再結合放射を考慮した
輻射輸送・流体3次元数値
シミュレーション

筑波大学大学院

数理物質科学研究科・物理学専攻

修士二年　油井　夏城

Introduction

- 初代星周囲の電離構造を理解するうえで輻射輸送・流体シミュレーションが必要

- 輻射輸送・流体のシミュレーションは再結合放射を考慮しないもの計算がほとんど(Hasegawa et al . 2009)
計算コストが膨大なため

- 先行研究で、3次元のray tracing法で再結合放射を考慮するための輻射輸送シミュレーションを行うコードが開発された

- 再結合光子を考慮した輻射輸送が初代星周囲の電離構造に及ぼす影響を検証していく

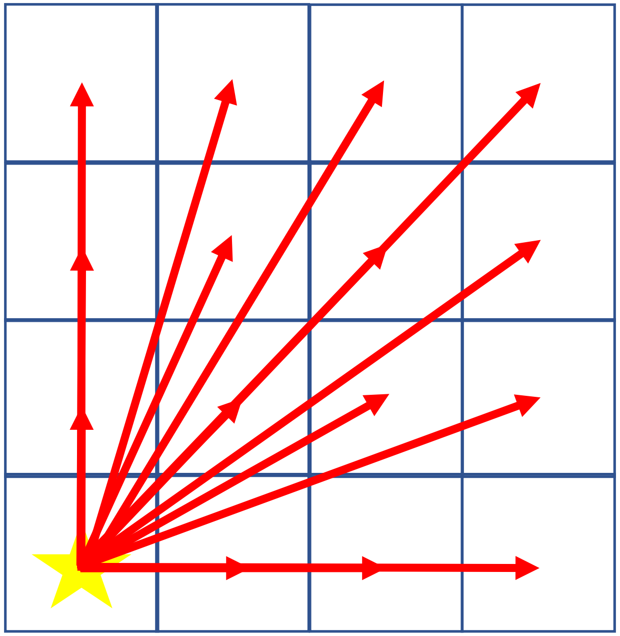
計算手法

点光源からの輻射

各点光源から、すべての
メッシュに向け、光線を飛ばす

再結合放射を考慮しないと
$\sim N^3 \times N_{sorce} \times N_{\nu} \times N_{path} \times N_{itr}$
$\sim O(N^4)$ (光源が一つの場合)

ARGOT法(Okamoto et al. 2012)を用い
光源が増えた場合も計算可能



点光源long 法

ARGOT

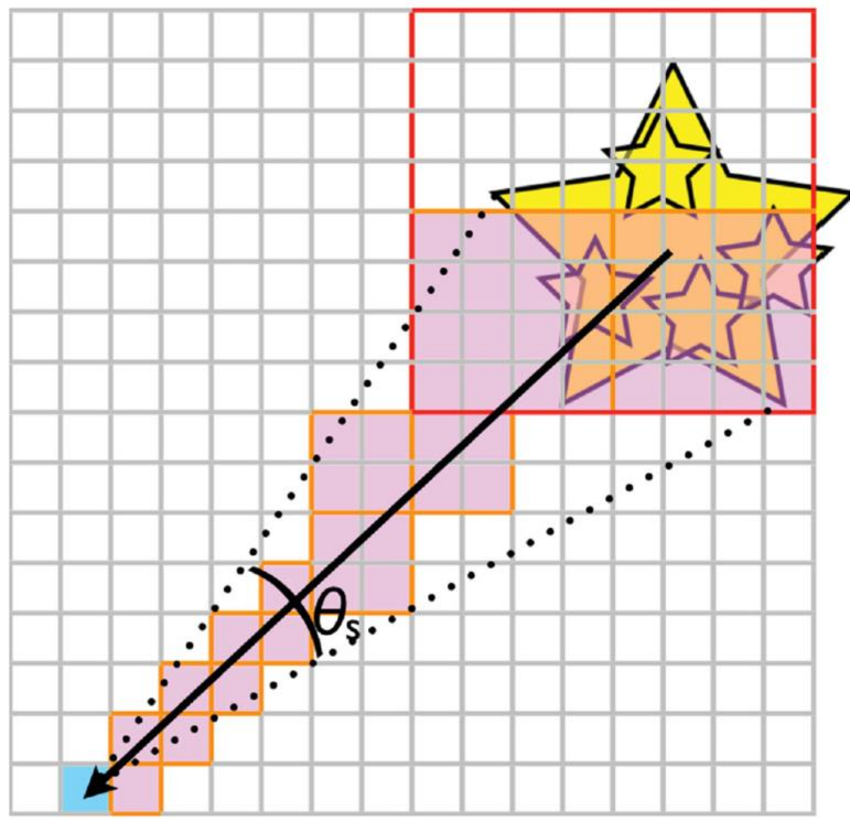
Accelerated radiative transfer on grids using oct-tree (Okamoto et al. 2012)

遠くにある複数の星を一つの星としてみなし、高速化を図る

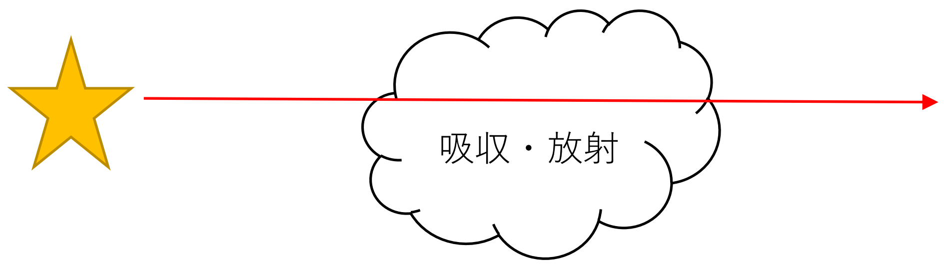
計算量は $N_m^{4/3}\log(N_s)$

N_s : 光源の数
N_m: メッシュ数

点光源long法 $N_m^{4/3}N_s$



輻射輸送方程式



$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu$$

$S_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu}$ ：源泉関数

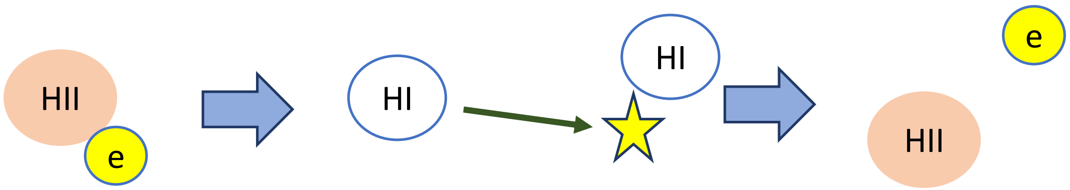
ϵ_ν : 放射係数

κ_ν : 吸収係数

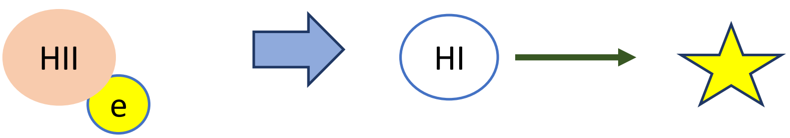
今回の研究での放射は原子(水素)の再結合による放射

On the spot approximation

輻射輸送計算では再結合の際に放出される光子はすぐにHIに吸収され、
電離に使われるため、再結合光子は生成されなかったと仮定できる(case B)
これをOn the spot approximation(OTSA)と呼ぶ。
考える系が光学的に厚い場合は有効である。



しかし、光学的に薄い場合はこの近似を用いるのは不適切である。
この場合、再結合光子は光源としてふるまう(case A)



On the spot approximation

輻射輸送方程式のS_νは無視できる

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu}$$

$\Gamma_i = \int_{\nu_i}^{\infty} \frac{f(\nu)}{h\nu} \sigma_i(\nu) d\nu$ Ionization rate

$H_i = \int_{\nu_i}^{\infty} \frac{f(\nu)}{h\nu} (h\nu - h\nu_i) \sigma_i(\nu) d\nu$ Heating rate

