

# I1 Množiny a relace

(zobrazení, funkce, rozklady a ekvivalence)

## Množiny

- **množina** je soubor prvků a je jimi plně určena (konečnou mnu můžeme určit výčtem prvků, nekonečnou musíme jinak, např. prvky patří do mny, pokud vyhovují stanovené podmínce)
- nejsou uspořádané
- prvky v nich se nemohou opakovat
- pojmy: podmnožina, vlastní podmnožina, sjednocení, průnik, rozdíl, doplněk, (kartézský) součin, potenční množina (=mna všech podmnožin,  $|2^A| = 2^{|A|}$ )

## Relace

- **relace** je podmna kartézského součinu
- může být n-ární
- **složení relací**
  - má smysl pouze u binárních
  - $R \subseteq A \times B, S \subseteq B \times C, S \circ R \subseteq A \times C$
- vlastnosti binárních relací
  - **reflexivní** = vždy (a, a)
  - **symetrická** = pokud (a, b), pak taky (b, a)
  - **antisymetrická** = pokud náleží (a, b) a (a  $\neq$  b), pak nenáleží (b, a)
  - **tranzitivní** = pokud (a, b) a (b, c), pak taky (a, c)
  - ekvivalence = ref, sym, tranz
  - (částečné) uspořádání = ref, antisym, tranz
  - kvaziuspořádání/předuspořádání = ref, tranz

## Funkce a zobrazení

- **funkce = zobrazení** (termín funkce se více používá v matematice, obzvlášť pro zobrazení do číselných mn)
- **zobrazení** je relace (omezená dalšími podmínkami)
- zobrazení přiřazuje prvkům z jedné množiny prvky z druhé množiny
- **totální fce** z A do B = pro každé a existuje právě jedno b

- **parciální fce** z  $A$  do  $B$  = pro každé  $a$  existuje nejvýše jedno  $b$
- vlastnosti
  - **injektivní** (prostá) = pro každé  $b$  existuje nejvýše jedno  $a$ 
    - takovou funkci lze invertovat
  - **surjektivní** (na) = pro každé  $b$  existuje alespoň jedno  $a$  (pokrývá celou cílovou mn)
  - **bijektivní** = injektivní a surjektivní
    - takovou funkci lze použít jako jednoznačný převod mezi dvěma mnami

## Rozklady a ekvivalence

- **rozklad** na  $M$  je množina podmnožin  $M$  taková, že
  - neobsahuje prázdnou mnu
  - množiny v ní obsažené nemají vzájemný průnik
  - sjednocení všech obsažených mn dá množinu  $M$
- každá ekvivalence definuje rozklad a naopak
- značíme  $R_N = M/R$

## I2 Elementární kombinatorika

(variace, kombinace a permutace)

### Variace

- uspořádané k-tice z n prvků
- buď při výběru prvku odebíráme ze zdrojové množiny (bez opak.), nebo ne (s opak.)
- **bez opak**  $V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!}$
- **s opak**  $V'_k(n) = n^k$

### Permutace

- permutace (bez opak) na množině je skupina všech jejích prvků, uspořádaná v určitém pořadí
  - je to speciální případ variace bez opak., kdy vybereme všechny prvky
- permutace s opak. = máme podskupiny prvků, které jsou od sebe navzájem nerozlišitelné
- **bez opak**  $P(n) = n!$
- **s opak**  $P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$
- **grupa permutací**
  - množina všech permutací na nějaké množině spolu s operací skládání tvoří nekomutativní grupu
  - zápis permutace tabulkou o dvou řádcích, nebo jako složení cyklů a/nebo transpozic (transpozice = cyklus délky 2)
  - permutace **sudá** = sudý počet transpozic, **lichá** analogicky
  - **skládání permutací** (jako skládání relací, operátorem „po“)
  - $k = \text{řád permutace}$ , kdy  $f^k = \text{identická permutace}$
  - **samodružný** prvek se zobrazí na sebe
  - **inverzní** permutace přehozením řádků tabulky
  - grupoid (uzav), pologrupa (+ asoc), monoid (+ neutr), grupa (+ inv)

### Kombinace

- neuspořádané k-tice z n prvků

- **bez opak**  $C_k(n) = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = \binom{n}{k}$
- **s opak**  $C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$
- **kombinační číslo**  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- **pascalův trojúhelník**
- **binomická věta** sloužící k výpočtu  $(x+y)^n$

# I3 Uspořádání

(relace uspořádání, uspořádané množiny a svazy, číselné obory)

## Relace uspořádání

- **uspořádání** = reflexivní, antisymetrická, tranzitivní
- **předuspořádání** (kvazi-, polo-) = reflexivní, tranzitivní

## Uspořádané množiny

- **uspořádaná množina** je dvojice (mna, relace usp.)
- uspořádaná mna se nazývá **řetězec** (= **lineárně uspořádaná** mna), když jsou každé dva prvky srovnatelné (na hasseovském diagramu skutečně vypadá jako řetězec)
- typy uspořádání
  - **po bodech** = klasicky dva prvky mezi sebou
  - **po složkách** = na součinu množin, prvek je menší nebo roven, pokud jeho první i druhá složka jsou menší nebo rovny
  - **lexikografické** = na součinu množin, větší váhu má první množina, pokud jsou prvky stejné, pak se postupuje na další množinu
- pojmy
  - **nejmenší** prvek = je menší nebo roven než každý prvek množiny = jediný a zároveň minimální (analogicky **největší**)
  - **minimální** prvek = neexistuje žádný menší prvek (analogicky **maximální**)
  - **dolní závora** podmnožiny = je menší nebo rovna než každý prvek podmnožiny (analogicky **horní závora**)
  - **infimum** podmnožiny = je největší dolní závora podmnožiny
- **hasseovský diagram**

## Svazy

- **svaz** = uspořádaná mna, jejíž libovolná *dvoupvková* podmna má supremum a infimum
- svazové operace  $\wedge$  (vybírání infimum ze dvou prvků),  $\vee$  (vybírání supremum ze dvou prvků), svaz značíme (A,  $\wedge$ ,  $\vee$ )
- **podsvaz** = taková podmnožina svazu, která je také uzavřená na svazové operace  $\wedge$ ,  $\vee$
- **úplný svaz** = libovolná podmna má supremum a infimum
- postřehy

- pokud je mna konečná a neprázdná, pojmy svaz a úplný svaz splývají
- každý úplný svaz má nejmenší a největší prvek
- každá lineárně uspořádaná mna je svaz (např.  $(\mathbb{N}, \leq)$  - je svaz, ale není úplný, neexistuje  $\sup \mathbb{N}$ )

