

IB107 VYČÍSLITELNOST A SLOŽITOST

zkouška 18. 1. 2007, čas 120 minut

1. Dokažte metodou redukce, že množina $\{(i, j) \mid \varphi_i(j) \text{ není definováno}\}$ není rekursivní.
2. Zjistěte, zda množina $\{i \mid W_i \text{ je rekursivní}\}$ respektuje funkce. Své tvrzení zdůvodněte.
3. Dokažte, že \exists TVF $g(i, j)$ taková, že pro $\forall i, j \in N$ platí, že $W_{g(i, j)} = W_i \cap W_j$.
4. Napište program, který vyčísluje funkci $f(x, y)$ takovou, že
$$f(x, y) = \begin{cases} \mu(y) & \varphi_x(x) \text{ je definováno} \\ \sigma(y) & \text{jinak} \end{cases}, \text{ pokud platí, že } \sigma \leq \mu.$$
5. Dokažte, že následující problém není rozhodnutelný:
Problém, zda daný while-program počítá nekonečně mnoho různých hodnot.
Je tento problém r.e.?
6. Sestrojte vlastní efektivní numeraci vyčíslitelných funkcí, která bude odlišná od standardní numerace φ .
7. Dokažte, že množina $K = \{i \mid \varphi_i(i) \text{ je definováno}\}$ není rekursivní.
8. Dokažte, že třída P je uzavřená na polynomickou redukci, tj. jestliže $L_1 \leq_p L_2$ a $L_2 \in P$, pak i $L_1 \in P$.
9. Definujte PSPACE a uveďte přesný vztah k NPSPACE.
10. Dokažte, že pro $S(n) \geq \log(n) : SPACE(S(n)) \subseteq TIME(2^{O(S(n))})$.