

Príklad 1

Aké sú maximálne rýchlosti protónov v každej zo štyroch urýchlovacích častí LHC ? Koľkokrát za 1 sekundu obehnú protóny jednotlivé kruhové dráhy ?

Riešenie 1

1. LHC - LINAC3

Rýchlosť protónov v časti LINAC3 je 31,4% rýchlosti svetla = 94134831,8 m/s.
LINAC3 nieje kruhová časť urýchľovača.

2. LHC - LEIR

Rýchlosť protónov v časti LEIR je 91,6% rýchlosti svetla = 274609892 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 157 m.
Za jednu sekundu obehnú protóny dráhu: **1749108** krát.

3. LHC - PS

Rýchlosť protónov v časti PS je 99.93 % rýchlosti svetla = 299582603 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 628 m.
Za jednu sekundu obehnú protóny dráhu: **477042** krát.

4. LHC - SPS

Rýchlosť protónov v časti SPS je 99.99 % rýchlosti svetla = 299762478,7 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 6900 m.
Za jednu sekundu obehnú protóny dráhu **43444** krát.

5. LHC - LHC

Rýchlosť protónov v LHC je približne $0.9999999991c \Rightarrow$ **299792455 m/s**
 \Rightarrow asi o 3m/s pomalšia ako rýchlosť svetla.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je cca 27000 m
Za jednu sekundu obehnú protóny dráhu: $299792455/27000 =$ **11103** krát.

Príklad 2

Aká konštantná sila presunie elektrón vo vákuu z kludu na vzdialenosť 1 cm za čas 10^{-9} s ?

Akú rýchlosť má elektrón na konci tohto presunu ?

Príklad 3

Akou gravitačnou silou sa priťahujú dve malé telesá s hmotnosťou 100kg vzdialené od seba 10 metrov?

Aké zrýchlenie im táto sila udeľuje?

Riešenie 3

$$F = \kappa \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$$

$$F = 6,6742 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 100 / 100 = \mathbf{6,6742 \cdot 10^{-9} \text{ N}}$$

$$a = F / m$$

$$a = 6,6742 \cdot 10^{-9} / 100 = \mathbf{6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}}$$

Dve telesá s hmotnosťou 100kg vzdialené od seba 10m sa navzájom priťahujú silou $6,6742 \cdot 10^{-9} \text{ N}$ a táto sila im udeľuje zrýchlenie $6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}$.

Príklad 4

Akou gravitačnou silou priťahuje Zem molekulu O₂ pri zemskom povrchu a vo výške 42 000 km ?

Aké jej udeluje zrýchlenie pri voľnom páde ?

Riešenie 4

$$m(\text{O}_2) = 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$m(\text{zeme}) = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r(\text{zeme}) = 6378 \text{ Km} = 6378000 \text{ m}$$

$$g = 6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$$

Gravitačná sila pri povrchu zeme:

$$F_g = g \cdot (m(\text{O}_2) \cdot m(\text{zeme})) / r^2$$

$$F_g = 6,6742 \cdot 10^{-11} \cdot (5,31 \cdot 10^{-26} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}) / 6378000^2 = \mathbf{5,2011 \cdot 10^{-25} \text{ N}}$$

Gravitačná sila vo vzdialenosti 42 000 km od povrchu zeme:

$$F_g = g \cdot (m(\text{O}_2) \cdot m(\text{zeme})) / (r+h)^2$$

$$F_g = 6,6742 \cdot 10^{-11} \cdot (5,31 \cdot 10^{-26} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}) / (6378000 + 42000000)^2 = \mathbf{9,0401 \cdot 10^{-27} \text{ N}}$$

Zrýchlenie pri voľnom páde:

$$a = F_g / m(\text{O}_2)$$

$$a = 9,0401 \cdot 10^{-27} / 5,31 \cdot 10^{-26} = \mathbf{0,17 \text{ m/s}^2}$$

Zrýchlenie pri povrchu zeme:

$$a = F_g / m(\text{O}_2)$$

$$a = 5,2011 \cdot 10^{-25} / 5,31 \cdot 10^{-26} = \mathbf{9,79 \text{ m/s}^2}$$

Na molekulu kyslíka O₂ s hmotnosťou $5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$, pôsobí pri povrchu zeme gravitačná sila o veľkosti $5,2011 \cdot 10^{-25} \text{ N}$, vo vzdialenosti molekuly O₂ 42000 km od zemského povrchu na ňu pôsobí gravitačná sila o veľkosti $9,0401 \cdot 10^{-27} \text{ N}$, v tejto výške jej to udeluje zrýchlenie $0,17 \text{ m/s}^2$, jej zrýchlenie pri povrchu zeme je $9,79 \text{ m/s}^2$.

