i-1/2,j}}{\Delta x} - \frac{\rho_{0,i,j+1/2}\xi_{i,j+1/2} - \rho_{0,i,j-1/2}\xi_{i,j-1/2}}{\Delta y} - k\rho_{0,i,j}\xi_{z,i,j}$$

2 次精度

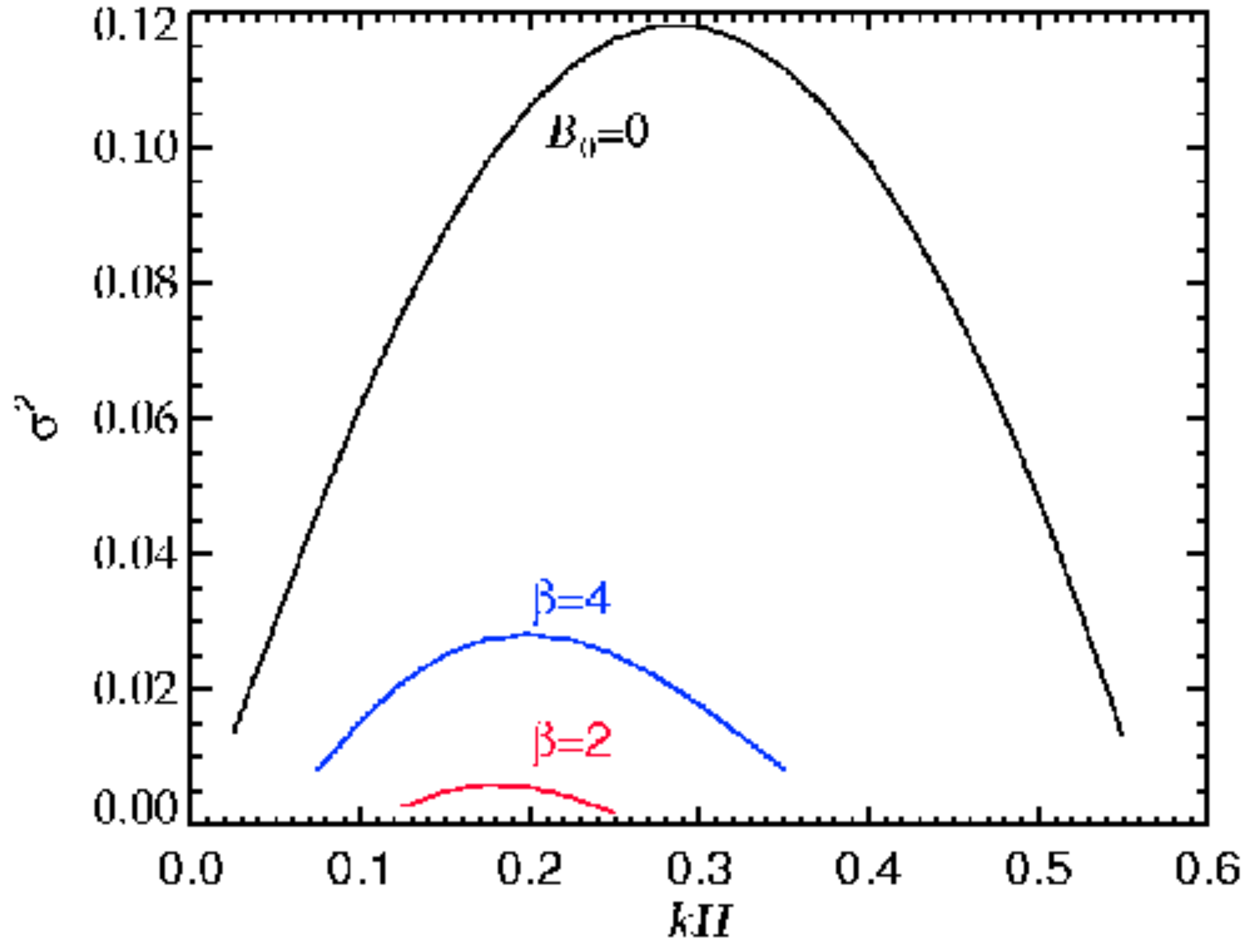
境界条件

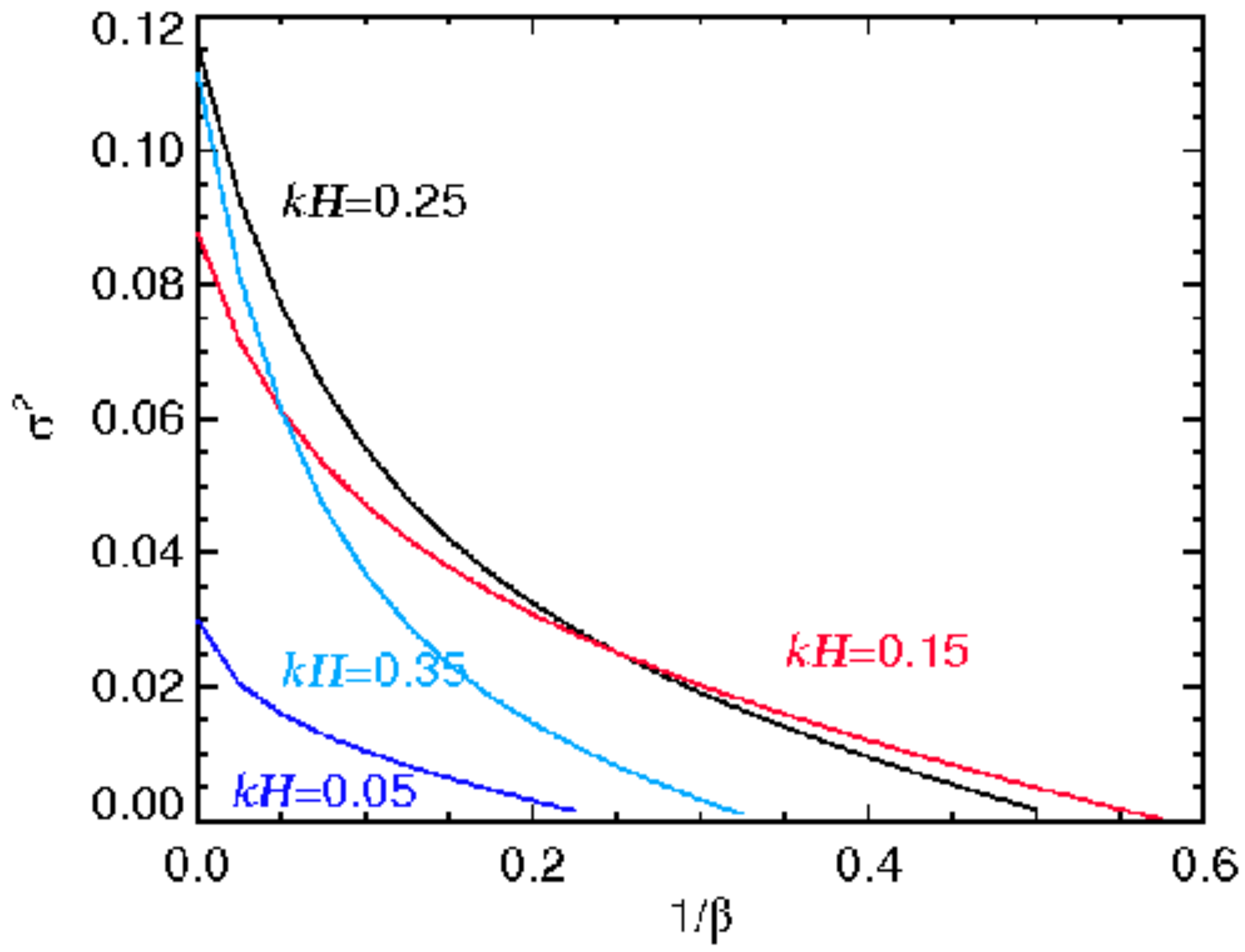
$\xi_x, \xi_y, \xi_z = 0$ for $x > n_x\Delta x$ or $y > n_y\Delta y$