## Číselné obory

- **přirozená čísla**

- definice pomocí množin  $0 = \{\}, 1 = \{\{\}\}, 2 = \{\{\}, \{\{\}\}\}, 3 = \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}$

- **celá čísla**

- definujeme relaci  $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a + d = c + b$
- $0 = [(0, 0)] = [(1, 1)] = \dots$
- $1 = [(1, 0)] = [(2, 1)] = \dots$
- $-1 = [(0, 1)] = [(1, 2)] = \dots$

- **racionální čísla**

- definujeme relaci  $(a, b)$  tak, že značí zlomek  $a/b$
- $(1, 1) = 1, (1, 2) = \frac{1}{2}$

- **reálná čísla**

- složité, je nutné definovat uspořádání na  $\mathbb{Z}$  a  $\mathbb{Q}$  a pak využít řezů  $\mathbb{Q}$

- **komplexní čísla**

- mna dvojic reálných čísel
- číslo  $(0, 1)$  označíme  $i, i^2 = -1$
- sčítání po složkách, násobení normálně roznásobit jako kdyby  $i$  byla proměnná
- tvar  $z = a + bi$  ( $a$  = reálná část,  $b$  = imaginární část)

## I4 Pravděpodobnost a statistika

(klasická a podmíněná pravděpodobnost, distribuční funkce a rozdělení náhodných veličin, výpočet střední hodnoty, rozptylu a kovariance)

### Základy

- **pravděpodobnost** = číslo  $<0; 1>$ , které je mírou očekávanosti výskytu jevu
- **statistika** = zpracování číselných dat o nějakém souboru objektů
- **$\Omega$  = základní prostor**, množina všech možných výsledků, její prvky  $\omega$  představují jednotlivé možné výsledky, **elementární jevy**
- **$\Delta$  = jevové pole**, systém podmnožin základního prostoru uzavřený na průnik, sjednocení a rozdíl
- jednotlivé množiny  $A \in \Delta$  nazýváme **náhodné jevy**
- pojmy: jistý jev, nemožný jev, společné nastoupení jevů, nastoupení alespoň jednoho z jevů, neslučitelné jevy, jev A má za důsledek jev B, opačný jev
- **pravděpodobnostní fce**  $P(A)$  ... pravděpodobnost jevu A
  - nezáporná, pro neslučitelné jevy se dá sčítat, pst jistého jevu je 1, pst opačného jevu je  $1 - P(A)$

### Klasická pravděpodobnost

- je **pravděpodobnostní prostor**  $(\Omega, \Delta, P)$  s pravděpodobnostní fcí  $P: \Delta \rightarrow \mathbb{R}$
- $$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$
- pozn. **geometrická pst** 
$$P(A) = \frac{\text{vol } A}{\text{vol } \Omega}$$

### Podmíněná pravděpodobnost

- pst jevu za určité podmínky
- $$P(A|H) = \frac{P(A \cap H)}{P(H)}$$
- **Bayesův vzorec** 
$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$
  - využíváme, pokud chceme  $P(A|B)$  a známe  $P(B|A)$

## Distribuční funkce a rozdělení náhodných veličin

- **náhodná veličina** = proměnná, jejíž hodnota je určena výsledkem náhodného pokusu
  - jednoznačně určena rozdělením pravděpodobnosti, ale to je často nepřehledné, tak se charakterizuje veličinami jako střední hodnota, rozptyl, medián...
  - **spojitá** nebo **diskrétní**, pak má taky spojitou (resp. diskrétní) hustotu a distribuční fci
- **hustota pravděpodobnosti  $f(x)$**  = fce, která přiřazuje pravděpodobnost elementárním jevům
- **distribuční fce  $F(x) = P(X \leq x)$** 
  - diskrétní  $F(t) = \sum_{x_i \leq t} f(x_i)$
  - spojitá  $F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$
- **rozdělení náhodných veličin**
  - diskrétní
    - degenerované = jistý jeden výsledek
    - alternativní = pouze dva možné výsledky (např. hod korunou)
    - binomické = diskrétní Gaussova křivka
    - Poissonovo = aproximuje binomická rozložení
  - spojitá
    - rovnoměrné = všechny jevy stejná pst
    - exponenciální = exponenciálně klesá
    - normální (Gaussovo) = jako binomické pro velké n

## Výpočet střední hodnoty, rozptylu a kovariance (náhodné veličiny)

- **střední hodnota**  $EX = \sum_i x_i \cdot f(x_i)$      $EX = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$
- **rozptyl**  $DX = E((X - EX)^2)$  ... **směrodatná odchylka** = odmocnina z rozptylu
- **kovariance** = síla lineární závislosti dvou n.v.:  $cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
- **medián** = dělí n.v. na dvě stejně pravděpodobné poloviny
- **modus** = elementární jev s největší pravděpodobností



# I5 Výroková logika

(syntax, sémantika, odvozovací systém výrokové logiky, důkazy ve výrokové logice, pravdivost a dokazatelnost logických formulí, rezoluce)

## Obecně, syntax, sémantika

- **logika** se zabývá správností usuzování; předpoklady  $\rightarrow$  závěr
  - **neformální** (selský rozum)
  - **formální**
    - **dvouhodnotová** vs. **vícehodnotová**
    - **extenzionální** vs. **intenzionální**
    - **klasická logika** = dvouhodnotová extenzionální
      - **výroková** = logické spojky *a*, *nebo*, *pak*, ...
      - **predikátová** = přidává kvantifikátory *každý*, *alespoň jeden*
- **syntax**
  - **jednoduché** (neobsahují log. spojku) a **složené** (obsahují) výroky
  - disjunkce, konjunkce, implikace, ekvivalence, Shefferova (NAND), Peircova (NOR)
  - **abeceda**: výrokové symboly, symboly pro spojky, pomocné symboly (závorky)
  - **gramatika**
    - každý výrokový symbol je s.u.f. (správně utvořená formule)
    - negace s.u.f. je s.u.f.
    - $(A) \vee (B)$ ,  $(A) \Leftrightarrow (B)$ , apod. jsou s.u.f. pokud A i B jsou s.u.f.
- **sémantika**
  - **interpretace** (pravdivostní ohodnocení) přiřazuje hodnoty atomickým formulím
  - **valuace** rozšiřuje interpretaci na všechny formule dle pravidel výrokových spojek
  - **tautologie** je splňována každou interpretací, **kontradikce** žádnou
  - **splnitelná** formule alespoň jednou interpretací, tyto nazýváme **modely formule**
  - **množina formulí**, **model množiny** = interpretace, kterou všechny formule splňují
  - pokud formule A logicky vyplývá z množiny T, píšeme  $T \vdash A$
  - ohodnocení výroků **tabulkovou metodou**

