

Vypracované úlohy z Panorámy z fyziky I



Autor: **Martin Brakl**

UČO: **410316**

Dátum: **25.12.2012**

Príklad 1

- a) Aké sú maximálne rýchlosti protónu v každej zo štyroch urýchľovacích častí LHC v CERNe? (5 častí, prvá nie je kruhová)
b) Koľkokrát za jednu sekundu obehnú protóny jednotlivé kruhové dráhy?

Riešenie:

$c = 299\,792\,458\text{ m/s}$ (rýchlosť svetla vo vakuu)

1. časť LHC - LINAC3

Rýchlosť protónov v 1. časti LHC je 31,4 % rýchlosti svetla = 94 134 831,8 m/s.
Táto časť urýchľovača nie je kruhová.

2. časť LHC - LEIR

Rýchlosť protónov v 2. časti LHC je 91,6 % rýchlosti svetla = 274 609 892 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 157 m.
Protóny obehnú urýchľovač približne 1 749 107,5 krát za sekundu.

3. časť LHC - PS

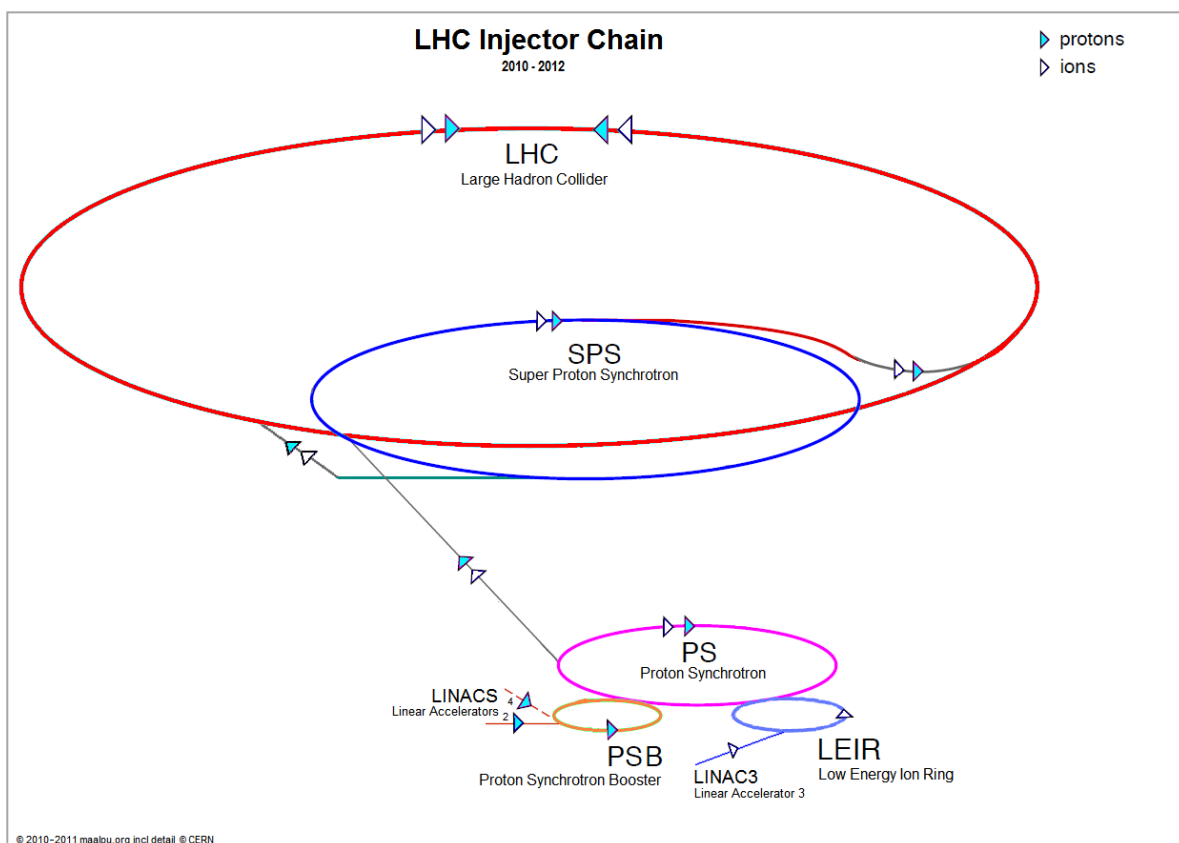
Rýchlosť protónov v 3. časti LHC je 99,93 % rýchlosti svetla = 299 582 603 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 628 m.
Protóny obehnú urýchľovač približne 477 042,3 krát za sekundu.