Príklad 5

Aká je denná produkcia energie elektrárne Temelín (výkon 2000MW)?
Aký objem vody môže táto energia presunúť o 500m vyššie v homogénnom gravitačnom poli pri povrchu zeme?

Riešenie 5

Denná produkcia energie: $2000\text{MW} * (24*60*60) = 172,8 \text{ TJ} = 172,8*10^{12} \text{ J}$

$$E = m*g*h$$

$$172,8*10^{12} = m * 9,81 * 500$$

$$m = 172,8*10^{12}/9,81*500 = 35,2*10^9 \text{ kg} \quad (1\text{kg} \sim 1\text{L vody})$$

Denná produkcia energie elektrárne Temelín pri výkone 2000MW je $172,8*10^{12} \text{ J}$, táto energia je schopná presunúť v homogénnom gravitačnom poli pri povrchu zeme $35,2*10^9 \text{ L}$ vody.

Příklad 6

Aká je veľkosť odstredivého zrýchlenia daného rotáciou Zeme na rovníku:

- a) pri povrchu (6378km od stredu zeme)
- b) vo výške 10 km nad povrchom?

Riesenie 6

- a) $R_z = 6378 \text{ km} = 6378\,000 \text{ m}$
 $T = 24 \text{ hod} = 86400 \text{ s}$

$$a_d = \frac{4\pi^2 R_z}{T^2}$$

$$a_d = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 6378000}{86400^2} = 0,0337 \text{ m/s}$$

Veľkosť odstredivého zrýchlenia daného rotáciou zeme na rovníku je 0,0337 m/s.

Príklad 7

Aké je oneskorenie východu mesiaca (Io) Jupitera v opozičnom stave proti konjunkčnému stavu Zem-Slnko? Počítajte pre skutočnú rýchlosť svetla. Zanedbajte pohyb Jupitera behom prechodu medzi stavmi Zem-Slnko. Vzdialenosť Zem-Slnko uvažujte $150 \cdot 10^6$ km.

Príklad 8

Akou rýchlosťou by sa museli pohybovať hodiny voči hodinám v klude, aby sa za 12 hodín spoznili o 10 sekúnd?

Riešenie 8

$$t_{12\text{hod}} = 12 \cdot 60 \cdot 60 = 43200 \text{ s}$$

$$t_m = t_{12\text{hod}} - t_{10\text{s}} = 43190 \text{ s}$$

$$t = \frac{tm}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = \sqrt{c^2 - \frac{c^2 \cdot tm^2}{t_{12\text{hod}}^2}} = \sqrt{299792458^2 - \frac{299792458^2 \cdot 43190^2}{43200^2}} = 6,450133 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Aby sa hodiny spoznili o 10 sekúnd za dobu 24 hodín voči hodinám v klude, museli by ísť rýchlosťou $6,450133 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

Príklad 9

S' sa pohybuje voči S rýchlosťou $0.99999c$ (c = rýchlosť svetla), S'' sa pohybuje voči S rovnakým smerom a rýchlosťou $-0.99999c$. Akou rýchlosťou sa pohybuje S' voči S''?

Riešenie 9

$$S' \text{ voči } S = a = 0.99999c$$

$$S'' \text{ voči } S = -a = -0.99999c$$

$$v = (a + a) / (1 - ((-a^2c^2) / c^2))$$

$$v = 2a / (1 + a^2)$$

$$v = 2 \cdot 0.99999c / (1 + 0.99999^2) = \mathbf{0.99999399997c}$$

S' sa voči S'' pohybuje rýchlosťou $0.99999399997c$.

Príklad 10

Q sa vzdáľuje od P rýchlosťou $\frac{4}{5}c$, po 3 rokoch vzdialovania sa rýchlosťou $\frac{4}{5}c$ vracia k P. Aké sú časopriestorové intervaly medzi štartom a obrátkou, medzi obrátkou a stretnutím, štartom a stretnutím ?

Príklad 11

Akej zmene zotrvačnej hmotnosti zodpovedá podľa Einsteinovho vzťahu ročná produkcia energie elektrárne Temelín (výkon 2000 MW) ?

Riešenie 11

$$E = m \cdot c^2$$

$$E = P \cdot t$$

$$E = 2000 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = \mathbf{6,3072 \cdot 10^{16} \text{ J}}$$

$$m = E / c^2$$

$$m = 6,3072 \cdot 10^{16} / 299792458^2 = \mathbf{0,701 \text{ kg}}$$

Ročná produkcia Temelínu podľa Einsteinovho vzťahu zodpovedá zmene zotrvačnej hmotnosti 0,701 kg.

Příklad 12

Akú energiu je treba dodať na rozštiepenie 1 kg deuteria na vodík a neutróny?
Akej dlhej dobe produkcie elektrárne Temelín táto energia zodpovedá ?