成長率

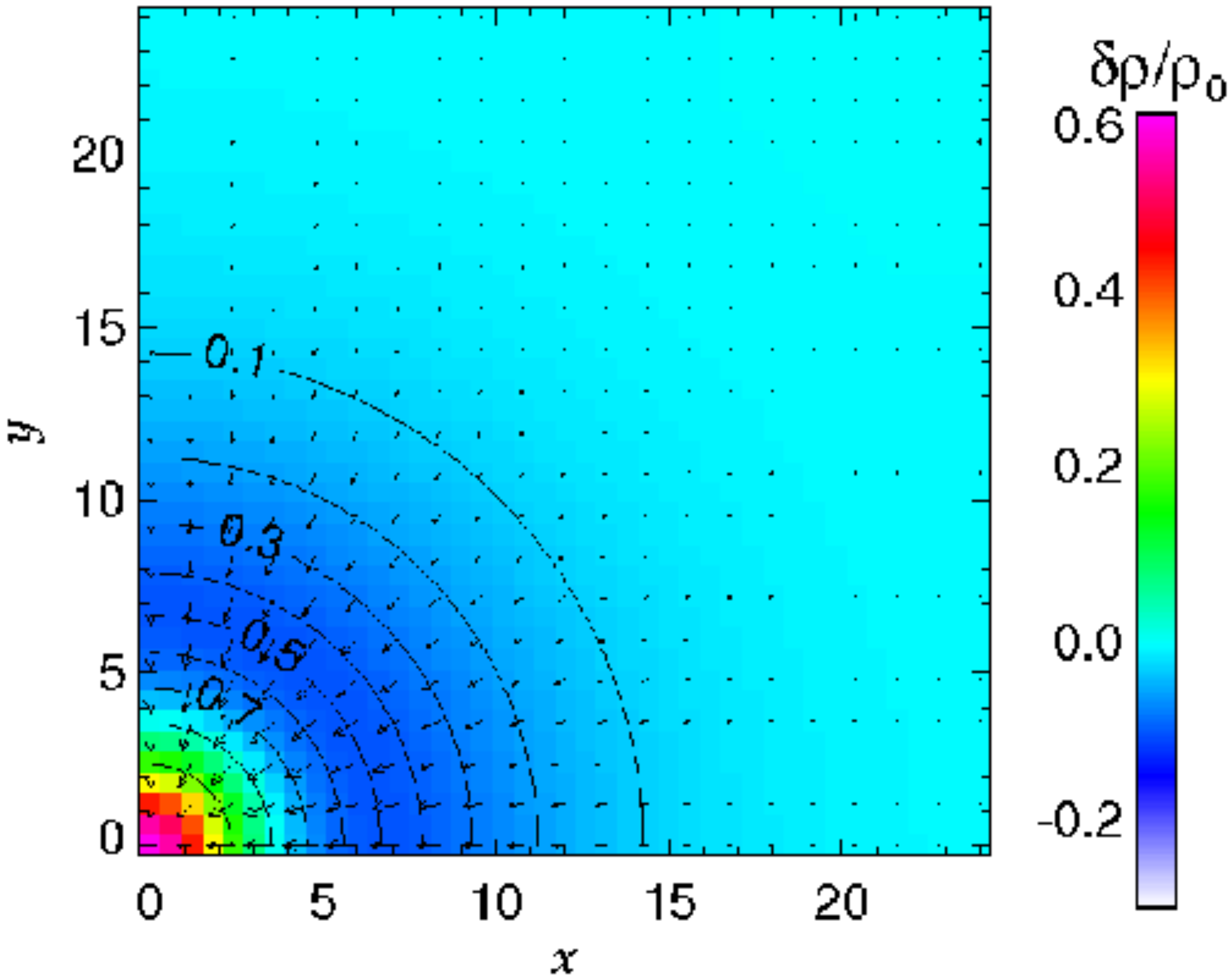
$$\frac{\sigma^2}{4\pi G\rho_c}$$

$$\Delta x = \Delta y = 0.6\ H,$$
$$n_x = n_y = 40$$