4. časť LHC - SPS

Rýchlosť protónov v 4. časti LHC je 99,99 % rýchlosti svetla = 299 762 478,7 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 6900 m.
Protóny obehnú urýchľovač približne 43 443,8 krát za sekundu.

5. časť LHC - LHC

Rýchlosť protónov v 5. časti LHC je 99,9999 % rýchlosti svetla = 299 792 158,2 m/s.
Dĺžka tejto časti urýchľovača je 26 659 m.
Protóny obehnú urýchľovač približne 11 245,45 krát za sekundu.



Príklad 2

Na protón vo vákuu pôsobí sila $F = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$.

a) Aké má zrýchlenie?

b) Za ako dlho prekoná z počiatočnej rýchlosti ($v_0 = 0 \text{ m/s}$) vzdialenosť 1 m?

Riešenie:

$F = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$ (sila pôsobiaca na protón)

$m \doteq 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ (hmotnosť protónu uvedená na prednáške)

$s = 1 \text{ m}$ (vzdialenosť prekonaná protónom)

a) $F = m \cdot a$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}}{1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} \doteq 9,413 \cdot 10^{11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) $s = \frac{a}{2} t^2$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2sm}{F}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \text{ m} \cdot 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}}} \doteq 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Zrýchlenie protónu je $9,413 \cdot 10^{11} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a dráhu dlhú 1m prekoná z počiatočnej rýchlosti 0m/s za $1,458 \cdot 10^{-6}$ sekundy.

Príklad 3

- a) Akou gravitačnou silou priťahuje Zem molekulu O₂ pri svojom povrchu a 1000 km nad povrchom?
b) Aké jej udeľuje zrýchlenie pri voľnom páde?

Riešenie:

$$m_{(O_2)} = 5,31 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$m_{(zeme)} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r_{(zeme)} = 6378 \text{ Km} = 6\,378\,000 \text{ m}$$

$$g = 6,6742 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$$

a) Gravitačná sila pri povrchu Zeme.

$$F_g = g * \frac{m_{O_2} * m_{(zeme)}}{r^2}$$

$$F_g = 6,6742 * 10^{-11} * \frac{5,31 * 10^{-26} * 5,97 * 10^{24}}{6378000^2} \cong 5,2011 * 10^{-25} \text{ N}$$

a) Gravitačná sila vo vzdialenosti 1 000 km od Zeme.

$$F_g = g * \frac{m_{O_2} * m_{zeme}}{(r + h)^2}$$

$$F_g = 6,6742 * 10^{-11} * \frac{5,31 * 10^{-26} * 5,97 * 10^{24}}{(6378000 + 1\,000\,000)^2} \cong 3,8868 * 10^{-25} \text{ N}$$

b) Zrýchlenie pri voľnom páde.

$$a = \frac{F_g}{m}$$

$$a = \frac{3,8868 * 10^{-25}}{5,31 * 10^{-26}} \cong 7,319 \text{ m/s}$$

b) Zrýchlenie pri povrchu Zeme.

$$F_g = m_{(O_2)} * a$$

$$a = \frac{F_g}{m_{(O_2)}}$$

$$a = \frac{5,2011 * 10^{-25}}{5,31 * 10^{-26}} = \frac{5,2011}{0,531} \cong 9,80 \text{ m/s}$$

Zem priťahuje molekulu O₂ silou približne **5,2011 * 10⁻²⁵ N** pri svojom povrchu a silou **3,8868 * 10⁻²⁵ N** vo vzdialenosti 1000 km od jej povrchu.

Tejto častici potom udeľuje zrýchlenie približne **7,319 m/s** pri voľnom páde a približne **9,80 m/s** pri povrchu zeme.

Príklad 4

- a) Akou gravitačnou silou na seba pôsobia 2 malé telesá s hmotnosťou 100 kg vzdialené od seba 10 m?
b) Za aký čas sa zmenší vzdialenosť medzi nimi o 1 cm, ak sa na začiatku ani jedno z nich nehýbalo?

