

コールドダークマターハロー中の 銀河風の線形安定性解析

永野裕太

(筑波大学宇宙物理理論研究室 M2)

共同研究者

森 正夫 (筑波大学)

新田 伸也 (筑波技術大学)

天体形成研究会2018

銀河風

- 銀河から星間ガスが流出する現象
- 銀河内の恒星風や超新星爆発を質量やエネルギーの供給源として駆動される
→銀河の進化や銀河間空間の重元素汚染に影響
- 銀河風の加速機構は熱エネルギーと重力ポテンシャルの大小関係によって決まる
→銀河の星形成率やダークマターハロー(DMH)の影響を強く受ける



(出典： <http://www.astrophoto.com/images/M82.jpg>)

球対称定常流の加速モデル

球対称定常太陽風の理論：Parker (1958)によって研究がなされた

マッハ数の方程式

$$(\mathcal{M}^2 - 1) \frac{1}{\mathcal{M}} \frac{d\mathcal{M}}{dx} = \left[\frac{2}{x} - \frac{1}{c_s^2} \frac{d\Phi}{dx} \right]$$

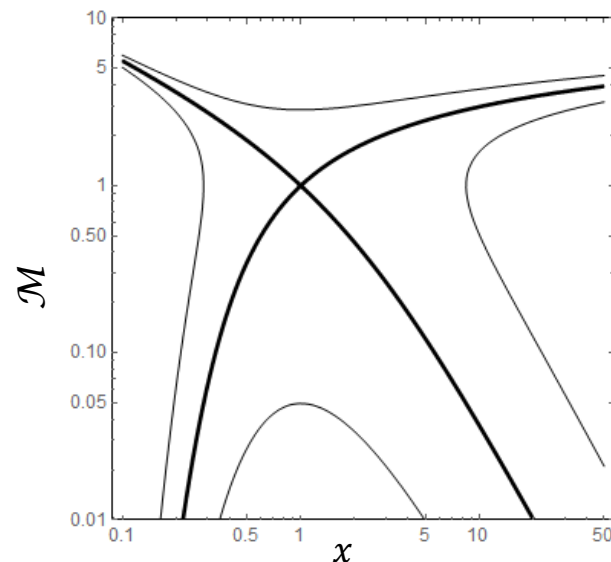
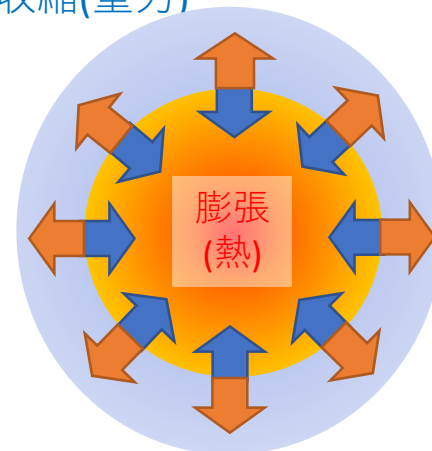
$$\boxed{\text{膨張 (熱)}} \leftarrow \boxed{\frac{c_s^2}{x}} - \boxed{\frac{d\Phi}{dx}} \rightarrow \boxed{\text{収縮 (重力)}}$$

熱エネルギーと重力ポテンシャルの大小から生じる
圧力勾配によって、速度変化が生じる

	亜音速	超音速
熱膨張 < 重力	加速	減速
熱膨張 > 重力	減速	加速

太陽風の場合、中心から急激に加速される
遷音速流が形成される

収縮(重力)



銀河風の遷音速加速モデル

等温球対称定常銀河風の遷音速加速モデルは調べられている
(Tsuchiya et al. 2013, Igarashi et al. 2014)

$$\left(\mathcal{M} - \frac{1}{\mathcal{M}}\right) \frac{d\mathcal{M}}{dx} = \frac{2}{x} - \frac{1}{c_s^2} \frac{d\Phi(x)}{dx}$$

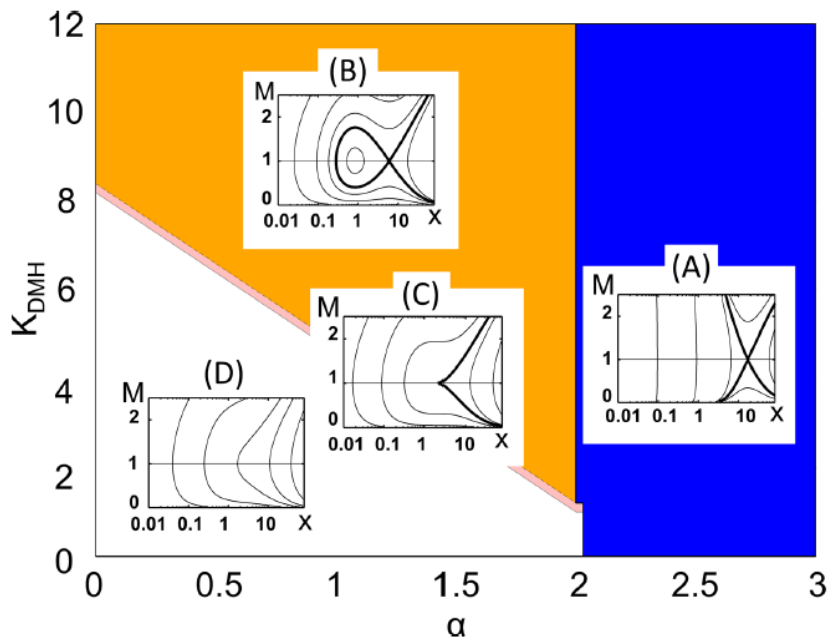
銀河風の場合：ダークマターハロー(DMH)
ブラックホール など

➤ DMHの密度profile

$$\rho_{\text{DMH}}(\alpha; x) = \frac{\rho_d}{x^\alpha (x + 1)^{3-\alpha}}$$

例) $\alpha = 1$: NFW profile

$\alpha = 0$: core profile (Tsuchiya et al. 2013)