## Odvozovací systém výrokové logiky

- **formální systém výrokové logiky** musí splnit tyto požadavky:
  - **korektnost (bezespornost)** (vždy) = nelze odvodit tvrzení a zároveň jeho negaci
  - **úplný** = přidáme-li neodvoditelnou s.u.f. k systému, stane se sporným
  - **rozhodnutelný** = existuje algoritmus pro ověření dokazatelnosti každé s.u.f.
  - **nezávislost axiomů** = odvoditelný lze vypustit
- pravidlo **modus ponens (MP)** 
$$\frac{A, A \Rightarrow B}{B}$$

## Důkazy ve výrokové logice

- **důkaz** = konečná posloupnost s.u.f (kroků důkazu), každá je buď axiomem nebo byla odvozena pomocí některého pravidla odvození z předcházejících s.u.f.
- formule je **dokazatelná** (= **teorém** v systému S), jestliže v daném S existuje její důkaz

## Pravdivost a dokazatelnost logických formulí

- **pravdivost** je dána sémantikou
- **dokazatelnost** je dána syntaxí (je pravda, pokud k ní existuje důkaz)

## Rezoluce

- **rezoluce** = systém pro strojové dokazování, založený na **vyvracení**
- **klauzule** = mna literálů, v DNF ... (a v b v c)
- **formule** = mna klauzulí, v KNF ... (a v b v c)  $\wedge$  ( $\neg$ a)
- **rezoluční pravidlo** =  $C_1 = \{p\} \cup C'_1; C_2 = \{\neg p\} \cup C'_2; \text{rezolventa } C = C'_1 \cup C'_2$
- **rezoluční důkaz** = posloupnost rezolučních kroků; sjednotíme všechny předpoklady, formuli  $T \wedge \neg A$  převedeme do KNF; pokud odvodíme {}, tak platí A (protože neplatí  $\neg A$ )
  - **začneme s cílem**, rezolvujeme
  - **lineární** = k výsledku vždy zprava připojujeme předtím odvozenou klauzuli (úplná)
  - **lineární vstupní (LI)** = zprava nepřipojujeme mezivýsledky (úplná pro Hornovy klauzule)
  - **LD** = uspořádané klauzule, při rezoluci vkládáme na místo rezolventy
  - **SLD** = LI se selekčním pravidlem – vybírá literál pro rezoluci (v Prologu nejlevější)
- **Hornovy klauzule** = **fakta** (jeden pozitivní literál), **pravidla** (jeden pozitivní, a 1 až \* negativních), **cíl** (1 až \* negativních)

# I6 Predikátová logika prvního řádu

(syntax, sémantika, prenexace, skolemizace, unifikace, rezoluce)

## Obecně, syntax, sémantika

- syntax
  - **predikát** (značíme  $P, Q, \dots$ ) =  $n$ -ární relace, vyjadřuje vlastnosti a vztahy objektů
  - **konstanta** (značíme  $a, b, \dots$ ) = prvek předem specifikované mny = domény
  - **proměnná** (značíme  $x, y, \dots$ ) = „zástupce“, může nabývat libovolných hodnot z domény
    - $x$  je **vázaná** pokud existuje podformule obsahující  $x$  a začíná  $\forall x$  nebo  $\exists x$ , jinak je **volná**
  - **funkce** (značíme  $f(\dots), g(\dots), \dots$ ) reprezentují složená jména objektů,  $f: D^n \rightarrow D$
  - **kvantifikátory** – **univerzální (obecný)**  $\forall x P(x)$ , **existenční**  $\exists x P(x)$
  - **term** = výraz složený z funkcí, konstant a proměnných
  - **atomická formule** =  $P(\text{term}, \text{term}, \dots) \mid \text{term}_1 = \text{term}_2$
  - **formule** = at. formule  $A \mid \neg A \mid (A \vee B), (A \Rightarrow B), \dots \mid \forall x A, \exists x A$
  - **uzavřená** formule neobsahuje volné výskyty proměnných
  - **otevřená** formule neobsahuje kvantifikátory
  - **substituce** – mna např.  $\{x/f(y), y/6, z/a\}$ ; jiný př.  $A = \exists x P(x, y); A(y/2) = \exists x P(x, 2)$ 
    - **pouze volnou proměnnou** za: proměnnou (ale aby nedošlo k vazbě), konstantu, funkci
    - v rámci jedné substituce paralelně, při **kompozici substitucí** postupně (tranzitivně)
- **sémantika**
  - **interpretace** = struktura  $I$  obsahující: doménu, definice všech funkcí, definice relací všech predikátů
  - **valuace** = přiřazení konkrétních hodnot proměnným
  - formule je **pravdivá** v *interpretaci*  $I$ , je-li splněna pro každou *valuaci*
    - **tautologie** = pravdivá v každé interpretaci; analogicky def. **splnitelná, kontradikce**

## Prenexace

- **prenexová normální forma** převádí libovolnou (uzavřenou) formuli do tvaru, kde jsou všechny kvantifikátory na začátku a následuje otevřené (= bez kvantifikátorů) jádro v KNF nebo DNF
  - eliminovat zbytečné kvantifikátory
  - přejmenovat proměnné, aby u každého kvantifikátoru byla jiná

- eliminovat všechny spojky různé od  $\wedge$ ,  $\vee$
- přesunout negaci dovnitř, kvantifikátory doleva
- převést jádro do KNF nebo DNF

## Skolemizace

- **Skolemova normální forma** je prenexová NF, ve které jsou pouze univerzální kvantifikátory
- převést do KNF PNF
- odstranit existenční kvantifikátory – nahradit Skolemovými funkcemi  

$$\forall x_1 \forall x_2 \dots \exists y P(x_1, x_2, y) \rightarrow \forall x_1 \forall x_2 P(x_1, x_2, f(x_1, x_2, \dots))$$

## Unifikace

- subst.  $\Phi$  je **unifikátorem** mny  $S = \{E_1, E_2, \dots\}$ , pokud  $E_1\Phi = E_2\Phi = \dots$ , tedy  $S\Phi$  má 1 prvek
- z **nejobecnějšího unifikátoru (mgu)** mny  $S$  můžeme substitucí vytvořit každý jiný unifikátor