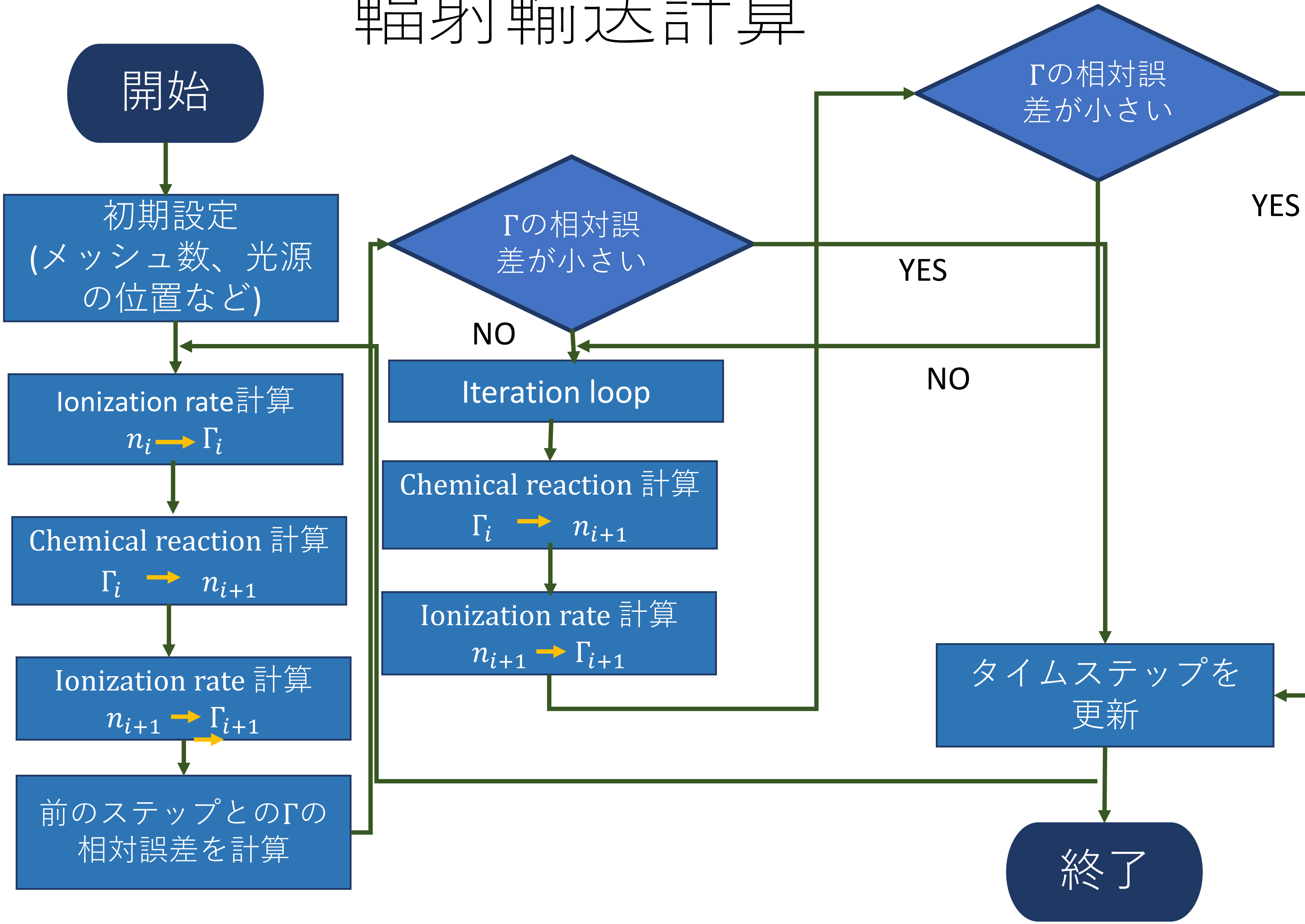
光学的厚み

$\tau = \int_{s_0}^{s} n_i \sigma_i ds$

フラックス

$f(\nu) = \frac{L(\nu)}{4\pi r^2} \exp[-\tau(\nu)]$ $[\mathrm{erg}/s/\mathrm{cm}^2/\mathrm{Hz}]$

輻射輸送計算

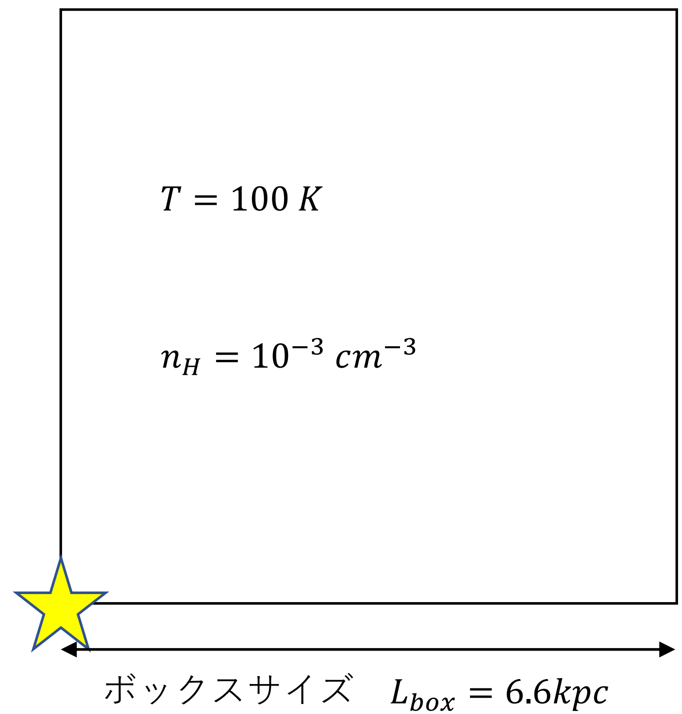

開始
初期設定
(メッシュ数、光源の位置など)
Ionization rate計算
$n_i \rightarrow \Gamma_i$
Chemical reaction 計算
$\Gamma_i \rightarrow n_{i+1}$
Ionization rate 計算
$n_{i+1} \rightarrow \Gamma_{i+1}$
前のステップとのΓの相対誤差を計算
Γの相対誤差が小さい
NO
YES
Iteration loop
Chemical reaction 計算
$\Gamma_i \rightarrow n_{i+1}$
Ionization rate 計算
$n_{i+1} \rightarrow \Gamma_{i+1}$
Γの相対誤差が小さい
NO
YES
タイムステップを更新
終了

Test シミュレーション

Test　setting

- ボックスサイズ　$L_{box} = 6.6kpc$
- メッシュ数　　$N_m = 256^3$
- 水素の数密度　$n_H = 10^{-3}\ cm^{-3}$
- 単位時間あたりに放射されるν_0より大きい光子数　$N_L = 5.0 \times 10^{48}\ s^{-1}$
- ガスの温度　　$T = 100\ K$
- 周波数依存性　点光源　black body(10^5K)
  power law (α＝－１)
  monochromatic 13.6eV

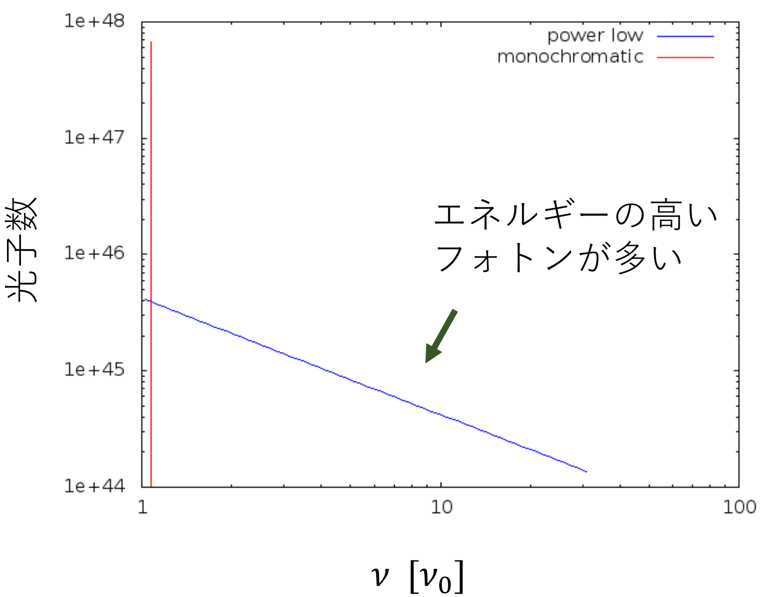
- 光源の位置　　ボックスの隅 (x,y,z)=(0,0,0)

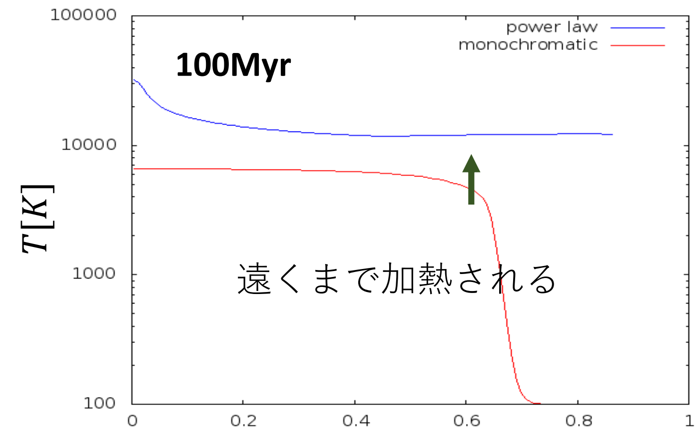


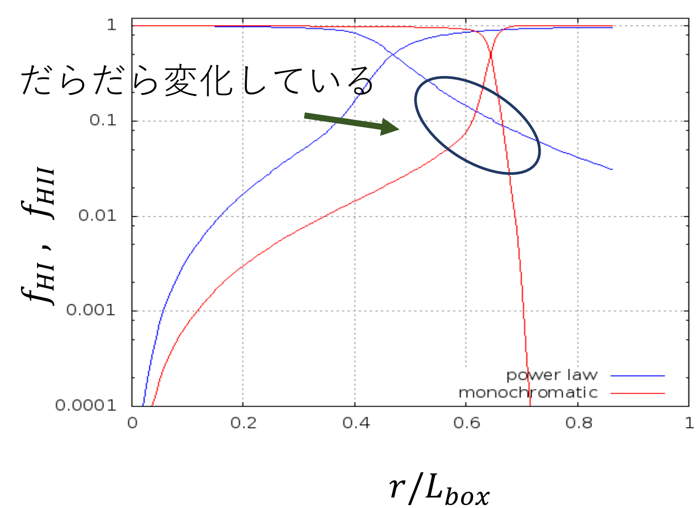
Test シミュレーション

power law の方がエネルギーの高い
光子がおおい。

cross section が大きく平均自由行程
が長い ⟶ 電離できない







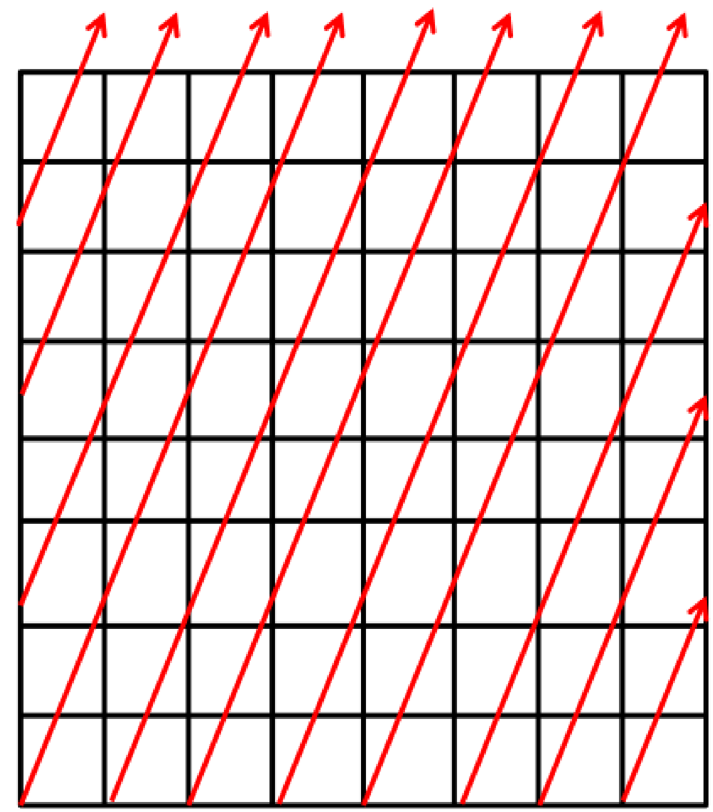
ART法

ガス雲などの広がった光源からの輻射

再結合光子の輻射輸送
本研究ではART法(Authentic Radiation Transfer)を用いる

ART法では、計算ボックスの境界から境界まで平行光線を飛ばす。
$\sim N^2 \times N_\theta N_\phi \times N_\nu \times N_{path} \times N_{itr}$
$\sim O(N^5)$