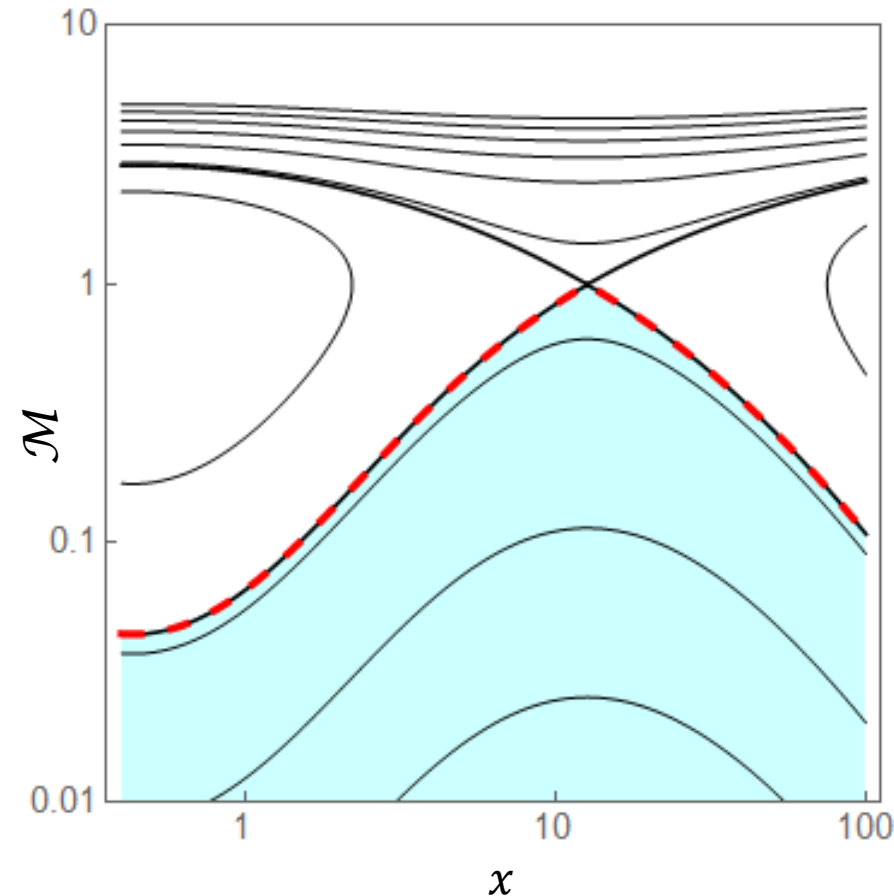


(Igarashi et al. 2014)

べき指数 α やパラメーター K によって、
遷音速解の形成の有無や遷音速点の
形成位置が変化することがわかった

銀河風の解曲線

- 遷音速解(太線)
 - Flowは音速点を通して亜音速から超音速へと連続的に加速される
 - 遷音速流はterminal shockを形成する場合がある
- Breeze (水色の領域)
 - Flowが常に亜音速である解.
- Critical breeze (赤破線)
 - Flowは遷音速解に沿って $\mathcal{M}=1$ まで加速され、音速点でもう一方の遷音速解に遷移する解



本研究ではbreezeの線形安定性について解析を行う。

本研究の目的

- コールドダークマターハロー中の銀河風の物理的な性質を調べるために、**breeze**の線形安定性について解析を行う。
- 本研究を通して、銀河風における遷音速解の重要性および**DMH**の密度**profile**と銀河風の安定性の間の関連性について明らかにする。

Model – 基本方程式

モデル：等温球対称の定常銀河風

➤ 基本方程式

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v x^2) = 0 \quad v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad p = c_s^2 \rho$$



➤ Base flowの方程式

$$\left(\mathcal{M} - \frac{1}{\mathcal{M}} \right) \frac{d\mathcal{M}}{dx} = \frac{2}{x} - \frac{1}{c_s^2} \frac{d\Phi(x)}{dx}$$



$x = r/r_d$
 r_d : DMHのスケール半径
 c_s : 音速(定数)
 Φ : 重力ポテンシャル
 x_0 : flowの吹出し位置
 \mathcal{M}_0 : 吹出し位置でのマッハ数

$$\mathcal{M} = \begin{cases} \sqrt{-W_0 \left(-\frac{\mathcal{M}_0^2 x_0^4}{x^4} \exp \left(-\mathcal{M}_0^2 + 2(\Phi(x) - \Phi(x_0)) \right) \right)} & \text{(for subsonic)} \\ \sqrt{-W_{-1} \left(-\frac{\mathcal{M}_0^2 x_0^4}{x^4} \exp \left(-\mathcal{M}_0^2 + 2(\Phi(x) - \Phi(x_0)) \right) \right)} & \text{(for supersonic)} \end{cases}$$

➤ Lambert W 関数
 $y = x \exp(x)$ の逆関数として定義される

Model – 非摂動

Base flowの方程式の右辺

$$\frac{2}{x} - \frac{1}{c_s^2} \frac{d\Phi(x)}{dx} = \frac{2}{x} - K_{\text{DMH}} f(x)$$

➤ DMHの密度profile

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{\rho_d}{x(x+1)^2} & \text{(NFW profile)} \\ \frac{\rho_d}{(x+1)^3} & \text{(core profile)} \end{cases}$$

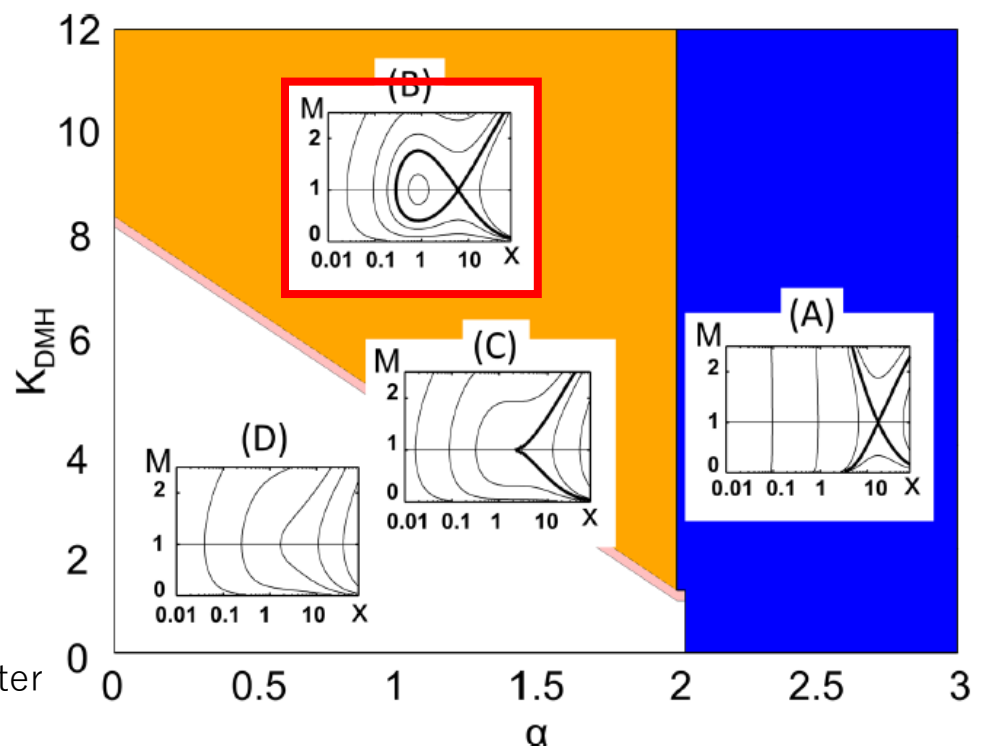
➤ パラメーター K

$$K_{\text{DMH}} = \frac{2\pi\rho_d r_d^2 G}{c_s^2} \approx \frac{\text{重力ポテンシャル}}{\text{熱エネルギー}}$$

$$= \frac{9c}{10F(c)} \quad c : \text{concentration parameter} (= r_{\text{vir}}/r_d)$$

$$F(c) = \begin{cases} \ln(c+1) - \frac{c}{c+1} & \text{(NFW profile)} \\ \ln(c+1) - \frac{c(3c+2)}{2(c+1)^2} & \text{(core profile)} \end{cases}$$