## Rezoluce

- pro strojové zpracování, založená na vyvracení, formule ve Skolemově NF, nepíšeme kvant.
- **literály** představují atomické formule a jejich negace
- **klauzule** = disjunkce literálů; **formule** = konjunkce klauzulí
- rezoluční pravidlo
  - klauzule  $C_1, C_2$  bez společných proměnných (přejmenovat)
  - $C_{\mathbb{K}} = C'_{\mathbb{K}} \cup P(x_{\mathbb{K}}), \dots, P(x_n); C_{\mathbb{F}} = C'_{\mathbb{F}} \cup P(y_{\mathbb{K}}), \dots, P(y_m)$
  - je-li  $\Phi$  mgu  $\{P(x_1), \dots, P(x_n), P(y_1), \dots, P(y_m)\}$ , rezolventou  $C_1$  a  $C_2$  je  $C'_{\mathbb{K}}\Phi \cup C'_{\mathbb{F}}\Phi$
  - př. resolvujeme  $\{P(x, y), \neg R(x)\}, \{\neg P(a, b)\}$ 
    - mgu  $(\{P(x, y), P(a, b)\}) = \{x/a, y/b\}$
    - aplikací mgu na zbytek první klauzule dostáváme rezolventu  $\{\neg R(a)\}$
- stejně jako ve výrokové logice je **korektní a úplná**
- lze využít všechny druhy zjemnění: **vstupní, lineární vstupní, LD, SLD**

## I7 Prolog

(SLD-rezoluce, SLD-stromy, výpočetní mechanismus Prologu, základy programování v Prologu)

- **Prolog** je deklarativní – neříkáme jak se dobrat k výsledku, pouze řekneme co ověřit, vložíme pravidla a přesný postup výpočtu necháme na Prologu
- **Hornovy klauzule** – vždy max. 1 pozitivní literál
  - **fakta** (jeden pozitivní literál)
  - **pravidla** (jeden pozitivní, a 1 až \* negativních)
  - **cíl** (1 až \* negativních)
- rezoluce **lineární**, **lineární vstupní**, **LD**, **SLD**

### SLD-rezoluce

- LI se selekčním pravidlem (vybere literál, na kterém chceme rezolvovat, v Prologu nejlevější)
- úplná pro Hornovy klauzule
- **algoritmus**
  - vybereme z cílové klauzule literál, na kterém chceme rezolvovat
  - najdeme vstupní klauzuli, která obsahuje pozitivní literál takový, aby se dal unifikovat s ↑
  - unifikujeme a rezolvujeme, na výsledku rezoluce opakujeme první krok
  - pokud rezolucí získáme prázdnou klauzuli, víme, že **platí negace cílové klauzule**

### SLD-stromy

- **SLD-strom** reprezentuje mechanismus výpočtu pomocí SLD-rezoluce
  - v kořeni je **cílová klauzule**
  - z každého uzlu vedou **hrany**, jedna pro každou klauzuli, se kterou je možné (na prvním literálu) rezolvovat; hrany se obvykle popisují číslem klauzule (a mnou mgu)

### Výpočetní mechanismus Prologu

- Prolog je založen na predikátové logice prvního řádu, zaměřuje se na SLD-rezoluci
- Prolog se po **nejlevější větvi** zanořuje do hloubky, pokud skončí neúspěchem, vrací se nahoru a zkouší další větev
- zadáním ; po úspěšném vyhodnocení vynutíme backtracking a hledání alternativní cesty
- Prologu záleží na pořadí klauzulí, není úplný, může se **zacyklit** (raději dát **fakta na začátek**)

## Základy programování v Prologu

- základ prologu je **databáze klauzulí** (fakta a pravidla), nad kterými je možno klást **dotazy formou tvrzení**, Prolog vyhodnotí jejich pravdivost
- **syntax**
  - **termy – datové objekty**
    - **konstanty** = celá čísla, desetinná čísla, **atomy** (textové řetězce apod.)
    - **proměnné** (N, VYSLEDEK, ...)
    - **složené termy** = **funktor** (jméno, arita), **argumenty** (bod(X, Y, Z), ...)
  - **program**
    - mna programových klauzulí
    - proměnné v lokální klauzuli
    - **pravidla**: **q:- r, s, t.**
      - **syn(A,B):- rodic(B, A), muz(A).**
    - **fakta**: **r.**
      - **divka(monika).**
    - **cíle**: **?- q.**
  - **poznámky**
    - seznamy definovány induktivně, [] prázdný seznam
    - základními přístupy jsou unifikace a rekurze
    - anonymní proměnná \_ když není podstatná: **je\_dite(X):- dite(X, \_).**

# I8 Důkazy programů

(dokazování vlastností programů, induktivní metody, invarianty cyklů)

## Dokazování vlastností programů

- **pojmy**
  - **In** = množina vstupních dat
  - **Out** = množina výstupních dat
  - **A: In → Out** = algoritmus
  - **φ: In → Bool** = vstupní podmínka (z In vybírá hodnoty povolené jako vstup algoritmu)
  - **ψ: In × Out → Bool** = výstupní podmínka (zda daný  $y \in \text{Out}$  je výstup pro daný  $x \in \text{In}$ )
- dokazujeme, že algoritmus je
  - **konvergentní** vzhledem k  $\varphi$  = zastaví pro každé  $x$ , pro které je  $\varphi(x) = \text{true}$
  - **parciálně korektní** vzhledem k  $\varphi, \psi$  = pokud pro každé  $x$ , pro které je  $\varphi(x) = \text{true}$ , platí  $\psi(x, A(x)) = \text{true}$  (pokud algoritmus nezastaví, není to na překážku parciální korektnosti)
  - **totálně korektní** vzhledem k  $\varphi, \psi$  = konvergentní vzhledem k  $\varphi$  a parciálně korektní vzhledem k  $\varphi, \psi$
- dokazování bývá jednodušší pro funkcionální paradigma, protože funkce nemají vedlejší účinky na stav programu
- při větvení programu se často větví i důkaz (dokazuje se zvlášť pro každou větev)
- většinou dokazujeme **totální korektnost** = dokážeme konvergentnost a parciální korektnost

## Induktivní metody

- **indukce**
  - **indukční báze (IB)** – dokážeme platnost dokazovaného tvrzení pro nějaký argument
  - **indukční krok (IK)** – předpokládáme platnost tvrzení pro nějaký vstup  $n$ , dokazujeme pro jiný (nejčastěji  $n+1, n-1, \dots$ ). IK s IB takto „pokryjí důkazem“ všechny požadované vstupy.
- **fixace parametru**
  - pokud má program více parametrů a jeden z nich se v průběhu počítání nemění, můžeme jej zafixovat = prohlásit za libovolný, ale neměnný. Důkaz vedeme indukcí, musí platit pro jakoukoliv hodnotu fixního parametru.
- **indukce k součtu parametrů**
  - použijeme např. když máme více parametrů, které se postupně zmenšují, ale pokaždé jiný z nich (a chceme třeba dokázat konvergentnost)

