
Algebra I - 2007/8 - zápočtová písemka

1. Faktorová grupa.

Množina $G = \left\{ \begin{pmatrix} p & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid p, a \in \mathbb{Q}, p \neq 0 \right\}$ spolu s operací násobení matic tvoří grupu (G, \cdot) . Víme, že množina $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{Q} \right\}$ je podgrupou této grupy.

- Ukažte, že H je dokonce normální podgrupou.
- Popište $(G, \cdot)/H$.

2. Inverze ve faktorových okruzích.

Uvažujme polynom $f = x^2 + 4x + 5 \in \mathbb{R}[x]$.

- Dokažte, že f je ireducibilní nad \mathbb{R} .
- Najděte inverzi k $x + 1 + (f)$ v tělese $(\mathbb{R}[x]/(f), +, \cdot)$. Tj. najděte polynom $g \in \mathbb{R}[x]$ takový, že $(x + 1) \cdot g \equiv 1$ modulo f .
- Provedte zkoušku.