

MB102 – Diferenciální a integrální počet

1. vnitrosemestrální písemka, A, 22.10.2013

Příklad 1 (2 body). Nalezněte polynom p co nejmenšího stupně, pro který platí

$$p(1) = -1, \quad p(2) = 5, \quad p'(1) = 4, \quad p'(2) = 9.$$

Příklad 2 (2 body). Je-li dráha pohybu hmotného bodu po přímce zadána funkcí

$$s(t) = 2t \sin(2t) + t - 6 \quad \text{pro } t \in (0, 100)$$

při jednotkách m, s, stanovte rychlost $v(t_0)$ a poté zrychlení $a(t_0)$ v čase $t_0 = \pi/4$ sekund.

Příklad 3 (2 body). Vyčíste limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{\sin(3x)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{4 - \frac{2}{n-1}},$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(n+2)(n+4)} - n \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x^2 - 5x| + x^4 - 11x^3 + x - 1}{-2x^4 - 4x^3 + 1}.$$

Příklad 4 (1 bod). V jakých bodech má funkce

$$f(x) = \frac{\ln(x^2)}{-x}, \quad x \neq 0$$

lokální extrémy?

Příklad 5 (1 bod). Uveďte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x-1)(x+1)(x-5)}$$

s maximálním definičním oborem.

Příklad 6 (2 body). Pro funkci

$$f(x) = x - \operatorname{arctg} x$$

určete Taylorův polynom 3. řádu se středem v bodě $x_0 = 1$.

MB102 – Diferenciální a integrální počet

1. vnitrosemestrální písemka, B, 22.10.2013

Příklad 1 (2 body). Nalezněte polynom p co nejmenšího stupně, pro který platí

$$p(-1) = 1, \quad p(1) = -5, \quad p'(-1) = -7, \quad p'(1) = 5.$$

Příklad 2 (2 body). Je-li dráha pohybu hmotného bodu po přímce zadána funkcí

$$s(t) = 4t - 3t \sin(2t) + 9 \quad \text{pro } t \in (-10, 10)$$

při jednotkách m, s, stanovte rychlost $v(t_0)$ a poté zrychlení $a(t_0)$ v čase $t_0 = \pi/4$ sekund.

Příklad 3 (2 body). Vyčíslete limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(4x)}{2 \operatorname{tg} x}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3 + \frac{\sin n}{n}},$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(n-1)(n+3)} - n \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 2^x}{-2^x + x^3}.$$

Příklad 4 (1 bod). V jakých bodech má funkce

$$f(x) = -\frac{\ln(x^4)}{x}, \quad x \neq 0$$

lokální extrémy?

Příklad 5 (1 bod). Uveďte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{-x^2 - 2}{(x-4)(x-3)(x-2)}$$

s maximálním definičním oborem.

Příklad 6 (2 body). Pro funkci

$$f(x) = 2x + \operatorname{arctg} x$$

určete Taylorův polynom 3. řádu se středem v bodě $x_0 = 1$.

MB102 – Diferenciální a integrální počet

1. vnitrosemestrální písemka, C, 22.10.2013

Příklad 1 (2 body). Nalezněte polynom p co nejmenšího stupně, pro který platí

$$p(-1) = 2, \quad p(1) = -4, \quad p'(-1) = 5, \quad p'(1) = -7.$$

Příklad 2 (2 body). Je-li dráha pohybu hmotného bodu po přímce zadána funkcí

$$s(t) = 3t - t \sin(2t) - 11 \quad \text{pro } t \in (-1, 1)$$

při jednotkách m, s, stanovte rychlost $v(t_0)$ a poté zrychlení $a(t_0)$ v čase $t_0 = \pi/4$ sekund.

Příklad 3 (2 body). Vyčíste limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x)}{\sin(5x)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 + \frac{8}{n+1}},$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(n+1)(n+3)} - n \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 3x^4 + 2^x}{x^6 - 3x^5 + 1 - 2^x}.$$

Příklad 4 (1 bod). V jakých bodech má funkce

$$f(x) = \frac{\ln(x^8)}{x}, \quad x \neq 0$$

lokální extrémy?