- **zesílení dokazovaného tvrzení**

- dokazujeme silnější tvrzení než požadované (nejlépe když požadované tvrzení triviálně vyplývá z toho silnějšího)
- při důkazu indukcí někdy chceme mít dostatečně silný předpoklad (tedy musíme zesílit i bázi a krok), aby tvrzení šlo jednodušeji dokázat

## **Invarianty cyklů**

- **mezilehlá podmínka** = tvrzení, jehož platnost v určitém místě programu dokážeme a pak nám pomůže s dokázáním jiné mezilehlé podmínky, invariantu cyklu nebo výstupní podmínky
- invariant cyklu = mezilehlá podmínka umístěná v cyklu
  - z předpokladů platících před cyklem dokážeme, že platí v prvním běhu
  - dokážeme, že je-li splněn invariant a cyklus se provede, potom invariant opět platí
  - dokážeme, že je-li splněn invariant a cyklus skončí, potom je splněna mezilehlá podmínka za cyklem nebo výstupní podmínka algoritmu



## I9 Rekurse

(rekurzivní definice funkcí, funkce vyššího řádu, částečná aplikace, curryfikace, definice funkcí rekurzivně a pomocí kombinátorů, definice vyšších funkcí bez použití formálních parametrů)

### Rekurzivní definice funkce

- rekurze nastává, když funkce volá sama sebe (s jinými parametry, jinak by cyklila)
  - **přímá** = fce volá přímo sama sebe (př. faktoriál)
  - **nepřímá** = dvě nebo více fcí se střídavě volají navzájem (př. even – odd)

### Funkce vyšších řádů, částečná aplikace, curryfikace

- **funkce vyšších řádů** jsou funkce, jejichž argument nebo výsledek může být zase funkce
- některé jazyky pohlíží na funkce vyšších řádů jako na unární fce, které vracejí opět funkci
- vyšší funkce provádějí **částečnou aplikaci** (aplikují se pouze na první argument) a **vracejí funkci** s aritou o 1 nižší
- **curryfikace** je převod nižších funkcí (které mají za argument dvojici) na vyšší
  - fce **curry** převádí na funkci vyššího řádu (= na částečnou aplikaci)  
 $\text{curry} :: ((a, b) \rightarrow c) \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c$
  - fce **uncurry** převádí na funkci nižšího řádu (= fce bere dvojici)  
 $\text{uncurry} :: (a \rightarrow b \rightarrow c) \rightarrow (a, b) \rightarrow c$
  - mějme fce:  $\text{add} :: \text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$        $\text{add}' :: (\text{Int}, \text{Int}) \rightarrow \text{Int}$   
pak platí:  $\text{curry add}' = \text{add}$        $\text{uncurry add} = \text{add}'$

### Definice funkce rekurzivně a pomocí kombinátorů

- krom přímé rekurze lze využít **kombinátorů**, které mohou samy v sobě rekurzi obsahovat
- příkladem kombinátorů s rekurzí mohou být funkce **foldl**, **foldr**
  - **foldr** ::  $(b \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow [b] \rightarrow a$  bere následující parametry:
    - funkci  $(b \rightarrow a \rightarrow a)$ , která se vždy aplikuje na mezivýsledek a další prvek seznamu
    - počáteční hodnotu  $a$ , která bude tvořit mezivýsledek před aplikací fce na první prvek
    - seznam  $[b]$ , na který se má aplikovat
    - vrací hodnotu mezivýsledku po aplikaci fce na všechny prvky seznamu
    - rekurzi obsahuje v tom smyslu, že po spočtení mezivýsledku volá sama sebe na seznam zkrácení o jeden prvek

## Definice vyšších funkcí bez použití formálních parametrů

- vyšší funkce lze často **definovat pomocí jiných funkcí** tak, že lze vynechat formální parametry – jednodušší a přehlednější zápis
- např. definice funkce `zip` pomocí `zipWith`
  - $\text{zip } s \ t = \text{zipWith } (,) \ s \ t$  je ekvivalentní s definicí  $\text{zip} = \text{zipWith } (,)$
- tomuto principu se říká  **$\eta$ -redukce** (eta redukce)
  - vychází z **principu extenzionality**: jestliže platí  $f \ x = g \ x$  pro všechna  $x$  ze sjednocení def. oborů fcí  $f$  a  $g$ , pak  $f = g$

# I10 Vyhodnocování výrazů

(pořadí vyhodnocování, striktní a normální redukce, líná redukce, efektivita, nekonečné datové struktury, definice funkcí nad nekonečnými datovými strukturami)

## Pořadí vyhodnocování

- programovací jazyky mají stanovené **pořadí vyhodnocování jazykových konstrukcí**
- typicky může vypadat takto: **skládání funkcí** > indexování v seznamu > **matematika** (umocnění > multiplikativní op. > aditivní op.) > přidání prvku a spojování seznamů > **relační operátory** > logická **konjunkce** > logická **disjunkce**

## Striktní, normální a líná redukce

- **redukční krok** = úprava výrazu, kdy se některý z podvýrazů nahradí pravou stranou definice funkce, nebo vyčíslíme jednoduchou operaci aplikovanou na jednoduché argumenty
- **redukční strategie** = pravidlo, které pro každý výraz jednoznačně určuje následující redukční krok (tj. určuje, který podvýraz se bude redukovat jako první)
- **striktní redukční strategie** = **nejprve vyhodnocujeme argumenty**
  - postupujeme zevnitř
  - argumenty **vyhodnocujeme právě jednou**
  - v imperativních jazycích odpovídá **volání hodnotou**
- **normální redukční strategie** = **nejprve redukuje (nahrazujeme pravou stranou def.)**
  - postupujeme z vnějšku
  - argumenty **vyhodnocujeme i víckrát** – tolikrát, kolikrát na to při výpočtu dojde
  - je **efektivně normalizující** – nezacyklí se, pokud nemusí
  - v imperativních jazycích odpovídá **volání jménem**
- **líná redukční strategie** = **nevyhodnocujeme to, co nemusíme**
  - **modifikace normální redukční strategie**, je taky **efektivně normalizující**
  - využívá toho, že funkcionální jazyky jsou **referenčně transparentní** (výraz se vyhodnotí vždy stejně, lze se vyhnout jeho opakovanému vyhodnocování)
  - argumenty **vyhodnocujeme nejvýše jednou**
  - je možné pracovat s **nekonečnými datovými strukturami**
  - v jazycích s vedlejšími efekty by líné vyhodn. způsobilo nepřehledné chování programu
    - ale operátory && a || se ve většině imperativních jazyků chovají líně

