

Úloha 1:

V akej vzdialenosti od Zeme (v m a AU) bola galaxia pozorovaná Hubbleovým teleskopom pri „najhlbšom pohľade do vesmíru“ keď detekované svetlo vyslala?

vek Zeme je 4,5 - 4,6 mld. Rokov

svetlo bolo vyslané pred 13 mld. rokov

Galaxia pozorovaná pri najhlbšom pohľade do vesmíru je vzdialená od Zeme 13×10^9 svet. rokov, čiže v momente keď bolo detekované svetlo z tejto galaxie vyslané, Zem ešte neexistovala.

Úloha 2:

Na elektrón vo vákuu pôsobí konštantná sila $F = 8 \cdot 10^{-12}$ N. Aké je zrýchlenie elektrónu? Za aký čas prekoná (z pokoja) 20 nm?

$$F = 8 \times 10^{-12} \text{ N} ; m = 9 \times 10^{-31} \text{ kg} ; s = 20 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m} = 8,88 \times 10^{18} \text{ ms}^{-2}$$

$$s = \frac{1}{2} a \times t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = 6,708 \times 10^{-14} \text{ s}$$

Elektrón má zrýchlenie $8,88 \times 10^{18} \text{ ms}^{-2}$ a 20 nm prekoná za $6,708 \times 10^{-14}$ sekúnd

Úloha 3:

Akou gravitačnou silou priťahuje molekulu N_2 Zem pri jej povrchu? Aké jej udelí zrýchlenie pri voľnom páde?

Akou gravitačnou silou sa priťahujú dve molekuly N_2 vo vzdialenosti 100 nm? S akým zrýchlením sa k sebe približujú?

$$m = 4,65132 \times 10^{-26} \text{ kg} ; G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} ; M = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg} ; R = 6378 \times 10^3 \text{ m} ; r = 100 \text{ nm}$$

a)

$$F_g = G \times \frac{m \times M}{R^2} = 4,55 \times 10^{-25} \text{ N}$$

$$a = g = 9,87 \text{ ms}^{-2}$$

b)

$$F_g = G \times \frac{m^2}{r^2} = 1,44 \times 10^{-47} \text{ N}$$

$$F = m \times a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = 3,1 \times 10^{-22} \text{ ms}^{-2}$$

Molekulu N_2 pi zemskom povrchu pritahuje Zem silou $4,55 \times 10^{-25} \text{ N}$. Pri volnom páde jej udeli zrýchlenie $9,87 \text{ ms}^{-2}$.

Dve molekuly N_2 vzdialene 100nm sa priťahujú silou $1,44 \times 10^{-47} \text{ N}$ a približujú sa k sebe so zrýchlením $3,1 \times 10^{-22} \text{ ms}^{-2}$.

Úloha 4:

Aká je perióda matematického kyvadla s dĺžkou 1 m pri povrchu a 10 nad povrchom Zeme? Hodnota gravitačnej konštanty je $G = 6,67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ a polomer Zeme $R = 6378 \text{ km}$.

$$G = 6,67259 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} ; R = 6378 \text{ km} ; l = 1 \text{ m}$$

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{l}{g}}$$

a)

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{1}{9,81}} = 2,006 \text{ s}$$

b)

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

$$G \times \frac{m \times M}{(R+10 \text{ km})^2} = m \times g$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times l \times (R+10 \text{ km})^2}{G \times M}}$$

$$T = 2,011 \text{ s}$$

Kyvadlo popísané v zadaní by malo periódu 2,011 sekúnd.

Úloha 5:

Akú prácu vykoná zemská tiaž pri presune objemu 500 x 250 x 50 m vody o 500 m nižšie v blízkosti povrchu Zeme? Porovnať s priemernou dennou produkciou energie prílivovej elektrárne St. Malo. (~ 6 * 10⁵ GWh / rok)

$$V=500 \times 250 \times 50 \text{ m}^3 ; \rho=1000\text{kgm}^{-3} ; g=9,81\text{ms}^{-2} ; h=500\text{m}$$

$$W=m \times g \times h = \rho \times V \times g \times h = 1000\text{kgm}^{-3} \times 6\,250\,000\text{m}^3 \times 9,81\text{ms}^{-2} \times 500 \text{ m} = 13,1 \times 10^{13} \text{Ws}$$

$$6 \times 10^5 \text{GWh/rok} = 5,92 \times 10^{15} \text{Ws/den}$$

$$\frac{5,92 \times 10^{15} \text{Ws}}{3,1 \times 10^{13} \text{Ws}} = 191$$

Priemerná denná produkcia el. St. Mala je približne 191 krát väčšia.

Úloha 6:

Popísať pohyb Foucaultovho kyvadla na severom a južnom póle a na rovníku. Za akú dlhú dobu sa otočí rovina kmitov o 10° v Kroměříži.

S pol –bude sa otáčať v smere hod. ručičiek

J pol –bude sa otáčať proti hod. ručičkám

Rovník –nebude sa otáčať, lebo coriolisova sila je na rovníku nulová

$$\alpha=10^0 ; T=24\text{h} ; \varphi=49^0$$

$$\alpha=360^0 \times \sin \varphi \times \frac{t}{T} \Rightarrow t = \frac{\alpha \times T}{360^0 \times \sin \varphi} = 0,88\text{h} = 53\text{min}$$

Foucaultovo kyvadlo sa v kroměříži otočí o 10° za 53 minút.