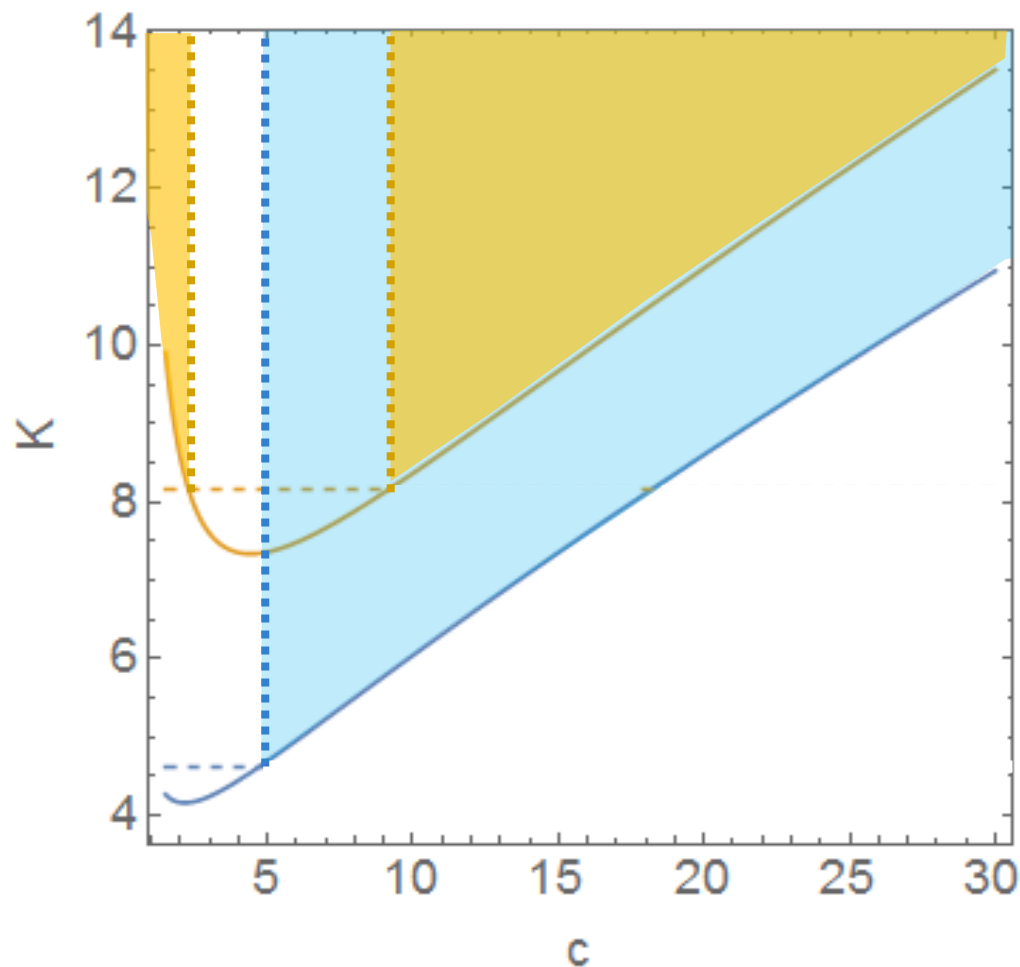
$f(x)$: DMHの密度profileを積分した関数
 $x = r/r_d$



(Igarashi et al. 2014)

(ビリアル温度を仮定)

Result①－パラメーターKとcの相関関係



$$K_{\text{DMH}} = \frac{9c}{10F(c)}$$

青：NFW profile
橙：Core profile

実線：関数F(c)
破線：Kの下限値
点線：cの境界値

➤ c-M relation (Prada et al. 2012)

$$c_{\text{NFW}} = 9.7 \left(\frac{M_{\text{halo}}(x_{\text{vir}})}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{-0.074}$$

遷音速解を持つためのKの下限値

$$K_{\text{crit}} \cong \begin{cases} 4.62 & (\text{NFW}) \\ 8.16 & (\text{core}) \end{cases}$$

(Tsuchiya et al. 2013)



cの下限値 = M_{halo} の上限値が決まる

$$M_{\text{halo,crit}} \cong \begin{cases} 1.8 \times 10^{16} M_{\odot} & (\text{NFW}) \\ 2.2 \times 10^{12} M_{\odot} & (\text{core}) \end{cases}$$

(c-M relationがcore profileでも成り立っていると仮定)