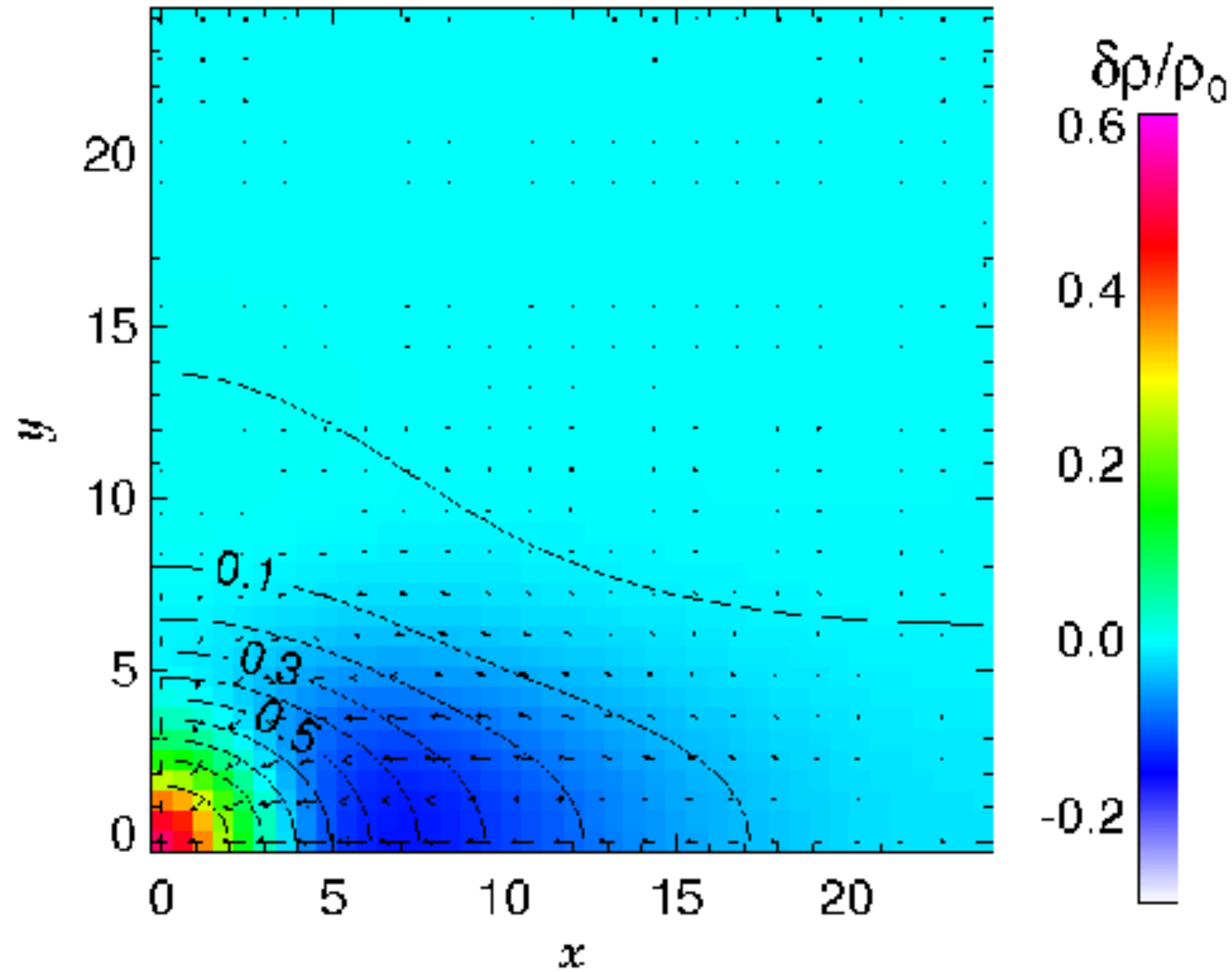




固有関数

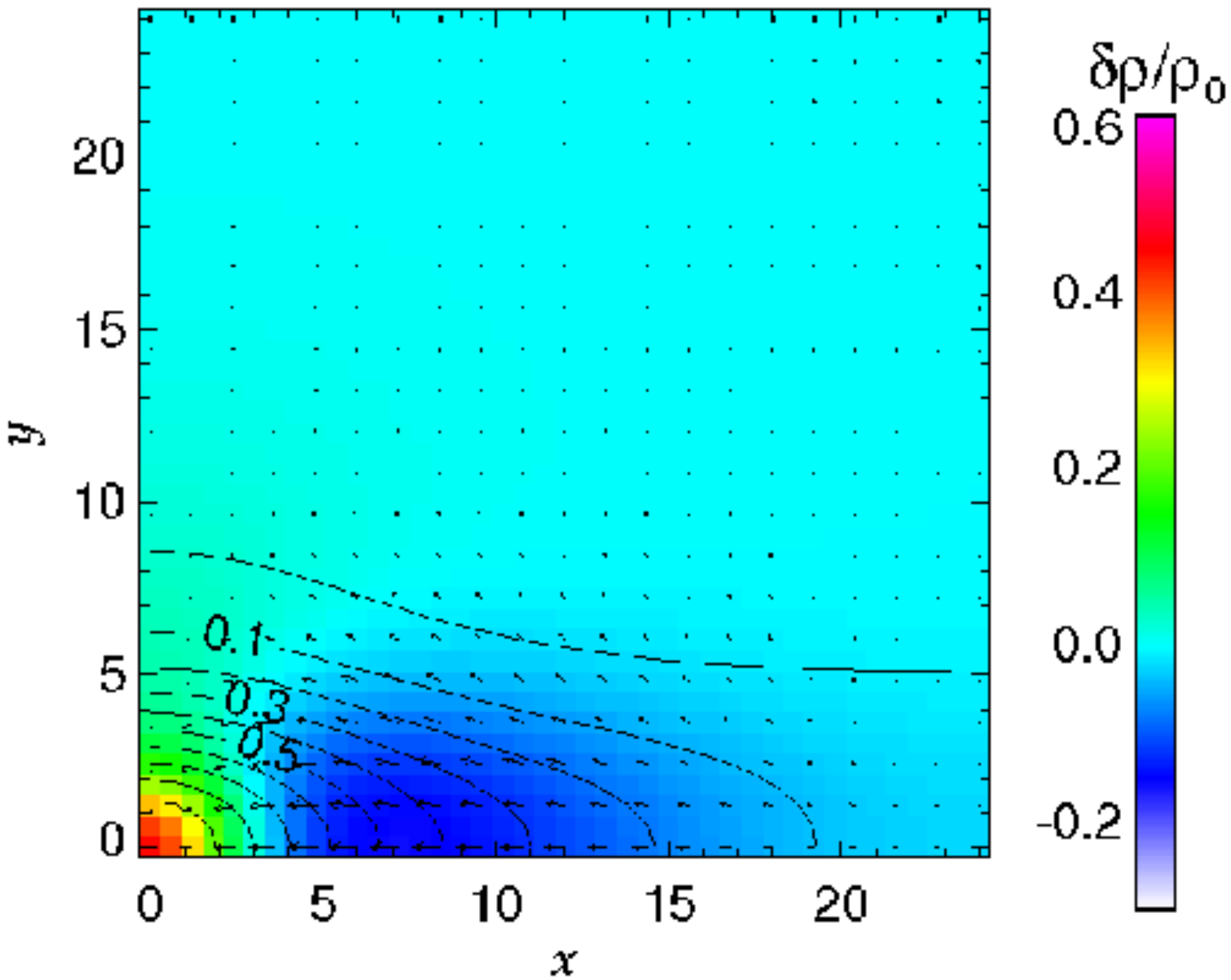


$1/\beta = 0.0$

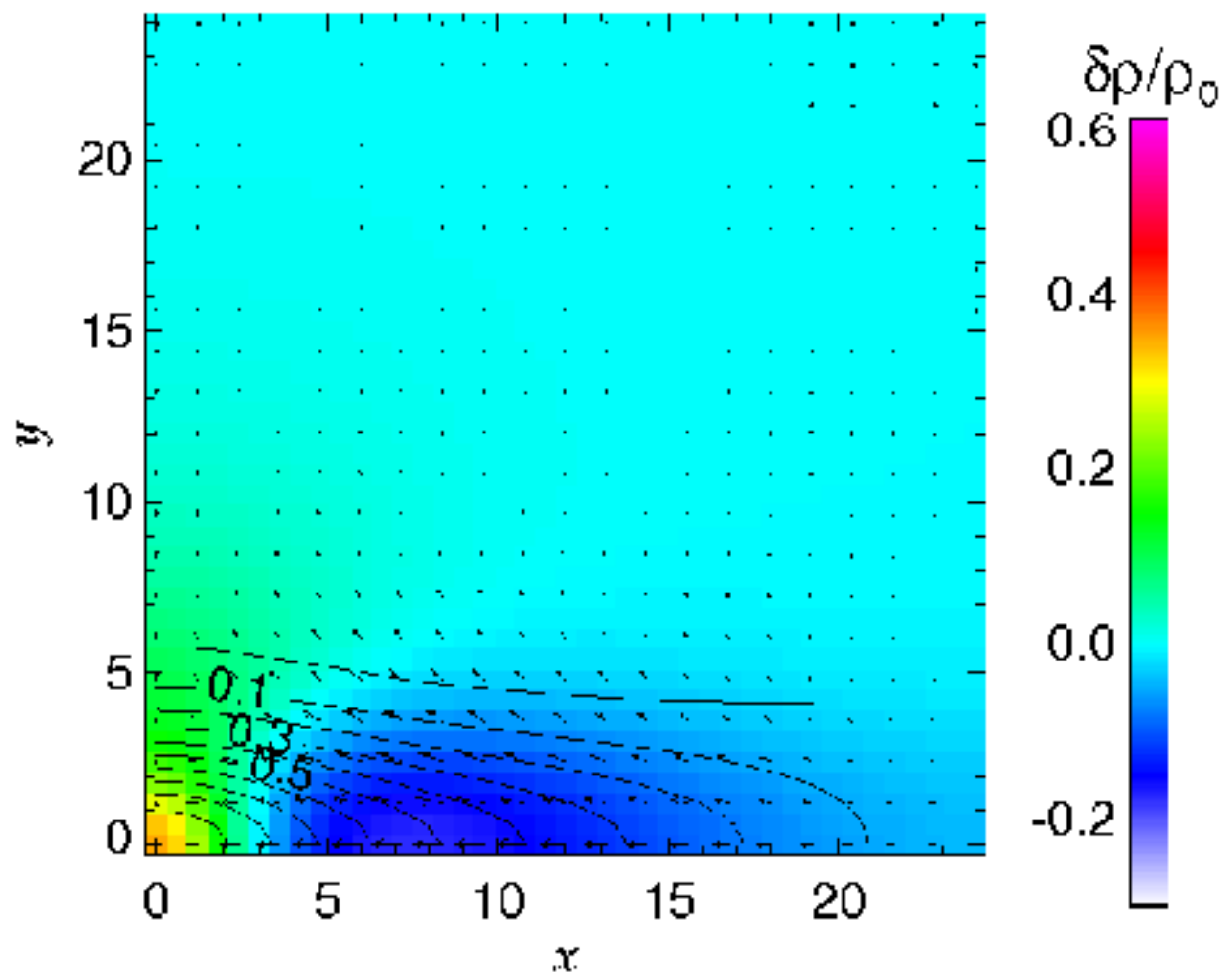