再結合放射を考慮した計算では、
光源からの放射を点光源long法、
再結合放射をART法で計算し、
これらを組み合わせて計算する。



ART 法

再結合放射を考慮した場合

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_\nu(0)e^{\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau'_\nu)e^{-(\tau_\nu-\tau'_\nu)}d\tau'_\nu$$

今回の計算コードでは、

$$I_\nu^{out}(\hat{n}) = I_\nu^{in}(\hat{n})e^{-\Delta\tau_\nu} + S_\nu(1-\mathrm{e}^{-\Delta\tau_\nu})$$

I_ν^{out} : メッシュから出ていく輻射強度
I_ν^{in} : メッシュに入ってくる輻射強度

距離ΔLを通って入ってくる平均輻射強度は

$$\overline{I_\nu}^{in}(\hat{n}) = \frac{1}{\Delta L}\int_0^{\Delta L} I_\nu^{in}(\hat{n})e^{-\kappa_\nu l}dl = I_\nu^{in}(\hat{n})\frac{\left(1-e^{-\Delta\tau_\nu}\right)}{\Delta\tau_\nu}$$

$$\overline{I_\nu}(\hat{n}) = \overline{I_\nu}^{in}(\hat{n}) + S_\nu = I_\nu^{in}(\hat{n})\frac{\left(1-e^{-\Delta\tau_\nu}\right)}{\Delta\tau_\nu} + S_\nu$$

再結合放射を考慮した場合

ある方向の光線に対し、一つのメッシュの平均輻射強度は

$$I_\nu^{ave}(\hat{n}) = \frac{\Sigma_j \Delta\tau_{\nu,i} \bar{I}_{\nu,i}(\hat{n})}{\Sigma_i \Delta\tau_{\nu,i}}$$

$$= I_\nu^{ave,in}(\hat{n}) + S_\nu$$

すべての方向の光線に対し平均輻射強度は

$$J_\nu = \frac{1}{N_d}\sum_{i=1}^{N_d} I_\nu^{ave}(\hat{n}_i) = J_\nu^{in} + S_\nu$$

N_d : 光線の方向の数

$$\Gamma_{i\gamma}^{diff} = 4\pi\int_{\nu_i}^{\infty} \frac{J_\nu}{h\nu}\sigma_i(\nu)d\nu$$

$$\mathrm{H}_{i\gamma}^{diff} = 4\pi\int_{\nu_i}^{\infty} \frac{J_\nu}{\hbar\nu}(h\nu - h\nu)\sigma_i(\nu)d\nu$$

再結合放射を考慮した場合

媒質が水素原子のみで構成されている場合、再結合光子数は、

$$\dot{N}^{rec} = 4\pi \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{\epsilon_\nu}{h\nu} d\nu = [\alpha_A(T) - \alpha_B(T)] n_e n_{H_{II}}$$

$\alpha_A(T) - \alpha_B(T)$: 基底状態に再結合する確率
$n_e, n_{H_{II}}$: 電子、HIIの数密度

$$\frac{\epsilon_\nu}{h\nu} = \begin{cases} \dfrac{\Delta\alpha(T) n_e n_{H_{II}}}{4\pi\Delta\nu} & (\nu_0 \leq \nu \leq \nu_0 + \Delta\nu) \\ 0 & (otherwise) \end{cases}$$

$\Delta\nu \ll \nu_0$

$\Delta\alpha = \alpha_A(T) - \alpha_B(T)$

$$S_\nu = \frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} = \begin{cases} \dfrac{\Delta\alpha(T) n_e n_{H_{II}} h\nu}{4\pi \mathrm{n}_{H_{II}} \sigma_{H_I}(\nu) \Delta\nu} & (\nu_0 \leq \nu \leq \nu_0 + \Delta\nu) \\ 0 & (otherwise) \end{cases}$$

再結合放射を考慮した場合

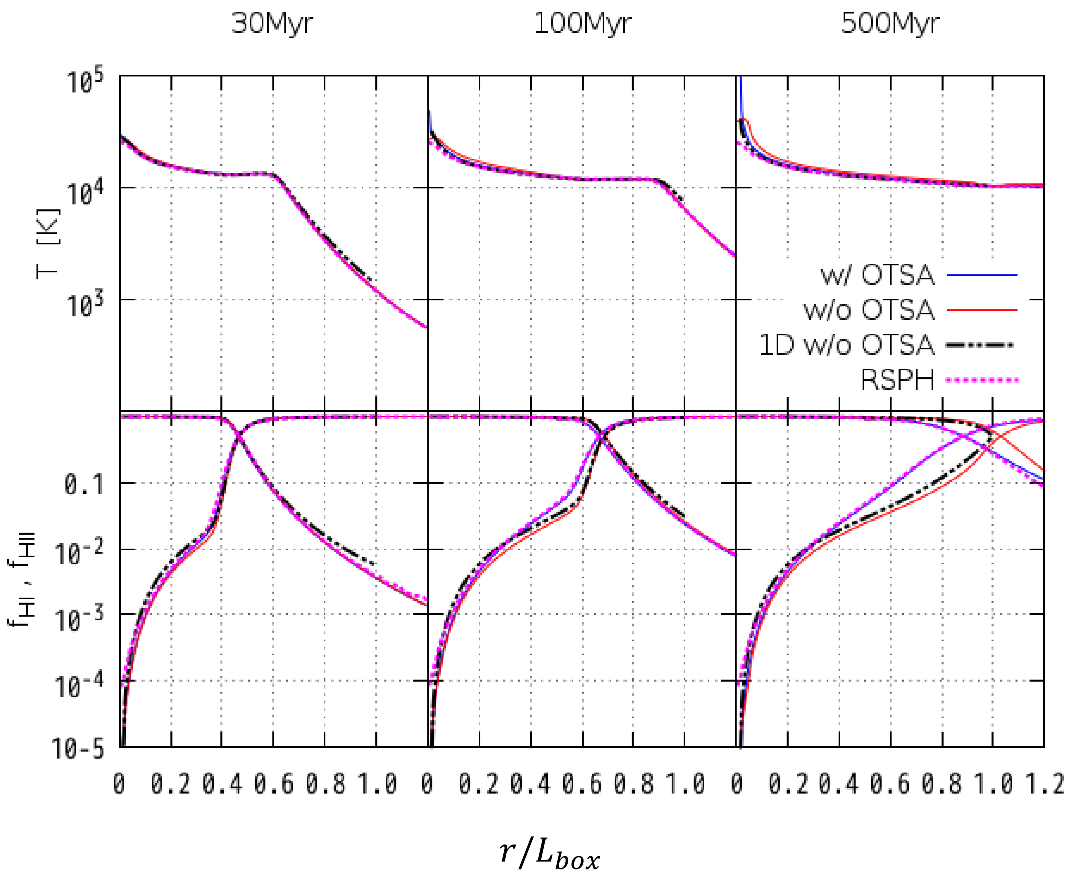
$$J_\nu^{in} = \begin{cases} J^{in} & (\nu_0 \le \nu \le \nu_0 + \Delta\nu) \\ 0 & (otherwise) \end{cases}$$

とすると、

$$\Gamma_{HI}^{diff} = 4\pi J^{in} \int_{\nu_0}^{\nu_0+\Delta\nu_{th}} \frac{\sigma_{HI}(\nu)}{h\nu} d\nu + \frac{\Delta\alpha(T) n_e n_{HII}}{n_{HI}}$$

$$\mathrm{H}_{\mathrm{HI}}^{\mathrm{diff}} = 4\pi J^{in} \int_{\nu_0}^{\nu_0+\Delta\nu_{th}} \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu}\right) \sigma_{HI}\,(\nu) d\nu + \frac{\Delta\alpha(T) n_e n_{HII}}{2 n_{HI}}\ h\Delta\nu_{th}$$