Úloha 7:

Ako dlho sa museli hodiny pohybovať rýchlosťou 1000 km/h aby sa rozišli oproti hodinám v klude o 1 minútu?

$$V=1000\text{km h}^{-1} = 277,8\text{ms}^{-1}$$

$$t'=60\text{s} = 1 \text{ min} ; c=299 \times 10^6 \text{ms}^{-1}$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad t_0 + t' = \frac{t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad t_0 = \frac{t' - \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 - \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 44 \times 10^5 \text{ rokov}$$

Hodiny by sa museli pohybovať 44×10^5 rokov.

Úloha 8:

S' sa pohybuje voči S rýchlosťou $\frac{4}{5} \cdot c$. Akou rýchlosťou sa v S' musí pohybovať predmet, aby jeho rýchlosť voči S bola $\frac{9}{10} \cdot c$.

$$w = \frac{9}{10} c; u = \frac{4}{5} c; v = ?$$

$$w = \frac{u+v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

$$\frac{9}{10} c = \frac{(\frac{4}{5} c + v) \cdot c^2}{c^2 + u \cdot v}$$

$$v = \frac{5}{14} c$$

Predmet v S' by sa musel pohybovať rýchlosťou $\frac{5}{14}$ rýchlosti svetla.

Úloha 9:

S' sa voči S pohybuje rýchlosťou v , predmet v S' sa pohybuje rovnakým smerom rýchlosťou v . Pre akú rýchlosť v sa skutočná rýchlosť predmetu líši od $2 \cdot v$ o $0,01\%$.

$$w = \frac{99}{100} 2v$$

$$w = \frac{v+v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\frac{99}{100} 2v = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

$$99x(c^2 + v^2) = 100x c^2$$

$$v = \sqrt{\frac{c^2}{99}}$$

Skutočná rýchlosť predmetu sa od $2v$ líši o $0,01\%$ práve vtedy, ak je $v = \sqrt{\frac{c^2}{99}}$

Úloha 10:

Vyjadriť jednodennú produkciu energie elektrárne Temelín (2 x 1000 MW ... výkon ; 24 hod) v jednotkách J, cal, eV a v ekvivalente zotrvačnej hmotnosti z Einsteinovho vzťahu.

$$P = \frac{W}{t} ; \quad W = P \times t ; \quad E = m \times c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = 1,9 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$W = 2000 \times 10^6 \text{ W} \times 24 \times 3600 \text{ s}$$

$$W = 1,728 \times 10^{14} \text{ J} = 1,08 \times 10^{33} \text{ eV} = 4,14 \times 10^{13} \text{ cal} = 1,72800 \times 10^{21} \text{ erg}$$

Jednodenná produkcia elektrárne Temelín je $1,728 \times 10^{14} \text{ J}$. V ostatných jednotkách je táto hodnota vyjadrená vyššie.

Úloha 11:

Akú elektrostatickou a gravitačnou silou na seba pôsobia 2 gule z ^{12}C , vzdialených 10 m, ak predá každý atóm jednej gule 1 elektrón druhej guli? ($m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$)

Za akú dlhú dobu sa ich vzdialenosť zmenší o 1 cm ak sú na začiatku voči sebe v klude?

$$q_1 = q_2 = 8 \times 10^6 \text{ C} ; \quad 2s = 1 \text{ cm} ; \quad r = 10 \text{ m}$$

$$\text{a) } F_g = G \times \frac{m_1 \times m_2}{r^2} = 6,672 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \times \frac{1 \text{ kg} \times 1 \text{ kg}}{(10 \text{ m})^2} = 6,672 \times 10^{-13} \text{ N}$$

$$\text{b) } F_e = k \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi \times 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}} \times \frac{(8 \times 10^6 \text{ C})^2}{(10 \text{ m})^2} = 5,75 \times 10^{21} \text{ N}$$

$$\text{c) } s = 0,5a \times t^2 ; \quad F = m \times a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \quad t = \sqrt{\frac{2s \times m}{F}} = 1,3 \times 10^{-12} \text{ s}$$

Gule popísane v zadaní príkladu, by na seba pôsobili gravitačnou silou $6,672 \times 10^{-13} \text{ N}$, po odovzdaní elektrónov aj elektrostatickou silou $5,75 \times 10^{21} \text{ N}$ a o 1 cm by sa k sebe priblížili za $1,3 \times 10^{-12} \text{ s}$.

Úloha 12:

Akú kapacitu má doštičkový kondenzátor s plochou 32 x 32 nm a vzdialenosť elektród je 5 nm s dielektrikom s relatívnou permitivitou 10?

Aký náboj (v C a v počte elementárnych nábojov) je na jeho elektródach pri napätí 1V.

$$S=32 \times 32 \text{ nm}^2$$

$$D=5 \text{ nm}$$

$$\epsilon=10$$

$$\epsilon_0=8,854 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1} \quad U=1 \text{ V}$$

$$C = \epsilon \times \epsilon_0 \times \frac{S}{d} \qquad Q = C \cdot U$$

$$C = 10 \times 8,854 \times 10^{-12} \times \frac{32}{5} \qquad Q = 18,132 \times 10^{-18} \text{ F} = 113 \text{ e}^-$$

$$C = 18,132 \times 10^{-18} \text{ F}$$

Kondenzátor popísaný v zadání by mal kapacitu $18,132 \times 10^{-18} \text{ F}$. Pri napätí 1V by na jeho elektródach bol náboj $18,132 \times 10^{-18} \text{ F}$ čo je približne 113 elementárnych nábojov.

Poznámka:

- pre násobenie som používal symbol „x“