## Efektivita

- **normální** redukce je efektivně normalizující = necyklí, když nemusí
- **striktní** redukce je efektivnější než normální (vyhodnocuje argumenty právě jednou), ale může se zacyklit
- **líná** redukce je efektivnější než normální (vyhodnocuje argumenty nejvýše jednou), ale vyžaduje referenční transparentnost jazyka

## Nekonečné datové struktury a definice funkcí nad nimi

- líná redukce umožňuje pracovat s funkcemi, které jsou definovány na **nedefinovaných argumentech** (např. fce `const x y = x`, volání `const 1 (1/0)`)
- nedefinovaným podvýrazem jsou také **nekonečné datové struktury** (fce `ones = 1 : ones`)
- často se jedná o nekonečné seznamy – seznamový konstruktor : nevyhodnocuje argumenty, dokud nemusí, při práci s nekonečným seznamem vyhodnotí jen tolik, kolik je potřeba
- imperativní jazyky jako Python a Ruby umožňují definici nekonečných d. s. pomocí klíčového slova **yield**, které slouží jako „vícenásobný return“
- intuitivní omezení při práci s nekonečnými datovými strukturami
  - prvky čteme z jedné strany a postupně
  - nesmíme provést operaci, která si vyžádá všechny prvky seznamu

# I11 Regulární jazyky

(regulární jazyky, způsoby jejich reprezentace, vlastnosti regulárních jazyků, vztah mezi konečnými automaty a regulárními jazyky)

## Regulární jazyky a způsoby jejich reprezentace

- **abeceda** = libovolná konečná mna znaků (písmen, symbolů)
- **slovo** nad abecedou  $\Sigma$  = libovolná konečná posloupnost znaků této abecedy
- **jazyk** nad abecedou  $\Sigma$  = libovolná množina slov nad  $\Sigma$
- **regulární jazyk** má tyto **způsoby reprezentace**:
  - je generován **regulární gramatikou**
  - je akceptován **konečným automatem** (deterministickým nebo nedeterministickým)
  - je popsateľný **regulárním výrazem**
- **obecně** – **gramatika**  $G$  je **čtveřice**  $(N, \Sigma, P, S)$ , kde:
  - $N$  je neprázdná konečná mna neterminálů
  - $\Sigma$  je mna terminálů ( $N \cup \Sigma = V$ , mna všech symbolů gramatiky)
  - $P \subseteq V^*NV^* \times V^*$  je množina pravidel
  - $S \in N$  je počáteční neterminál
- **regulární gramatika** má každé pravidlo ve tvaru  $A \rightarrow aB$  nebo  $A \rightarrow a$  s výjimkou  $S \rightarrow \epsilon$ , pokud se  **$S$  nevyskytuje na pravé straně žádného pravidla**
- **konečný automat**  $M$  je **pětice**  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , kde
  - $Q$  je neprázdná konečná mna **stavů**
  - $\Sigma$  konečná mna vstupních symbolů = **vstupní abeceda**
  - $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  je parciální **přechodová funkce** ( $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$  totální v případě nedeterm.)
  - $q_0 \in Q$  je **počáteční stav**
  - $F \subseteq Q$  je mna **koncových stavů**
  - pozn.: rozšířená přechodová funkce – pro celá slova
- **regulární výraz** nad abecedou  $\Sigma$ 
  - $\epsilon$ ,  $\emptyset$  a  $a$  pro každé  $a \in \Sigma$  jsou reg. výrazy nad  $\Sigma$
  - jsou-li  $E, F$  reg. výrazy nad  $\Sigma$ , pak taky  $(E.F)$ ,  $(E+F)$ , a  $(E^*)$  jsou reg. výrazy nad  $\Sigma$
  - každý reg. výraz vznikne po konečném počtu aplikací prvních dvou kroků
  - pozn.: Kleeneho věta: jazyk je rozpoznateľný kon. aut.  $\Leftrightarrow$  je popsateľný reg. výrazem

- **Chomského hierarchie:** 0 frázové, 1 kontextové, 2 bezkontextové, 3 regulární
- **pumping lemma** slouží k důkazu **neregularity** jazyka
  - pro libovolné  $n \in \mathbb{N}$  (vybírám nepřítel)
  - existuje takové  $w \in L$ , délky alespoň  $n$ , pro které platí (vybírám já)
  - při libovolném rozdělení slova  $w$  na tři části  $x, y, z$  takovém, že  $|xy| < n$  a  $y \neq \varepsilon$  (nepřítel)
  - existuje alespoň jedno  $i \in \mathbb{N}_0$  takové, že  $xy^iz \notin L$  (já)
- **Myhill-Nerodova věta** je nutnou a **postačující podmínkou** pro regularitu jazyka
  - M-N věta říká, že tato tvrzení jsou ekvivalentní:
    - $L$  je rozpoznatelný konečným automatem
    - $L$  je sjednocením některých tříd rozkladu určeného pravou kong. na  $\Sigma^*$  s koneč. indexem
    - relace  $\sim_L$  má konečný index
  - **pravá kongruence**  $\sim$  je ekvivalence, pro níž platí  $u \sim v \Rightarrow uw \sim vw$ 
    - index  $\sim$  je počet tříd rozkladu  $\Sigma^*/\sim$  (může být nekonečně mnoho)
  - **prefixová ekvivalence**  $\sim_L$  je ekvivalence  $u \sim_L v \Leftrightarrow (uw \in L \Leftrightarrow vw \in L)$

## Vlastnosti regulárních jazyků

- třída reg. jazyků je **uzavřena na**: sjednocení, průnik, rozdíl, **doplňek**, zřetězení, iteraci, pozitivní iteraci, **reverzi**
- **rozhodnutelné problémy** pro třídu reg. jazyků: ekvivalence, inkluze, příslušnost, prázdnot, univerzalita, konečnost

## Vztah mezi konečnými automaty a regulárními jazyky

- třída jazyků generována **reg. gramatikami** = třída jazyků rozpoznávána **konečnými aut.**
- regulární gramatika  $\rightarrow$  konečný automat
  - neterminály  $\rightarrow$  stavy
  - pro každé pravidlo  $A \rightarrow aB$  přidáme  $B$  do  $(A, a)$
  - pro pravidla  $C \rightarrow a$  zavedeme spec. stav  $q_f$ , který přidáme do  $(C, a)$
  - poč. stav  $S$ , konc. stav  $q_f$  (+  $S$ , pokud  $G$  obsahuje  $S \rightarrow \varepsilon$ )
- konečný automat  $\rightarrow$  regulární gramatika
  - stavy  $\rightarrow$  neterminály
  - přechodová fce  $\rightarrow$  pravidla
  - taková  $G$  může mít  $S \rightarrow \varepsilon$  a  $S$  na pravé straně, ale lze zkonstruovat ekvivalentní reg. gr.

