

Jméno:

Místnost:

1. vnitrosemestrální písemka

2222

list

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0123456789

V grupě permutací S_9 jsou dány permutace s, t .

Příklad 1
15 bodů

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 5 & 6 & 4 & 1 & 8 & 2 & 3 & 9 \end{pmatrix}, t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 1 & 3 & 8 & 4 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

1. Napište permutace s, t jako součin nezávislých cyklů.
2. Vypočítejte $(t^{215} \circ s^{-15})^{2013}$.
3. Rozložte permutaci t na součin transpozic.
4. Určete počet inverzí permutace s .
5. Určete řád permutace t .
6. Určete všechny permutace $x \in S_9$ takové, že $x \circ t = s$.

Jméno:

Místnost:

1. vnitrosemestrální písemka

2222

list

2

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Nechť G je komutativní grupa s neutrálním prvkem e_G . Položme

Příklad 2
10 bodů

$$H = \{a \in G \mid a^3 = e_G\}.$$

1. Dokažte, že H je podgrupa grupy G . Zdůvodněte, kde jste ve svém důkazu využili faktu, že G je komutativní.
2. Položme $G = (\mathbb{Z}_{14}^\times, \cdot)$, tj. Pro tuto grupu určete výčtem prvků podgrupu H .

Jméno:

Místnost:

1. vnitrosemestrální písemka

2222

list

3

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Určete $[49]_{1000}^{-1}$ v grupě $(\mathbb{Z}_{1000}^{\times}, \cdot)$

Příklad 3
10 bodů

Jméno:

Místnost:

1. vnitrosemestrální písemka

2222

list

4

učo

body

Oblast strojově snímatelných informací. Své UČO vyplňte zleva dle přiloženého vzoru číslic. Jinak do této oblasti nezasahujte.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Příklad 4

15 bodů

1. Uveďte příklad nenulových celých čísel a, b tak, aby kongruence

$$ax \equiv b \pmod{45}$$

neměla žádné řešení v oboru celých čísel.

2. Uveďte příklad pologrupy, která nebude obsahovat neutrální prvek, případně dokažte neexistenci.

3. Určete zbytek po dělení čísla $5^{123456789}$ číslem 16.

4. Uveďte příklad grupy, která má právě tři různé podgrupy, případně dokažte neexistenci.

5. Uveďte příklad komutativní grupy a její nekomutativní podgrupy, případně dokažte neexistenci.