

Domácí úlohy ke kolokviu z předmětu Panorama fyziky II  
Tomáš Krajča, 255676, Jaro 2008

Úloha 1: Jaká je vzdálenost sousedních atomů v hexagonální struktuře grafenové roviny? Kolik atomů je v jedné rovině na ploše  $1 \text{ cm}^2$ ?

$$\underline{S_0 = 1 \text{ cm}^2}$$

$$S_{C6} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

$$N = 2 \cdot \frac{S_0}{S_{C6}}$$

$$\underline{N \approx 3.82 \cdot 10^{15} \text{ atomů}}$$

*$S_{C6}$  ... obsah šestiúhelníku se stranou 'a'*

*poměr se násobí dvěma, protože jeden šestiúhelník má 6 atomů, ale každý atom je sdílen třemi šestiúhelníky*

Vzdálenost sousedních atomů v hexagonální grafenové rovině je  $0.142 \text{ nm}$  (dle [http://www.learned.cz/files/prednasky/josef.humlicek\\_0407.pdf](http://www.learned.cz/files/prednasky/josef.humlicek_0407.pdf) 6. strana nebo [http://www.aldebaran.cz/bulletin/2004\\_25\\_uhl.html](http://www.aldebaran.cz/bulletin/2004_25_uhl.html)). V jedné rovině na uvedené ploše je  $3.82 \cdot 10^{15}$  atomů.

Úloha 2: Odhadnout, kolik je v lidském těle o hmotnosti 80 kg atomů H, C, O, N, Ca. Vyjádřit relativně vůči počtu atomů H.

$$m = 80 \text{ kg}$$

$$M_r(H_2) = 2 \cdot A_r(H)$$

$$M_r(C) = A_r(C)$$

$$M_r(O_2) = 2 \cdot A_r(O)$$

$$M_r(N_2) = 2 \cdot A_r(N)$$

$$\underline{M_r(Ca) = A_r(Ca)}$$

$$M_m = M_r \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$M_m = \frac{m}{n}$$

$$n = \frac{N}{N_A}$$

$$N = \frac{N_A \cdot m}{M_r \cdot 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}}$$

$$\underline{\underline{N(H) \approx 2.39 \cdot 10^{28} \text{ atomů}}}$$

$$\underline{\underline{N(C) \approx 4.01 \cdot 10^{27} \text{ atomů}}}$$

$$\underline{\underline{N(O) \approx 1.51 \cdot 10^{27} \text{ atomů}}}$$

$$\underline{\underline{N(N) \approx 1.72 \cdot 10^{27} \text{ atomů}}}$$

$$\underline{\underline{N(Ca) \approx 1.20 \cdot 10^{27} \text{ atomů}}}$$

$$\frac{N(H)}{N(H)} \approx 1$$

$$\frac{N(C)}{N(H)} \approx 0.17$$

$$\frac{N(O)}{N(H)} \approx 0.06$$

$$\frac{N(N)}{N(H)} \approx 0.07$$

$$\frac{N(Ca)}{N(H)} \approx 0.05$$

V lidském těle o hmotnosti 80kg je  $2.39 \cdot 10^{28}$  atomů vodíku. Atomů uhlíku je  $4.01 \cdot 10^{27}$  . Atomů kyslíku je  $1.51 \cdot 10^{27}$  . Atomů dusíku je  $1.72 \cdot 10^{27}$  . Atomů vápníku je  $1.20 \cdot 10^{27}$  .

Úloha 3: Z hmotnosti atomu C a mřížkových konstant spočítat hustotu grafitu (v  $\text{g}/\text{cm}^3$ )

$$m = A_r \cdot m_u$$

$$h = 3.35 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$a = 1.42 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = 2 \cdot \frac{A_r(C) \cdot m_u}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot h}$$

$$\underline{\underline{\rho \approx 2272.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \approx 2.27 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot h \dots \text{objem šestibokého hranolu}$$

*každý takový hranol obsahuje 12 atomů C, každý atom je ale sdílen 3 šestiúhelníky, dvěma hranoly, proto se celá rovnice násobí 2*

Hustota grafitu nám vyšla  $2.27 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Tabulková hodnota je  $2.26 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

#### Uloha 4: Datování pomocí izotopu C14. Nepřesnost (zejména kolem roku 1906)

<http://www.c14dating.com/int.html>

Nepřesnost datování kolem roku 1906 je přibližně  $\pm 250$  let. Dle různých zdrojů z internetu tohle velmi záleží na kvalitě vzorku, na zeměpisné poloze místa vzorku (výbuch atomové bomby), na metodách použitých v laboratořích a spoustě dalších faktorů. Tato metoda je používána pro určování stáří objektů v řádu 1000 let, pro určování stáří v řádu 100 let je tato metoda velmi nevhodná, proto by nepřesnost mohla být ještě větší. Nevhodná je proto, že poločas rozpadu izotopu C14 je přibližně 5700 let, při zkoumání vzorku 100 let starého bude málo zřetelné, které atomy už se rozpadly a které ještě ne. Navíc zkoumat vzorek 100 let starý s přesností  $\pm 250$  let nemá smysl.