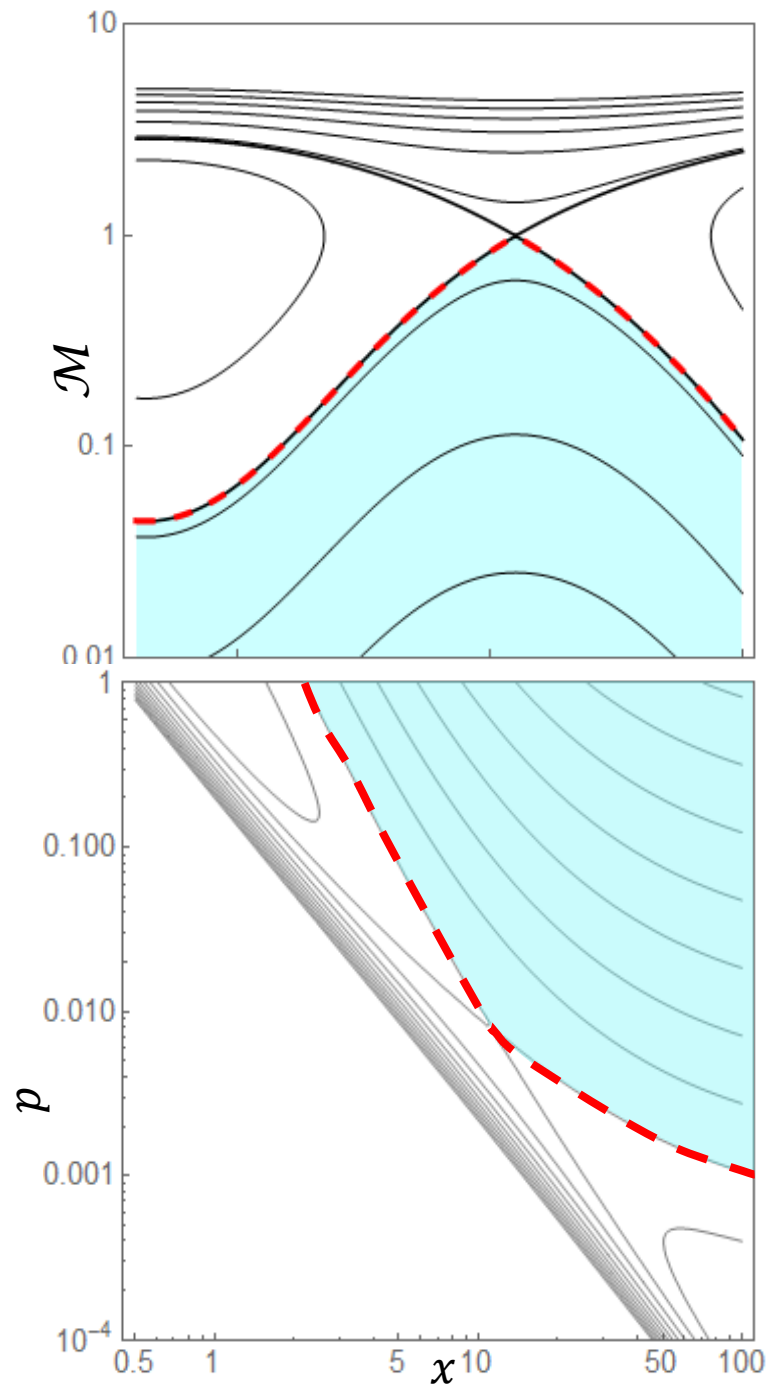
解曲線の決定

マッハ数、圧力、質量流束などの物理量を
決めることで、**flow**の従う解曲線が決まる

解を指定する物理量として、吹出し位置で
のマッハ数 \mathcal{M}_0 を考える



今回考えているモデルを実際の銀河に適用
した際に**breeze**解が本当に取り得るのかを
 \mathcal{M}_0 の値から考える



Result② – breezeの形成可能性

M_{halo}	K	z	NFW			Core		
			$\mathcal{M}_{0,\text{crit}}$	$v_{0,\text{crit}}$ [km/s]	c_s [km/s]	$\mathcal{M}_{0,\text{crit}}$	$v_{0,\text{crit}}$ [km/s]	c_s [km/s]
$10^8 M_{\odot}$	8.5	0	0.012	0.0547	4.56	0.85	3.88	4.56
		9		0.174	14.5		12.2	14.4
$10^{10} M_{\odot}$	7.1	0	0.073	1.55	21.2	—	—	—
		9		4.88	66.9		—	—
$10^{12} M_{\odot}$	6.0	0	0.27	26.5	98.3	—	—	—
		9		84.0	311		—	—

($K_{\text{core,min}} \cong 7.34$: パラメータ相関から得られる最小値)

- $\mathcal{M}_0 \leq \mathcal{M}_{0,\text{crit}}$ のとき、銀河風はbreeze解になる
 - NFW profileの場合、低質量銀河は $\mathcal{M}_{0,\text{crit}}$ が小さいため、実際の銀河においてはbreezeが存在することは難しく、遷音速解が形成される
 - Core profileの場合、 $\mathcal{M}_{0,\text{crit}}$ が大きいので、breezeが存在できる。そのため、エネルギーなどの輸送の効率が低くなると考えられる

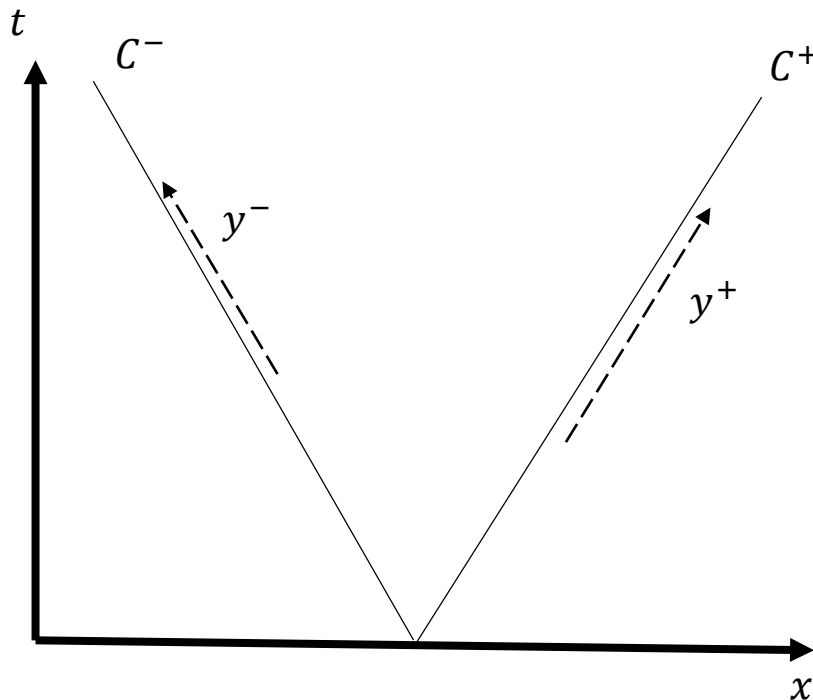
Model – 摂動(1)

Velli (2001) の太陽風における解析モデルを用いる

➤ 摂動

$$y^{\pm} = \frac{\delta v}{c_s} \pm \frac{\delta p}{\rho c_s^2} (= \widehat{\mathcal{M}} \pm \hat{p})$$
$$= y^{\pm}(x) \exp\{(-i\omega + \gamma)t\}$$

y^{\pm} は特性曲線に沿った保存量(Riemann不変量)からの変化



Riemann不変量に対して与えた摂動が成長していくかどうかを見る

Model – 摂動(2)

➤ 摂動方程式

$$(\mathcal{M} \pm 1)y^{\pm'} + (-i\omega + \gamma)y^{\pm} + \frac{1}{2}(y^{\mp} + y^{\pm})\frac{\mathcal{M}'}{\mathcal{M}}(\mathcal{M} \mp 1) = 0$$

仮定

① : 長波長近似 ($\omega = 0$)

