Jméno: **Místnost:** **Souřadnice:**

0007 *list* 1 *učo* *body* 34

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 1
35 bodů

O každém z následujících jazyků rozhodněte, zda je bezkontextový. Svá tvrzení dokažte. *(Pro důkaz, že jazyk je bezkontextový, stačí napsat odpovídající gramatiku nebo automat.)*

15 (a) $\{1^n2^n02^m1^m \mid m, n \geq 0\}$

(b) $\{1^n2^n02^m1^m \mid m, n \geq 0,\ m = n\} = L$ 19

b) není bezkontextový – důkaz pomocí Pumping Lemmatu pro CFL.

~~Nechť L je CFL nad abecedou {0,1,2}.~~ Nechť ~~zvolme~~ je $n \in \mathbb{N}$ libovolné, nadále pevné.

Zvolíme $z \in L$, $z = 1^n2^n02^n1^n$; $|z| = 4n+1 \geq n$. Pro každé $u, v, w, x, y \in \Sigma^*$ splňující $z = uvwxyz$, $|vwx| \leq n$, $vx \neq \varepsilon$ platí:

$$\overbrace{11\ldots1}^{n}\overbrace{22\ldots2}^{n}0\overbrace{22\ldots2}^{n}\overbrace{11\ldots1}^{n}$$

1) $vwx \in \{1\}^*$
2) $vwx \in \{1,2\}^*$ … -1b. to to neplatí aj $121212 \in \{1,2\}^*$
3) $v, w, x \in \{2\}^*$
4) v nebo x obsahují 0
5) w obsahuje 0

Pro $i = 0$ platí, že $z = uv^iwx^iy = uwy \notin L$, protože

1) odebráním v a x jsme přišli o jedničky na jedné ~~straně~~ polovině slova, ne však na druhé (a obráceně) $z = w'1^k2^n02^n1^n$; kde $|w'| < n$; $k \geq 0$
2) odebráním v a x jsme přišli o 1 a 2 na jedné ~~straně~~ polovině slova ne však na druhé (a obráceně) $z = 1^kw'2^l02^n1^n$; kde $|w'| < n$; $k+l \geq 0$
3) odebráním v a x jsme přišli o ~~jedničky~~ dvojky na jedné polovině slova ne však na druhé (a obráceně) $z = 1^nw'2^k02^n1^n$; $|w'| < n$, $k \geq 0$
4) odebráním v a x jsme přišli o 0
5) ~~…~~ odebráním symbolů kolem 0 sníží počet symbolů jen v dosahu max n → počet symbolů bude různý

z P.L. pro CFL plyne, že L není CFL.

JE CFL

a) $G = (\{S, A, B\}, \{0,1,2\}, P, S)$, kde

$P = \{\ S \to AOB \mid OB \mid AO \mid O$

$A \to 1A2 \mid 12$

$B \to 2B1 \mid 21\ \}$

Jméno: **Místnost:** **Souřadnice:**

0007 *list* 2 *učo* *body* 20

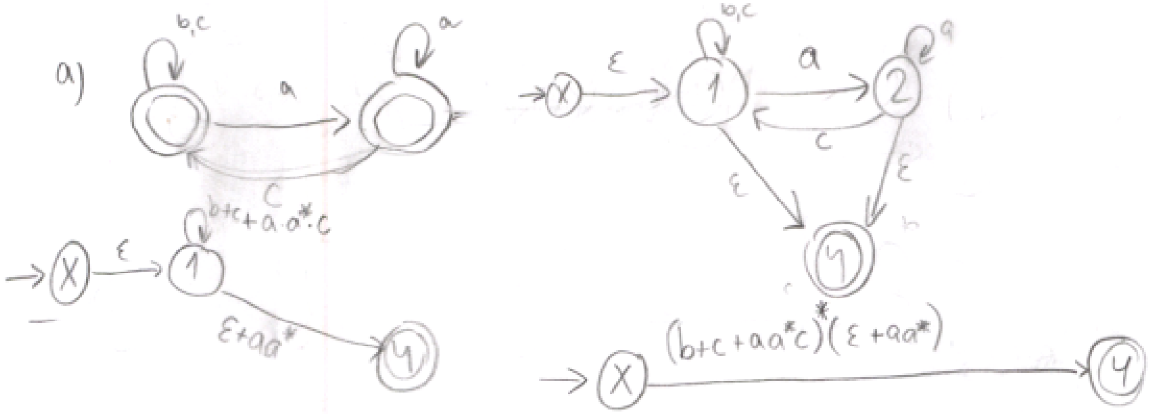
Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Zformulujte regulární výrazy popisující následující jazyky:

Příklad 2
10+10 bodů

(a) $L_1 = \{w \in \{a,b,c\}^* \mid w$ neobsahuje podslovo $ab\}$

(b) $L_2 = \{w \in \{a,b\}^* \mid \#_a(w)$ je sudý a $\#_b(w)$ je sudý$\}$



a) ~~b*(ε+ba*c)~~ $(b+c+aa^*c)^*(\varepsilon+aa^*)$

~~a+b~~ b) $(aa+bb+(ab+ba)(bb+aa)^*(ba+ab))^*$

Jméno: **Místnost:** **Souřadnice:**

0007 *list* 3 *učo* *body* 16

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 3
20 bodů

Je dána gramatika $\mathcal{G} = (\{A, B, C, S\}, \{a, b, c\}, P, S)$, kde

$$
\begin{aligned}
P = \{\ S &\to CS \mid CA \mid a \\
A &\to BB \mid b \\
B &\to CS \mid b \mid c \\
C &\to AB \mid b\ \}.
\end{aligned}
$$

Pomocí *deterministického* algoritmu pro syntaktickou analýzu (obecných) bezkontextových jazyků (C-Y-K) rozhodněte, zda gramatika $\mathcal{G}$ generuje slovo *bbabbc*.

S,C,A					
S,B,C	—				
S,C,A C	—	—			
C,A,S,B 4	—	—	S,C		
C,A,S	S,B	—	C,A,S	C,A	
A,B,C	A,B,C	S	A,B,C	A,B,C	B
b	b	a	b	b	c

← S je na vrcholu ⇒ gramatika G generuje slovo bbabbc

Jméno: **Místnost:** **Souřadnice:**

0007 *list* 4 *učo* *body* 20

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 4
30 bodů

Navrhněte algoritmus, který pro zadanou bezkontextovou gramatiku bez ε-pravidel $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$ spočítá množinu W všech větných forem délky 1, tj.

20

$$W = \{\alpha \in (\Sigma \cup N) \mid S \Rightarrow^* \alpha\}.$$

- jestli chápu dobře, chci spočítat množinu terminálů a neterminálů takovou, že $\alpha \in (\Sigma \cup N)$; $|\alpha| = 1$

$M_0 = \{A \in N \mid S \to A \in P\}$ ← poč. net $M_0 = \{B\}$

← množina neterminálů, které mohou přepisovat

$S \to a \mid ~~Ab~~ \mid B$

$B \to c \mid D \mid ~~BA~~$

$W = \emptyset$ ← množina větných forem délky 1

měla byste mít $M_0 := \{S\}$, takto vám S chybí ($S \Rightarrow^0 S$)

$M = \{a, B, c, D\}$

$i = 0$

repeat

  $i := i+1$

  $M_i = M_{i-1} \cup \{A \mid A \in N;\ B \to A \in P,\ B \in M_{i-1}\}$

until $M_i \neq M_{i-1}$

mám množinu M, která obsahuje net., které jsou dosažitelné a umí se přepsat na net.

