

## IB107 – Vyčísliteľnosť a zložitosť, termín 12.1.2012

1. Dokázať, že trieda všetkých vyčísliteľných unárnych funkcií nad  $\mathbf{N}$  nemá vyčísliteľnú univerzálnu funkciu.  
[6b]
2. Napísať 3 rôzne spôsoby definície m-redukcie a ukázať ich ekvivalenciu  
[6b]
3.  $\psi(x, y) = \begin{cases} \mu(y) & \text{ak je } \varphi_x(x) \text{ definované} \\ \sigma(y) & \text{inak} \end{cases}$   $\sigma \leq \mu$ . Je  $\psi$  vyčísliteľná?  
[7b]
4.  $\{i | \varphi_i \text{ nie je rastúca}\}$  Dokázať, že je r.e.  
(rastúca:  $\exists x_1, x_2: f(x_1) = \text{def} \wedge f(x_2) = \text{def} \wedge x_1 < x_2 \wedge f(x_1) \geq f(x_2)$ )  
[8b]
5. Dokázať, že každá nekonečná rekurzívna množina má r.e. podmnožinu a aj podmnožinu, ktorá nie je ani r.e.  
[12b]
6. Formulovať a dokázať 1. Riceovu vetu.  
[12b]
7. Dokázať, že platí  $f(n) \in o(g(n)) \Rightarrow f(n) \in O(g(n))$ .  
[8b]
8. Definovať priestorovú zložitosť TM. Formulovať a dokázať vetu o priestorovej kompresii.  
[11b]
9.  $L_1 = \{\langle \Phi_1, \Phi_2 \rangle | \Phi_1 \text{ a } \Phi_2 \text{ sú výrokové formuly a } \Phi_1 \not\equiv \Phi_2\}$ .  
Dokázať, že  $L_1$  je NP-úplný.  
[15b]