Testシミュレーション 比較検証



case Aでは、case B
よりも電離波面の
広がりが見て取れる。

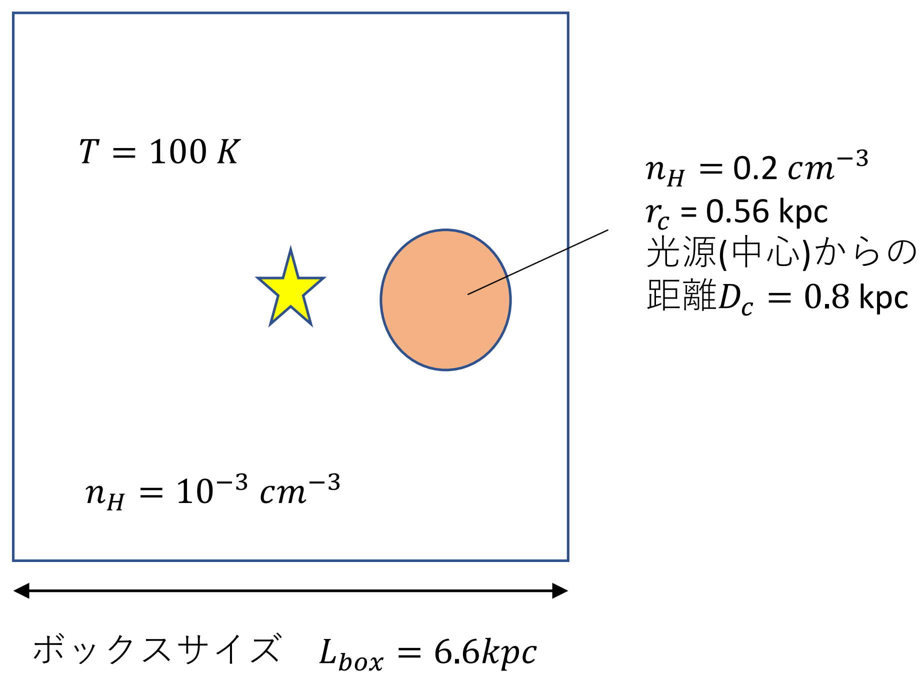
case Aの
一次元球対称コード
(Kitayama et al.2004),
case BのRSPH法(Susa et al.2009)
と比較した結果、
よい一致が得られた。

Test シミュレーション(clump)

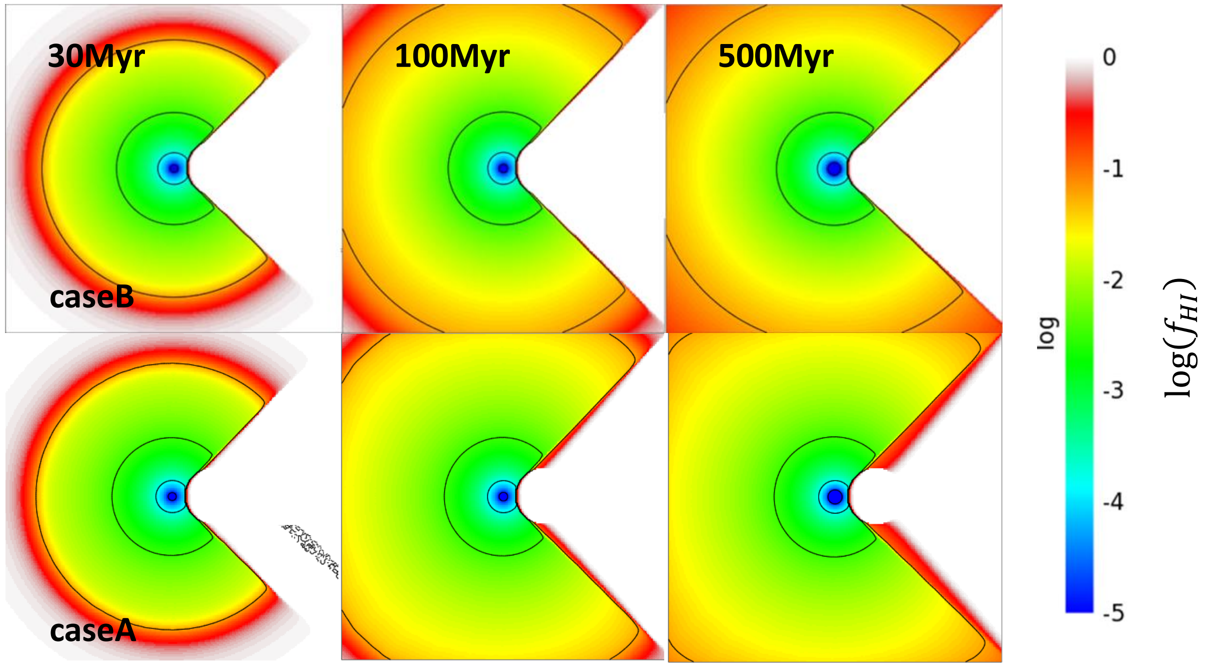
Test　setting

- メッシュ数　　$N_m = 256^3$
- 単位時間あたりに放射される
  ν_0より大きい光子数　$N_L = 5.0 \times 10^{48}\ s^{-1}$
- 周波数依存性　点光源　black body(10^5K)

- 角度分解能　　$N_{side} = 8$ (case A)
- 光源の位置　　ボックス中心
  (x,y,z)=(0.5,0.5,0.5)



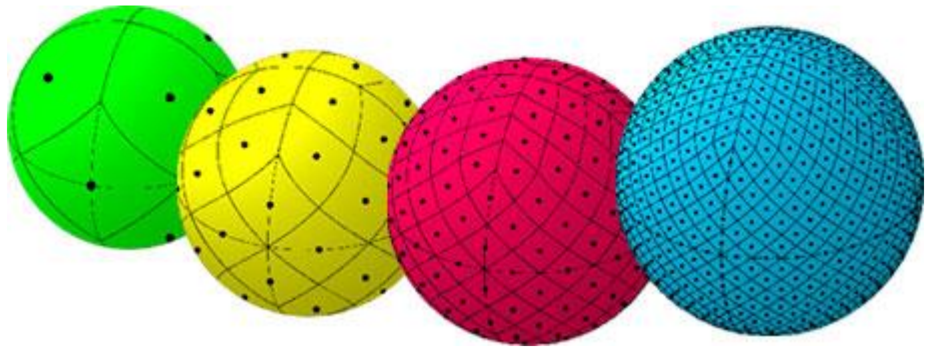
clumpを置いたときの中性水素フラクション



X軸方向に中心から0.8kpcのところに、半径0.56kpc、
数密度が0.2 cm^{-3}(他のメッシュの200倍)の数密度の濃い領域(clump)を置いた。

case Aでは、clumpの後ろに電離領域がみられる

角度分解能



小 → N_{side} → 大

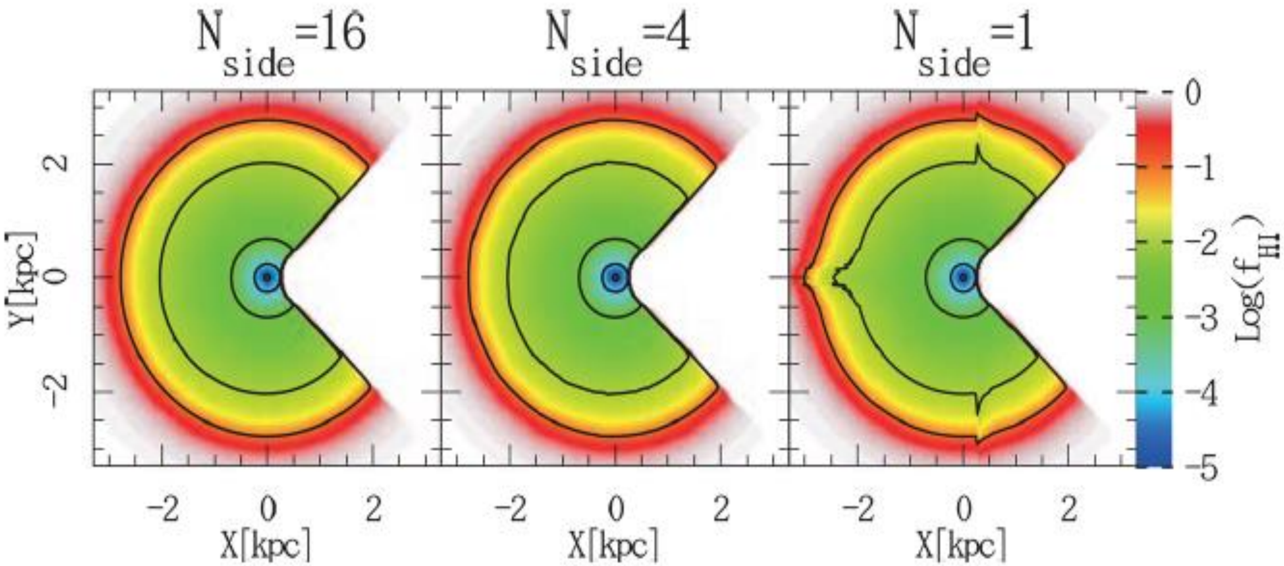
・光線の方向はHealpixを用い決定する
・N_{side} : 方向の解像度を決めるパラメータ
・$N_{side}=2$の場合、2つ向こう側までのメッシュすべてに光線が通過するように方向を決める

水素原子のみの場合、再結合光子の平均自由行程は

$$\lambda_{mfp}=\frac{1}{n_{HI}\sigma_{HI}}=51.4\left(\frac{n_{HI}}{10^{-3}cm^{3}}\right)^{-1}\mathrm{pc}$$

メッシュ数= 128^3のとき、
１メッシュの大きさΔH =6.6kpc/128=51.5pc

角度分解能



Tanaka et al (2015)

$N_{side}=1$のとき、HIフラクションのマップの形が崩れている
$N_{side}=4$以上でもっともらしい結果を得られる。

Test シミュレーション

水素分子の導入

水素分子：金属量の少ない初期の宇宙での主要な冷却材(T<10^4)

・水素分子形成プロセス

$$H + e^- \quad \rightarrow \quad H^- + h\nu$$
$$H^- + H \quad \rightarrow \quad H_2 + e^-$$

$$H^+ + H \quad \rightarrow \quad H_2^+ + h\nu$$
$$H_2^+ + H \quad \rightarrow \quad H_2 + H^+$$