Úloha 5:

Objem na jednu molekulu plynu s tlakem 1 bar,  $10^{-12}$  baru,  $10^{-19}$  baru při teplotách  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$  ?

$$N=1$$

$$p_1=100\text{ kPa}$$

$$p_2=10^{-7}\text{ Pa}$$

$$p_3=10^{-14}\text{ Pa}$$

$$T_1=273.15\text{ K}$$

$$T_2=373.15\text{ K}$$

$$p \cdot V = n \cdot k \cdot T$$

$$V = \frac{n \cdot k \cdot T}{p}$$

$$V = \frac{\frac{N}{N_A} \cdot k \cdot T}{p}$$

$$\underline{\underline{V_1 \approx 6.26 \cdot 10^{-50} \text{ m}^3}}$$

$$\underline{\underline{V_2 \approx 8.55 \cdot 10^{-50} \text{ m}^3}}$$

$$\underline{\underline{V_3 \approx 6.26 \cdot 10^{-38} \text{ m}^3}}$$

$$\underline{\underline{V_4 \approx 8.55 \cdot 10^{-38} \text{ m}^3}}$$

$$\underline{\underline{V_5 \approx 6.26 \cdot 10^{-31} \text{ m}^3}}$$

$$\underline{\underline{V_6 \approx 8.55 \cdot 10^{-31} \text{ m}^3}}$$

Objem na jednu molekulu plynu při teplotě  $0^\circ\text{C}$  a tlaku 1 bar je  $6.26 \cdot 10^{-50} \text{ m}^3$  ,  
při tlaku  $10^{-12}$  bar je  $6.26 \cdot 10^{-38} \text{ m}^3$  , při tlaku  $10^{-19}$  bar je  $6.26 \cdot 10^{-31} \text{ m}^3$  .  
Objem na jednu molekulu plynu při teplotě  $100^\circ\text{C}$  a tlaku 1 bar je  $8.55 \cdot 10^{-50} \text{ m}^3$  ,  
při tlaku  $10^{-12}$  bar je  $8.55 \cdot 10^{-38} \text{ m}^3$  , při tlaku  $10^{-19}$  bar je  $8.55 \cdot 10^{-31} \text{ m}^3$  .

Úloha 6:

Objem plynu za normalních podmínek ve kterém budeme pozorovat 1% fluktuace hustoty.

Úloha 7: Spočíst vnitřní energii jednoatomového ideálního plynu s tlakem 1000 atm. v objemu 1 l při teplotě 300 K.

$$p=1000 \text{ atm}$$

$$V=1 \text{ l}$$

$$T=300 \text{ K}$$

$$U=n \cdot \frac{3}{2} \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot p \cdot V$$

$$U=150 \text{ kJ}$$

Vnitřní energie uvedeného plynu je 150 kJ.

Úloha 8: Jakou práci je třeba vynaložit k přesunu 100 elektronů přes potenciální rozdíl 0.5V? Jaký výkon (watt) je potřebný pro provádění  $10^7$  takových přesunů s frekvencí 10GHz?

$$N_1 = 100$$

$$U = 0.5 \text{ V}$$

$$N_2 = 10^7$$

$$\underline{f = 10 \text{ GHz}}$$

$$W = U \cdot q$$

$$W = U \cdot N_1 \cdot e$$

$$\underline{W \approx 8.01 \cdot 10^{-18} \text{ J}}$$

$$P = \frac{W'}{t}$$

$$P = N_2 \cdot W \cdot f$$

$$\underline{P \approx 0.8 \text{ W}}$$

Je třeba vynaložit práci  $8.01 \cdot 10^{-18} \text{ J}$  . Potřebný výkon je 0.8 W.



