

Úloha 1

V jaké vzdálenosti od Země (v násobcích AU a v km) byla nejvzdálenější místa vesmíru v okamžiku, kdy bylo detekované světlo vysláno. Světlo putovalo 13 miliard světelných let.

AU...konstanta vyjadřující vzdálenost Země od Slunce

$$ly = 63.24 \cdot 10^3 AU$$

$$\underline{t = 13 \cdot 10^9 ly}$$

$$s = 13 \cdot 10^9 \cdot 63.24 \cdot 10^3 AU$$

$$\underline{\underline{s \approx 8.22 \cdot 10^{14} AU \approx 1.23 \cdot 10^{23} km}}$$

Nejvzdálenější místa vesmíru byla ve vzdálenosti přibližně $8.22 \cdot 10^{14} AU$,
což odpovídá $1.23 \cdot 10^{23} km$.

Úloha 2

Volný elektron... m_e

Elektron v polovodiči... m_{ef} (efektivní)

$$m_{ef} \cdot a = F$$

Elektron s efektivní hmotností $0,1m_e$ překoná rovnoměrně zrychleným pohybem vzdálenost 20nm za 10^{-9} s. Jaké je jeho zrychlení a jaká síla na něj působí?

$$s = 20\text{nm}$$

$$t = 10^{-9}\text{s}$$

$$m_{ef} = 0,1m_e \dots \text{efektivní hmotnost elektronu}$$

$$\underline{m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}}$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot at^2$$

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-9}}{10^{-18}} \text{ms}^{-2}$$

$$\underline{\underline{a = 4 \cdot 10^{10} \text{ms}^{-2}}}$$

$$F = m \cdot a$$

$$F = m_{ef} \cdot a$$

$$F \approx 0,1 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^{10} \text{N}$$

$$\underline{\underline{F \approx 3,64 \cdot 10^{-21} \text{N}}}$$

Zrychlení elektronu je $4 \cdot 10^{10} \text{ms}^{-2}$, působí na něj síla přibližně $3,64 \cdot 10^{-21} \text{N}$.

Úloha 3

Jakou gravitační silou na sebe působí 2 malá tělesa hmotnosti 158kg, vzdálená od sebe 1m? Za jak dlouho se působením gravitační síly jejich vzdálenost zmenší o 1mm, jsou-li na počátku vůči sobě v klidu?

$$m_1 = m_2 = 158 \text{ kg} = m$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$\kappa = \underline{6.672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}}$$

$$F_g = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F_g = 6.672 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{158 \cdot 158}{1^2} \text{ N}$$

$$\underline{\underline{F_g \approx 1.7 \cdot 10^{-6} \text{ N}}}$$

$$F = m \cdot a$$

$$\frac{s}{2} = \frac{1}{2} \cdot a t^2$$

$$\frac{s}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{s \cdot m}{F}}$$

$$\underline{\underline{t \approx 304.9 \text{ s}}}$$

Tělesa na sebe působí gravitační silou přibližně $1.7 \cdot 10^{-6} \text{ N}$, jejich vzdálenost se působením gravitační síly zmenší o 1 mm za přibližně 304.9 s.

Úloha 4

Jakou práci vykoná zemská tíže při přesunu vody o objemu 500x250x20 m³ o 500m níže? Srovnat s denní produkcí energie elektrárny Temelín.

$$V = 500 \cdot 250 \cdot 20 \text{ m}^3$$

$$t = 1 \text{ den} = 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}$$

$$P = 2000 \text{ MW (JE Temelín)}$$

$$\Delta h = 500 \text{ m}$$

$$\rho \approx 1000 \text{ kg m}^{-3}$$

$$g \approx 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

$$W = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h$$

$$m = V \cdot \rho$$

$$W = V \cdot \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

$$\underline{W \approx 12.3 \text{ TJ}}$$

$$P = \frac{W'}{t}$$

$$W' = P \cdot t$$

$$\underline{W' = 172.8 \text{ TJ}}$$

$$k = \frac{W}{W'}$$

$$\underline{k = 0.071}$$

Zemská tíže vykoná práci přibližně 12.3 TJ, což je 7.1 % denní produkce JE Temelín.

