

O každém z následujících jazyků rozhodněte, zda je bezkontextový. Svá tvrzení dokažte. (Pro důkaz, že jazyk je bezkontextový, stačí napsat odpovídající gramatiku nebo automat.)

**Příklad 1**  
50 bodů

- (a)  $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, i + j = k, i < j\}$   
 (b)  $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, i + j = k, j < k\}$

K zadanému konečnému automatu zkonstruuje ekvivalentní nedeterministický konečný automat bez  $\varepsilon$ -kroků.

**Příklad 2**  
30 bodů

(Pokud nepoužijete standardní algoritmus, dokažte ekvivalenci obou automatů.)

	$a$	$b$	$\varepsilon$
$\rightarrow 1$	$\{1\}$	$\{1, 4\}$	$\{5\}$
$\leftarrow 2$	$\{2\}$	$\{1\}$	$\{3\}$
$\leftarrow 3$	$\emptyset$	$\{2, 5\}$	$\{2\}$
4	$\{1, 4\}$	$\{2, 4\}$	$\{1, 5\}$
$\leftarrow 5$	$\{2, 5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

Je dána gramatika  $\mathcal{G} = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ , kde

$$P = \{ \overset{1}{S} \rightarrow \overset{2}{b} \overset{3}{A} \overset{4}{B} \mid \overset{5}{AB} \overset{6}{\rightarrow} \overset{7}{A} \overset{8}{b} \overset{9}{\mid} \overset{10}{ab} \overset{11}{\rightarrow} \overset{12}{B} \overset{13}{\mid} \overset{14}{bb} \overset{15}{\mid} \overset{16}{\varepsilon} \}.$$

**Příklad 3**  
20+15 bodů

- (a) Zkonstruuje PDA  $\mathcal{A}$  pro nedeterministickou syntaktickou analýzu shora dolů. Uveďte způsob akceptování.  
 (b) Zapište akceptující výpočet automatu  $\mathcal{A}$  nad slovem *babbab*.

Napište algoritmus, který pro zadanou bezkontextovou gramatiku  $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$  spočítá množinu  $M$  všech neterminálů, ze kterých lze odvodit prázdný řetězec, tj.  $M = \{A \in N \mid A \Rightarrow^* \varepsilon\}$ .

**Příklad 4**  
40 bodů

Rozhodněte, zda existují následující gramatiky. V kladném případě uveďte příklad takové gramatiky, v záporném důkaz její neexistence.

**Příklad 5**  
17+17 bodů

- (a) Bezkontextová gramatika, která má vlastnost sebevlození, a přitom generuje konečný jazyk.  
 (b) Bezkontextová gramatika, která je vlastní, obsahuje levorekursivní neterminál, a přitom generuje konečný jazyk.

Nechť  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  je NFA s  $\varepsilon$ -kroky.

**Příklad 6**  
6+15+15 bodů

- (a) Napište typu funkce  $\delta$ .  
 (b) Definujte funkci  $D_\varepsilon$  (včetně typu) a její rozšíření na množiny stavů.  
 (c) Definujte rozšířenou přechodovou funkci  $\hat{\delta}$  (včetně typu).