

**Lineárna algebra (časť je písaná slovensky a časť česky – gramaticke chyby ignoruj :))**  
**26. 5. 2008**

**Teoretická časť**

1. Zakroužkujte ekvivalentní vyjádření toho, že množina  $X$  je báze v prostoru  $V$ :
  - a) každé dva vektory množiny  $X$  jsou lineárne nezávislé a jejich počet =  $\dim V$
  - b)  $X$  je maximálna množina lineárne nezávislých vektorov prostoru  $V$
  - c)  $X$  je minimálna množina generujúca prostor  $V$
  - d)  $X$  je maximálna množina generujúca prostor  $V$
  - e) každý vektor z  $V$  lze jednoznačne zapsat ako lineárni kombináciu vektorů z  $X$
2. Napíš Frobeniovu vetu o řešitelnosti systému lineárných rovnic.
3. Napíšte, pokud existuje, příklad součtu dvou netrivialních navzájom různých vektorových podprostoru v  $\mathbb{R}^3$ , který je vlastním podprostorem, v opačném případě zdůvodni.
4. Necht'  $A, B$  jsou reálné čtvercové nenulové matice  $4 \times 4$ 
  - a) lze vybrat take  $A, B$  kt.:  $h(A) = h(B) = h(AB) = 1$ ?
  - b) lze vybrat take  $A, B$  kt.:  $h(A) = h(B) = 2, h(AB) = 4$ ?pokud ano – uveď příklad, pokud ne – zdůvodni

**Praktická časť**

5. Ve vektorovém prostoru  $\mathbb{R}^4$  (uvažujme jako afinní prostor) jsou dané body:  
 $p_0 (1, 1, 2, 2)^T$   
 $p_1 (0, 1, 1, 0)^T$   
 $p_2 (1, 2, 3, 0)^T$   
 $q (0, 2, 2, -4)^T$   
 $r (-1, 2, 1, -4)^T$ 
  - a) zisti či je  $q$  afinní kombinací bodov  $p_0, p_1, p_2$
  - b) zisti vzájomnú polohu podprostorov generovaných bodmi  $(p_0, p_1)$  a  $(q, r)$
6. Máme matice  $A, B$  – čím musíme vynásobit maticu  $B$  aby sme dostali maticu  $A$ ?  
B: 
$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad *X \quad = \quad A: \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
7. Určte maticu prechodu  $A$  od báze  $u \{(0, 2, 6)^T, (7, 1, 5)^T, (5, 1, 4)^T\}$  k bázi  $v \{(0, 1, 3)^T, (2, 0, 1)^T, (1, 1, 2)^T\}$ , a maticí prechodu  $B$  od báze  $v$  k bázi  $u$ .  
Určte súradnice vektoru  $X = (1, 2, 5)^T$  v oboch bazích.