1. vnitrosemestrální písemná práce — JS 2014, MB102, sk. A

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ Příklad 1 [2 b.]: Najděte Hermiteův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1
$f'(x)$	5	0	–	–

▶ Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2-3x}{\sqrt{5-2x}} + \ln^{-2}(2x+3).$$

▶ Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} (\sqrt{4n^2-5} - 2n), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} (1-\sin x)\operatorname{tg} x.$$

▶ Příklad 4 [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \sqrt{2-5x^3}$ a bod $x_0 = -1$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ Příklad 5 [2 b.]: Kámen vyhozen z výšky $h = 10\,m$ kolmo vzhůru má počáteční rychlost $v_0 = 20\,m/s$. Určete:

(a) Jakou rychlost bude mít kámen v čase $t = 1{,}5\,s$?
(b) Za jaký čas dosáhne maximální výšky?
(c) Jaké výšky dosáhne?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, gravitační zrychlení uvažujte $g = 10\,m/s^2$.)

▶ Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln x}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2014, MB102, sk. B

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte Lagrangeův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = -1/2$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x - 5) + \frac{2x^2}{\sqrt{2x+6}}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty}(3n - \sqrt{9n^2 - 3}), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{x^3 + \sqrt[3]{x^{12} + x^5} - \sqrt{x}}{\sqrt{x + 3x^8} - x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right).$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \ln(x^2 - 3x - 9)$ a bod $x_0 = 5$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Těleso se pohybuje po dráze $s = 8 + 3t + t^2 - \frac{t^3}{3}$ (v metrech). Určete:

(a) Za jaký čas zastaví?
(b) Jaké bude jeho zrychlení v čase $t = 0{,}5\,s$?
(c) Jakou dráhu těleso do zastavení urazí?

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x}{\mathrm{e}^{x^2}}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2014, MB102, sk. C

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ Příklad 1 [2 b.]: Najděte Hermiteův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	0	1	2
$f(x)$	1	2	5
$f'(x)$	-1	–	2

▶ Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \arcsin\frac{x+3}{2} + \sqrt{\frac{x+4}{x-2}}.$$

▶ Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt{\frac{9n+1}{n}} - 3\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^5+4}+3^x-x^2}{\sqrt[3]{x^5+2}-3^{x+1}}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0^+} x^x.$$

▶ Příklad 4 [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2+10x+1}$ a bod $x_0 = -1$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ Příklad 5 [2 b.]: Množství elektrického náboje Q, který prochází vodičem, se mění s časem podle vztahu $Q = 3t^2 + 2t + 2$ (jednotky coulomb C a sekunda s).

(a) Jaká bude okamžitá hodnota proudu I (jednotky amper A) v čase $t = 1\,s$?

(b) Kdy bude hodnota proudu $I = 20\,A$?

(Nápověda: Proud je změna náboje v čase.)

▶ Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce

$$f(x) = \frac{x}{\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}}, \qquad f'(x) = \frac{1-x^2}{\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce — JS 2014, MB102, sk. D

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte Lagrangeův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	1	2
$f(x)$	3	1	0	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = 1/2$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x-1}{\sqrt{1-x}} + \ln^{-2}(2x+21).$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{(n+3)(n-1)} - n\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt[3]{x^5+4} + 3^x - x^2}{\sqrt[3]{x^6+2} - 3^{x+1}}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0^-} \left(x\, \mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}\right).$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \ln(x^3 + 2x^2 + 1)$ a bod $x_0 = -2$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Těleso sjede po nakloněné rovině dlouhé $50\,m$ za $10\,s$. Jaká je jeho konečná rychlost, pokud předpokládáme, že dráha je kvadratická funkce času a že počáteční rychlost je nulová?
(Nápověda: Dráhu uvažujte jako $s = at^2 + bt + c$ s neurčitými koeficienty $a, b, c \in \mathbb{R}$.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x+1}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2014, MB102, sk. E

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte Hermiteův interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	1	2
$f(x)$	3	1	0	1
$f'(x)$	–	–	-1	2

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\arcsin x}{(2x^2+3x-2)\ln(x+1)}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} n\left(2-\sqrt{4-\frac{5}{n}}\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{4x^2+3}+\sqrt{5x}}{\sqrt[4]{2x^3+3x}-7x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0^+}\left(x\,\mathrm{e}^{\frac{1}{x}}\right).$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2+3x-2}$ a bod $x_0 = 2$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Vlak jedoucí rychlostí $90\ km/h$ má zabrzdit tak, aby se rovnoměrně zpomaleným pohybem zastavil na vzdálenosti $1\ km$.