Úloha 5

Jaká je délka matematického kyvadla s periodou malých kmitů 1s a 1ns na Zemi a na Měsíci? Jak se změní perioda ve výtahu, který se pohybuje vzhůru se zrychlením $2g$?

$$T = 1s$$

$$T' = 1ns$$

$$g_z \approx 9.81 ms^{-2}$$

$$\underline{g_m \approx 1.6 ms^{-2}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \frac{T^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot g$$

$$\underline{\underline{l_z \approx 0.25m \approx 25cm}}$$

$$\underline{\underline{l_m \approx 0.04m \approx 4cm}}$$

$$\underline{\underline{l_z' \approx 2.5 \cdot 10^{-19} m}}$$

$$\underline{\underline{l_m' \approx 4 \cdot 10^{-20} m}}$$

$$\underline{a = 2g}$$

$$T'' = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g+a}}$$

$$T'' = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g+2g}}$$

$$T'' = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\underline{\underline{T'' = \frac{T}{\sqrt{3}}}}$$

Délka matematického kyvadla s periodou kmitů 1s je přibližně 25cm na Zemi, 4cm na Měsíci.

Délka matematického kyvadla s periodou kmitů 1ns je přibližně $2.5 \cdot 10^{-19} m$ na Zemi,

$4 \cdot 10^{-20} m$ na Měsíci.

Ve výtahu, který se pohybuje vzhůru se zrychlením $2g$, bude perioda kmitu $\sqrt{3}$ krát menší.

Úloha 6

Popište pohyb Foucaultova kyvadla na pólech a na rovníku. Za jak dlouho se stočí rovina kmitů o 90 stupňů v naší zeměpisné šířce?

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\phi = 50^\circ \text{ (naše zeměpisná šířka)}$$

$$T = 24 \text{ h}$$

$$\alpha = 360^\circ \cdot \sin \phi \cdot \frac{t}{T}$$

$$t = \frac{\alpha \cdot T}{360^\circ \cdot \sin \phi}$$

$$\underline{t \approx 7.83 \text{ h}}$$

Na severním pólu se bude kyvadlo stáčet doprava, na jižním pólu se bude kyvadlo stáčet doleva. Na rovníku se nebude stáčet vůbec, protože Coriolisova síla je na rovníku nulová. Rovina kmitů se v naší zeměpisné šířce stočí o 90° za přibližně 7.83 h.

Úloha 7

Jak dlouho by se musely pohybovat hodiny rychlostí dvojnásobnou rychlosti zvuku v atmosféře, aby se rozešly proti hodinám v klidu o 1 hodinu?

c ... rychlost světla

$$v_z = 340 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = 2v_z$$

$$\underline{t' = 1 \text{ h}}$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_0 + t' = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_0 = \frac{t' \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\underline{\underline{t_0 \approx 3.89 \cdot 10^{11} \text{ h} \approx 44.4 \cdot 10^6 \text{ roků}}}$$

Aby se rozešli proti hodinám v klidu o 1 hodinu, musely by se pohybovat touto rychlostí přibližně $44.4 \cdot 10^6 \text{ roků}$.

Úloha 8

S' se pohybuje vůči S rychlostí $4/5c$. Jakou rychlostí se v S' musí pohybovat předmět, aby jeho rychlost vůči S byla $9/10c$.

$$v = \frac{4}{5} \cdot c$$

$$u = \frac{9}{10} \cdot c$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

$$u \cdot u' \cdot v - c^2 \cdot v = c^2 \cdot u' - u \cdot c^2$$

$$u' = \frac{c^2 \cdot (v - u)}{u \cdot v - c^2}$$

$$v = \frac{5}{14} \cdot c$$

Předmět se v S' musí pohybovat rychlostí $\frac{5}{14} \cdot c$.

Úloha 9: S' se vůči S pohybuje rychlostí v , předmět se vůči S' pohybuje tímž směrem se stejnou rychlostí v . Pro jakou hodnotu v se skutečná rychlost předmětu vůči S liší od $2 \cdot v$ o 0,001 %?

$$u' = v$$

$$k = 0.99999$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

$$u = 2v \cdot k$$

$$2vk = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

$$2vk = \frac{v + v}{1 + \frac{v \cdot v}{c^2}}$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

$$v^2 = \frac{c^2 \cdot (1 - k)}{k}$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{c^2 \cdot (1 - k)}{k}}$$

$$v = c \cdot \sqrt{\frac{(1 - k)}{k}}$$

$$\underline{\underline{v \approx 0.00316 \cdot c \approx 948.7 \text{ km s}^{-1}}}$$

Skutečná rychlost předmětu vůči S se liší o uvedenou hodnotu při rychlosti přibližně 0.316 % rychlosti světla, což odpovídá 948.7 km s^{-1} .

