

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.]: Určete rozměry papíru o celkové ploše  $4000\text{ cm}^2$  tak, aby při zachování okrajů  $1\text{ cm}$  po obou stranách,  $2\text{ cm}$  dole a  $3\text{ cm}$  nahoře zůstala maximální plocha pro tisk.

(Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.]: Určete Maclaurinův polynom (tj. Taylorův polynom se středem v  $x_0 = 0$ ) 3. řádu funkce  $\sqrt{1+x}$ . Poté pomocí něj odhadněte  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

(Polynom vypočítejte pomocí derivací. Výsledné číslo můžete nechat ve tvaru součtu zlomků.)

► **Příklad 3** [2 b.]: Najděte neurčitý integrál

$$\int \frac{3 \sin(7x)}{e^{2x}} dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.]: Pomocí substituce  $t = \cos x$  vypočítejte integrál

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^5 x \cos^2 x dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.]: Sestavte integrál, pomocí nějž je možné určit objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafy funkcí

$$f(x) = x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = -x^2 + 6x - 2$$

kolem osy  $x$ . Načrtněte obrázek. Počítaný objekt na obrázku vyznačte. Výsledný integrál nepočítejte.

- 
- ▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
  - ▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
  - ▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
  - ▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.
  - ▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).
  - ▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
  - ▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.]: Vaším úkolem je vytvořit z pruhu plechu o šířce  $60\text{cm}$  korýtko tak, že plech podélně ohnete  $20\text{cm}$  od každé strany (průřez bude tedy lomená čára). O jaký úhel nahoru musíte ohnout každou stranu, aby korýtko bylo schopno pojmout co nejvíce vody? (Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.]: Určete Taylorův polynom 3. řádu funkce  $\sqrt{x}$  se středem v 1. Poté pomocí něj odhadněte  $\sqrt{0,8}$  a запиšte tento odhad jako desetinné číslo. (Polynom vypočítejte pomocí derivací.)

► **Příklad 3** [2 b.]: Najděte neurčitý integrál

$$\int (3x^2 + 2x - 1) \cos 4x \, dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.]: Pomocí vhodné substituce vypočítejte integrál

$$\int_{-\infty}^2 30x^2 e^{x^3+2} \, dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.]: Jsou dány funkce

$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = 2x + 4.$$

Načrtněte obrázek. Parabola  $f$  ohraničuje kus přímky  $g$ . Jaký je povrch pláště komolého kužele, který vznikne rotací tohoto kusu přímky  $g$  kolem osy  $x$ ? Počítaný objekt na obrázku vyznačte.

- 
- ▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
  - ▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
  - ▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
  - ▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.
  - ▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).
  - ▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
  - ▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	Σ
Body						

► **Příklad 1** [2 b.]: Pro jistý experiment máte k dispozici dva stožáry stojící  $20m$  od sebe. Jeden je vysoký  $6m$  a druhý  $15m$ . Na vrcholu každého z nich je umístěno čidlo vysílající potřebná data. Přijímač musíte umístit na zem mezi oba stožáry tak, aby jeho vzdálenost k senzorům (tj. součet vzdáleností k jednotlivým senzorům) byla co nejmenší. V jaké vzdálenosti od nižšího stožáru přijímač umístíte?

(Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.]: Určete Maclaurinův polynom (tj. Taylorův polynom se středem v  $x_0 = 0$ ) 3. řádu funkce  $e^x$ . Poté pomocí něj odhadněte  $1/\sqrt[7]{e}$ .

(Polynom vypočítejte pomocí derivací. Výsledné číslo můžete nechat ve tvaru součtu zlomků.)

► **Příklad 3** [2 b.]: Najděte neurčitý integrál

$$\int \frac{x^2 + 2x + 3}{e^{4x}} dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.]: Pomocí substituce  $t^{15} = x$  vypočítejte integrál

$$\int_0^1 \frac{\sqrt[5]{x} - \sqrt[15]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}} dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.]: Jsou dány funkce

$$f(x) = x^2 - 2x + 4, \quad g(x) = -x^2 + 6x - 2$$

ohraničující určitou plochu. Sestavte integrál, pomocí něž je možné určit obvod této plochy. Načrtněte obrázek. Počítaný objekt na obrázku vyznačte. Výsledný integrál nepočítejte.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.

▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	$\Sigma$
Body						

► **Příklad 1** [2 b.] : Máte za úkol navrhnout okno splňující následující podmínky:

- Okno má tvar obdélníku spojeného horní stranou s půlkruhem (horní strana obdélníku je totožná s průměrem půlkruhu).
- Obvod okna musí být utěsněn speciálním materiálem, kterého máte k dispozici dostatek na  $12m$  délky.
- Chcete do místnosti pustit oknem co nejvíce světla.

Udejte nejvhodnější rozměry takového okna a popište je na obrázku.

(Vyřešte pomocí diferenciálního počtu!)

► **Příklad 2** [2 b.] : Určete Taylorův polynom 3. řádu se středem v  $x_0 = 1$  funkce  $\ln x$ . Poté pomocí něj odhadněte  $\ln \frac{6}{5}$ .

(Polynom vypočítejte pomocí derivací, není nutné ho roznásobovat. Výsledné číslo vyjádřete jako zlomek v základním tvaru.)

► **Příklad 3** [2 b.] : Najděte neurčitý integrál

$$\int (x^2 + 7x - 2) \cos(3x) dx.$$

► **Příklad 4** [2 b.] : Vypočítejte integrál

$$\int_{-1}^1 \frac{5}{x^2 + x - 2} dx.$$

► **Příklad 5** [2 b.] : Sestavte integrál, pomocí nějž je možné určit celkový povrch pláště tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafy funkcí

$$f(x) = x^2 + 2x + 2, \quad g(x) = -2x^2 + 2x + 5.$$

kolem osy  $x$ . Načrtněte obrázek a počítané těleso na něm zvýrazněte. Výsledný integrál nepočítejte.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.

▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.

▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.

▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem (zdůvodněním), jakkoli je triviální.

▷ Je-li požadován daný způsob řešení (např. metodami diferenciálního počtu), není možné řešit jinak (např. úvahou, vypsáním všech možností atd.).

▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.

▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky, ...). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

## Výsledky

- 1) A:  $100 \times 40 \text{ cm}$   
B:  $\pi/3$   
C:  $40/7m$   
D: obdélník výšky  $12/(4 + \pi)m$ , poloměr kruhu  $12/(4 + \pi)m$
- 2) A:  $1 + 1/8 - 1/128 + 1/1024$   
B: 0,8945  
C:  $1 - 1/7 + 1/98 - 1/2058$   
D:  $137/750$
- 3) A:  $-21/53 e^{-2x}(2/7 \sin 7x + \cos 7x) + c$   
B:  $(3x^2 + 2x - 1)\frac{\sin 4x}{4} + (3x + 1)\frac{\cos 4x}{8} - \frac{3 \sin 4x}{32} + c$   
C:  $-1/4 e^{-4x}(x^2 + 5x/2 + 29/8) + c$   
D:  $(x^2 + 7x - 2)\frac{\sin 3x}{3} + (2x + 7)\frac{\cos 3x}{9} - \frac{2 \sin 3x}{27} + c$
- 4) A:  $-8/105$   
B:  $10 e^{10}$   
C:  $15/13$   
D:  $-\infty$
- 5) A:  $V = \pi \int_1^3 g^2(x) - f^2(x) dx$   
B:  $S = 48\pi\sqrt{5}$   
C:  $\ell = \int_1^3 \sqrt{1 + (f'(x))^2} + \sqrt{1 + (g'(x))^2} dx$   
D:  $S = 2\pi \int_{-1}^1 f(x)\sqrt{1 + (f'(x))^2} + g(x)\sqrt{1 + (g'(x))^2} dx$