Úloha 9: Jaká je frekvence, kruhová frekvence, doba kmitu, vlnová délka a energie fotonu maxima vyzařování absolutně černého tělesa s teplotou 2,73K, 310K, 6 000K?

$$T_1 = 2.73 \text{ K}$$

$$T_2 = 310 \text{ K}$$

$$\underline{T_3 = 6\,000 \text{ K}}$$

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$E = h \cdot f$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\underline{\lambda_{max1} = 1.06 \text{ mm}, f_1 = 2.83 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}, E_1 = 1.88 \cdot 10^{-22} \text{ J}, T_1 = 3.53 \cdot 10^{-12} \text{ s}, \omega_1 = 1.78 \cdot 10^{12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\underline{\lambda_{max2} = 9.35 \cdot 10^{-6} \text{ m}, f_2 = 3.21 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}, E_2 = 2.13 \cdot 10^{-20} \text{ J}, T_2 = 3.12 \cdot 10^{-14} \text{ s}, \omega_2 = 2.02 \cdot 10^{14} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$\underline{\lambda_{max3} = 4.83 \cdot 10^{-7} \text{ m}, f_3 = 6.21 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}, E_3 = 4.11 \cdot 10^{-19} \text{ J}, T_3 = 1.61 \cdot 10^{-15} \text{ s}, \omega_3 = 3.90 \cdot 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Frekvence, kruhová frekvence (úhlová rychlost), doba kmitu (perioda), vlnová délka, energie fotonu maxima vyzařování absolutně černého tělesa pro uvedené teploty jsou uvedeny výše.

Úloha 10: Jakou energii (v J a eV) má dopadající a rozptýlený foton v comptonově experimentu s  $\lambda_i = 0.71 \text{ Å}$  ( $\cdot 10^{-10} \text{ m}$ ) při pozorování rozptylu pod úhly  $60.9^\circ$  a  $120^\circ$ ? Jaká je rychlost a kinetická energie rozptýleného elektronu?

$$\lambda_i = 7.1 \text{ nm}$$

$$\alpha_1 = 60.9^\circ$$

$$\alpha_2 = 120^\circ$$

$$\lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

$$\lambda_f = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos(\alpha)) + \lambda_i$$

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$\underline{\underline{E_{i1} \approx 2.7997 \cdot 10^{-17} \text{ J} \approx 174.8 \text{ eV}}}$$

$$\underline{\underline{E_{f1} \approx 2.7992 \cdot 10^{-17} \text{ J} \approx 174.7 \text{ eV}}}$$

$$\underline{\underline{E_{i2} \approx 2.7997 \cdot 10^{-17} \text{ J} \approx 174.8 \text{ eV}}}$$

$$\underline{\underline{E_{f2} \approx 2.7983 \cdot 10^{-17} \text{ J} \approx 174.7 \text{ eV}}}$$

$$E_k = E_i - E_f$$

$$\underline{\underline{E_{k1} \approx 5 \cdot 10^{-21} \text{ J} \approx 0.031 \text{ eV}}}$$

$$\underline{\underline{E_{k2} \approx 14 \cdot 10^{-21} \text{ J} \approx 0.087 \text{ eV}}}$$

$$E = m \cdot c^2$$

$$E = E_0 + E_k$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = \sqrt{c^2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{m_0 \cdot c^2}{E_0 + E_k} \right)^2 \right)}$$

$$\underline{\underline{v_1 = 104\,828.5 \text{ ms}^{-1}}}$$

$$\underline{\underline{v_2 = 175\,411.6 \text{ ms}^{-1}}}$$

Dopadající elektron má energii přibližně 174.8 eV, rozptýlený foton má energii přibližně 174.7 eV. Rychlost rozptýleného elektronu je v prvním případě 104 828.5 m/s, ve druhém případě 175 411.6 m/s. Kinetická energie rozptýleného elektronu je v prvním případě 0.031 eV, ve druhém případě 0.087 eV.

Úloha 11: Jaká musí být vzdálenost štěrbin v dvojštěrbinovém experimentu s elektrony o energii 10eV, aby odstup sousedních extrémů intenzity na stínítku vzdáleném 10cm byl 1mm?

$$E = 10\text{eV}$$

$$l = 10\text{ cm}$$

$$\underline{\Delta d_m = 1\text{ mm}}$$

$$E = h \cdot f$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\Delta l = k \cdot \lambda \quad / \text{pozorujeme maximum}$$

$$\Delta l_1 = 0 \cdot \lambda = 0\text{ m}$$

$$\Delta l_2 = 1 \cdot \lambda = \lambda = \frac{c \cdot h}{E}$$

po nakreslení obrázku a špetky trigonometrie odvodíme vztahy:

$$\cos \alpha = \frac{\Delta l_2}{x}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{\Delta l_2}{x}\right)$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{x}{2} + \Delta d_m}{l}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{\Delta l_2}{x}\right)\right) = \frac{\frac{x}{2} + \Delta d_m}{l}$$

$$\underline{\underline{x = 11.4\text{ }\mu\text{ m} = 1.14 \cdot 10^{-5}\text{ m}}}$$

Vzdálenost štěrbin musí být 11.4 μm.

