

Písemka IB015

20.10.2006

Jméno a příjmení:

UČO:

1

Mějme deklarace funkcí f, g, h, i $f :: (a \rightarrow b) \rightarrow (c \rightarrow d) \rightarrow (b \rightarrow d \rightarrow e) \rightarrow [a] \rightarrow [c] \rightarrow [e]$ $g :: \text{Char} \rightarrow \text{Char}, h :: a \rightarrow a, i :: a \rightarrow \text{Int} \rightarrow [a]$ Jaký je typ částečné aplikace $f \ g \ h \ i$?

- (A) $f \ g \ h \ i :: [\text{Int}] \rightarrow [\text{Char}]$
- (B) $f \ g \ h \ i :: [\text{Char}] \rightarrow [a] \rightarrow [[\text{Int}]]$
- (C) $f \ g \ h \ i :: [\text{Char}] \rightarrow [\text{Int}] \rightarrow [[\text{Char}]]$
- (D) $f \ g \ h \ i :: [\text{Int}] \rightarrow [\text{Int}] \rightarrow [\text{Char}]$
- (E) žádná z odpovědí není správná

Odpověď:

2

Definujte funkci $\text{shuffle} :: [a] \rightarrow [\text{Int}] \rightarrow \text{Int} \rightarrow [a]$, která funguje následovně: $\text{shuffle } ['a'.. 'z'] \ [7,0,18,10,4,11,11] \ 25 \rightsquigarrow \text{"haskellhaskellhaskellhask"}$

Tedy aplikace funkce $\text{shuffle } s \ i \ n$ opakuje n -krát po sobě prvky ze seznamu s , kde pořadí těchto prvků je dáno indexy ze seznamu i , které se cyklicky opakují (pro $n=5$ a $s=[1,2,3]$ budou indexy $[1,2,3,1,2]$).

Užitečné funkce:

- $\text{cycle} :: [a] \rightarrow [a]$, příklad: $\text{cycle } [1,2,3] \rightsquigarrow [1,2,3,1,2,3,\dots]$
- $\text{take} :: \text{Int} \rightarrow [a] \rightarrow [a]$, příklad: $\text{take } 4 \ [1..10] \rightsquigarrow [1,2,3,4]$
- $(!!) :: [a] \rightarrow \text{Int} \rightarrow a$, příklad: $(!!) \ [1,2,3] \ 0 \rightsquigarrow 1, (!!) \ [1,2,3] \ 2 \rightsquigarrow 3$
- $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$, příklad: $\text{map } (\lambda n \rightarrow \text{"abc"} \ !! \ n) \ [2,1,0] \rightsquigarrow \text{"cba"}$

Řešení pište na druhou stranu papíru.

3

Mějme definovanou funkci

 $f :: \text{Int} \rightarrow \text{Int}$ $f \ 0 = 0$ $f \ n = f \ (n - 1) + 3 * n^2 - 3 * n + 1$ Dokažte, že pro každé $n \geq 0$ platí

$$f \ n \rightsquigarrow n^3$$

(Napište, přes co se vede indukce, formulujte přesně indukční předpoklad. Platí, že $(n+1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1$.)

1. C.

Typ $f\ g$ je $(c \rightarrow d) \rightarrow (\text{Char} \rightarrow d \rightarrow e) \rightarrow [\text{Char}] \rightarrow [c] \rightarrow [e]$. Dále typ $f\ g\ h$ je $(\text{Char} \rightarrow a' \rightarrow e) \rightarrow [\text{Char}] \rightarrow [a'] \rightarrow [e]$. A nakonec typ $f\ g\ h\ i$ je $[\text{Char}] \rightarrow [\text{Int}] \rightarrow [[\text{Char}]]$

2. Jedno z možných řešení je

```
shuffle s i n = take n (map (\t -> s !! t) (cycle i))
```

3. Indukční báze: Pro $n = 0$ platí $f\ 0 \rightsquigarrow 0$.

Indukční krok: Pro $k = n + 1$ máme $f\ k = f\ (k - 1) + 3*k^2 - 3*k + 1$, tedy $f\ (n+1) = f\ n + 3*(n+1)^2 - 3*(n+1) + 1$. Z indukčního předpokladu platí, že $f\ n \rightsquigarrow n^3$. Dostaneme tedy $f\ k \rightsquigarrow n^3 + 3(n+1)^2 - 3(n+1) + 1 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n+1)^3 = k^3$.