② : $y^+(x_0) = y^-(x_0) \neq 0$

③ : $|y^+(x_1)|, |y^-(x_1)| \rightarrow 0 \quad (x_1 \gg 1)$

下付添え字

0 : flowの吹出し位置

1 : 銀河中心から十分に遠方の位置

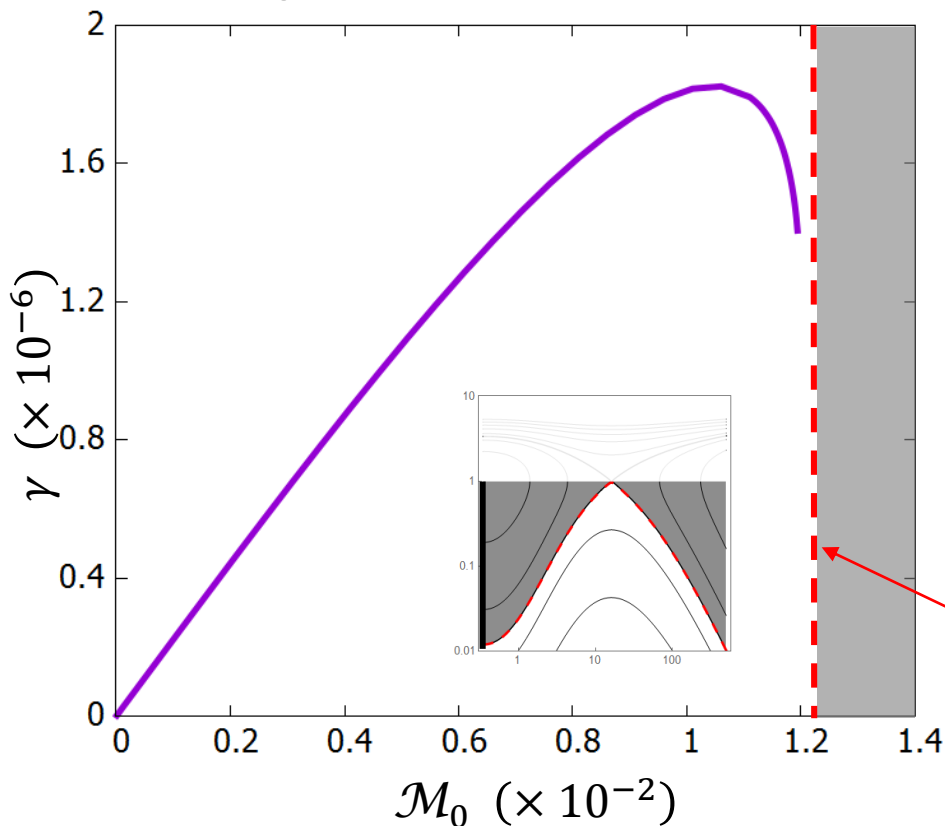
➤ 不安定性の成長率

$$\gamma = \frac{2(|y^+|_{x_0}^2 - |y^+|_{x_1}^2)}{\int_{x_0}^{x_1} \mathcal{M}^{-1}[(\mathcal{M} + 1)|y^+|^2 - (\mathcal{M} - 1)|y^-|^2] dx}$$

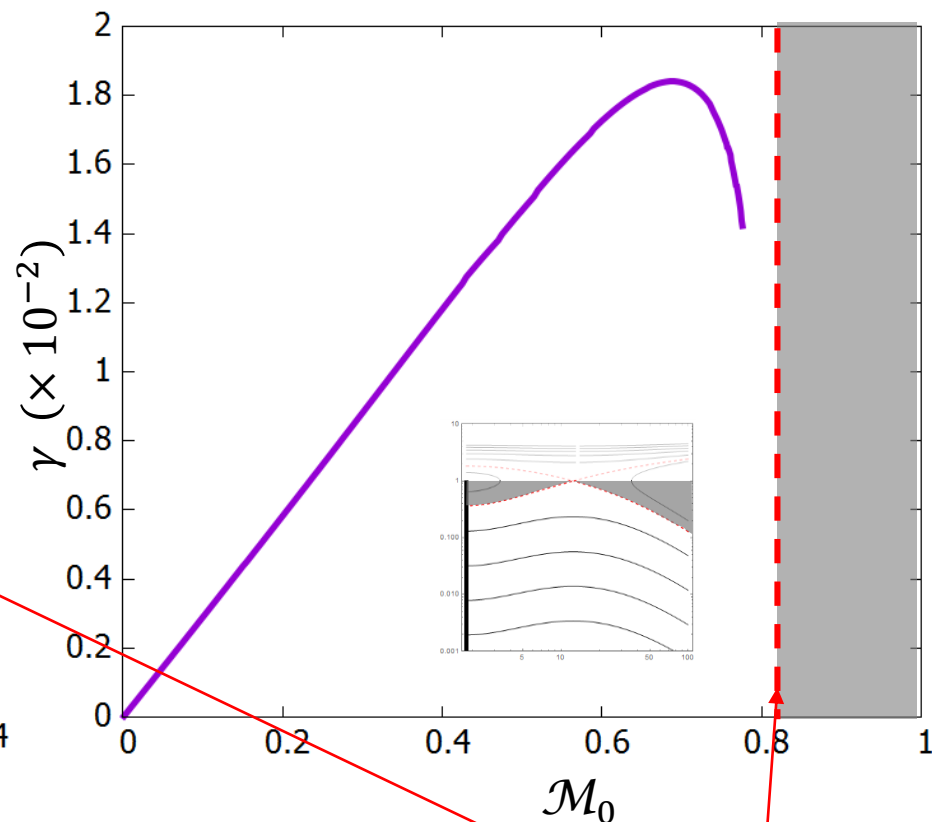
各breezeの吹出し位置でのマッハ数 \mathcal{M}_0 に対して γ を見積もる

Result③ – 成長率 γ

NFW profile (K=8.5, c=19.6)



Core profile (K=8.5, c=10.5)



同じKの値を用いて計算を行った

- $\gamma > 0 \rightarrow$ 不安定
- DMHのprofileに依らず、Breezesは常に不安定

Critical breeze
/ 遷音速流

Discussion – 摂動の成長時間

成長時間： $t_{\text{grow}} = \frac{t_{\text{cross}}}{\gamma} = \frac{1}{\gamma c_s} \int_{x_0}^{x_{\text{vir}}} \frac{dx}{\mathcal{M}(x)}$

M_{halo}	K	z	NFW		Core	
			$r_s[\text{kpc}]$	$t_{\text{grow}} [\text{yr}]$	$r_s[\text{kpc}]$	$t_{\text{grow}} [\text{yr}]$
$10^8 M_{\odot}$	8.5	0	0.61	2.3×10^{16}	1.1	6.5×10^{11}
		9	0.06	6.3×10^{15}	0.11	2.1×10^{11}
$10^{10} M_{\odot}$	7.1	0	3.9	1.6×10^{14}	—	×
		9	0.39	5.2×10^{13}	—	×
$10^{12} M_{\odot}$	6.0	0	26.1	1.6×10^{11}	—	×
		9	2.61	4.9×10^{10}	—	×

($K_{\text{core,min}} \cong 7.34$: パラメータ相関から得られる最小値)

