B 002

26	knětna	0011
2n -	$\kappa nerna$	2.1111

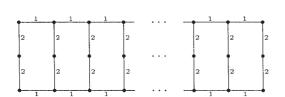
T /		V/.	/
$Jm\'{e}no$	a	prijme	ni:

UČO:

1

Černá výška červenočerného stromu je počet černých uzlů na každé jeho větvi.

- (a) Nakreslete červenočerný strom s minimálním možným počtem uzlů, který má černou výšku 3. Ohodnoťte tento vyhledávací strom přirozenými čísly od jedné až do počtu uzlů.
- (b) Nakreslete červenočerný strom s maximálním možným počtem uzlů, který má černou výšku 2. Ohodnoťte tento vyhledávací strom přirozenými čísly od jedné až do počtu uzlů.
- (c) Přidejte do tohoto (většího) stromu uzel s číslem 0 a znázorněte jednotlivé kroky při vyvažování.



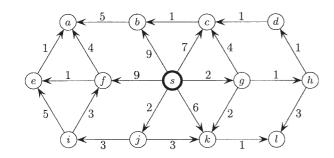
Graf na obrázku má 3k uzlů, 4k-2 hrany (kladné celé číslo k určuje počet svislých "příček") a naznačené hranové ohodnocení. Popište všechny jeho minimálni kostry. Kolik jich je? Vyjádřete jejich počet pomocí parametru k.

26. května 2011

Jméno a příjmení:

UČO:

3



- (a) Pro každý uzel grafu na obrázku určete jeho vzdálenost z počátečního uzlu s pomocí Dijkstrova algoritmu.
- (b) Vyznačte v grafu ty hrany, které tvoří strom nejkratších cest z uzlu s.

4

Máme následující řadicí algoritmus. Vstupem je n-prvková posloupnost čísel, pro jednoduchost předpokládejme, že n je mocnina dvou. Výstupem bude posloupnost vzestupně seřazená. Nejdříve se seřadí dvojice sousedních čísel $(a_1,a_2),(a_3,a_4),\ldots,(a_{n-1},a_n)$, pak se sousední dvojice sloučením seřadí do čtveřic, sousední čtveřice do osmic atd., až bude seřazená celá posloupnost.

- (a) Jaká bude časová složitost tohoto algoritmu? Zdůvodněte.
- (b) Dále tento algoritmus modifikujeme tak, že začneme slučovat až od seřazených šestnáctic prvků: Nejdříve posloupnost rozdělíme do $\frac{n}{16}$ úseků po 16 prvcích a každý z těchto úseků seřadíme pomocí řazení vkládáním, tj. algoritmem Insert sort. Potom pokračujeme původním algoritmem seřazené šetnáctice slučujeme do dvaatřicetic, seřazené dvaatřicetice do čtyřiašedesátic atd., až bude seřazená celá posloupnost. Jaká bude časová složitost takto modifikovaného algoritmu? Zdůvodněte.

•	\cap	O	6
$\boldsymbol{\mathcal{D}}$	0	U	4

26. května 2011

Jméno a příjmení:

UČO:

5

Máme je dáno kladné celé číslo n a čtvercovou matici A typu $n \cdot n$ obsahující pravdivostní hodnoty. Tato matice je maticí sousednosti orientovaného grafu s uzly $1, \ldots, n$. K dispozici je jedno jednorozměrné přepisovatelné pole B délky n, do něhož ukládáme čísla uzlů. Toto pole má na počátku všechny prvky inicializované na "neuzel" (reprezentovaný číslem 0). Napište proceduru predecessors, která bude mít jako parametr daný uzel k a která naplní pole B předchůdcovskými uzly stromu průchodu do hloubky ze zadaného uzlu k. Po skončení výpočtu predecessors (k) bude mít kařdý uzel i dosažitelný z uzlu i nastaveno i0. Pro uzly i1 nedosažitelné z i2 zůstane v i3 číslo 0.

6

Je dána maximová zleva zarovnaná binární halda uložená v poli A. Velikost haldy je uložena v globální proměnné n. Napište definici procedury insertHeap, která do této haldy přidá nový prvek p, a tedy zvětší haldu na (n+1)-prvkovou. Procedura insertHeap musí mít co nejlepší časovou složitost. Určete a zdůvodněte tuto složitost.

```
n: nat;
A: array 1.. of real;
procedure insertHeap (p:real);
{
    :
}
```