(a) Za jaký čas zastaví?

(b) Jaká bude jeho rychlost $30\ s$ potom, co začne brzdit?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$, kde v_0 je počáteční rychlost, a je zrychlení.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{\ln\frac{1}{x}}{x}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

(1.)

$$\begin{array}{ccccccc}
-1 & 5 & & & & & \\
-1 & 5 & 5 & & & & \\
0 & 10 & 5 & 0 & & & \\
0 & 10 & 0 & -5 & -5 & & \\
2 & 2 & -4 & -2 & 1 & 2 & \\
3 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1/2
\end{array}$$

(A)

$$\Rightarrow H(x) = 5 + 5\cdot(x+1) + 0 - 5\cdot(x+1)^2\cdot x + 2\cdot(x+1)^2\cdot x^2 - \tfrac{1}{2}\cdot(x+1)^2\cdot x^2\cdot(x-2)$$

(2.) $5-2x>0$ & $2x+3>0$ & $2x+3 \neq 1$

$x < \frac{5}{2}$ $\quad x > -\frac{3}{2}$ $\quad x \neq -1$

$$\Rightarrow D(f) = \left(-\tfrac{3}{2}, -1\right) \cup \left(-1, \tfrac{5}{2}\right)$$

(3.) (a) $L \cdot \dfrac{\sqrt{4n^2-5}+2n}{\text{— '' —}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{4n^2-5-4n^2}{\sqrt{4n^2-5}+2n} = \left|\dfrac{-5}{\infty}\right| = \underline{\underline{0}}$

(b) $L_1 = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x\cdot\left(\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \sqrt{\frac{1}{x}}\right)}{x\cdot\left(\sqrt[4]{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}} - 1\right)} = \dfrac{1}{-1} = \underline{\underline{-1}}$

(c) $L = |0\cdot\infty| = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{(1-\sin x)\cdot\sin x}{\cos x} = \left|\dfrac{0\cdot 1}{0} = \dfrac{0}{0}\right| \overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{-\cos x\cdot\sin x + (1-\sin x)\cdot\cos x}{-\sin x}$

$= \dfrac{0}{-1} = \underline{\underline{0}}$

(4.) $f(x) = \sqrt{2-5x^3}$, $\quad f'(x) = \dfrac{-15x^2}{2\cdot\sqrt{2-5x^3}}$, $\quad f(-1) = \sqrt{7}$, $\quad f'(-1) = \dfrac{-15}{2\sqrt{7}}$

(5.) (a) $v(t) = s'(t) = v_0 - g\cdot t\Big|_{t=1{,}5} = 20 - 10\cdot 1{,}5 = 5$ $[m/s]$

(b) $v = 0$, $t = ?$ $\ldots$ $v_0 - g\cdot t = 0$

$20 - 10t = 0$

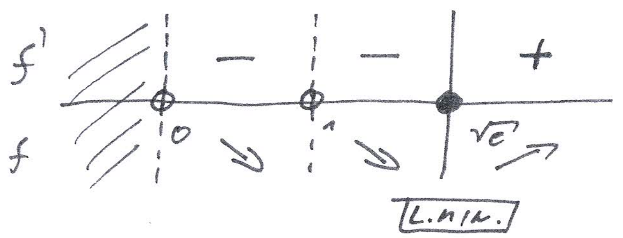
$t = 2$ $[s]$

(c) $s(2) = 10 + 20\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 2^2 = 30$ $[m]$

(6.) $D(f) = (0,1)\cup(1,\infty)$, $\quad f'(x) = \dfrac{2x\cdot\ln x - x}{\ln^2 x} = 0 \iff x\cdot(2\ln x - 1) = 0$

$x = 0$, $x = \sqrt{e}$

$D(f') = (0,1)\cup(1,\infty)$



(B)

1.)

-1	5			
0	10	5		
2	2	-4	-3	
3	1	-1	1	1

$$L(x) = 5 + 5\cdot(x+1) - 3\cdot(x+1)\cdot x + 1\cdot(x+1)\cdot x\cdot(x-2)$$

$$L(-1/2) = 5 + 5\cdot\frac{1}{2} - 3\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{5}{2}\right) =$$

$$= 5 + \frac{5}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{40+20+6+5}{8} = \frac{71}{8}$$

2.) $x^2+4x-5>0$ & $2x+6>0$

$(x+5)\cdot(x-1)>0$ $\qquad x>-3$ $\qquad \Rightarrow D(f) = (1,\infty)$

$x \in (-\infty,-5)\cup(1,\infty)$

3.) (a) $n\cdot\dfrac{3n+\sqrt{9n^2-3}}{3n+\sqrt{9n^2-3}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{9n^2-9n^2+3}{3n+\sqrt{9n^2-3}} = \left|\dfrac{3}{\infty}\right| = 0$