- breezeは物理的には不安定であるが、摂動の成長時間 t_{grow} が宇宙年齢よりも長いため実質的には安定である

Summary

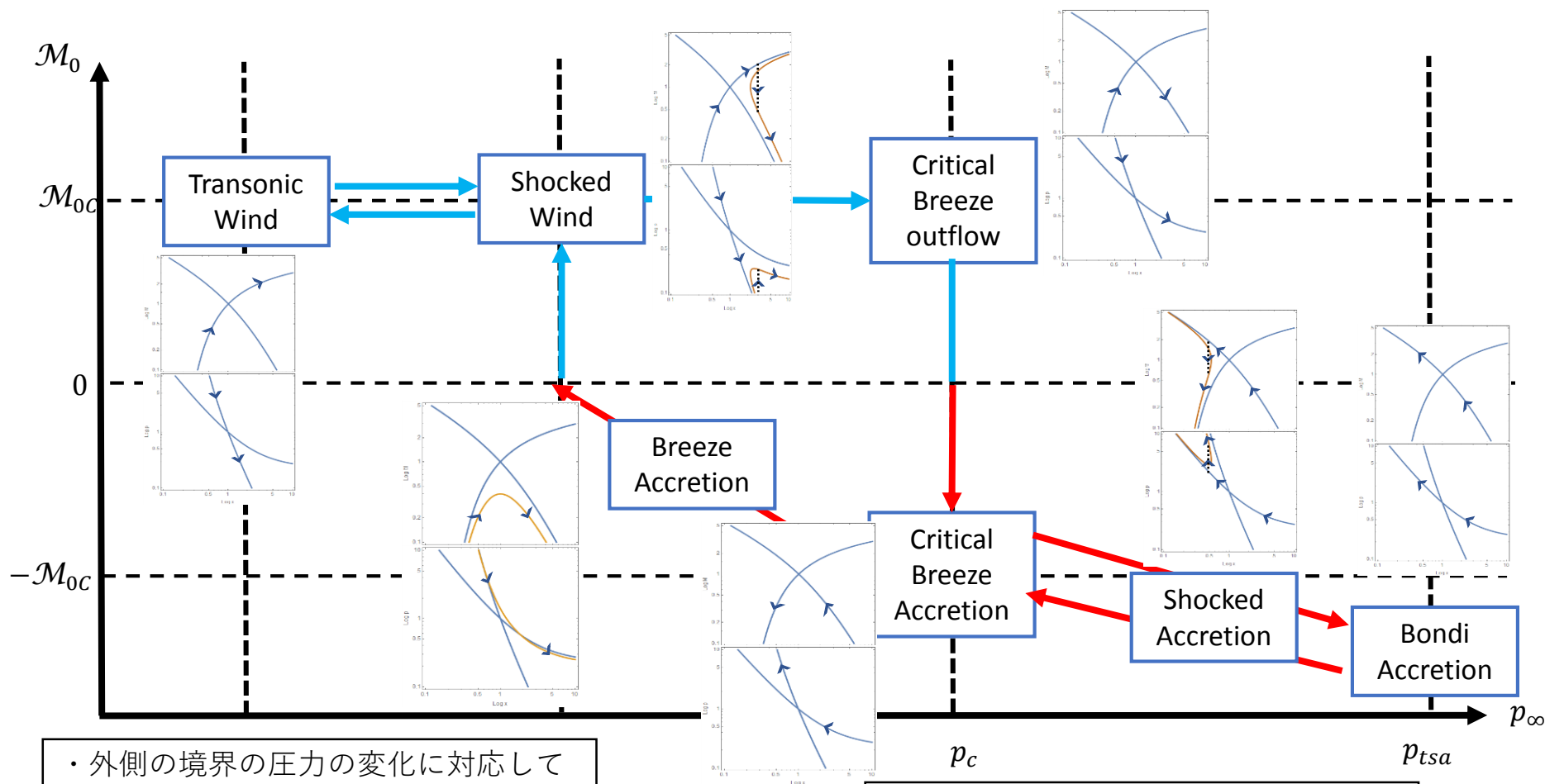
- パラメーターの相関関係と **c-M relation** から遷音速解を形成するための銀河の質量の上限値を見積もった。
- 吹出し位置でのマッハ数 \mathcal{M}_0 と音速 c_s を見積もり、**breeze** の存在可能性について議論した
 - **NFW profile** の場合、低質量銀河では \mathcal{M}_0 が小さいため、実際の銀河において **breeze** が存在することが難しい。そのため、銀河風は遷音速流になると考えられる。遷音速流は遠方まで素早く到達することができるため、エネルギーやガスなどを効率よく輸送することができる
 - **Core profile** の場合、吹出しのマッハ数 \mathcal{M}_0 が大きく **breeze** が存在すると考えられる。**Breeze** は遠方に到達するまでに時間がかかるため、エネルギーやガスなどの輸送において、遷音速流に比べ、効率が悪いと考えられる
- 銀河風における **breeze** の線形安定性の解析を行った。
 - 解析の結果、**DMH** のプロファイルに依らず **breeze** は不安定であるが、摂動の成長時間が宇宙年齢よりも長いため、実質的には安定である。

Future work

- Terminal shockを形成する遷音速outflowとinflowの線形解析
 - breezeのみしか解析できていないので、他の解、特に遷音速解の安定性については確認する必要がある
- 解析結果と観測から得られる物理量との比較
 - Outflowの速度やIGMやCGMの圧力などの観測から得られる物理量と、今回のモデルの結果を比較し、flowがどの解に沿って加速されているのかを考え、モデルや解析の妥当性について議論する

Appendix

Flowの解の変化(太陽風)



- ・ 外側の境界の圧力の変化に対応してflowのタイプが変化を示す
- ・ タイプの変化はHysteresis型のサイクルになっている

銀河風においてもこのような解の遷移サイクルを示唆できるのでは？

遷音速加速のメカニズム

加速機構: Laval nozzle

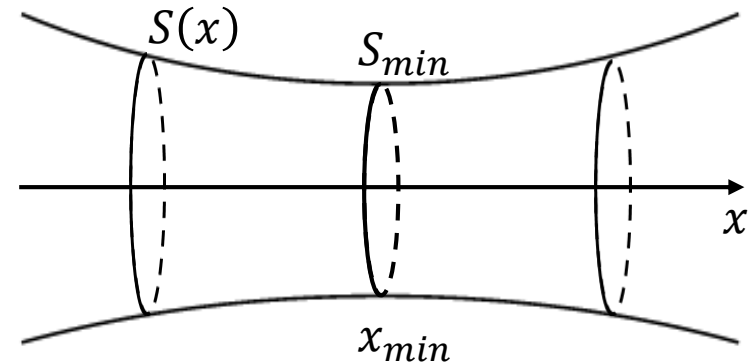
Nozzle中の流体の方程式

$$(\mathcal{M}^2 - 1) \frac{1}{v} \frac{dv}{dx} = \frac{1}{S(x)} \frac{dS(x)}{dx}$$