・水素分子形成にマイナスなプロセス

Lyman-Werner band(11.26-13.6 eV) photon による dissociation

$$H_2 + h\nu \quad \rightarrow \quad 2H$$

Test シミュレーション

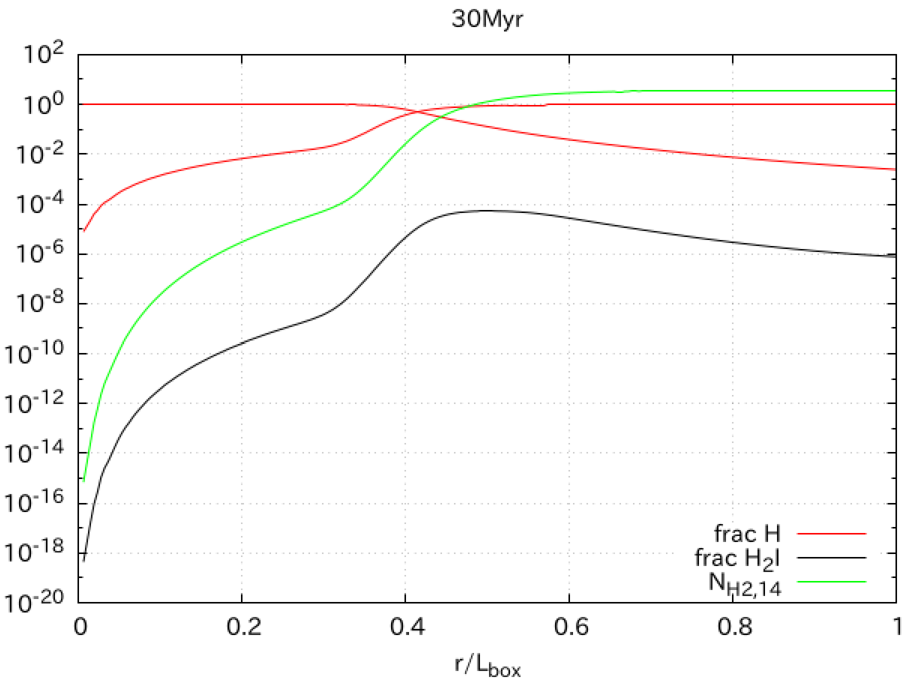
H_2 の形成が進むと自己遮蔽効果により
LW-band photon は侵入できなくなる。
self-shielding function

$$F_{LW} = F_{LW,0} f_s(N_{H_2,14})$$

$F_{LW,0}$: 入射するLW-band flux
$N_{H_2,14}$: $10^{14} cm^{-3}$で規格化された柱密度

$$f_s = \begin{cases} 1 & (x \leq 1) \\ x^{-\frac{3}{4}} & (x > 1) \end{cases}$$

$N_{H_2} = 1..0 \times 10^{14}\ [cm^{-3}]$ より右側の領域には
shieldingが効く

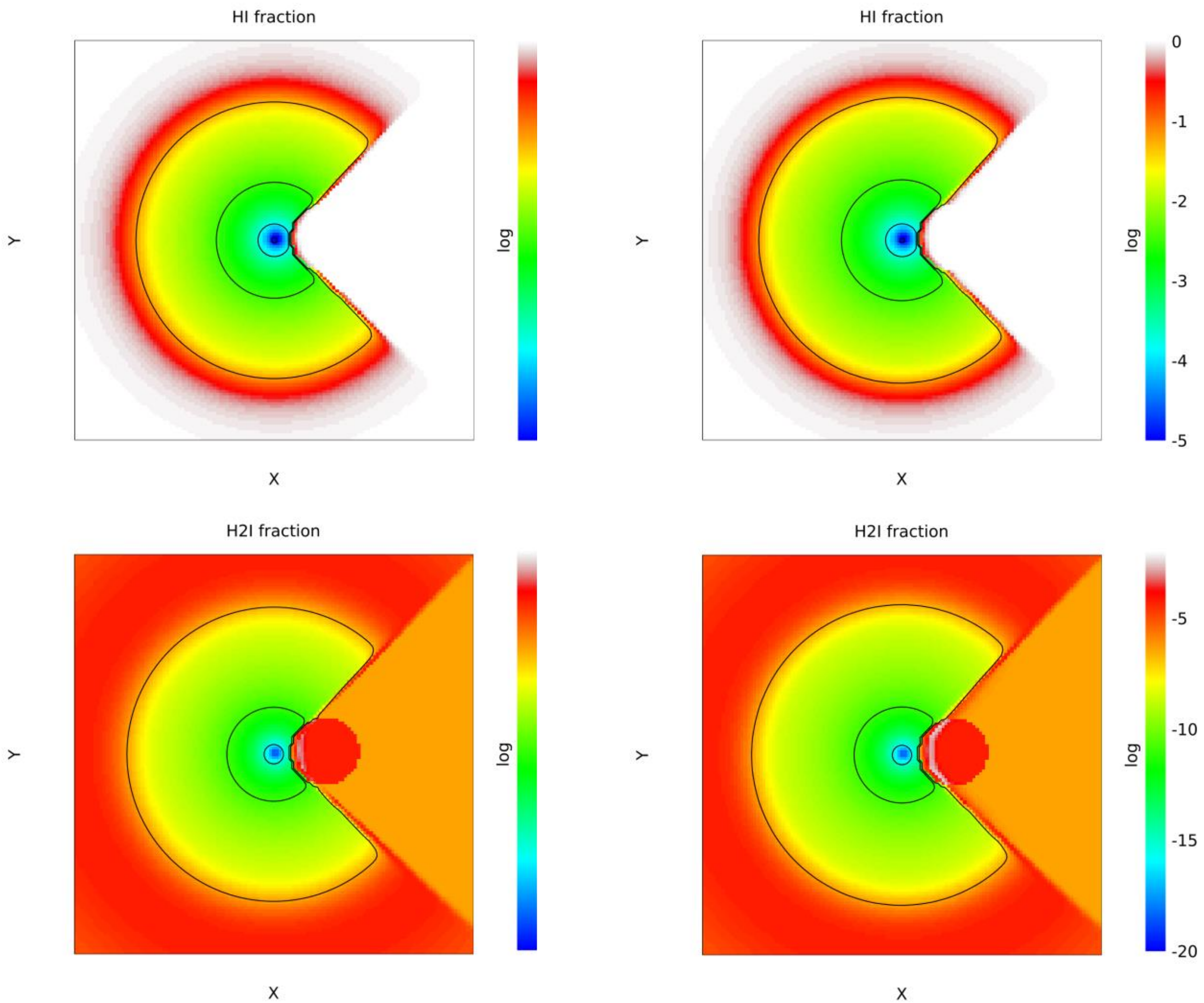


Test clump

30Myr

ボックスサイズ=6.6kpc,
Black body 1.0e5[K]
周りの温度の初期値は100[K]
左側がcase B、右側がcase A
上の図がHI fraction
下の図がHII fraction

X軸方向、中心から0.8kpcのところに、半径0.56kpc、
数密度が0.2 cm^{-3}(他のメッシュの200倍)のclumpがある
Clumpでは50pcあたりでHII の柱密度が$10^{14}[cm^{-3}]$になる

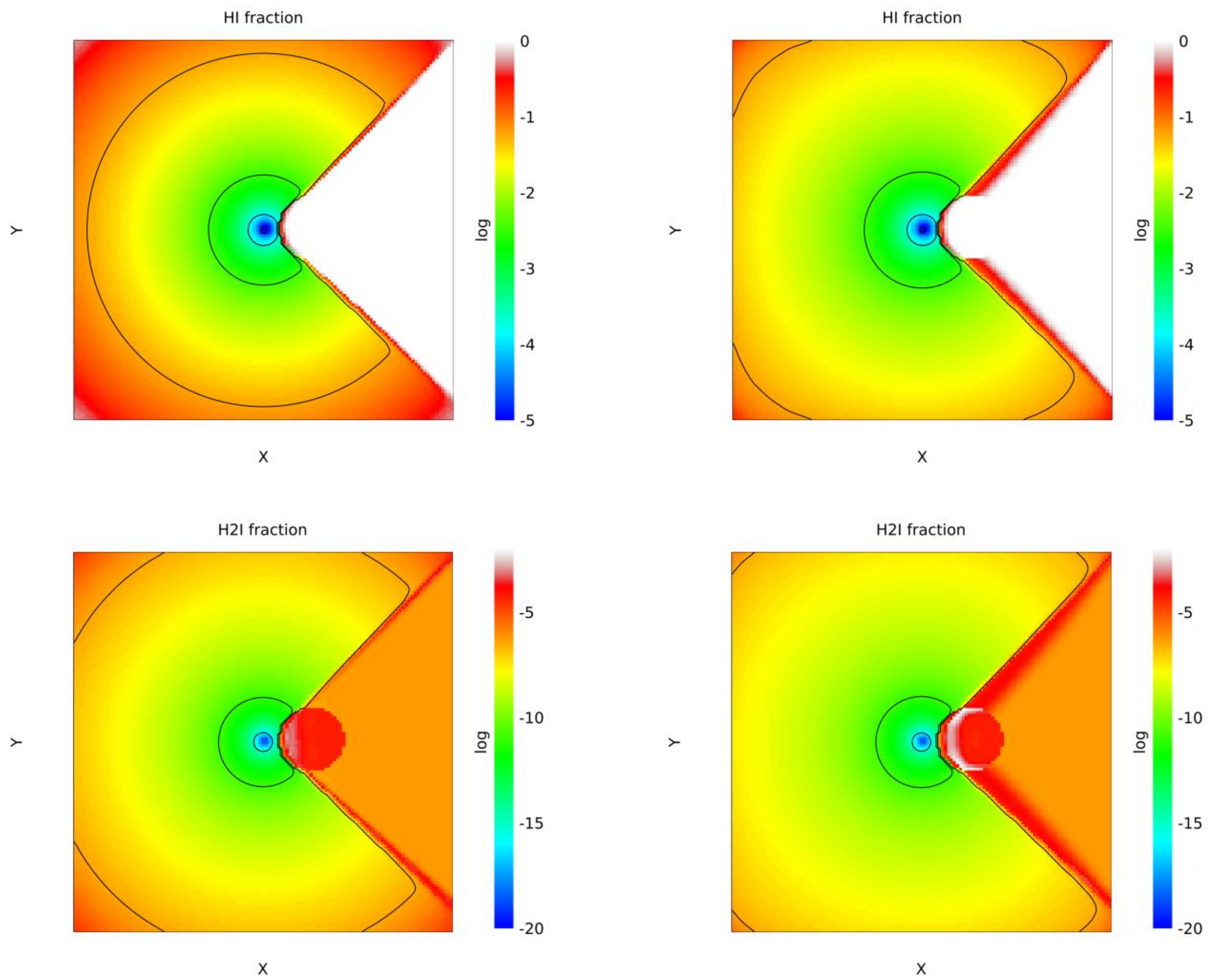


Test clump

200Myr

ボックスサイズ=6.6kpc,
Black body 1.0e5[K]
周りの温度の初期値は100[K]
左側がcase B、右側がcase A
上の図がHI fraction
下の図がHII fraction