$1/\beta = 0.03$

固有関数

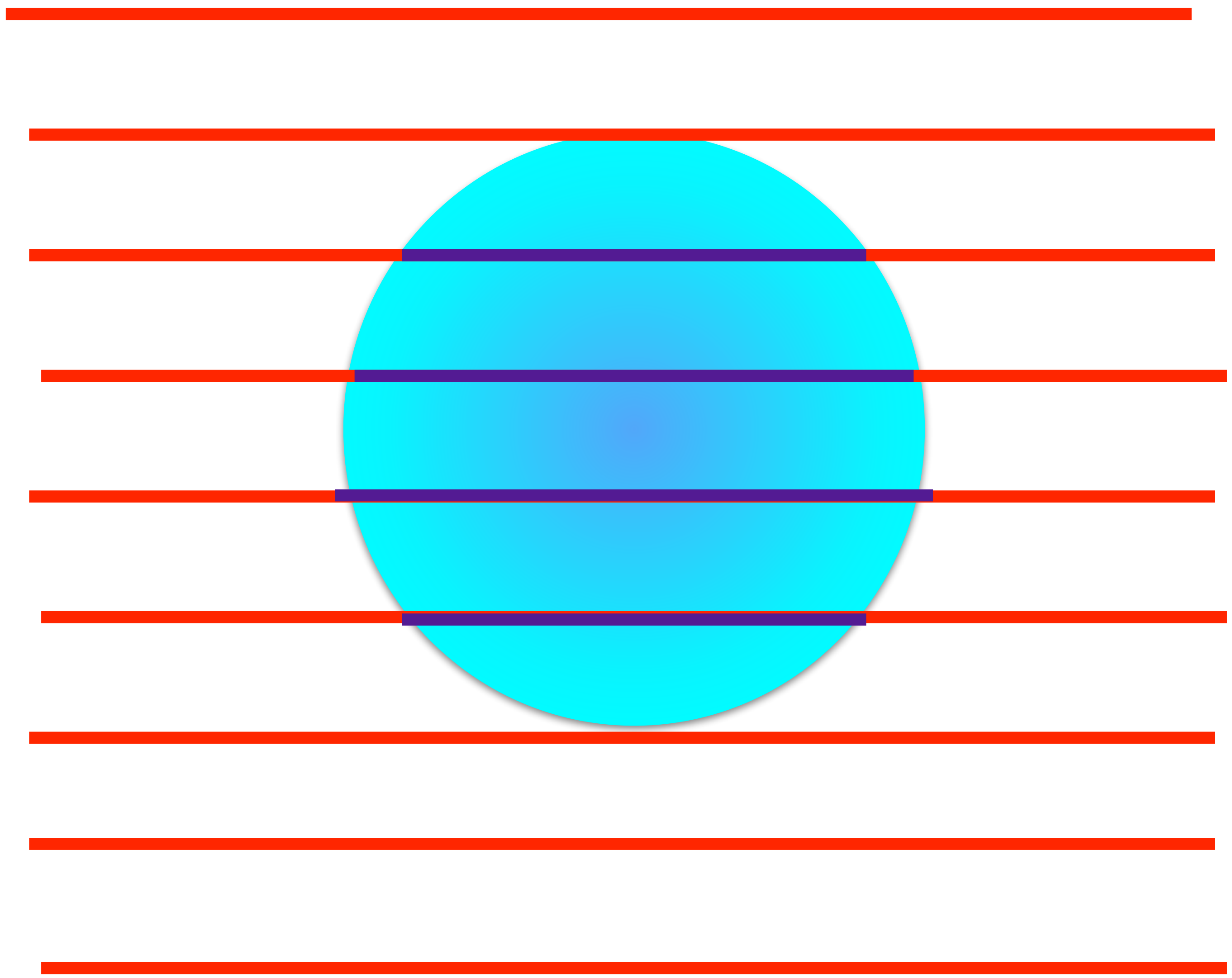


$1/\beta = 0.06$



$1/\beta = 0.125$

軸付近だけ磁力線が変形

