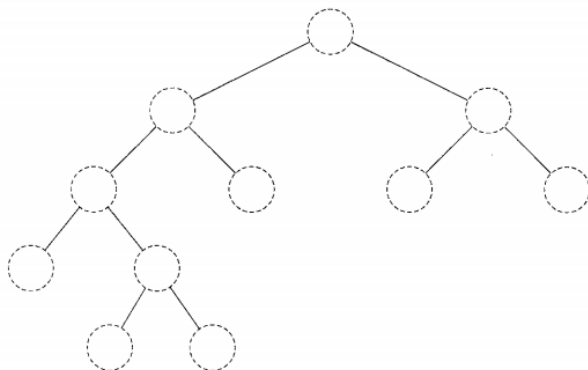


1.

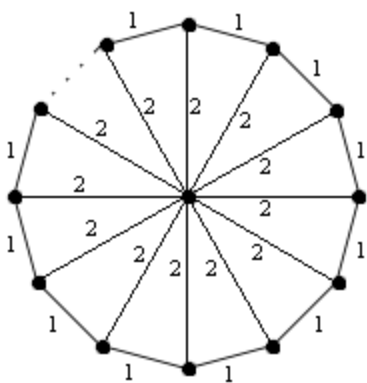


- Do uzlů jedenáctiuzlového binárního stromu na obrázku vepište čísla 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, aby byl takto ohodnocený strom binárním vyhledávacím stromem (pozor, číslo 4 zde zatím není).
- Kolika způsoby lze obarvit uzly tohoto stromu, aby vznikl červenočerný strom? Uvažte jeho černou hloubku.
- Vyznačte jedno z těchto obarvení v obrázku. Černé uzly označte dvojitým kroužkem, červené uzly jednoduchým.
- Nyní do stromu přidejte uzel s klíčem 4 a proveďte nutné úpravy stromu tak, aby zůstal červenočerným stromem. Kolik rotací uzlů je potřeba?
- Popište tyto rotace a výsledný červenočerný strom nakreslete.

2.

Je dán graf ve tvaru kola s “ k ” paprsky a “ $n = k + 1$ ” uzly, který má “ $2k$ ” hran. Podle obrázku. Venkovní hrany jsou ohodnoceny 1, vnitřníhrany 2.

Popište jak vypadají minimální kostry tohoto grafu a vyjádřete kolik jich je. Svůj výsledek zdůvodněte.



3.

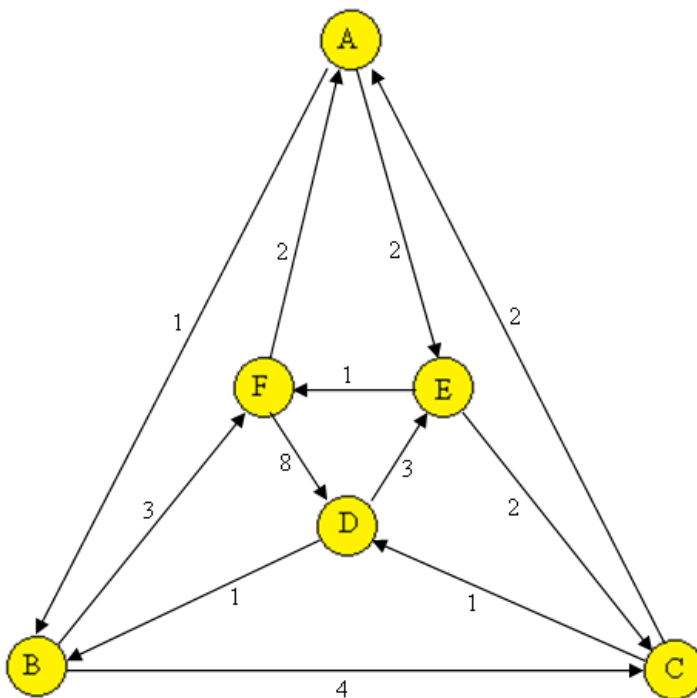
Máme modifikovaný třídící algoritmus QuickSort. Vyjádřete jaká je jeho časová složitost a výsledek zdůvodněte.

a) Z prvních sedmi prvků tříděné posloupnosti volíme jako pivota medián a podle něj třídíme. Pokud je prvků sedm a méně, volíme jako pivota vždy první prvek. Jaká složitost?

b) Jako pivota volíme vždy medián ze všech prvků posloupnosti. Nalezení mediánu má lineární složitost. Jaká je složitost.

4.

Pomocí dijkstrova algoritmu najděte všechny nejkratší cesty z vrcholu A do všech ostatních. Vypište je a do grafu znázorněte strom nejkratších cest.



5.

Máme cyklus, v němž se vyskytují dvě proměnné “m, n” a neznámý predikát P. Proměnné mají na počátku cyklu kladnou hodnotu.

Rozhodněte zda je cyklus konvergentní vzhledem k vstupní podmínce:

$F(m,n) : m > 0 \wedge n > 0$

Víme, že predikát je vzhledem k této podmínce konvergentní.

```
while (m > 0 && n > 0)
    if P(m,n) then
        m := m div 2
        n := 2*n - 1
    else
        m := 2*n - 1
        n := n div 2
```