1. vnitrosemestrální písemná práce — JS 2018, MB102, sk. A

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	4	2	2	32
$f'(x)$	-9	–	-1	–

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = 1$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\sqrt{5-4x-x^2}}{\operatorname{arccotg}(2x+1)} - \ln^{-3}(2x+6).$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2-5}-2n\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(1-\sin x)\operatorname{tg} x.$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \sqrt{2-5x^3}$ a bod $x_0 = -1$. Najděte rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě x_0.

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Kámen vyhozen z výšky $h = 10\,m$ kolmo vzhůru má počáteční rychlost $v_0 = 20\,m/s$. Určete:

(a) Jakou rychlost bude mít kámen v čase $t = 1{,}5\,s$?
(b) Za jaký čas dosáhne maximální výšky?
(c) Jaké výšky dosáhne?

(Nápověda: Dráhu popisuje vztah $s = h + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, gravitační zrychlení uvažujte $g = 10\,m/s^2$.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly kde je funkce

$$f(x) = \frac{175}{144}(2x-3)^{9/5} - \frac{7}{2}x^2 + 2x - 5, \qquad f'(x) = \frac{35}{8}(2x-3)^{4/5} - 7x + 2,$$

konvexní, kde je konkávní a najděte inflexní body a jejich hodnoty.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce — JS 2018, MB102, sk. B

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ Příklad 1 [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	-1	1	11
$f'(x)$	-5	–	–	22

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = \frac{1}{2}$.

▶ Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \sqrt{5-2x} - 4 \operatorname{arctg} \frac{x^3+2}{\ln(2x+3)}.$$

▶ Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} (3n - \sqrt{9n^2-3}), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + \sqrt[3]{x^{12}+x^5} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+3x^8} - x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right).$$

▶ Příklad 4 [1 b.]: Je dána funkce $f(x) = \ln(x^2 - 3x - 9)$ a bod $x_0 = 5$. Najděte rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě x_0.

▶ Příklad 5 [2 b.]: Těleso se pohybuje po dráze $s = 8 + 3t + t^2 - \frac{t^3}{3}$ (v metrech). Určete:

(a) Za jaký čas zastaví?
(b) Jaké bude jeho zrychlení v čase $t = 0{,}5\ s$?
(c) Jakou dráhu těleso urazí od času $t = 0$ do zastavení?

▶ Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly kde je funkce

$$f(x) = x^2 + 2x - \frac{9}{5}(x+1)^{5/3}, \qquad f'(x) = 2x + 2 - 3\sqrt[3]{(x+1)^2},$$

konvexní, kde je konkávní a najděte inflexní body a jejich hodnoty.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce — JS 2018, MB102, sk. C

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-2	0	1	2
$f(x)$	28	2	1	8
$f'(x)$	–	-1	0	–

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = -1$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \arccos\frac{3-x}{7} - \mathrm{e}^{2x}\sqrt{\frac{2x-13}{x-5}}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{5n-7} - \sqrt{7n-5}\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^5+4}+3^x-x^2}{\sqrt[3]{x^5+2}-3^{x+1}}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 0^+} x^x.$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Je dána funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2+10x+1}$ a bod $x_0 = -1$. Najděte rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě x_0.

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Množství elektrického náboje Q, který prochází vodičem, se mění s časem podle vztahu $Q = 3t^2 + 2t + 2$ (jednotky coulomb C a sekunda s).

(a) Jaká bude okamžitá hodnota proudu I (jednotky amper A) v čase $t = 1\,s$?
(b) Kdy bude hodnota proudu $I = 20\,A$?