X軸方向、中心から0.8kpcのところに、半径0.56kpc、
数密度が0.2 cm^{-3}(他のメッシュの200倍)のclumpがある
Clumpでは50pcあたり
でHII の柱密度が$10^{14}[cm^{-3}]$になる

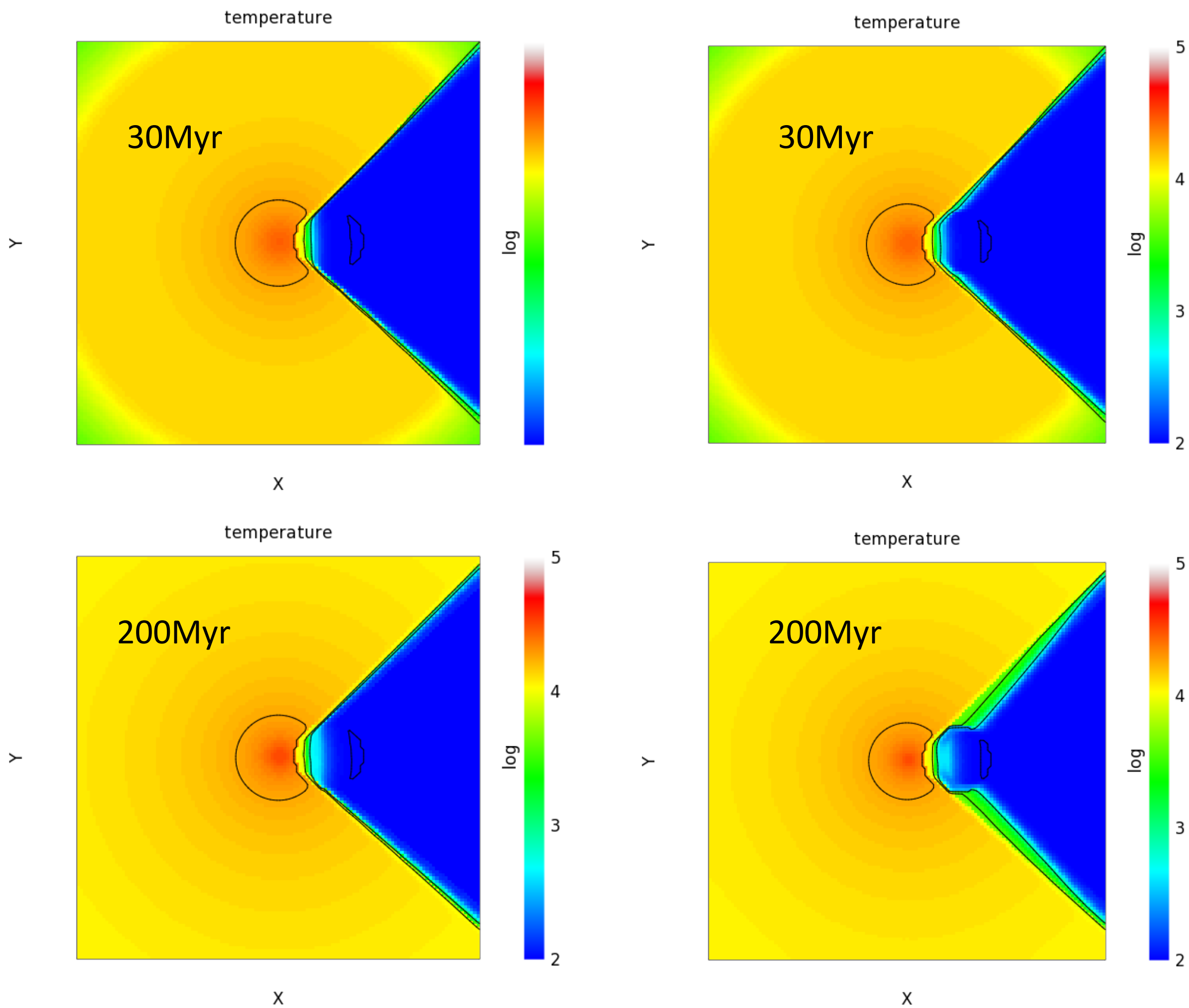


Test clump

温度

ボックスサイズ=6.6kpc,
Black body 1.0e5[K]
周りの温度の初期値は100[K]
左側がcase B、右側がcase A
上の図がHI fraction
下の図がHII fraction

X軸方向、中心から0.8kpcのところに、半径0.56kpc、
数密度が0.2 cm^{-3}(他のメッシュの200倍)のclumpがある
Clumpでは50pcあたり
でHII の柱密度が$10^{14}[cm^{-3}]$になる



Test シミュレーション　流体計算

- Hasegawa et.al (2009)

初代星による輻射の影響下での星の形成過程の研究(sph 法)

Test　setting

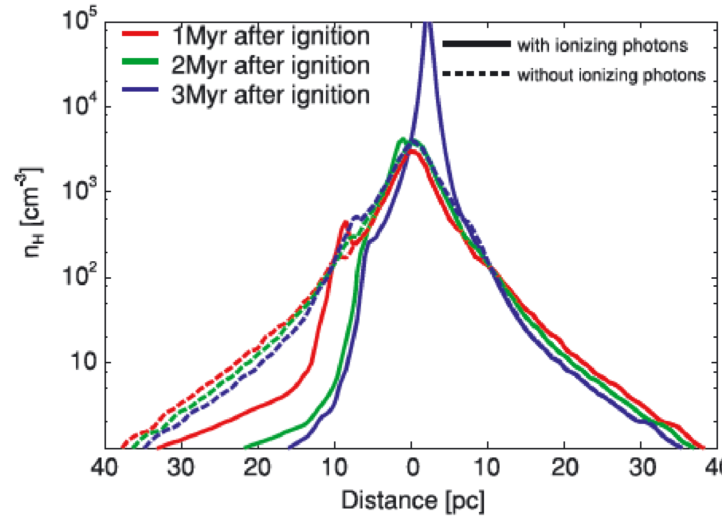
- clump mass　$M_c = 8.3 \times 10^4\ M_{\odot}$
- clumpの数密度　$n_{H\_clump} = 14\ cm^{-3}$
- clump の温度　$T_{clump} = 100\ K$
- clump の密度が$10^3 [cm^{-3}]$に重力収縮してから、光源を入れる
- 単位時間あたりに放射されるν_0より大きい光子数

  $N_L = 5.938 \times 10^{49}\ s^{-1}$
- 周波数依存性　点光源　black body (9.33×10^4K)
- 光源の質量　$M_s = 80_{\odot}$
- 光源の位置　　クランプ中心からD = 40 pc

