

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

► **Příklad 1** [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru.

x	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = -1/2$.

► **Příklad 2** [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2-3x}{\sqrt{5-2x}} + \ln^{-2}(2x+3).$$

► **Příklad 3** [2 b.]: Určete limity

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(2 - \sqrt{4 - \frac{5}{n}} \right), \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^5 + 4} + 3^x - x^2}{\sqrt[3]{x^6 + 2} - 3^{x+1}}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x.$$

► **Příklad 4** [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2}$ a bod $x_0 = 2$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0 ?

► **Příklad 5** [2 b.]: Těleso sjede po nakloněné rovině dlouhé 50 m za 10 s. Jaká je jeho konečná rychlost, pokud předpokládáme, že dráha je kvadratická funkce času a že počáteční rychlost je nulová?

(Nápověda: Dráhu uvažujte jako $s = at^2 + bt + c$ s neurčitými koeficienty $a, b, c \in \mathbb{R}$.)

► **Příklad 6** [2 b.]: Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce

$$f(x) = \frac{x}{e^{\frac{x^2}{2}}}, \quad f'(x) = \frac{1-x^2}{e^{\frac{x^2}{2}}}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

► **Příklad 1** [2 b.] : Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru.

x	0	1	2
$f(x)$	1	2	5
$f'(x)$	-1	-	2

► **Příklad 2** [1 b.] : Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x - 5) + \frac{2x^2}{\sqrt{2x + 6}}.$$

► **Příklad 3** [2 b.] : Určete limity

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 5} - 2n), \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3} + \sqrt{5x}}{\sqrt[4]{2x^3 + 3x} - 7x}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(x e^{-\frac{1}{x}} \right).$$

► **Příklad 4** [1 b.] : Je dána funkce $f(x) = \sqrt{2 - 5x^3}$ a bod $x_0 = -1$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0 ?

► **Příklad 5** [2 b.] : Vlak jedoucí rychlostí 90 km/h má zabrzdit tak, aby se rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil na vzdálenosti 1 km .

(a) Za jaký čas zastaví?

(b) Jaká bude jeho rychlost 30 s potom, co začne brzdit?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$, kde v_0 je počáteční rychlost, a je zrychlení.)

► **Příklad 6** [2 b.] : Určete všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{e^x}{x + 1}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Neří povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

► Příklad 1 [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru.

x	-1	0	1	2
$f(x)$	3	1	0	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = 1/2$.

► Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \arcsin \frac{x+3}{2} + \sqrt{\frac{x+4}{x-2}}.$$

► Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} (3n - \sqrt{9n^2 - 3}), \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0^+} (x e^{\frac{1}{x}}).$$

► Příklad 4 [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \ln(x^2 - 3x - 9)$ a bod $x_0 = 5$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0 ?

► Příklad 5 [2 b.]: Kámen vyhozen z výšky $h = 10 \text{ m}$ kolmo vzhůru má počáteční rychlost $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Určete:

- (a) Jakou rychlost bude mít kámen v čase $t = 1,5 \text{ s}$?
- (b) Za jaký čas dosáhne maximální výšky?
- (c) Jaké výšky dosáhne?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = h + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, gravitační zrychlení uvažujte $g = 10 \text{ m/s}^2$.)

► Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{\ln \frac{1}{x}}{x}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Neří povolenou použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

► Příklad 1 [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru.

x	-1	0	1	2
$f(x)$	3	1	0	1
$f'(x)$	–	–	-1	2

► Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x-1}{\sqrt{1-x}} + \ln^{-2}(2x+21).$$

► Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{\frac{9n+1}{n}} - 3 \right), \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + \sqrt[3]{x^{12} + x^5} - \sqrt{x}}{\sqrt{x + 3x^8} - x}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x) \operatorname{tg} x.$$

► Příklad 4 [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 10x + 1}$ a bod $x_0 = -1$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0 ?

► Příklad 5 [2 b.]: Těleso se pohybuje po dráze $s = 8 + 3t + t^2 - \frac{t^3}{3}$ (v metrech). Určete:

- (a) Za jaký čas zastaví?
- (b) Jaké bude jeho zrychlení v čase $t = 0,5$ s?
- (c) Jakou dráhu těleso urazí od času $t = 0$ do zastavení?

► Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln x}.$$

-
- ▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
 - ▷ Druhou tabulku ponechte prázdnou.
 - ▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
 - ▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
 - ▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
 - ▷ Neří povolenou použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Výsledky

- 1) A: $x^3 - 4x^2 + 10$, $[\frac{71}{8}]$
 B: $-\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{4} + 2x^2 - x + 1$
 C: $\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{2} - \frac{5x}{3} + 1$, $[\frac{5}{16}]$
 D: $-\frac{17}{36}x^5 + \frac{11}{6}x^4 - \frac{41}{36}x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{x}{9} + 1$
- 2) A: $(-3/2, -1) \cup (-1, 5/2)$
 B: $(1, \infty)$
 C: $[-5, -4]$
 D: $(-21/2, -10) \cup (-10, 1)$
- 3) A: (a) $5/4$, (b) -1 , (c) 1
 B: (a) 0 , (b) $-2/7$, (c) $-\infty$
 C: (a) 0 , (b) -1 , (c) ∞
 D: (a) $1/6$, (b) $1/\sqrt{3}$, (c) 0
- 4) A: $f'(x) = \frac{2x+3}{3\sqrt{(x^2+3x-2)^2}}$, $f(2) = 2$, $f'(2) = \frac{7}{12}$
 B: $f'(x) = \frac{-15x^2}{2\sqrt{2-5x^3}}$, $f(-1) = \sqrt{7}$, $f'(-1) = \frac{-15}{2\sqrt{7}}$
 C: $f'(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x-9}$, $f(5) = 0$, $f'(5) = 7$
 D: $f'(x) = \frac{2x+10}{3\sqrt{(x^2+10x+1)^2}}$, $f(-1) = -2$, $f'(-1) = 2/3$
- 5) A: $s(t) = t^2/2$, $v(10) = 10$
 B: (a) $1/45h = 80s$, (b) $225/4$
 C: (a) 5 , (b) 2 , (c) 30
 D: (a) 3 , (b) 1 , (c) 9
- 6) A: $\bigcup \text{ pro } x \in [-\sqrt{3}, 0] \cup [\sqrt{3}, \infty)$, $\bigcap \text{ pro } x \in (-\infty, -\sqrt{3}] \cup [0, \sqrt{3}]$, infl. body
 $\vee x \in \{-\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}\}$
 B: bez sm.: $x = -1(-|^+)$, se sm.: $v + \infty$ není, $v - \infty$ je $y = 0$
 C: $\nearrow \text{ pro } x \geq e$, $\searrow \text{ pro } x \in (0, e]$, lok. min. $\vee x = e$
 D: $\nearrow \text{ pro } x \geq \sqrt{e}$, $\searrow \text{ pro } x \in (0, 1) \cup (1, \sqrt{e}]$, lok. min. $\vee x = \sqrt{e}$