

2. vnitrosemestrální písemka – MB103 – podzim 2019 – 28. 11.

SKUPINA — D

Na řešení je 60 minut. Pište jen na přední strany listů. (Zadní strany nebudou opraveny ani skenovány.)

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovozeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (3.5 bodu) Podmnožina $M \subseteq \mathbb{R}^3$,

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, z \geq -2, z \leq -\frac{1}{2}(x^2 + y^2)\},$$

je rotační oblast (tento fakt nedokazujte).

- Určete osu rotace a načrtněte průnik množiny M s rovinou $y = 0$.
- Určete objem oblasti M .

2. (4.5 bodu)

- Popište všechna řešení diferenciální rovnice $y'' + 2y' - 8y = 0$.
- Najděte obecné řešení diferenciální rovnice $y'' + 2y' - 8y = 16(x + 1)^2$.
- Určete řešení rovnice $y'' + 2y' - 8y = 16(x + 1)^2$ splňující počáteční podmínky $y(0) = -\frac{11}{4}$ a $y'(0) = -3$.

3. (2 body) Studenti tří oborů (matematiky, fyziky a informatiky) jsou rozmístěni v učebnách A, B a C následovně:

- v učebně A jsou dva studenti matematiky, dva studenti fyziky a dva studenti informatiky,
- v učebně B je jeden student matematiky, dva studenti fyziky a dva studenti informatiky,
- v učebně C jsou tři studenti matematiky, jeden student fyziky a jeden student informatiky.

Náhodně vybereme jednu z těchto učeben a z ní tři studenty (bez vracení). Určete pravděpodobnost, že byla vybrána učebna B, jestliže tři vybraní studenti byli z různých oborů.