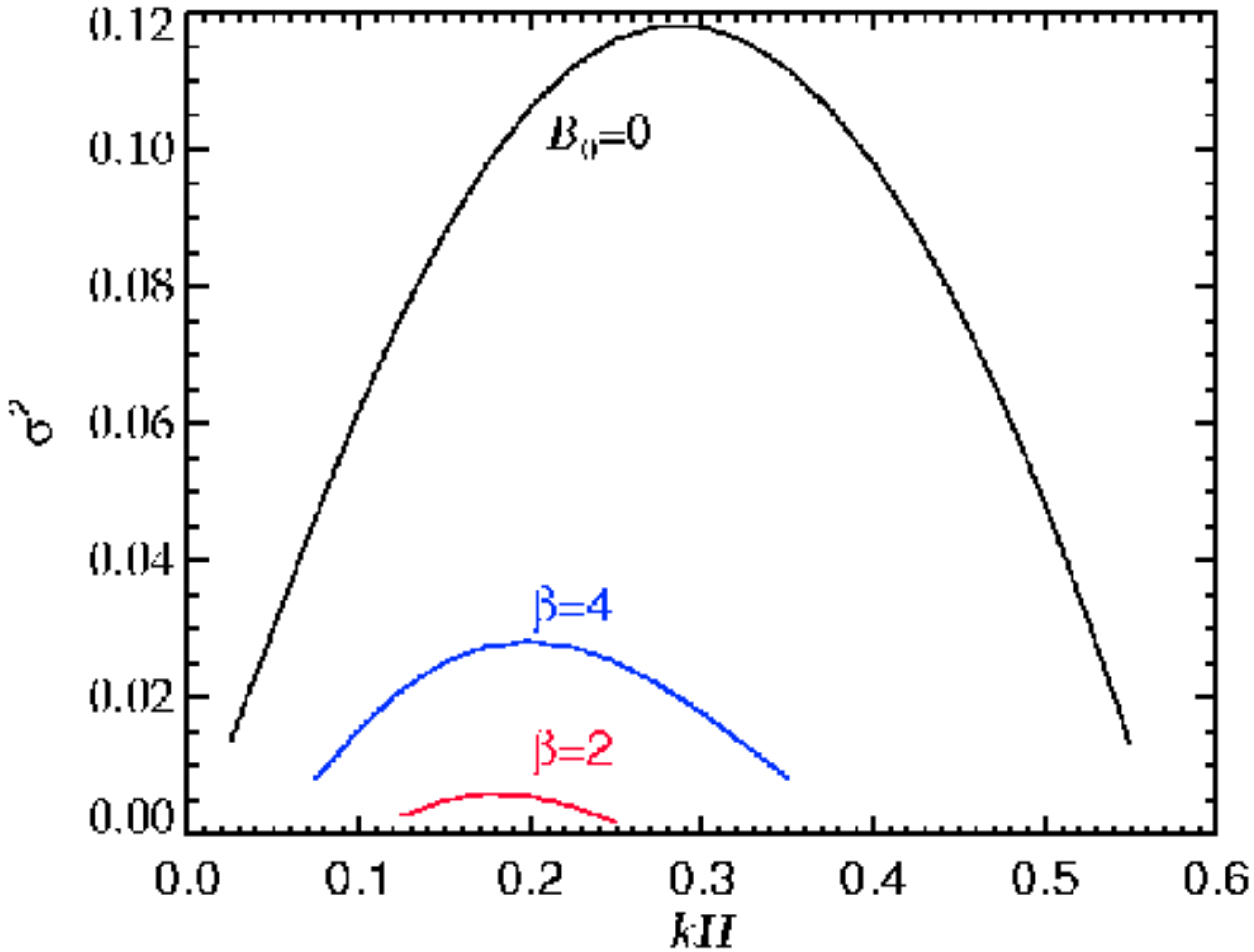


$$\rho_0 c_s^2 > \frac{B_0^2}{8\pi}$$

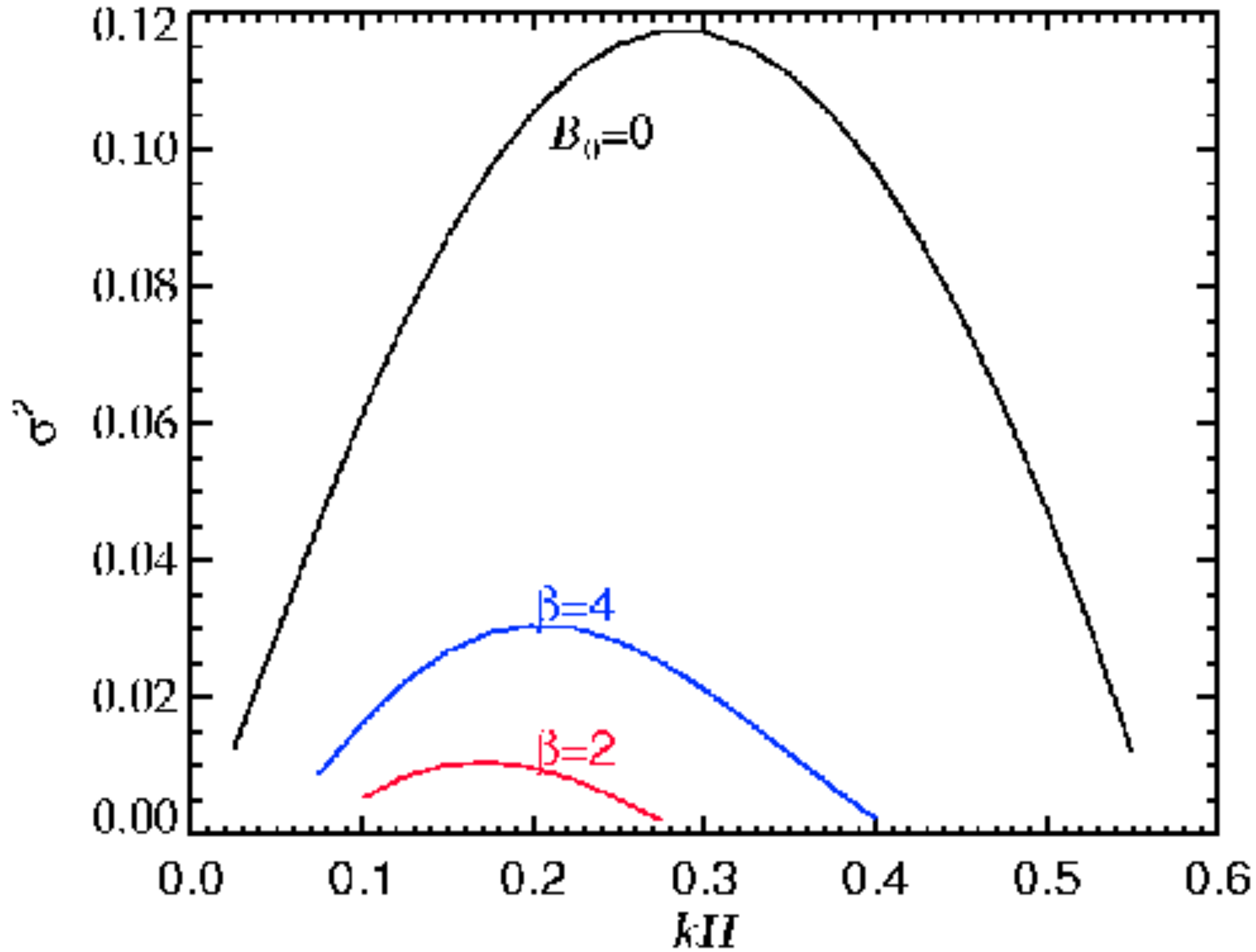
磁場

成長率 $\dfrac{\sigma^2}{4\pi G\rho_c}$

$\Delta x = \Delta y = 0.6\ H,$
$n_x = n_y = 40$



$\Delta x = \Delta y = 0.4\ H,$
$n_x = 65,\ n_y = 30$



成長率の精度　(磁場なし)

