

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.]: Určete rozměry papíru o celkové ploše 4000 cm^2 tak, aby při zachování okrajů 1 cm po obou stranách, 2 cm dole a 3 cm nahoře zůstala maximální plocha pro tisk.

(Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.]: Určete Maclaurinův polynom (tj. Taylorův polynom se středem v $x_0 = 0$) 3. řádu funkce $\sqrt{1+x}$. Poté pomocí něj odhadněte $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(Polynom vypočítejte pomocí derivací. Výsledné číslo můžete nechat ve tvaru součtu zlomků.)

► **Příklad 3** [2 b.]: Najděte neurčitý integrál

$$\int \frac{5}{(x+7)^4} + \frac{1-3x}{x^2+4x+13} dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.]: Pomocí substituce $t = \cos x$ vypočítejte integrál

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.]: Sestavte integrál, pomocí nějž je možné určit objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafy funkcí

$$f(x) = x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = -x^2 + 6x - 2$$

kolem osy x . Načrtněte obrázek. Počítaný objekt na obrázku vyznačte. Výsledný integrál nepočítejte.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.

▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.] : Vaším úkolem je vytvořit z pruhu plechu o šířce 60 cm korýtko tak, že plech podélně ohnete 20 cm od každé strany (průřez bude tedy lomená čára). O jaký úhel nahoru musíte ohnout každou stranu, aby korýtko bylo schopno pojmout co nejvíce vody? (Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.] : Určete Taylorův polynom 3. řádu funkce \sqrt{x} se středem v 1. Poté pomocí něj odhadněte $\sqrt{0,8}$ a запиšte tento odhad jako desetinné číslo. (Polynom vypočítejte pomocí derivací.)

► **Příklad 3** [2 b.] : Najděte neurčitý integrál

$$\int \frac{6}{(x-6)^5} + \frac{3x+2}{x^2-4x+13} dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.] : Pomocí substituce $t = x^3 + 2$ vypočítejte integrál

$$\int_{-\infty}^2 30x^2 e^{x^3+2} dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.] : Jsou dány funkce

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = 2x + 4.$$

Načrtněte obrázek. Parabola f ohraničuje kus přímky g . Jaký je povrch pláště komolého kužele, který vznikne rotací tohoto kusu přímky g kolem osy x ? Počítaný objekt na obrázku vyznačte.

-
- ▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
 - ▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
 - ▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
 - ▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.
 - ▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).
 - ▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
 - ▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.]: Pro jistý experiment máte k dispozici dva stožáry stojící 20 m od sebe. Jeden je vysoký 6 m a druhý 15 m. Na vrcholu každého z nich je umístěno čidlo vysílající potřebná data. Přijímač musíte umístit na zem mezi oba stožáry tak, aby jeho vzdálenost k senzorům (tj. součet vzdáleností k jednotlivým senzorům) byla co nejmenší. V jaké vzdálenosti od nižšího stožáru přijímač umístíte?

(Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.]: Určete Maclaurinův polynom (tj. Taylorův polynom se středem v $x_0 = 0$) 3. řádu funkce e^x . Poté pomocí něj odhadněte $1/\sqrt[7]{e}$.

(Polynom vypočítejte pomocí derivací. Výsledné číslo můžete nechat ve tvaru součtu zlomků.)

► **Příklad 3** [2 b.]: Najděte neurčitý integrál

$$\int \frac{4}{(x+4)^6} + \frac{2-3x}{x^2+6x+13} dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.]: Pomocí substituce $t^{15} = x$ vypočítejte integrál

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[5]{x} - \sqrt[15]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}} dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.]: Jsou dány funkce

$$f(x) = x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = -x^2 + 6x - 2$$

ohraničující určitou plochu. Sestavte integrál, pomocí něž je možné určit obvod této plochy. Načrtněte obrázek. Počítaný objekt na obrázku vyznačte. Výsledný integrál nepočítejte.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.

▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.]: Máte za úkol navrhnout okno splňující následující podmínky:

- Okno má tvar obdélníku spojeného horní stranou s půlkruhem (horní strana obdélníku je totožná s průměrem půlkruhu).
- Obvod okna musí být utěsněn speciálním materiálem, kterého máte k dispozici dostatek na 12 m délky.
- Chcete do místnosti pustit oknem co nejvíce světla.

Udejte nejvhodnější rozměry takového okna a popište je na obrázku.

(Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.]: Určete Taylorův polynom 3. řádu se středem v $x_0 = 1$ funkce $\ln x$. Poté pomocí něj odhadněte $\ln \frac{6}{5}$.

(Polynom vypočítejte pomocí derivací, není nutné ho roznásobovat. Výsledné číslo vyjádřete jako zlomek v základním tvaru.)

► **Příklad 3** [2 b.]: Najděte neurčitý integrál

$$\int \frac{7}{(x-5)^3} + \frac{3x+1}{x^2-6x+13} dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.]: Pomocí substituce $t = \sqrt{x}$ vypočítejte integrál

$$\int_9^{\infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.]: Sestavte integrál, pomocí nějž je možné určit celkový povrch pláště tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafy funkcí

$$f(x) = x^2 + 2x + 2, \quad g(x) = -2x^2 + 2x + 5.$$

kolem osy x . Načrtněte obrázek a počítané těleso na něm zvýrazněte. Výsledný integrál nepočítejte.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.

▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Výsledky

- 1) A: 100×40 cm
B: $\pi/3$
C: $40/7$ m
D: obdélník výšky $12/(4 + \pi)$ m, poloměr kruhu $12/(4 + \pi)$ m
- 2) A: $1 + 1/8 - 1/128 + 1/1\,024$
B: 0,8955
C: $1 - 1/7 + 1/98 - 1/2\,058$
D: $137/750$
- 3) A: $\frac{-5}{3(x+7)^3} - \frac{3}{2} \ln(x^2 + 4x + 13) + \frac{7}{3} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{3} + c$
B: $\frac{-3}{2(x-6)^4} + \frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 13) + \frac{8}{3} \operatorname{arctg} \frac{x-2}{3} + c$
C: $\frac{-4}{5(x+4)^5} - \frac{3}{2} \ln(x^2 + 6x + 13) + \frac{11}{2} \operatorname{arctg} \frac{x+3}{2} + c$
D: $\frac{-7}{2(x-5)^2} + \frac{3}{2} \ln(x^2 - 6x + 13) + 5 \operatorname{arctg} \frac{x-3}{2} + c$
- 4) A: $-8/105$
B: $10e^{10}$
C: $15/13$
D: ∞
- 5) A: $V = \pi \int_1^3 g^2(x) - f^2(x) \, dx$
B: $S = 48\pi\sqrt{5}$
C: $\ell = \int_1^3 \sqrt{1 + (f'(x))^2} + \sqrt{1 + (g'(x))^2} \, dx$
D: $S = 2\pi \int_{-1}^1 f(x)\sqrt{1 + (f'(x))^2} + g(x)\sqrt{1 + (g'(x))^2} \, dx$