Neklasické logiky

Modální logika

Definice

$\Diamond A$	Je možné, že A (possible)
$\neg\Diamond A$	Není možné, že A (impossible)
$\Diamond\neg A$	Je možné, že ne-A (contingens)
$\neg\Diamond\neg A$	Není možné, že ne-A (contingens)

$\Box A$	Je nutné, že A
$\neg\Box A$	Není nutné, že A
$\Box\neg A$	Je nutné, že ne-A
$\neg\Box\neg A$	Není nutné, že ne-A

Pokud W je množina možných světů a $w \in W$, pak $w \Vdash A$ znamená, A **platí ve** W.

Vybrané tautologie a axiomy

$\Box A \Leftrightarrow \neg\Diamond\neg A$	definice $\Box A$ pomocí $\Diamond A$
$\Diamond A \Leftrightarrow \neg\Box\neg A$	definice $\Diamond A$ pomocí $\Box A$
$\Box(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\Box A \Rightarrow \Box B)$	axiom

Łukasiewiczova trojhodnotová logika

Hodnoty – výrok je pravdivý, nepravdivý, možnost (označena jako x).

B	$\neg B$	$\Diamond B$	$\Box B$
1	0	1	1
x	x	1	0
0	1	0	0

$A \wedge B$	1	x	0
1	1	x	0
x	x	x	0
0	0	0	0

$A \vee B$	1	x	0
1	1	1	1
x	1	x	x
0	1	x	0

$A \Rightarrow B$	1	x	0
1	1	x	0
x	1	1	x
0	1	1	1

$A \Leftrightarrow B$	1	x	0
1	1	x	0
x	x	1	x
0	0	x	1

Tautologie trojhodnotové logiky

$\Box A \Leftrightarrow \neg\Diamond\neg A$	definice $\Box A$ pomocí $\Diamond A$
$\Diamond A \Leftrightarrow \neg\Box\neg A$	definice $\Diamond A$ pomocí $\Box A$
$\Box(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\Box A \Rightarrow \Box B)$	axiom **K**
Jsou-li A a $A \Rightarrow B$ taoutologiemi této logiky, je i B tautologií této logiky.	modus ponens
Je-li A tautologií této logiky, je i $\Box A$ tautologií této logiky.	pravidlo necesitace
$\Diamond A$	zkratka za $\neg A \Rightarrow A$

Fuzzy logika

Fuzzy negace

Fuzzy negace je unární operace $\neg : [0,1] \to [0,1]$, která vyhovuje podmínkám: $\neg p \equiv p$, $val(p) \leq val(q) \Rightarrow val(\neg p) \geq val(\neg p)$. Platí, že $val(\neg p) = 1 - val(p)$.

Fuzzy konjunkce

Fuzzy konjunkce je binární operace $\wedge : [0,1]^2 \to [0,1]$, která vyhovuje podmínkám: *komutativnost* $(p \wedge q \equiv q \wedge p)$, *asociativita* $(p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r)$, *okrajová podmínka – identita* $(p \wedge 1 \equiv p)$, $val(q) \leq val(r) \Rightarrow val(p \wedge q) \leq val(p \wedge r)$. Platí, že $val(p \wedge q) = min\{val(p), val(q)\}$.

Fuzzy disjunkce

Fuzzy disjuknce je binární operace $\vee : [0,1]^2 \to [0,1]$, která vyhovuje podmínkám: *komutativnost* $(p \vee q \equiv q \vee p)$, *asociativita* $(p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r)$, *okrajová podmínka – identita* $(p \wedge 0 \equiv p)$, $val(q) \leq val(r) \Rightarrow val(p \vee q) \leq val(p \vee r)$. Platí, že $val(p \vee q) = max\{val(p), val(q)\}$.

Fuzzy implikace

Fuzzy implikace je binární operace $\vee : [0,1]^2 \to [0,1]$, která vyhovuje okrajovým podmínkám

$$val(p \Rightarrow q) \begin{cases} 1 & \text{pro } (val(p) = 0) \text{ nebo } (val(q) = 1) \\ 0 & \text{pro } (val(p) = 1) \text{ a } (val(q) = 0) \end{cases}$$

Platí, že

$$val(p \Rightarrow q) = min\{1, 1 - val(p) + val(q)\} = \begin{cases} 1 & (val(p) \leq val(q)) \\ 1 - val(p) + val(q) & \text{jinak} \end{cases}$$

Kriepkieho modely

Kripkovský model se skládá z neprázdné množiny možných světů W a relace dosažitelnosti $\leq$ na množině W. O každém možném světě S je určeno, které výroky A jsou v něm pravdivé (což značíme $S \Vdash A$).

$S \Vdash A \wedge B$	právě tehdy, když	$S \Vdash A$ a $S \Vdash B$
$S \Vdash A \vee B$	právě tehdy, když	$S \Vdash A$ nebo $S \Vdash B$
$S \Vdash \neg A$	právě tehdy, když	neplatí $S \Vdash A$
$S \Vdash A \Rightarrow B$	právě tehdy, když	$S \Vdash B$ nebo neplatí $S \Vdash A$
$S \Vdash A \Leftrightarrow B$	právě tehdy, když	$S \Vdash A \Rightarrow B$ a $S \Vdash B \Rightarrow A$
$S \Vdash \Box A$	právě tehdy, když	$S \leq T$ potom $T \Vdash A$
$S \Vdash \Diamond A$	právě tehdy, když	existuje T takové, že $S \leq T$ a $T \Vdash A$

$S \Vdash A$ čteme jako „v možném světě S je formule A pravdivá“.