Úloha 12: Jaké jsou De Broglieho vlnové délky elektronu, neutronu a částice  $\alpha$ , pohybujících se rychlostí  $10^3 \text{ ms}^{-1}$ ?

$$\underline{v = 10^3 \text{ ms}^{-1}}$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_\alpha = 2 \cdot m_e + 2 \cdot m_n = 3.34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\underline{\underline{\lambda_e \approx 7.3 \cdot 10^{-7} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{\lambda_n \approx 4.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}}}$$

$$\underline{\underline{\lambda_\alpha \approx 2.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}}}$$

DeBroglieho vlnová délka uvedeného elektronu je  $7.3 \cdot 10^{-7} \text{ m}$  , neutronu je  $4.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  ,  
alpha částice je  $2.0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  .

13. Jaká je kinetická energie, hybnost, deBroglieho vlnová délka molekuly C60 s rychlostí 200 m/s? Jaká je energie a hybnost fotonu s  $\lambda = 2\text{cm}$ ,  $500\text{nm}$ ,  $0.1\text{nm}$ ?

$$v = 200\text{ms}^{-1}$$

$$\lambda_1 = 2\text{cm}$$

$$\lambda_2 = 500\text{nm}$$

$$\lambda_3 = 0.1\text{nm}$$

$$m_0 = 60 \cdot 12 \cdot m_u$$

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\underline{\underline{p \approx 2.4 \cdot 10^{-22} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}}}$$

$$E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_0^2 \cdot c^2}} - 1 \right)$$

$$\underline{\underline{E_k \approx 2.4 \cdot 10^{-20} \text{J}}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\underline{\underline{\lambda \approx 2.77 \cdot 10^{-14} \text{m}}}$$

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$\underline{\underline{E_1 \approx 9.94 \cdot 10^{-24} \text{J}}}$$

$$\underline{\underline{E_2 \approx 3.98 \cdot 10^{-19} \text{J}}}$$

$$\underline{\underline{E_3 \approx 2.00 \cdot 10^{-15} \text{J}}}$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$\underline{\underline{p_1 \approx 3.31 \cdot 10^{-32} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}}}$$

$$\underline{\underline{p_2 \approx 1.33 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}}}$$

$$\underline{\underline{p_3 \approx 6.63 \cdot 10^{-24} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}}}$$

Kinetická energie uvedené molekuly C60 je  $2.4 \cdot 10^{-20} \text{J}$ , hybnost je  $2.4 \cdot 10^{-22} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}$ , deBroglieho vlnová délka je  $2.77 \cdot 10^{-14} \text{m}$ . Energie fotonu s vlnovou délkou 2cm je  $9.94 \cdot 10^{-24} \text{J}$ , hybnost je  $3.31 \cdot 10^{-32} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}$ . Energie fotonu s vlnovou délkou 500nm je  $3.98 \cdot 10^{-19} \text{J}$ , hybnost je  $1.33 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}$ . Energie fotonu s vlnovou délkou 0.1nm je  $2.00 \cdot 10^{-15} \text{J}$ , hybnost je  $6.63 \cdot 10^{-24} \text{kg} \cdot \text{ms}^{-1}$ .

14. Jaká je pravděpodobnost průchodu bariérou výšky 1eV a tloušťky 2nm pro částici s efektivní hmotností ( $m^*$ ) = 0,1me a energií 0,5eV?

15. Kubická mřížková konstanta Si je 0.543 nm. Jaká je vzdálenost nejbližších sousedů? Jaký je počet atomů Si v objemu 50x50x20 nm<sup>3</sup>? Jaká je střední vzdálenost mezi atomy dopantu při úrovni legování 10<sup>21</sup> atomů/cm<sup>3</sup>? Jaký je jejich počet v objemu 50x50x20 nm<sup>3</sup>?

$$b = 0.543 \text{ nm}$$

$$k = 10^{21} \text{ atomů} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$V = 50 \cdot 50 \cdot 20 \text{ nm}^3$$

$$N = \frac{8}{b^3} \cdot V$$

$$N \approx 312\,299.0 \text{ atomů}$$

$$d = \frac{N}{N_{\text{dopant}}} \cdot b$$

$$d = 3.392 \text{ nm}$$

$$N_{\text{dopant}} = k \cdot V$$

$$N_{\text{dopant}} = 50\,000 \text{ atomů dopantu}$$

Vzdálenost nejbližších sousedů je 0.543 nm. V uvedeném objemu je 312 299 atomů Si. Střední vzdálenost mezi atomy dopantu je 3.392 nm. V uvedeném objemu je 50 000 atomů dopantu.

Reference:

elektronické encyklopedie – [www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com), [www.wikipedia.cz](http://www.wikipedia.cz)

učebnice – Od maturuj z fyziky – Didaktis 2004

tabulky – Matematické, fyzikální a chemické tabulky - Prometheus 1988