Riešenie:

$$m_{1,2} = 100 \text{ kg}$$

$$r = 10 \text{ m}$$

$$\kappa = 6,67 \cdot 10^{-11}$$

a) Gravitačná sila

$$F = \frac{\kappa \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 100 \cdot 100}{100} = \underline{\underline{6,67 \cdot 10^{-9} \text{ N}}}$$

b) Čas

$$F = m \cdot a$$

$$a = F/m = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2$$

$$s = 1/2 \cdot a \cdot (t^2/2) \text{ (rovnomerne zrýchlený pohyb)}$$

$$s = 0,01$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}} = \sqrt{\frac{0,01 \text{ m}}{6,67 \cdot 10^{-11}}} = \underline{\underline{12\,240,53 \text{ s}}}$$

Tieto 2 telesá na seba pôsobia gravitačnou silou $\underline{6,67 \cdot 10^{-9} \text{ N}}$ a vzdialenosť 1 cm k sebe ubehnú za približne 12 240 sekúnd.

Príklad 5 - opraviť/vysvetliť!

- a) Aká je denná produkcia energie jedného bloku elektrárne Temelín (výkon = 1000 MW)?
b) Aký objem vody môže táto energia presunúť o 500 m vyššie v gravitačnom poli Zeme v blízkosti jej povrchu?
c) Porovnať s objemom nádrže Dlouhé stráně (2 600 000 m³).

Riešenie:

$$t = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s} = 8,64 \cdot 10^4 \text{ s}$$

$$P = 1000 \text{ MW}$$

$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$h = 500 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

- a) Denná produkcia energie.

$$P = \frac{W}{t}$$

$$1000 \text{ MW} = \frac{W}{24 \text{ h}}$$

$$W = 1000 \text{ MW} \cdot 24 \text{ h} = 10^9 \cdot 8,64 \cdot 10^4 = 8,64 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

- b) Presun vody

$$W = m \cdot g \cdot h = V \cdot \rho \cdot g \cdot h$$

$$V = \frac{W}{\rho \cdot g \cdot h} = \frac{8,64 \cdot 10^{13} \text{ J}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 500 \text{ m}} = 17\,614\,678,9 \text{ m}^3$$

- c) Porovnanie objemu vody s objemom nádrže Dlouhé stráně.

$$\frac{17\,614\,678,9 \text{ m}^3}{2\,600\,000 \text{ m}^3} \approx 6,7$$

Denná produkcia jedného bloku el. Temelín je $8,64 \cdot 10^{13} \text{ J}$. Táto vyprodukovaná energia stačí na presun $17\,614\,678,9 \text{ m}^3$ vody o 500 m vyššie v grav. poli Zeme, čo je 6,7-násobok objemu nádrže Dlouhé stráně.

Príklad 6

Aká je veľkosť odstredivého zrýchlenia:

a) na rovníku daného rotáciou Zeme?

b) v Brne daného rotáciou Zeme?

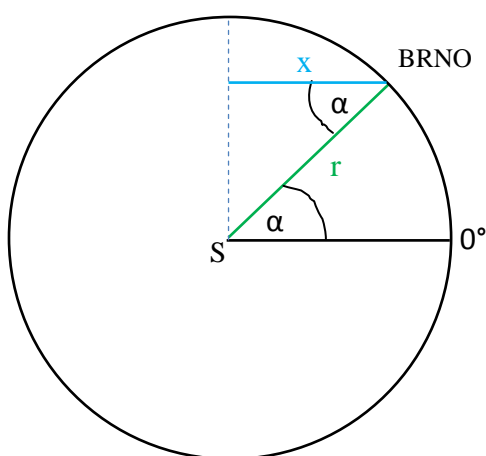
Riešenie:

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

zemepisná šírka Brna: $\alpha = 49^\circ 12' = 49,2^\circ$

polomer Zeme $R_z = 6378 \text{ km} = 6\,378\,000 \text{ m}$

$T = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$ (rotácia Zeme za 24hod.)



$$x = r \cos \alpha$$

a) rovník

$$a_d = \frac{4\pi^2 R_z}{T^2} = 0,03373 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) Brno

$$a_d = \frac{4\pi^2 x}{T^2} = \frac{4\pi^2 R_z \cos \alpha}{T^2} = 0,02204 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Veľkosť odstredivého zrýchlenia je $0,03373 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ na rovníku a $0,02204 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ v Brne.

Príklad 7

Aké meškanie východu mesiaca Io z tieňa Jupitera (v konjukcii oproti opozícii so Slnkom a Jupiterom) vychádza pre $c = 300\,000 \text{ km.s}^{-1}$ a strednú vzdialenosť Zem - Slnko $150 \cdot 10^6 \text{ km}$?

Riešenie:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{s}{c}$$
$$t = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot 150 \cdot 10^6}{300\,000} = \frac{300 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^5} = \frac{3 \cdot 10^3}{3} = 1000 \text{ s}$$

Meškanie východu mesiaca Io z tieňa Jupitera v konjukcii oproti opozícii so Slnkom a Jupiterom je 1000 sekúnd .