\mathcal{M} : マッハ数($= v/c_s$)

c_s : 音速

$S(x)$: nozzleの断面積



	亜音速($\mathcal{M} < 1$)	超音速($\mathcal{M} > 1$)
$dS/dx < 0$	加速	減速
$dS/dx > 0$	減速	加速

$x = x_{min}$ で $dS/dx = 0$ あり、 $\mathcal{M} = 1$ なら、 dv/dx はユニークに決まらない

この点 $(x, \mathcal{M}) = (x_{min}, 1)$ を遷音速点と呼ぶ

マッハ数の定式化(1)

- Lambert W関数を用いて、マッハ数 \mathcal{M} を位置 x の関数として定式化する

➤ Lambert W 関数

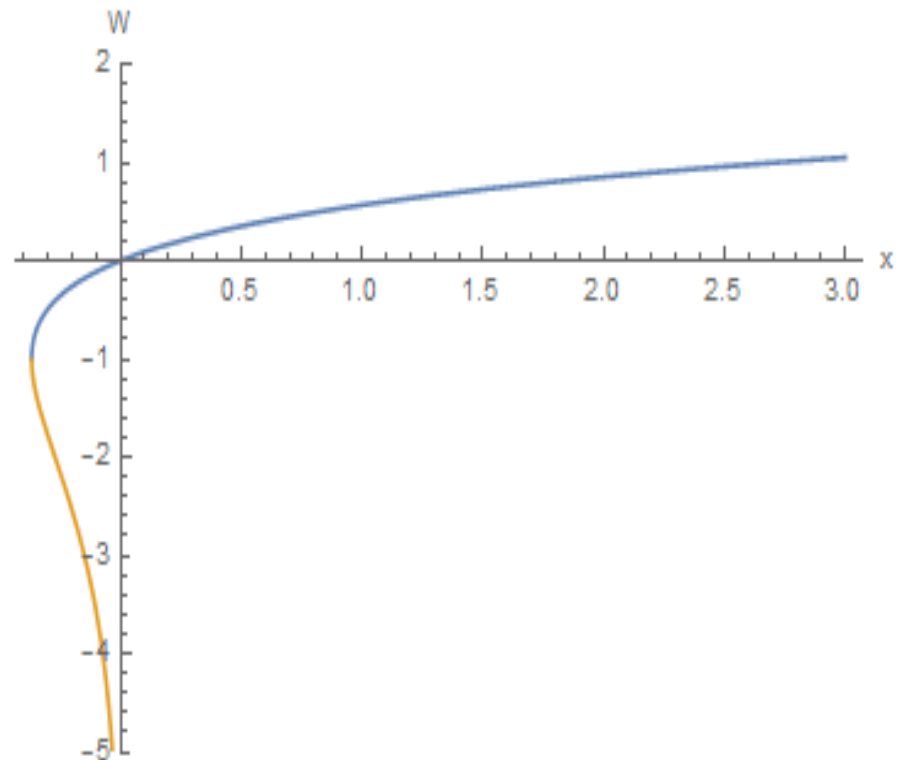
$y = x \exp(x)$ の逆関数として定義される

$$y = \begin{cases} W_0(x) & \text{(青)} \\ W_{-1}(x) & \text{(黄色)} \end{cases}$$

関数の各分岐は**flow**の速度に対応している

$W_0 \Rightarrow$ 亜音速

$W_{-1} \Rightarrow$ 超音速



マッハ数の定式化(2)

- 質量保存

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v x^2) = 0 \rightarrow p \mathcal{M} x^2 = p_0 \mathcal{M}_0 x_0^2 \quad (\text{下付きの0は吹出し位置での値})$$

- 運動方程式

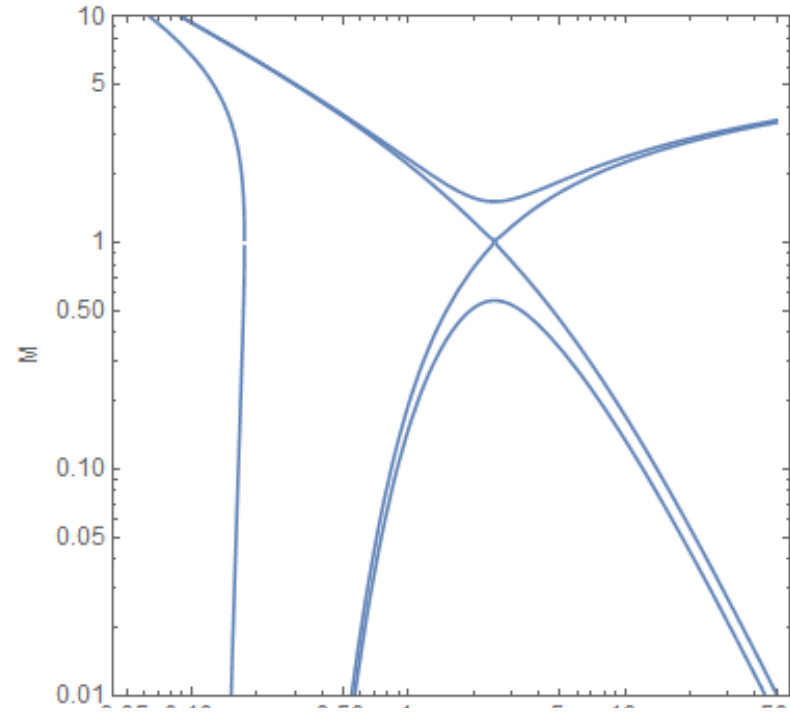
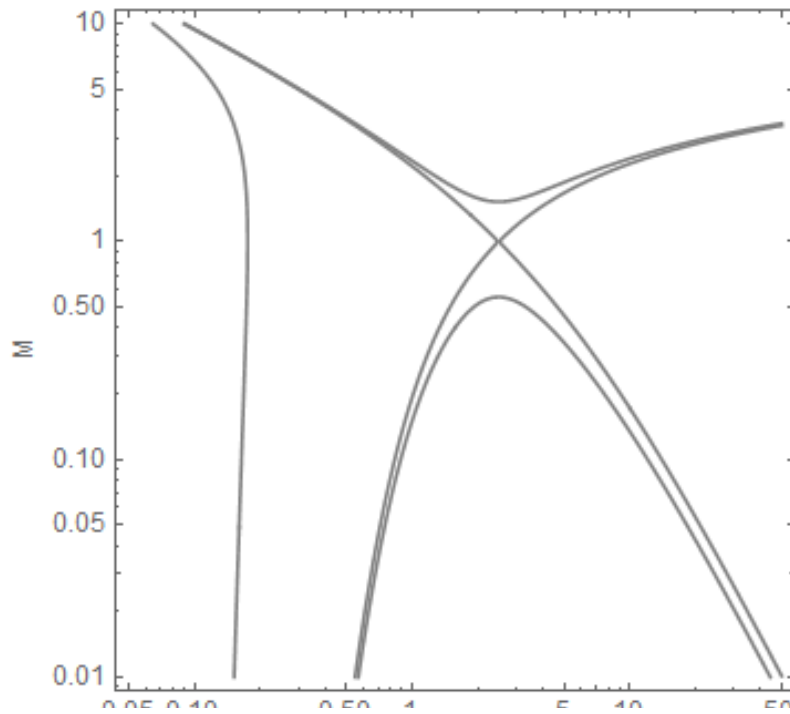
$$v \frac{dv}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{d\Phi}{dx} \rightarrow p = p_0 \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathcal{M}^2 - \mathcal{M}_0^2) - \frac{1}{c_s^2}(\Phi(x) - \Phi(x_0))\right)$$

