1. vnitrosemestrální písemná práce — JS 2017, MB102, sk. A

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1
$f'(x)$	5	0	–	–

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2-3x}{\sqrt{5-2x}} + \ln^{-2}(2x+3).$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} (\sqrt{4n^2-5} - 2n), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} (1-\sin x)\operatorname{tg} x.$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \sqrt{2-5x^3}$ a bod $x_0 = -1$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Kámen vyhozen z výšky $h = 10\,m$ kolmo vzhůru má počáteční rychlost $v_0 = 20\,m/s$. Určete:

(a) Jakou rychlost bude mít kámen v čase $t = 1{,}5\,s$?
(b) Za jaký čas dosáhne maximální výšky?
(c) Jaké výšky dosáhne?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, gravitační zrychlení uvažujte $g = 10\,m/s^2$.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln x}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2017, MB102, sk. B

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	2	3
$f(x)$	5	10	2	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = -1/2$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln(x^2 + 4x - 5) + \frac{2x^2}{\sqrt{2x+6}}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty}(3n - \sqrt{9n^2 - 3}), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{x^3 + \sqrt[3]{x^{12} + x^5} - \sqrt{x}}{\sqrt{x + 3x^8} - x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right).$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \ln(x^2 - 3x - 9)$ a bod $x_0 = 5$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Těleso se pohybuje po dráze $s = 8 + 3t + t^2 - \frac{t^3}{3}$ (v metrech). Určete:

(a) Za jaký čas zastaví?
(b) Jaké bude jeho zrychlení v čase $t = 0{,}5\,s$?
(c) Jakou dráhu těleso urazí od času $t = 0$ do zastavení?

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly monotonie a lokální extrémy funkce

$$f(x) = \frac{x}{\mathrm{e}^{x^2}}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2017, MB102, sk. C

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	0	1	2
$f(x)$	1	2	5
$f'(x)$	-1	–	2

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \arcsin \frac{x+3}{2} + \sqrt{\frac{x+4}{x-2}}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{5n-7} - \sqrt{7n-5}\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^5+4} + 3^x - x^2}{\sqrt[3]{x^5+2} - 3^{x+1}}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0^+} x^x.$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2+10x+1}$ a bod $x_0 = -1$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Množství elektrického náboje Q, který prochází vodičem, se mění s časem podle vztahu $Q = 3t^2 + 2t + 2$ (jednotky coulomb C a sekunda s).

(a) Jaká bude okamžitá hodnota proudu I (jednotky amper A) v čase $t = 1\,s$?

(b) Kdy bude hodnota proudu $I = 20\,A$?

(Nápověda: Proud je změna náboje v čase.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly konvexnosti a konkávnosti a najděte inflexní body funkce

$$f(x) = \frac{x}{\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}}, \qquad f'(x) = \frac{1-x^2}{\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2017, MB102, sk. D

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ Příklad 1 [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou.

x	-1	0	1	2
$f(x)$	3	1	0	1

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = 1/2$.

▶ Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x-1}{\sqrt{1-x}} + \ln^{-2}(2x+21).$$

▶ Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$(a)\ \lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{(n+3)(n-1)} - n\right)$, $(b)\ \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{3x}}{\sqrt{5x+\sqrt{7x+\sqrt{8x}}}}$, $(c)\ \lim\limits_{x\to 0^+} (\operatorname{cotg} x)^{\sin x}$.

▶ Příklad 4 [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \ln(x^3 + 2x^2 + 1)$ a bod $x_0 = -2$. Jaká je funkční hodnota a hodnota první derivace funkce f v bodě x_0?

▶ Příklad 5 [2 b.]: Těleso sjede po nakloněné rovině dlouhé $50\,m$ za $10\,s$. Jaká je jeho konečná rychlost, pokud předpokládáme, že dráha je kvadratická funkce času a že počáteční rychlost je nulová?
(Nápověda: Dráhu uvažujte jako $s = at^2 + bt + c$ s neurčitými koeficienty $a, b, c \in \mathbb{R}$.)

▶ Příklad 6 [2 b.]: Určete všechny asymptoty funkce

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x+1}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Výsledky

1) A: $\frac{1}{2}(-x^5+5x^4-x^3-14x+20)$
   B: $x^3-4x^2+10,\ \frac{71}{8}$
   C: $\frac{1}{4}(-x^4+x^3+8x^2-4x+4)$
   D: $\frac{1}{6}(x^3+3x^2-10x+6),\ \frac{5}{16}$

2) A: $(-3/2,-1)\cup(-1,5/2)$
   B: $(1,\infty)$
   C: $[-5,-4]$
   D: $(-21/2,-10)\cup(-10,1)$

3) A: $(a)\ 0, (b)\ -1, (c)\ 0$
   B: $(a)\ 0, (b)\ 1/\sqrt{3}, (c)\ 0$
   C: $(a)\ -\infty, (b)\ -1/3, (c)\ 1$
   D: $(a)\ 1, (b)\ \sqrt{3/5}, (c)\ 1$

4) A: $f'(x)=\frac{-15x^2}{2\sqrt{2-5x^3}}, f(-1)=\sqrt{7}, f'(-1)=\frac{-15}{2\sqrt{7}}$
   B: $f'(x)=\frac{2x-3}{x^2-3x-9}, f(5)=0, f'(5)=7$
   C: $f'(x)=\frac{2x+10}{3\sqrt[3]{(x^2+10x+1)^2}}, f(-1)=-2, f'(-1)=\frac{2}{3}$
   D: $f'(x)=\frac{3x^2+4x}{x^3+2x^2+1}, f(-2)=0, f'(-2)=4$

5) A: $(a)\ 5, (b)\ 2, (c)\ 30$
   B: $(a)\ 3, (b)\ 1, (c)\ 9$
   C: $(a)\ 8, (b)\ 3$
   D: $10, (s(t)=t^2/2)$

6) A: $\nearrow$ pro $x\in(\sqrt{\mathrm{e}},\infty)$, $\searrow$ pro $x\in(0,1)\cup(1,\sqrt{\mathrm{e}}]$,
   lok. min. v $x=\sqrt{\mathrm{e}}$
   B: $\nearrow$ pro $x\in[-1/\sqrt{2},1/\sqrt{2}]$, $\searrow$ pro $x\in(-\infty,-1/\sqrt{2}]\cup[1/\sqrt{2},\infty)$,
   lok. min. v $x=-1/\sqrt{2}$, lok. max. v $x=1/\sqrt{2}$
   C: $\bigcup$ pro $x\in[-\sqrt{3},0]\cup[\sqrt{3},\infty)$, $\bigcap$ pro $x\in(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[0,\sqrt{3}]$,
   infl. body v $x\in\{0,\pm\sqrt{3}\}$
   D: bez sm. $x=-1$ $({}_{-}|^{+})$,
   se sm. v $+\infty$ není, v $-\infty$ je $y=0$