$M = \{a, B, c, D\}$

$M = M_i$

$j = 0$

$W_0 = \{\alpha \in (\Sigma \cup N) \mid S \to \alpha \in P\}$ ← poč. net. $W_0 = \{a, B\}$

repeat

  $j := j+1$

  $W_j = W_{j-1} \cup \{\alpha \in (\Sigma \cup N) \mid A \to \alpha \in P,\ A \in M\}$

until $W_j \neq W_{j-1}$

toto už nemá smysl dělat v cyklu, pokud nijak nevyužíváte to W_{j-1}

$W = W_j$

nejprve spočítám množinu net., která jsou dosažitelná z S a umí se přepsat na neterminál (jednoduchá pravidla)

- potom do množiny W přidávám $\alpha \in (\Sigma \cup N)$ takové, které jdou přepsat z množiny M

Jméno: **Místnost:** **Souřadnice:**

0007 *list* 5 *učo* *body* 12

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0123456789

Příklad 5

10+10 bodů

Rozhodněte, zda následující implikace platí pro libovolné jazyky. Svá tvrzení dokažte.
(Budete-li argumentovat tím, že nějaký konkrétně popsaný jazyk je/není regulární, nemusíte tuto skutečnost dokazovat.)

(a) L je regulární $\implies \{a\}^+.L$ je regulární $a \cdot a^*$

(b) L je regulární $\impliedby \{a\}^+.L$ je regulární

10 + 2

a) platí

~~$\{a\}^+$ je regulární,~~ ← z uzavřenost reg. j. na *

jelikož

~~a reg. jazyky jsou uzavřené na zřetězení, potom $\{a\}^+.L$ je regulární.~~

~~$L\{a\}^*$~~

a

b) neplatí

$L = \{a^m b^n \mid m \geq 0\}$ ← není reg, je CFL

reg, neboť reg. jazyky jsou uzavřené na $^+$

$K = \{a\}$ ← reg; $K^+ = \{a\}^+$ ✓

$K^+.L$ je reg, neboť CFL jsou uzavřené na průnik s reg. jazyky

z tohto důvodu je $K^+.L$ CFL

$K^+.L = \{a\}^+.\{a^m b^m \mid m \geq 0\}$ ⇒ L není reg, implikace neplatí

$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ → CFL
$K = \{a\}^+$
$K.L = \{a\}^+\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ →
→ $\{a^m b^n \mid m > 0, n \geq 0\}$ ∧ $m > n$ → to není reg.

a) platí

$\{a\}^+$ je regulární, ✓ L je regulární
Potom z uzavřenosti reg. jazyků na zřetězení je $\{a\}^+ L$ také regulární. ✓

$K = \{a\}$, $K^+ = \{a\}^+$ ← uzavřenost na $^+$ → reg

Oblast strojově snímatelných informací, nezasahujte.

Jméno: **Místnost:** **Souřadnice:**

0007 *list* 6 *učo* *body* 12

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 6
17+8 bodů

6 (a) Zformulujte *Myhillovu-Nerodovu větu.*
(Pojmy použité v této větě není třeba definovat.)

6 (b) Zakroužkujte správné odpovědi:

Je každý regulární jazyk konečný?	ANO	NE	✓
Existuje jazyk, který není typu 0?	ANO	NE	✗
Je třída deterministických bezkontextových jazyků uzavřená na sjednocení?	ANO	NE	✓
Existuje CFG s vlastností sebevložení, která generuje regulární jazyk?	ANO	NE	✓

a) ~~[illegible]~~ Nechť L je ~~[illegible]~~ jazyk nad Σ. M-N věta říká, že ~~[illegible]~~ tyto tvrzení jsou ~~[illegible]~~ ekvivalentní:

1, jazyk je regulární (sestrojitelný nějakým DFA) ✓

2, ~~je rozdělitelný podle [illegible]~~

3, index ~~[illegible]~~ rozkladu je ∞ ← čeho podle čeho?

2, L je sjednocením některých tříd ~~[illegible]~~ rozkladu $\Sigma^*/\sim$, kde $\sim$ je pravá kongruence s kon. indexem