1次元軸対称 (2次精度)

n=600 Δr=0.1 0.1151472176
n=300 Δr=0.2 0.1161801426
n=200 Δr=0.3 0.1179611777
n=150 Δr=0.4 0.1205771014
n=120 Δr=0.5 0.1241544326
n=100 Δr=0.6 0.1288704003
真の値 0.1148

2次元 (x, y)

$n_x = n_y = 40$ Δx=Δy=0.6 0.1160591
$n_x = 65, n_y = 30$ Δx=Δy=0.4 0.1153353

成長率σは実数あるいは純虚数

$$\sigma^2\rho_0\boldsymbol{\xi} = -c_s^2\rho_0\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\delta\rho}{\rho_0}\right) - \rho_0\nabla\delta\psi + \delta\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}_0,$$

変分原理

$$\sigma^2 I = W_{\mathrm{T}} + W_{\mathrm{G}} + W_{\mathrm{M}},$$

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{2\pi/k}\rho|\boldsymbol{\xi}|^2 dxdydz,$$

$$W_{\mathrm{T}} = -c_s^2\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{2\pi/k}\rho_0\boldsymbol{\xi}^*\cdot\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)dxdydz,$$

$$W_{\mathrm{G}} = -\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{2\pi/k}\rho_0\boldsymbol{\xi}^*\cdot\boldsymbol{\nabla}\delta\psi dxdydz,$$

$$W_{\mathrm{M}} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{2\pi/k}\boldsymbol{\xi}^*\cdot(\delta\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}_0)\,dxdydz,$$

$$W_{\mathrm{T}} = c_s^2\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{2\pi/k}\boldsymbol{\nabla}\cdot(\rho_0\boldsymbol{\xi}^*)\left(\frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)dxdydz$$

$$= -c_s^2\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_0^{2\pi/k}\frac{|\delta\rho|^2}{\rho_0}dxdydz.$$

$$
\begin{aligned}
W_{\mathrm{G}} &= \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\rho_0\boldsymbol{\xi}^*\right)\delta\psi dxdydz \\
&= -\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \delta\rho^*\delta\psi dxdydz \\
&= -\frac{1}{4\pi G}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \Delta\delta\psi^*\delta\psi dxdydz \\
&= \frac{1}{4\pi G}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \left|\boldsymbol{\nabla}\delta\psi\right|^2 dxdydz.
\end{aligned}
$$

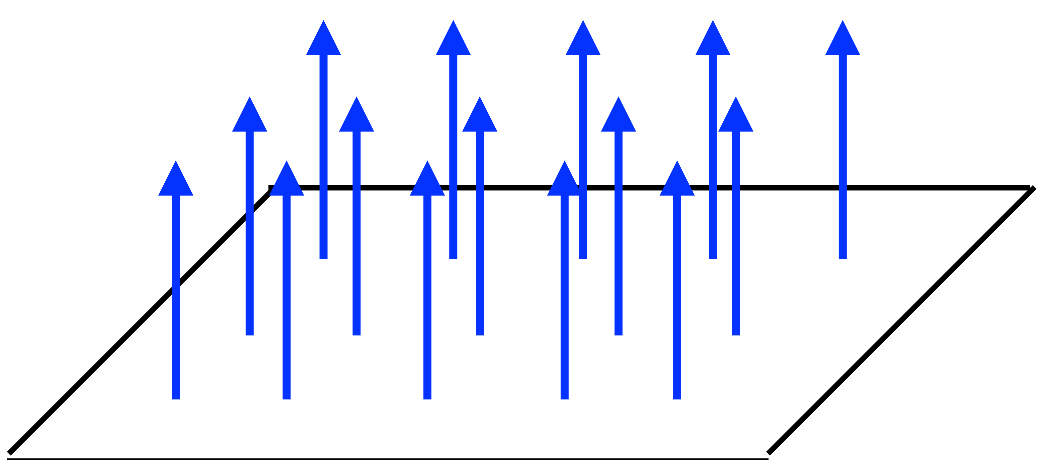
$$
\begin{aligned}
W_{\mathrm{M}} &= -\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \delta\boldsymbol{J}\cdot\left(\delta\boldsymbol{\xi}^*\times\boldsymbol{B}_0\right)dxdydz \\
&= -\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \boldsymbol{\nabla}\times\delta\boldsymbol{B}\cdot\left(\delta\boldsymbol{\xi}^*\times\boldsymbol{B}_0\right)dxdydz \\
&= -\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \delta\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\nabla}\times\left(\delta\boldsymbol{\xi}^*\times\boldsymbol{B}_0\right)dxdydz \\
&= -\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{2\pi/k} \left|\delta\boldsymbol{B}\right|^2 dxdydz.
\end{aligned}
$$

軸方向のゆらぎに対する安定性 (分裂)