Test シミュレーション　流体計算

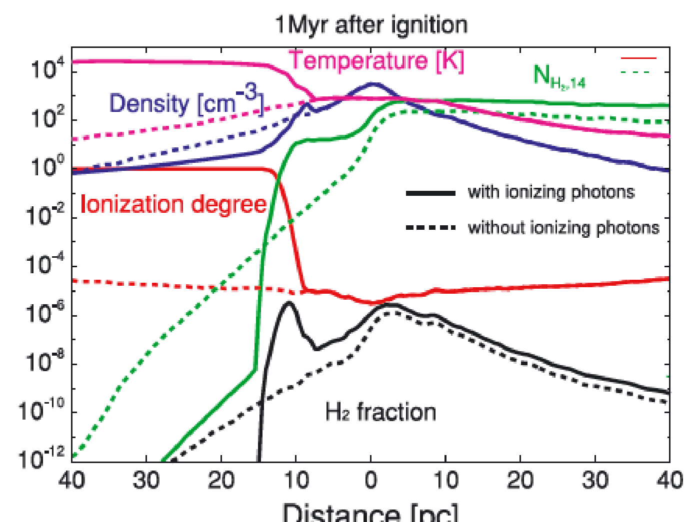
電離 photonがないと温度が下がらず
コアの収縮が時間発展しない

一方電離 photonがあるとコアは収縮が進む



$N_{H_2} = 10^{14} cm^{-3}$になり、shielding が効くので
y_{H_2}~10^{-5}まで上昇する

H_2により、温度が下がり、コアは収縮を
続ける



Test シミュレーション　流体計算

Hasegawa et.al(2009)を参考にsetting する

流体計算はAUSM＋(Lion 1996)で実装

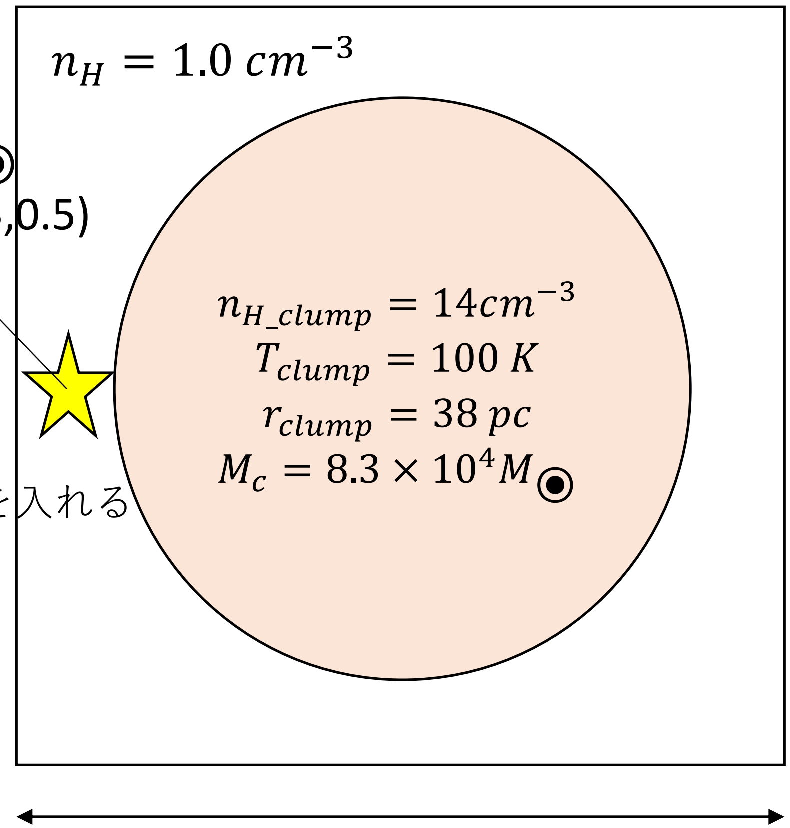
Test　setting

- ボックスサイズ　$L_{box} = 100pc$
- Clump mass　$M_c = 8.3 \times 10^4\ M_\odot$
- clumpの数密度　$n_{H\_clump} = 14\ cm^{-3}$
- clump の温度　$T_{clump} = 100\ K$
- 水素の数密度　$n_H = 1.0\ cm^{-3}$
- clump の密度が$10^3[cm^{-3}]$に重力収縮してから、光源を入れる
- 単位時間あたりに放射されるν_0より大きい光子数

  $N_L = 5.938 \times 10^{49}\ s^{-1}$
- ガスの温度　$T = 100\ K$
- 周波数依存性　点光源　black body (9.33×10^4K)
- 光源の位置　(x,y,z) = (0.1,0.5,0.5)
- clumpはボックスの中心
- clump中心から光源までの距離 D = 40 pc

$M_s = 80_\odot$

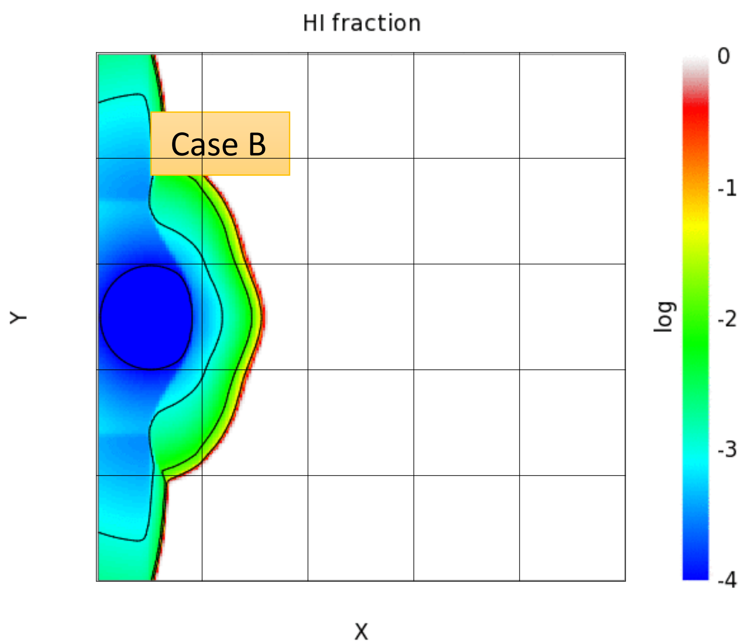
(x,y,z)=(0.1,0.5,0.5)