(b) $\ell = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4\cdot\left(1/x + \sqrt[3]{1+1/x^7} - \sqrt{1/x^7}\right)}{x^4\cdot\left(\sqrt{1/x^2+3} - 1/x^3\right)} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\ell = \left|\begin{matrix}\to 0^+ : & \infty-\infty\\ \to 0^- : & -\infty+\infty\end{matrix}\right| = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x\cdot\sin x} = \left|\dfrac{0}{0}\right| \overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{1\cdot\sin x + x\cdot\cos x} = \left|\dfrac{0}{0}\right| =$

$\overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{\cos x+\cos x - x\cdot\sin x} = \dfrac{0}{2} = 0$

4.) $f(x) = \ln(x^2-3x-9)$, $\quad f'(x) = \dfrac{2x-3}{x^2-3x-9}$, $\quad f(5) = 0$, $\quad f'(x) = \dfrac{7}{1} = 7$

5.) $s(t) = 8+3t+t^2-\dfrac{t^3}{3}$, $\quad v(t) = s'(t) = 3+2t-t^2$

(a) $v(t)=0 \Leftrightarrow 3+2t-t^2=0 \Leftrightarrow \cancel{t_1=-1}$, $t_2 = 3$ [s]

(b) $a(t) = v'(t) = 2-2t$, $\quad a(1/2) = 2-1 = 1$ [m/s²]

(c) $s(3) = 8+9+9-9 = 17$ [m]

6.) $f(x) = x\cdot e^{-x^2}$, $\quad f'(x) = e^{-x^2} + x\cdot e^{-x^2}\cdot(-2x) = e^{-x^2}\cdot(1-2x^2) = 0$

$D(f) = \mathbb{R}$

$2x^2 = 1$

$x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$D(f') = \mathbb{R}$

		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
f'	⊖		⊕		⊖
f	↘		↗		↘
		L.min.		L.max.	

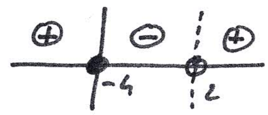
1.)
$$\begin{array}{llllll} 0 & 1 & & & & \\ 0 & 1 & -1 & & & \\ 1 & 2 & 1 & 2 & & \\ 2 & 5 & 3 & 1 & -1/2 & \\ 2 & 5 & 2 & -1 & -2/2 & -\frac{1/2}{2} = -\frac{1}{4} \end{array}$$

$$\Rightarrow H(x) = 1 - 1\cdot x + 2\cdot x^2 - \frac{1}{2}\cdot x^2\cdot(x-1) - \frac{1}{4}\cdot x^2\cdot(x-1)\cdot(x-2)$$

2.) $-1 \le \frac{x+3}{2} \le 1$ & $\frac{x+4}{x-2} \ge 0$

$-2 \le x+3 \le 2$

$-5 \le x \le -1$



$x \in (-\infty, -4] \cup (2, \infty)$

$\Rightarrow D(f) = [-5, -4]$

3.) (a) $l_1 \cdot \frac{\sqrt{\frac{9n+1}{n}}+3}{—''—} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{9n+1}{n}-9}{\sqrt{\frac{9n+1}{n}}+3}\cdot n\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{9+\frac{1}{n}}+3} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$

(b) $l_1 = \lim_{x\to\infty}\frac{3^x\cdot\left(\sqrt{x^5/3^{2x} + 4/3^{2x}} + 1 - x^2/3^x\right)}{3^x\cdot\left(\sqrt[3]{x^5/3^{3x} + 2/3^{3x}} - 3\right)} = -\frac{1}{3}$

(c) $l = |0^0| = \lim_{x\to 0^+} e^{x\cdot \ln x} = \left\|\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \overset{l'H}{=} \lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = -\lim_{x\to 0^+} x = 0\right\| = e^0 = 1$

4.) $f(x) = \sqrt[3]{x^2+10x+1}$, $f'(x) = \frac{2x+10}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+10x+1)^2}}$, $f(-1) = -2$, $f'(-1) = \frac{2}{3}$

5.) $Q(t) = 3t^2+2t+2$, $I(t) = Q'(t) = 6t+2$, $I(1) = 8$ [A]

$20 = 6t+2$

$t = 3$ [s]