Úloha 10: Jaký je přírůstek hmotnosti nabitého akumulátoru (v mobilu) proti nenabitému, je-li jeho napětí 3,6V a kapacita 1Ah.

$$U=3.6V$$

$$Q=1Ah=I \cdot t=3600C$$

$$E=m \cdot c^2$$

$$E=Q \cdot U=U \cdot I \cdot t$$

$$Q \cdot U=m \cdot c^2$$

$$m=\frac{Q \cdot U}{c^2}$$

$$\underline{\underline{m=1.44 \cdot 10^{-13} kg}}$$

Přírůstek hmotnosti nabitého akumulátoru proti nenabitému je $7.2 \cdot 10^{-14} kg$.

Úloha 11: Jakou elektostatickou silou na sebe působí dvě koule z uhlíku o hmotnosti 1000kg ve vzdálenosti 10m, předá-li každý atom jedné z nich jeden elektron druhé kouli? (1g uhlíku obsahuje $5 \cdot 10^{22}$ atomů) Srovnajte s gravitační silou. Za jak dlouho se jejich vzdálenost vůči sobě změní o 1cm, jsou-li na počátku vůči sobě v klidu?

e ... elementární náboj

1g C obsahuje $5 \cdot 10^{22}$ atomů $\Rightarrow N_{1g} = 5 \cdot 10^{22} \cdot g^{-1}$

$m_1 = m_2 = m = 1000\text{kg}$

$s = 1\text{cm}$

$r = 10\text{m}$

$$F_e = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$F_g = \kappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F = m \cdot a$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a t^2$$

$$F_e = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{(-N_{1g} \cdot m \cdot e) \cdot (N_{1g} \cdot m \cdot e)}{r^2}$$

$$\underline{\underline{F_e \approx 5.77 \cdot 10^{27} N}}$$

$$\underline{\underline{F_g = 6.7 \cdot 10^{-7} N}}$$

$$k = \frac{F_e}{F_g}$$

$$\underline{\underline{k \approx 8.61 \cdot 10^{33}}}$$

$$\frac{s}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_e}{m} \cdot t^2$$

$$t = \pm \sqrt{\frac{s \cdot m}{F_e}}$$

$$\underline{\underline{t \approx 4.16 \cdot 10^{-14} s}}$$

Koule z uhlíku na sebe působí elektostatickou silou přibližně $5.77 \cdot 10^{27} N$. Což je přibližně

$8.61 \cdot 10^{33}$ krát víc než gravitační síla, kterou na sebe tato tělesa působí. Jejich vzdálenost vůči sobě se o uvedenou hodnotu změní za přibližně $4.16 \cdot 10^{-14} s$.

Úloha 12. Jakou kapacitu má deskový kondenzátor s plochou $30 \times 30 \text{ nm}^2$ a vzdáleností elektrod 3 nm s dielektrikem SiO_2 ? Jaký náboj je na jeho elektrodách při napětí 1 V (v C a v počtu elementárních nábojů)?

$$S = 30 \cdot 30 \text{ nm}^2$$

$$d = 3 \text{ nm}$$

$$\epsilon_r = 7.6 \text{ pro } \text{SiO}_2$$

$$U = 1 \text{ V}$$

$$C = \epsilon \cdot \frac{S}{d}$$

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$

$$\underline{\underline{C \approx 2.02 \cdot 10^{-17} \text{ F}}}$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$Q = C \cdot U$$

$$\underline{\underline{Q \approx 2.02 \cdot 10^{-17} \text{ F}}}$$

$$N = \frac{Q}{e}$$

$$\underline{\underline{N \approx 126}}$$

Uvedený kondenzátor má kapacitu přibližně $2.02 \cdot 10^{-17} \text{ F}$. Na jeho elektrodách je náboj přibližně $2.02 \cdot 10^{-17} \text{ C}$, což odpovídá přibližně 126 elementárním nábojům.

Reference:

elektronické encyklopedie – www.wikipedia.com, www.wikipedia.cz

učebnice – Od maturuj z fyziky – Didaktis 2004

tabulky – Matematické, fyzikální a chemické tabulky - Prometheus 1988