Príklad 8

Akou rýchlosťou by sa museli pohybovať hodiny voči rovnakým hodinám v pokoji, aby za 24 hodín meškali o 1 minútu?

Riešenie:

$$t_{24\text{hod.}} = 86\,400\text{s}$$

$$t_{24\text{hod.}} - t_{\text{min.}} = t_m = 86\,340\text{s}$$

$$c = 299\,792\,458\text{ m/s}$$

$$t = \frac{t_m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v = \sqrt{c^2 - \frac{c^2 * t_m^2}{t_{\text{den}}^2}}$$

$$v = \sqrt{299\,792\,458^2 - \frac{299\,792\,458^2 * 86\,340^2}{86\,400^2}} = 1,11706654 * 10^7 \text{ m} * \text{s}^{-1}$$

Hodiny by sa museli pohybovať rýchlosťou $1,11706654 * 10^7 \text{ m/s}$ aby za 24 hodín meškali minútu.

Príklad 9

S' se pohybuje voči S rýchlosťou 0,9999c. S'' se pohybuje voči S rovnakým smerom rýchlosťou -0,9999c. Akou rýchlosťou sa pohybuje S' voči S''?

Riešenie:

S' voči S = $ac = 0,9999c$

S'' voči S = $-ac = -0,9999c$

$$v = \frac{ac + ac}{1 - \frac{-a^2c^2}{c^2}} = \frac{2ac}{1 + a^2} = \frac{2 * 0,9999 * c}{1 + 0,9999^2} = 0,999999995 c$$

S' sa voči S'' pohybuje rýchlosťou 0,999999995 c.

Príklad 10

Aká zmena zotrvačnej hmotnosti odpovedá podľa Einsteinovho vzťahu energii vyprodukovanej 2-ma blokmi elektrárne Temelín (1000MW) za rok?

Riešenie:

$$P = 2 \cdot 1000 \text{ MW} = 2 \cdot 10^9 \text{ W}$$

$$t = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 31\,536\,000 \text{ s}$$

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$$

$$E = m \cdot c^2$$

$$\begin{aligned} E &= P \cdot t = 2 \cdot 10^9 \cdot 31\,536\,000 = 2 \cdot 10^9 \cdot 31\,536 \cdot 10^3 = 2 \cdot 31\,536 \cdot 10^{12} = \\ &= 63\,072\,000\,000\,000\,000 \text{ J} = 63\,072 \cdot 10^{12} \text{ J} \end{aligned}$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{63\,072 \cdot 10^{12}}{(299\,792\,458)^2} = \frac{63\,072\,000\,000\,000\,000}{89\,875\,517\,873\,681\,764} = 0,70177 \text{ kg} = 701,8 \text{ g}$$

Ročná produkcia Temelínu podľa Einsteinovho vzťahu zodpovedá zmene zotrvačnej hmotnosti o 701,8 g

Príklad 11

Vypočítajte jadrovú hustotu (v kg/m^3) z hmotnosti a polomeru jadra ^{238}U .

Riešenie:

$$R = 8,1 \text{ fm} = 8,1 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

$$m = 238,05078826 \text{ AMU} = 3,95293 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

$$\text{jadr. hustota} = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = 1,7757 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3 = 1,7757 \cdot 10^{11} \text{ kg/cm}^3$$

Jadrová hustota na základe hmotnosti a polomeru jadra ^{238}U je $1,7757 \cdot 10^{11} \text{ kg/cm}^3$.

Príklad 12

Polčas rozpadu ^{128}I je 25 minút. Za akú dobu sa jeho množstvo zmenší 100krát?

Riešenie:

$$m = m_0 / 100$$

$$T = 25 \text{ min} = 25 \cdot 60 = 1500 \text{ s}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$$

$$\mu = \ln 2 / T$$

$$m = m_0 \cdot e^{-\mu \cdot t}$$

$$\mu = \ln 2 / T_{1/2} = \ln 100 / T_{1/100}$$

$$T_{1/100} \cdot \ln 2 = T_{1/2} \cdot \ln 100$$

$$T_{1/100} \cdot \ln 2 = 1500 \cdot \ln 100$$

$$T_{1/100} = \ln(100 \cdot 1500) / \ln 2$$

$$T_{1/100} \approx 9965,78 \text{ s} \approx 166 \text{ min.}$$

Množstvo ^{128}I sa 100krát zmenší za približne 166 minút.