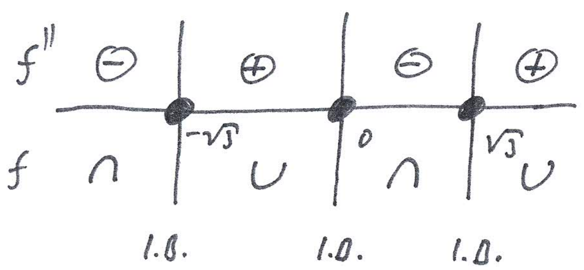
6.) $f(x) = x\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$, $f'(x) = (1-x^2)\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$, $f''(x) = (-2x)\cdot e^{-\frac{x^2}{2}} + (1-x^2)\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}\cdot(-x) =$

$D(f) = \mathbb{R}$

$= e^{-\frac{x^2}{2}}\cdot(x^3-3x) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\cdot(x^2-3) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0, \pm\sqrt{3}\}$

$D(f'') = \mathbb{R}$



1.)

-1	3			
0	1	-2		
1	0	-1	1/2	
2	1	1	2/2	$1/2 / 3 = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow L(x) = 3 - 2\cdot(x+1) + \frac{1}{2}\cdot(x+1)\cdot x + \frac{1}{6}\cdot(x+1)\cdot x\cdot(x-1)$$

$$L\left(\tfrac{1}{2}\right) = 3 - 2\cdot\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) =$$

$$= \frac{3}{8} - \frac{3}{48} = \frac{6-1}{16} = \underline{\underline{\frac{5}{16}}}$$

2.) $1 - x > 0$ & $2x + 21 > 0$ & $2x + 21 \neq 1$

$x < 1$ $\quad x > -\frac{21}{2}$ $\quad x \neq -10$

$$\Rightarrow D(f) = \left(-\tfrac{21}{2}, -10\right) \cup (-10, 1)$$

3.) (a) $\lim \cdot \dfrac{\sqrt{(n+3)\cdot(n-1)} + n}{\text{—}\;''\;\text{—}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)\cdot(n-1) - n^2}{\sqrt{(n+3)\cdot(n-1)} + n} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n - 3}{\sqrt{n^2+2n-3} + n} = \dfrac{2}{1+1} = 1$

(b) $\lim = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2\cdot\left(\sqrt[3]{1/x + 4/x^6} + 3^x/x^2 - 1\right)}{x^2\cdot\left(\sqrt[3]{1 + 2/x^6} - 3^{x+1}/x^2\right)} = \dfrac{-1}{1} = \underline{\underline{-1}}$

(c) $\lim = |0\cdot\infty| = \lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{e^{-1/x}}{1/x} = \left|\dfrac{\infty}{\infty}\right| \stackrel{LH}{=} \lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{e^{-1/x}\cdot\frac{1}{x^2}}{-\frac{1}{x^2}} = -\lim\limits_{x\to0^-} e^{-1/x} = |-e^{\infty}| = \underline{\underline{-\infty}}$

4.) $f(x) = \ln(x^3 + 2x^2 + 1)$, $\quad f'(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 + 1}$, $\quad f(-2) = \ln(1) = 0$, $\quad f'(-2) = \dfrac{4}{1} = 4$

5.) $s(t) = at^2 + bt + c$, $\quad v(t) = s'(t) = 2at + b$

$s(10) = 50 \Rightarrow 50 = 100a + 10b + c$, $\quad s(0) = 0 \Rightarrow 0 = 0a + 0b + c \Rightarrow c = 0$

$v(0) = 0 \Rightarrow 0 = 2\cdot a\cdot 0 + b \Rightarrow b = 0$

$\Rightarrow 50 = 100a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{s(t) = \frac{1}{2}t^2}$

$\Rightarrow v(t) = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot t = t \Rightarrow v(10) = 10 \ [m/s]$

6.) AS. BEZ SM.: $\underline{x = -1}$

$\lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{e^x}{x+1} = \left|\dfrac{1/e}{0^+}\right| = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{e^x}{x+1} = \left|\dfrac{1/e}{0^-}\right| = -\infty$

$\Rightarrow \underline{x = -1 \quad {}_{-}|^{+}}$

AS. SE SM.: $(y = ax + b)$

$\boxed{+\infty}$ $\quad a = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^x}{x^2+x} = \infty \Rightarrow$ NENÍ

$\boxed{-\infty}$ $\quad a = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{x^2+x} = \left|\dfrac{0}{\infty}\right| = 0$

$b = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x}{x+1} = \left|\dfrac{0}{-\infty}\right| = 0$