Příklad 5 (1 bod). Uveďte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x-1)^2 x}$$

s maximálním definičním oborem.

Příklad 6 (2 body). Pro funkci

$$f(x) = 2x - \operatorname{arccotg} x$$

určete Taylorův polynom 3. řádu se středem v bodě $x_0 = 1$.

MB102 – Diferenciální a integrální počet

1. vnitrosemestrální písemka, D, 22.10.2013

Příklad 1 (2 body). Nalezněte polynom p co nejmenšího stupně, pro který platí

$$p(-1) = 4, \quad p(1) = 2, \quad p'(-1) = -7, \quad p'(1) = 9.$$

Příklad 2 (2 body). Je-li dráha pohybu hmotného bodu po přímce zadána funkcí

$$s(t) = 3t - 2t \sin(2t) - 3 \quad \text{pro } t \in (0, 10)$$

při jednotkách m, s, stanovte rychlost $v(t_0)$ a poté zrychlení $a(t_0)$ v čase $t_0 = \pi/4$ sekund.

Příklad 3 (2 body). Vyčíslete limity

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\operatorname{tg}(2x)}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{5 + \frac{n+1}{n}},$$
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(n-1)(n-3)} - n \right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{56} - x^{31} + x^{27} - x^{11} + \cos x}{-x^{46} + x^{21} - x^{17} + x - \sin x}.$$

Příklad 4 (1 bod). V jakých bodech má funkce

$$f(x) = \frac{\ln(x^6)}{x}, \quad x \neq 0$$

lokální extrémy?

Příklad 5 (1 bod). Uveďte všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^3(x+1)}$$

s maximálním definičním oborem.

Příklad 6 (2 body). Pro funkci

$$f(x) = 3x + \operatorname{arccotg} x$$

určete Taylorův polynom 3. řádu se středem v bodě $x_0 = 1$.

Výsledky

Příklad 1, A: $x^3 - 2x^2 + 5x - 5$

Příklad 1, B: $x^3 + 3x^2 - 4x - 5$

Příklad 1, C: $x^3 - 3x^2 - 4x + 2$

Příklad 1, D: $x^3 + 4x^2 - 2x - 1$

Příklad 2, A: $v(t_0) = 3 \text{ m/s}, a(t_0) = -2\pi \text{ m/s}^2$

Příklad 2, B: $v(t_0) = 1 \text{ m/s}, a(t_0) = 3\pi \text{ m/s}^2$

Příklad 2, C: $v(t_0) = 2 \text{ m/s}, a(t_0) = \pi \text{ m/s}^2$

Příklad 2, D: $v(t_0) = 1 \text{ m/s}, a(t_0) = 2\pi \text{ m/s}^2$

Příklad 3, A: $2/3, 1, 3, -1/2$

Příklad 3, B: $2, 1, 1, -\infty$

Příklad 3, C: $3/5, 1, 2, -1$

Příklad 3, D: $5/2, 1, -2, -\infty$

Příklad 4, A: $x_{\max} = -e, x_{\min} = e$

Příklad 4, B: $x_{\max} = -e, x_{\min} = e$

Příklad 4, C: $x_{\min} = -e, x_{\max} = e$

Příklad 4, D: $x_{\min} = -e, x_{\max} = e$

Příklad 5, A: $y = 0, x = 1, x = -1, x = 5$

Příklad 5, B: $y = 0, x = 4, x = 3, x = 2$

Příklad 5, C: $y = 0, x = 1, x = 0$

Příklad 5, D: $y = 0, x = 0, x = -1$

Příklad 6, A: $1 - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{12}(x-1)^3$

Příklad 6, B: $2 + \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}(x-1) - \frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{12}(x-1)^3$

Příklad 6, C: $2 - \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}(x-1) - \frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{12}(x-1)^3$

Příklad 6, D: $3 + \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}(x-1) + \frac{1}{4}(x-1)^2 - \frac{1}{12}(x-1)^3$