ジーンズ波長より長いゆらぎ

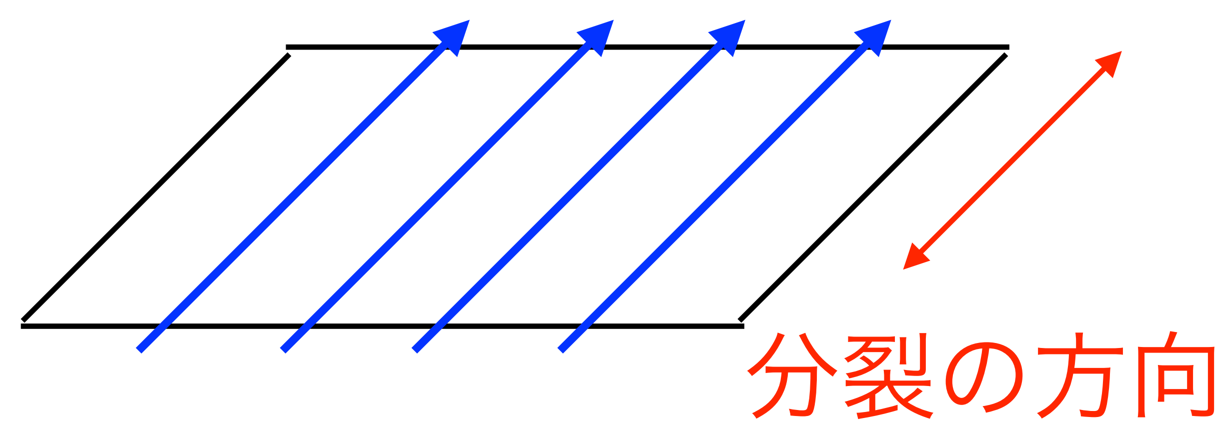
平板の安定性 (Nakano & Nakamura 78, Nakamura+ 91)

$B > 2\pi\sqrt{G}\Sigma$　なら安定



磁場が分裂を抑制

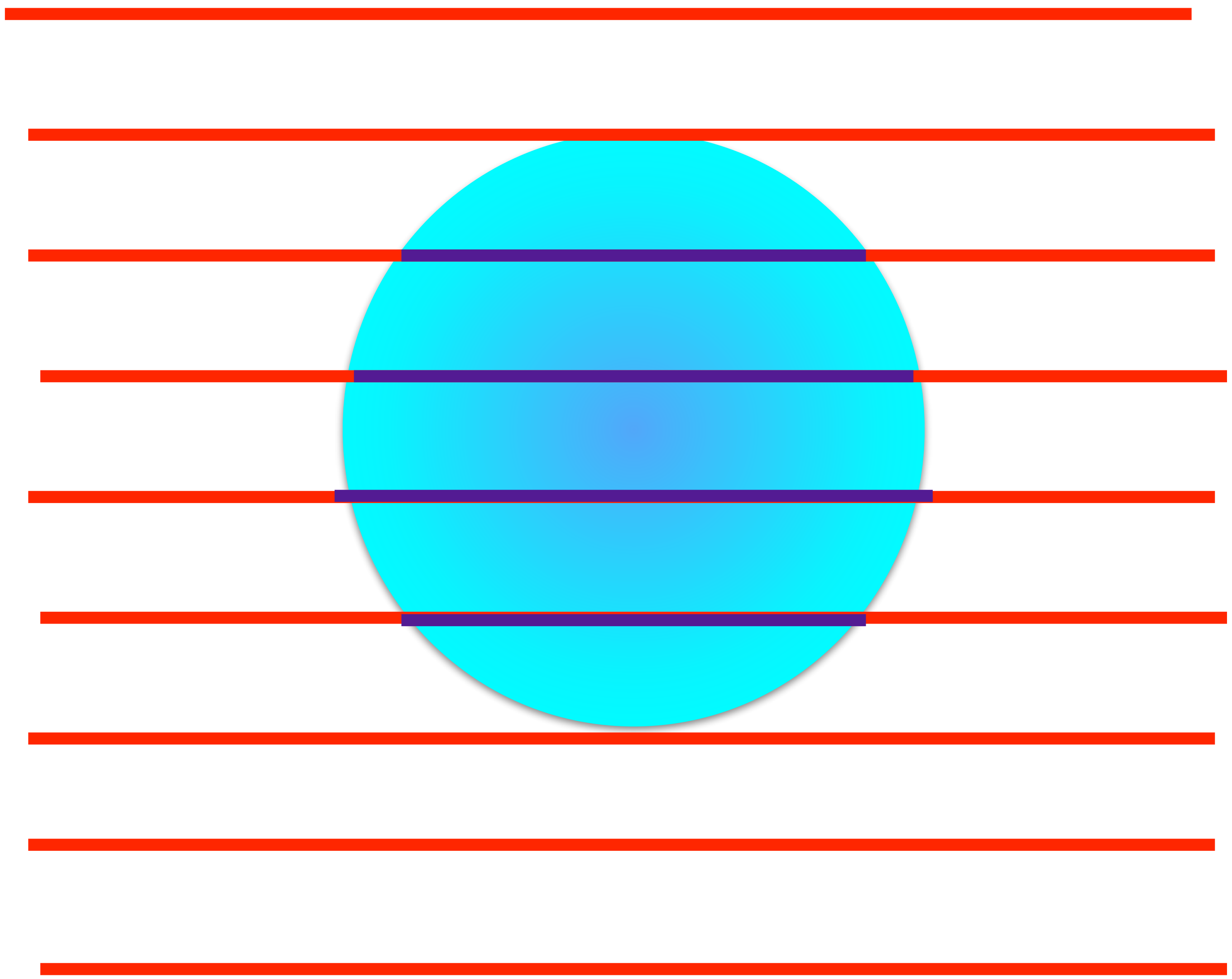
つねに不安定



磁気張力のない変形が可能

軸付近だけ磁力線が変形

磁場



$$\Sigma(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_0(x, y) dx$$

$$= \sqrt{2}\pi\rho_c H \left(1 + \frac{y^2}{8H^2}\right)^{-3/2}$$

$$B_{\rm cr} = 2\pi\sqrt{G}\Sigma$$

$$\frac{B_{\rm cr}^2}{8\pi} = \frac{\pi^2}{4}\rho_{\rm c} c_s^2$$

$\beta_{\rm cr} = 4/\pi^2$

まとめ

- 軸に垂直な(一様)磁場は安定化に働く
- プラズマβが1に近づくと分裂しなくなる
- 弱い磁場でも、フィラメントの周縁では流れを支配する。