上記の二つの式を組み合わせることで、マッハ数を定式化することができる

$$\mathcal{M} = \begin{cases} \sqrt{-W_0\left(-\frac{\mathcal{M}_0^2 x_0^4}{x^4} \exp\left(-\mathcal{M}_0^2 + 2(\Phi(x) - \Phi(x_0))\right)\right)} & (\text{for subsonic}) \\ \sqrt{-W_{-1}\left(-\frac{\mathcal{M}_0^2 x_0^4}{x^4} \exp\left(-\mathcal{M}_0^2 + 2(\Phi(x) - \Phi(x_0))\right)\right)} & (\text{for supersonic}) \end{cases}$$

マッハ数の定式化(3)

確認のために、太陽風のM-xのphase diagramを用いて比較
(左：マッハ数の微分方程式, 右：定式化したマッハ数の関数)



任意の重力ポテンシャルに対するマッハ数を定式化することができた

$$\mathcal{M} = \begin{cases} \sqrt{-W_0 \left(-\frac{\mathcal{M}_0^2 x_0^4}{x^4} \exp \left(-\mathcal{M}_0^2 + 2(\Phi(x) - \Phi(x_0)) \right) \right)} & \text{(for subsonic)} \\ \sqrt{-W_{-1} \left(-\frac{\mathcal{M}_0^2 x_0^4}{x^4} \exp \left(-\mathcal{M}_0^2 + 2(\Phi(x) - \Phi(x_0)) \right) \right)} & \text{(for supersonic)} \end{cases}$$

先行研究(1) – Velli (2001)

- 等温球対称の定常太陽風のbreezeに関する安定性解析

Flowの基本方程式

質量保存 $\frac{\partial}{\partial r}(\rho v r^2) = 0$

運動方程式 $v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{GM_{\odot}}{r^2}$

$$p = c_s^2 \rho$$

摂動はマッハ数 $\widehat{\mathcal{M}}$ と圧力 \hat{p} の線形結合からなる(エルサッサ変数に相当).

$$y^{\pm} = \widehat{\mathcal{M}} \pm \hat{p} = y^{\pm}(r) \exp\{(-i\omega + \gamma)t\}$$

摂動方程式

$$(\mathcal{M} \pm 1)y^{\pm'} + (-i\omega + \gamma)y^{\pm} + \frac{1}{2}(y^{\mp} + y^{\pm})\frac{\mathcal{M}'}{\mathcal{M}}(\mathcal{M} \mp 1) = 0$$

先行研究(2) - Velli (2001)

仮定

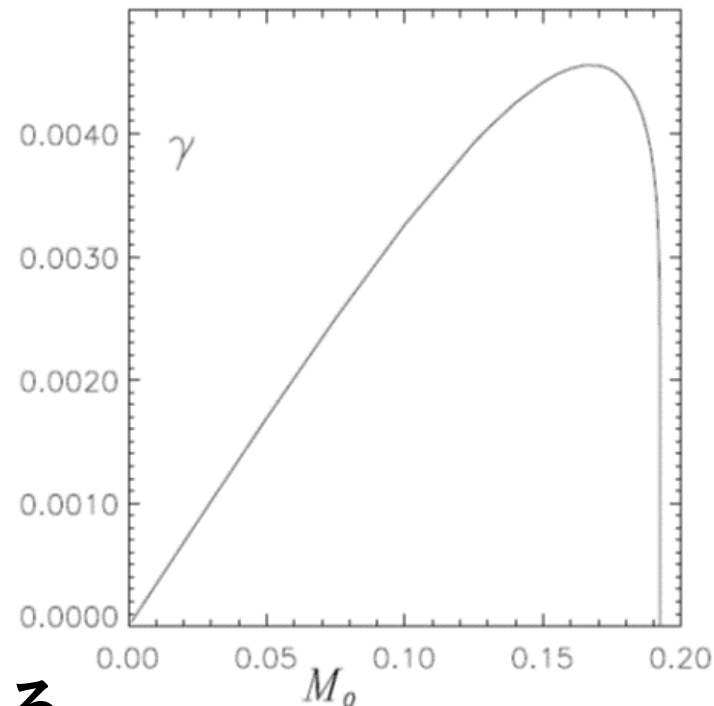
- ①: 長波長近似($\omega = 0$)
- ②: $y^+(0) = y^-(0) \neq 0$
- ③: $|y^+(r_1)|, |y^-(r_1)| \rightarrow 0$ ($r_1 \gg 1$)

不安定性の成長率

$$\gamma = \frac{2(|y^+|_0^2 - |y^+|_{r_1}^2)}{\int_{r_0}^{r_1} \mathcal{M}^{-1}[(\mathcal{M} + 1)|y^+|^2 - (\mathcal{M} - 1)|y^-|^2]}$$

$\gamma > 0 \rightarrow$ 不安定

$\gamma < 0 \rightarrow$ 安定



太陽風において、breezeは不安定である

Model – 重力

- 重力源: DMHのみ

DMH 密度プロファイル

$$\rho(x; \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\rho_d}{x^\alpha (x^\beta + 1)^\gamma} \quad \begin{array}{l} \rho_d: \text{スケール密度} \\ \alpha, \beta, \gamma: \text{べき指数} \end{array}$$

本研究では、密度プロファイルはNFW profile
and core profileの2つを仮定.

→NFW : $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 2$

core : $\alpha = 0, \beta = 1, \gamma = 3$

各プロファイルにおける重力ポテンシャルと重力は以下のようなになる

NFW profile	Core profile
$\frac{d\Phi(x)}{dx} = 4\pi\rho_d r_d^2 G \left(\ln(x+1) - \frac{x}{x+1} \right)$ $\Phi(x) = -4\pi\rho_d r_d^2 G \frac{\log(x+1)}{x}$	$\frac{d\Phi(x)}{dx} = \frac{4\pi\rho_d r_d^2 G}{x^2} \left(\ln(x+1) - \frac{x(3x+2)}{2(x+1)^2} \right)$ $\Phi(x) = -4\pi\rho_d r_d^2 G \left(\frac{\log(x+1)}{x} - \frac{1}{2(x+1)} \right)$