# I12 Konečné automaty

definice, konstrukce konečného automatu, minimalizace konečného automatu, převod nedeterministického konečného automatu na deterministický automat)

## Definice, konstrukce

- **konečný automat**  $M$  je **pětice**  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , kde
  - $Q$  je neprázdná konečná mna **stavů**
  - $\Sigma$  konečná mna vstupních symbolů = **vstupní abeceda**
  - $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  je parciální **přechodová funkce** ( $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$  totální v případě nedeterm.)
  - $q_0 \in Q$  je **počáteční stav**
  - $F \subseteq Q$  je mna **koncových stavů**
- **deterministický** (max. jeden přechod pro dvojici  $(q, a)$ ), **nedeterministický** (více přechodů)
- **rozšířená přechodová funkce**  $\delta: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$  definována induktivně pro celá slova
- **jazyk akceptovaný automatem**  $L(M)$  = slova, pod kterými přejde z počátečního do jednoho z koncových stavů
- **konstrukce a vyjádření**:
  - **uspořádanou pěticí**
  - **tabulkou** (řádky – stavy; sloupce – znaky; v buňkách stavy, kam přejde)
  - **přechodovým grafem** (uzly – stavy, hrany – znaky)
  - výpočetním stromem (nejednoznačný a škaředý, raději nezmiňovat)
- **synchronní paralelní kompozice** = průnik, sjednocení, rozdíl
  - nutné automaty s totální přechodovou fcí
  - sloupce – stavy jednoho automatu, řádky – stavy druhého automatu, přechody simultánně
  - koncové stavy jsou pak průnik, sjednocení, rozdíl koncových stavů obou automatů
- **automat pro komplement**
  - nutný automat s totální přechodovou fcí
  - prohodíme koncové stavy s nekoncovými

## Minimalizace

- minimální konečný automat = s nejmenším počtem stavů, který rozpoznává daný jazyk  $L$
- z M-N věty: počet stavů minimálního automatu pro  $L$  je roven indexu  $\sim_L$

- minimální FA pro jazyk L je určen jednoznačně až na isomorfismus (přejmenování stavů)
- odstranit **nedosažitelné stavy** = stavy, do kterých se výpočet nikdy nedostane
- ztotožnit navzájem **ekvivalentní stavy** = pokud se z nich dostaneme do akceptujících stavů pod shodnými množinami slov
- **algoritmus**
  - převedeme na **totální** (přidáním stavu N, „žumpy“)
  - řádky – stavy rozdělené do skupin, sloupce – znaky abecedy, buňky – čísla skupin
  - stavy rozdělíme do **skupin** označených římskými číslicemi (v prvním kroku 2 skupiny – **koncové a ostatní**); do tabulky zapisujeme, **do jaké skupiny se přechází** z daného stavu
  - v dalších krocích vytváříme nové skupiny tak dlouho, dokud všechny **stavy ve skupině nemají shodné přechody** (shodně vyplněný řádek)
  - skupiny prohlásíme za stavy minimálního automatu (má totální přechodovou fci)

## Převod nedeterministického na deterministický

- **algoritmus**
  - řádky – mno stávů, sloupce – znaky abecedy, buňky – mno stávů
  - začínáme počátečním stavem – do tabulky napíšeme, do jakých stavů se z něj dostaneme pod daným znakem
  - pokud ještě není v hlavičce tabulky některý ze stavů nebo některá z množin stavů, které se vyskytují v buňkách tabulky, **zapíšeme je do hlavičky nového řádku**
  - **rekurzivně vyplňujeme** tabulku
  - pro množiny stavů se do tabulky vyplňuje **sjednocení** všech stavů, do kterých se lze dostat ze stavů v dané množině
  - po vyplnění celé tabulky přejmenujeme stavy (**z množin uděláme jeden nový stav**), tj. co řádek, to stav
  - koncové stavy jsou všechny mno, které obsahují **alespoň jeden koncový stav** původního automatu
  - výsledný automat má totální přechodovou fci



## I13 Bezkontextové jazyky

(definice, vlastnosti, způsoby jejich reprezentace, konstrukce bezkontextové gramatiky a zásobníkových automatů, normální formy bezkontextových jazyků, použití lematu o vkládání pro bezkontextové jazyky, uzávěrové vlastnosti bezkontextových jazyků)

### Definice, vlastnosti, způsoby reprezentace, konstrukce CFG a PDA

- **jazyk** je bezkontextový, pokud existuje bezkontextová gramatika, která jej generuje
- CFL reprezentujeme **bezkontextovou gramatikou** nebo **zásobníkovým automatem**
- **obecně** – gramatika  $G$  je čtveřice  $(N, \Sigma, P, S)$ , kde:
  - $N$  je neprázdná konečná mna neterminálů
  - $\Sigma$  je mna terminálů ( $N \cup \Sigma = V$ , mna všech symbolů gramatiky)
  - $P \subseteq V^*NV^* \times V^*$  je množina pravidel
  - $S \in N$  je počáteční neterminál
- **bezkontextová gramatika** má  $P \subseteq N \times V^*$  (1 neterminál  $\rightarrow$  posloupnost neterm. a term.)
- **redukováná = bez nepoužitelných symbolů**
  - nepoužitelnost typu 1 – neterminál nelze přepsat na sekvenci terminálů
  - nepoužitelnost typu 2 – neterminál je nedosažitelný
- **bez epsilon pravidel** = neobsahuje  $A \rightarrow \epsilon$ , nebo obsahuje pouze  $S \rightarrow \epsilon$  (a  $S$  není napravo)
- **necyklická** =  $A$  nelze přepsat zpět na  $A$  (neplatí  $A \Rightarrow^+ A$ )
- **vlastní** = bez nepoužitelných symbolů, bez  $\epsilon$ -pravidel a necyklická
- **rekurzivní** = platí  $A \Rightarrow^+ \alpha A \beta$  (**levorekurzivní** pokud  $\alpha = \epsilon$ , analogicky **pravorekurzivní**)