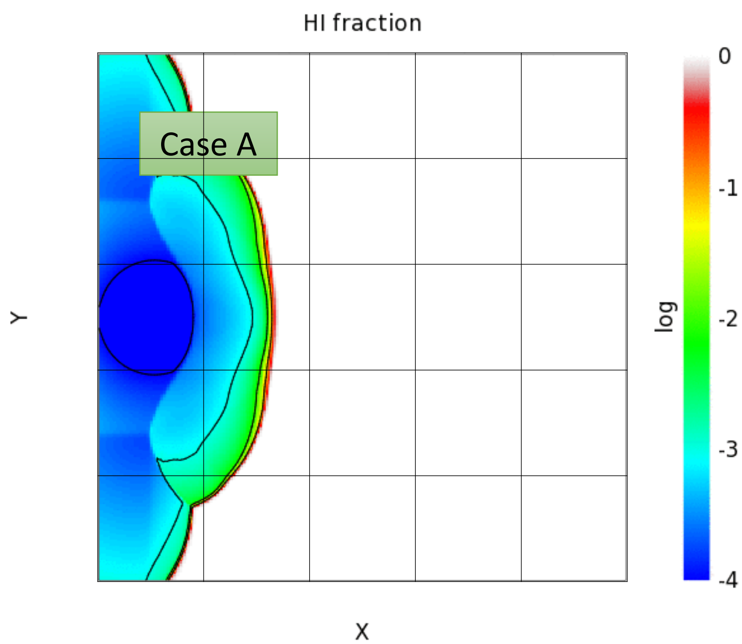


ボックスサイズ　L_{box} =100 pc

Test シミュレーション　流体計算

$n_{on} = 10^3 cm^{-3}$～1.5Myr

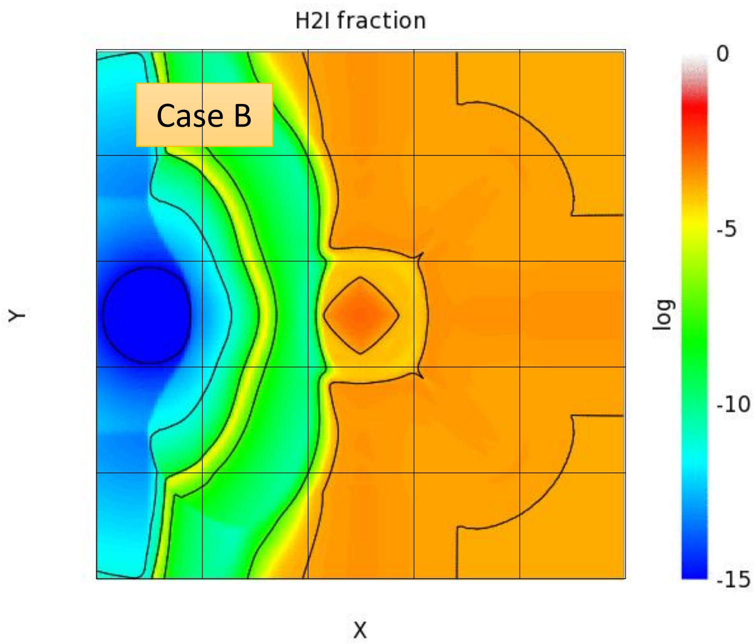


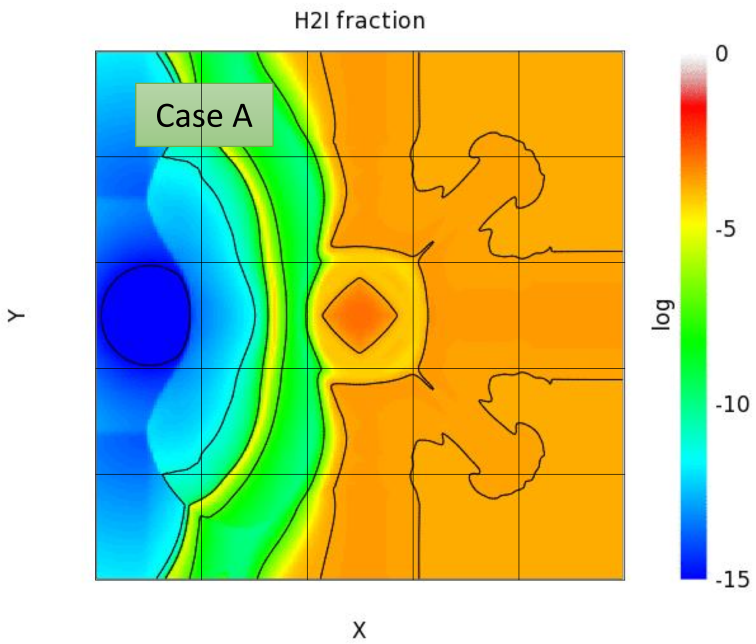


HI fraction

Test シミュレーション　流体計算

$n_{on} = 10^3 cm^{-3}$～1.5Myr

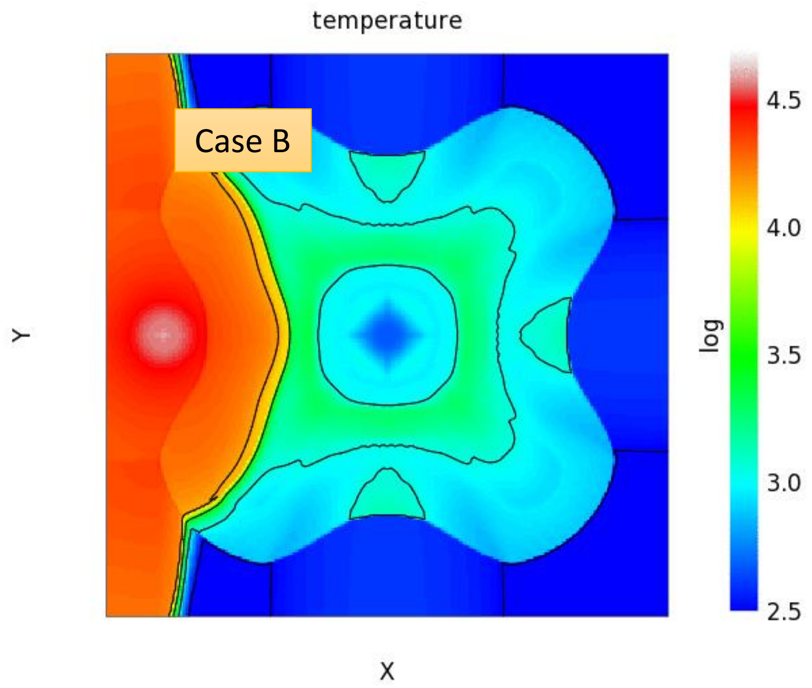


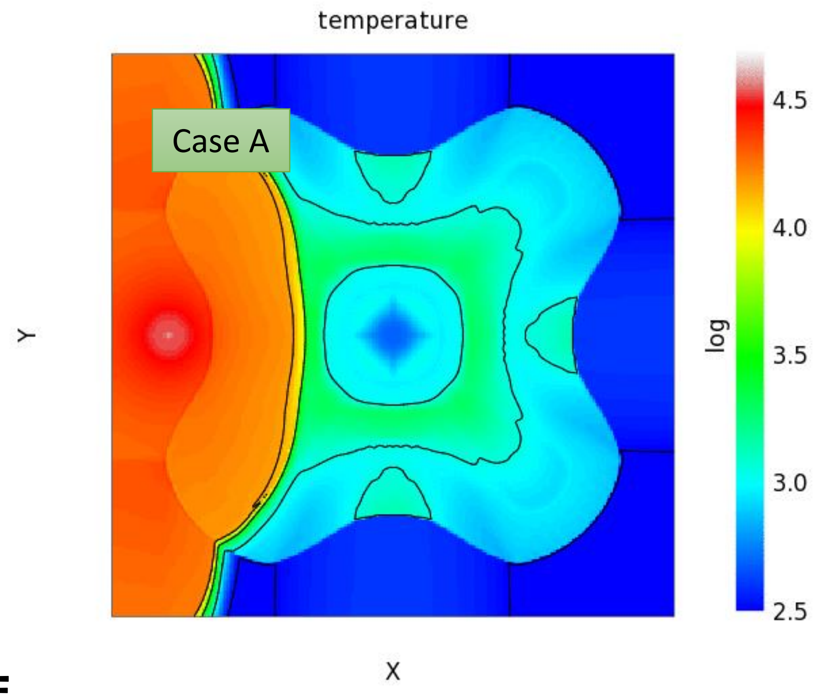


H_2 fraction

Test シミュレーション　流体計算

$n_{on} = 10^3 cm^{-3}$～1.5Myr

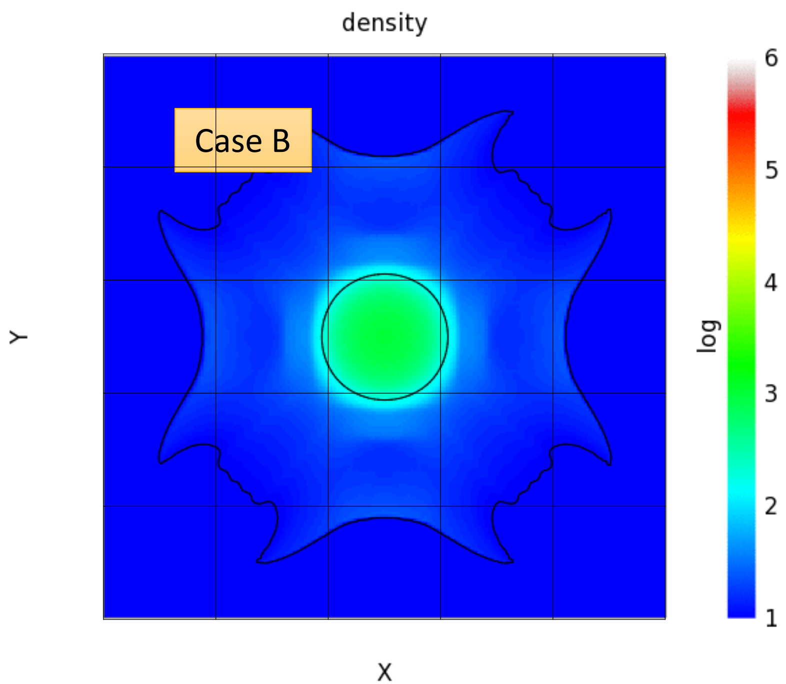


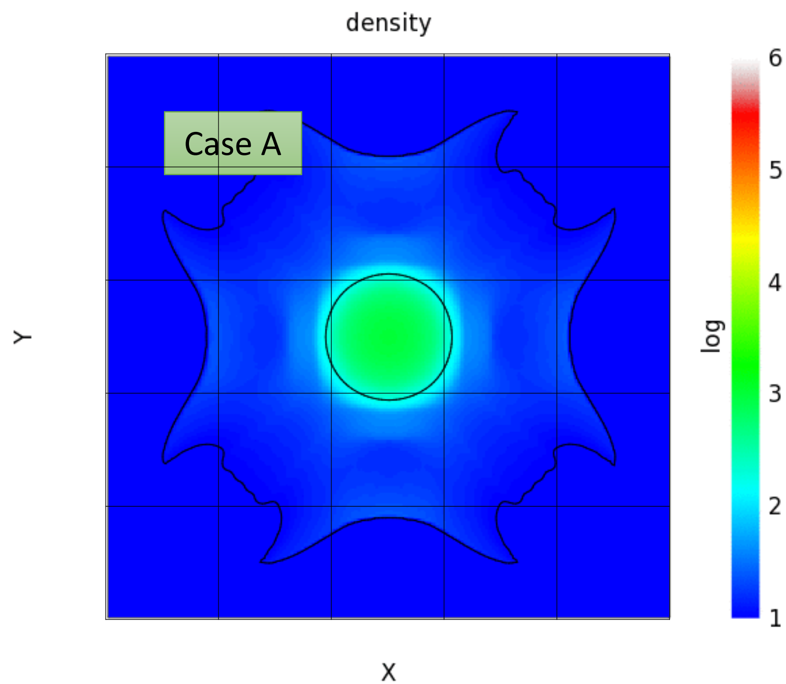


温度

Test シミュレーション　流体計算

$n_{on} = 10^3 cm^{-3}$～1.5Myr





密度

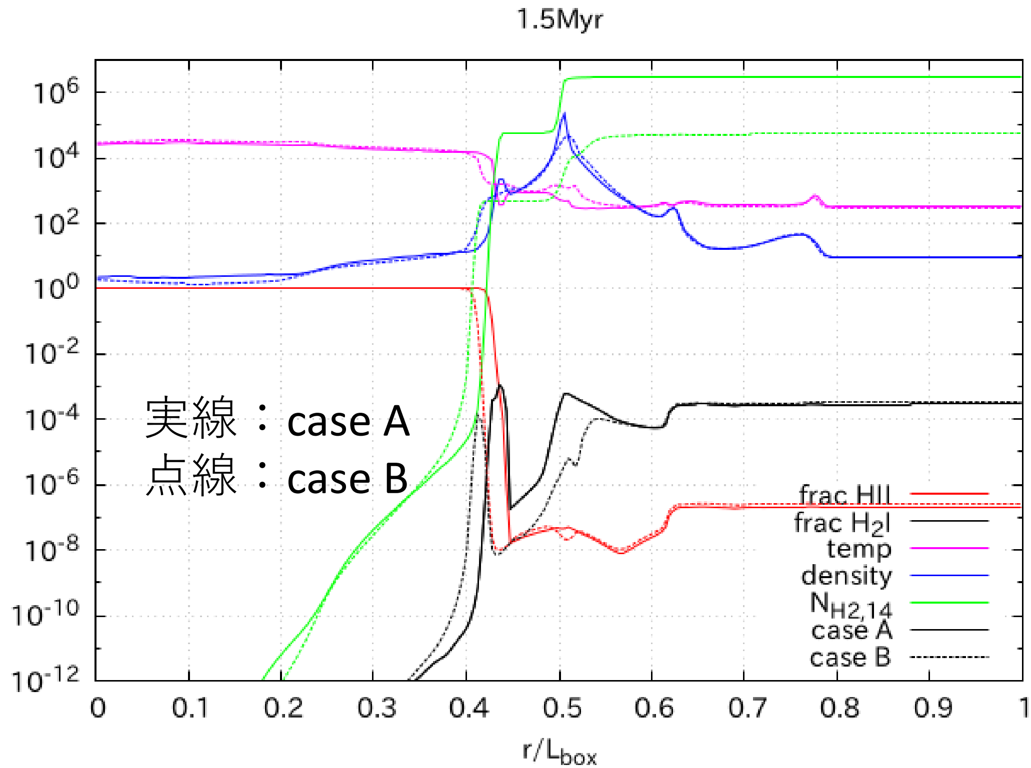
Test シミュレーション　流体計算

case Aの方がcase BよりもH_2 fraction が高く、柱密度も大きい
(case Aの方が電離度が高いため)

コアの中心ではcase Aはcase Bよりも温度が低い

➡ H_2 のcoolingが効いている

その結果重力収縮が早く密度が高い



まとめ

- H原子のみで流体のないテストでは、case B case Aいずれの場合も、計算がもっともらしいことを検証できた
- H_2分子の冷却の効果、さらに再結合光子のある場合は、ない場合に比べてガスの温度の低下がみられた
- 流体の計算を条件設定(正しい初期条件で)を変えて、星形成を検証していく

Test シミュレーション　流体計算

Radiationがない方では重力収縮が時間進化しない
➡静水圧平衡

一方、radiationがあると、温度が下がりclumpのコアは収縮を続ける

case Aではcase Bよりも温度が低くなるため、収縮が早くなる