$\Rightarrow$ V $-\infty$ JE AS. $\boxed{y = 0}$

Ⓔ

1.)

$$\begin{array}{llllll}
-1 & 3 & & & & \\
0 & 1 & -2 & & & \\
1 & 0 & -1 & 1/2 = 1/2 & & \\
1 & 0 & -1 & 0/1 = 0 & -\frac{1}{2}/2 = -\frac{1}{4} & \\
2 & 1 & 1 & 2/1 = 2 & 2/2 = 1 & \frac{5}{4}/3 = 5/12 \\
2 & 1 & 2 & 1/1 = 1 & -1/1 = -1 & -2/2 = -1 \quad -\frac{17}{12}/3 = -\frac{17}{36}
\end{array}$$

$$\Rightarrow H(x) = 3 - 2\cdot(x+1) + \frac{1}{2}\cdot(x+1)\cdot x - \frac{1}{4}\cdot(x+1)\cdot x\cdot(x-1) + \frac{5}{12}\cdot(x+1)\cdot x\cdot(x-1)^2 +$$

$$- \frac{17}{36}\cdot(x+1)\cdot x\cdot(x-1)^2\cdot(x-2)$$

2.) $x \in [-1, 1]$ & $2x^2+3x-2 \neq 0$ & $x+1 > 0$ & $x+1 \neq 1$

$x \neq \frac{1}{2},\ x \neq -2$ $\qquad x > -1$ $\qquad x \neq 0$

$$\Rightarrow D(f) = (-1, 0) \cup (0, \tfrac{1}{2}) \cup (\tfrac{1}{2}, 1]$$

3.) (a) $L \cdot \frac{2+\sqrt{4-\frac{5}{n}}}{\text{— " —}} = \lim\limits_{n\to\infty} n\cdot\frac{4-4+\frac{5}{n}}{2+\sqrt{4-\frac{5}{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{5}{2+\sqrt{4-\frac{5}{n}}} = \frac{5}{2+2} = \underline{\underline{\frac{5}{4}}}$

(b)

$$L = \lim_{x\to\infty} \frac{x\cdot\left(\sqrt{4+3/x^2} + \sqrt{5/x}\right)}{x\cdot\left(\sqrt[4]{2/x + 3/x^3} - 7\right)} = \frac{\sqrt{4}}{-7} = \underline{\underline{-\frac{2}{7}}}$$

(c) $L = |0\cdot\infty| = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}}{1/x} = \left|\frac{\infty}{\infty}\right| \overset{L'H}{=} \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{e^{1/x}\cdot(-1/x^2)}{-1/x^2} = \lim\limits_{x\to 0^+} e^{1/x} = \underline{\underline{\infty}}$

4.) $f(x) = \sqrt[3]{x^2+3x-2}$, $\quad f'(x) = \frac{2x+3}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+3x-2)^2}}$, $\quad f(2) = 2$, $\quad f'(2) = \frac{7}{6}$

5.) $s(t) = v_0\cdot t - \frac{1}{2}at^2 = 90\cdot t - \frac{1}{2}at^2$

$v(t) = s'(t) = 90 - a\cdot t = 0 \Leftrightarrow a = \frac{90}{t} \quad \Rightarrow \quad s(t) = 90\cdot t - 45\cdot t = 45\cdot t$

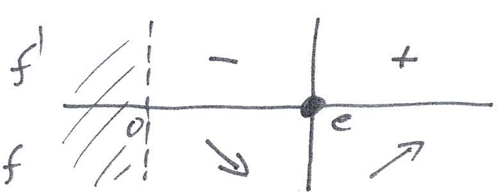
(a) $1 = 45\cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{45}\,[h]$ $(= 80\,s)$ $\qquad 1/120\ h = 30\,s$

(b) $a = \frac{90}{\frac{1}{45}} = 90\cdot 45$ $\quad$, $v(t) = 90 - at \Rightarrow v(\tfrac{1}{120}) = 90 - 90\cdot 45\cdot\frac{1}{120} =$

$= 90 - \frac{3\cdot 45}{4} = \frac{360-135}{4} = \frac{225}{4}\,[km/h]$

6.) $D(f) = (0, \infty)$, $\quad f'(x) = \left(\frac{1}{x}\cdot\ln\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}\cdot\ln\frac{1}{x} - \frac{1}{x}\cdot x\cdot\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}\cdot\left(\ln\frac{1}{x} + 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \ln\frac{1}{x} = -1 \Leftrightarrow x^{-1} = \frac{1}{e} \Leftrightarrow x = e$, $\quad D(f') = (0, \infty)$



L. min.