(Nápověda: Proud je změna náboje v čase.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly monotonie a najděte lokální extrémy a jejich hodnoty pro funkci

$$f(x) = 2(x+1) - 3\sqrt[3]{(x+1)^2}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce JS 2018, MB102, sk. D

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]`: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-2	-1	0	2
$f(x)$	-1	-1	1	35
$f'(x)$	–	3	1	–

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = 1$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]`: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\arccos \frac{x-1}{4}}{(x^2 - 3x + 2)\ln(x+1)}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]`: Určete limity

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{(n+3)(n-1)} - n)$, (b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{3x}}{\sqrt{5x + \sqrt{7x + \sqrt{8x}}}}$, (c) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\operatorname{cotg} x)^{\sin x}$.

▶ `Příklad 4 [1 b.]`: Je dána funkce $f(x) = \ln(x^3 + 2x^2 + 1)$ a bod $x_0 = -2$. Najděte rovnici tečny ke grafu funkce f v bodě x_0.

▶ `Příklad 5 [2 b.]`: Těleso sjede po nakloněné rovině dlouhé $50\,m$ za $10\,s$. Jaká je jeho konečná rychlost, pokud předpokládáme, že dráha je kvadratická funkce času a že počáteční rychlost je nulová?
(Nápověda: Dráhu uvažujte jako $s = at^2 + bt + c$ s neurčitými koeficienty $a, b, c \in \mathbb{R}$.)

▶ `Příklad 6 [2 b.]`: Určete intervaly monotonie a najděte lokální extrémy a jejich hodnoty pro funkci

$$f(x) = \frac{35}{8}(2x-3)^{4/5} - 7x + 2.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Výsledky

1) A: $P(x) = x^4 + 2x^3 - x + 2, P(1) = 4, P'(1) = 9$
   B: $P(x) = x^4 - x^3 + 2x - 1, P(1/2) = -1/16, P'(1/2) = 7/4$
   C: $P(x) = x^4 - x^3 - x + 2, P(-1) = 5, P'(-1) = -8$
   D: $P(x) = x^4 + 2x^3 + x + 1, P(1) = 5, P'(1) = 11$

2) A: $(-3, -5/2) \cup (-5/2, 1]$
   B: $(-3/2, -1) \cup (-1, 5/2]$
   C: $[-4, 5) \cup [13/2, 10]$
   D: $(-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 5]$

3) A: $(a)\ 0, (b)\ -1, (c)\ 0$
   B: $(a)\ 0, (b)\ 1/\sqrt{3}, (c)\ 0$
   C: $(a)\ -\infty, (b)\ -1/3, (c)\ 1$
   D: $(a)\ 1, (b)\ \sqrt{3/5}, (c)\ 1$

4) A: $t : y - \sqrt{7} = \frac{-15}{2\sqrt{7}}(x + 1)$
   B: $t : y - 0 = 7(x - 5)$
   C: $t : y + 2 = \frac{2}{3}(x + 1)$
   D: $t : y - 0 = 4(x + 2)$

5) A: $(a)\ 5, (b)\ 2, (c)\ 30$
   B: $(a)\ 3, (b)\ 1, (c)\ 9$
   C: $(a)\ 8, (b)\ 3$
   D: $10, (s(t) = t^2/2)$

6) A: $\bigcup$ pro $x \in [3/2, 2]$, $\bigcap$ pro $x \in (-\infty, 3/2] \cup [2, \infty)$,
   infl. body $[3/2, -79/8], [2, -1985/144]$
   B: $\bigcup$ pro $x \in (-\infty, -1] \cup [0, \infty)$, $\bigcap$ pro $x \in [-1, 0]$,
   infl. body $[-1, -1], [0, -9/5]$
   C: $\nearrow$ pro $x \in (-\infty, -1] \cup [0, \infty)$, $\searrow$ pro $x \in [-1, 0]$,
   lok. min. $[0, -1]$, lok. max. $[-1, 0]$
   D: $\nearrow$ pro $x \in [3/2, 2]$, $\searrow$ pro $x(-\infty, 3/2] \cup [2, \infty)$,
   lok. min. $[3/2, -17/2]$, lok. max. $[2, -61/8]$