### Normální formy CFG

- **Chomského NF**
  - **bez  $\epsilon$ -pravidel**
  - každé pravidlo je v jednom z tvarů
    - $A \rightarrow BC$
    - $A \rightarrow a$
  - algoritmus transformace
    - pro každý terminál vytvoříme neterminál, který se na něj přepíše
    - pravidla  $X \rightarrow ABC$  apod. předěláme na  $X \rightarrow A\langle BC \rangle$  apod., kde  $\langle BC \rangle$  je nový neterminál

- **Greibachové NF**
  - **bez  $\epsilon$ -pravidel**
  - každé pravidlo je tvaru  $A \rightarrow a\alpha$ , kde  $a$  je terminál a  $\alpha$  je libovolná sekvence term. a neterm.
  - algoritmus je složitější, vyžaduje odstranění levé rekurze

## **Lemma o vkládání pro CFL**

- k důkazu toho, že daný jazyk **není bezkontextový**, když
  - pro libovolné  $n$  (vybírám nepřítel)
  - existuje slovo  $z$ ,  $|z| > n$  takové, že (vybírám já)
  - pro všechna slova  $u, v, w, x, y$  splňující:  $z = uvwxy$ ,  $vx \neq \epsilon$ ,  $|vwx| \leq n$  (vybírám nepřítel)
  - existuje takové  $i$ , že  $uv^iwx^iy \notin L$  (vybírám já)

## **Uzávěrové vlastnosti CFL**

- třída CFL je **uzavřená** na:
  - sjednocení
  - zřetězení
  - iterace
  - pozitivní iterace
  - **průnik s regulárním jazykem**
- třída CFL **není uzavřená** na:
  - **průnik**
  - **doplňek**
- **rozhodnutelné problémy**
  - příslušnosti
  - prázdnosti
  - konečnosti

# I14 Zásobníkové automaty, syntaktická analýza

(definice, převod bezkontextové gramatiky na zásobníkový automat; syntaktická analýza shora dolů a zdola nahoru, průběh analýzy daného slova)

## Definice, převod CFG na PDA

- zásobníkový automat má zásobník, může ukládat na vrchol a číst z vrcholu
- **zásobníkový automat** je sedmice  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ 
  - $Q$  je neprázdná konečná mna **stavů**
  - $\Sigma$  konečná mna vstupních symbolů = **vstupní abeceda**
  - $\Gamma$  konečná mna symbolů zásobníku = **zásobníková abeceda**
  - $\delta: (Q \times (\Sigma \cup \epsilon) \times \Gamma) \rightarrow P_{\text{fin}}(Q \times \Gamma^*)$  je (parc.) **přechodová funkce**  $P_{\text{fin}} =$  mna koneč. podm.
  - $q_0 \in Q$  je **počáteční stav**
  - $Z_0 \in \Gamma$  je **počáteční symbol v zásobníku**
  - $F \subseteq Q$  je mna **koncových stavů**
- vrchol zásobníku běžného PDA se píše vlevo
- konfigurace  $(p, w, a) \in Q \times \Sigma^* \times \Gamma^*$  (tj. stav, slovo k přečtení, stav zásobníku)
- PDA akceptuje dvěma způsoby (mají ekvivalentní vyjadřovací sílu)
  - $L(M)$  koncovým stavem = mna slov, pod kterými přejde do některého z konc. stavů
    - přidám nové dno zásobníku, jakmile jsem schopen ho číst, přejdu do konc. stavu
  - $L_\epsilon(M)$  prázdným zásobníkem = mna slov, pod kterými automat vyprázdní zásobník
    - nový symbol na dno, ze všech konc. stavů přechod do  $q_\epsilon$ , tam vyprázdním zásobník
- **rozšířený PDA** může číst více symbolů ze zásobníku naráz
  - ekvivalentní vyjadřovací síla jako obyčejný PDA, ale pohodlněji vyjádřený
- problém sestrojení **PDA pro danou CFG** řeší **syntaktická analýza**

## Syntaktická analýza

- **shora dolů nedeterministická**
  - vytvoříme PDA simulující **levé derivace** v  $G$  (**rozvíjíme nejlevější neterminál**)
    - má jediný stav  $q$ , akceptuje prázdným zásobníkem
    - $\delta(q, \epsilon, A)$  obsahuje  $(q, \alpha)$  právě když  $A \rightarrow \alpha \in P \dots$  přepis nejlevějšího neterminálu na jeho pravou stranu

- $\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$  pro všechna  $a \in \Sigma$  ... odmazávání terminálů
- **výpočet**
  - pokud automat najde **na vstupu i na zásobníku** stejný **terminál**, přečte jej na vstupu a **umaže jej** ze zásobníku
  - pokud automat najde na zásobníku **neterminál**, nic nečte ze vstupu, ale neterminál **rozvine v zásobníku** (nedeterministicky vybere jedno pravidlo)
  - výpočet končí úspěchem, pokud se podaří **přečíst celý vstup a zásobník je prázdný**
- **zdola nahoru nedeterministická**
  - **vrchol zásobníku** píšeme v tomto případě **vpravo**
  - vytvoříme PDA simulující pravou **derivaci v obráceném pořadí**
    - má 2 stavy:  $q$  – tam se provádí výpočet;  $r$  – tento stav akceptuje
    - $\delta(q, a, \epsilon) = \{(q, a)\}$  pro všechna  $a \in \Sigma$  ... načítání vstupu na zásobník
    - $\delta(q, \epsilon, \alpha)$  obsahuje  $(q, A)$  právě když  $A \rightarrow \alpha \in P$  ... redukce pravé strany na neterminál
    - $\delta(q, \epsilon, \perp S) = \{(r, \epsilon)\}$  ... akceptuje ( $r$  je koncový stav)
  - **výpočet**
    - může kdykoli **číst do zásobníku vstupní symbol**
    - je-li na zásobníku **řetězec tvořící pravou stranu** nějakého pravidla v  $G$ , může ho **nahradit odpovídajícím** levostranným **neterminálem** (a ze vstupu nic nečte)
    - **akceptuje**, pokud má na zásobníku pouze **počáteční neterminál**  $G$  (a pod ním dno)
- **Cocke-Younger-Kasami zdola nahoru deterministická** (složitost  $O(n^3)$ )
  - vstupem je CFG v **Chomského NF**
  - řádky – „slovo délky“, sloupce – jednotlivá písmena slova, buňky – mna neterminálů, ze kterých odvodíme slovo o délce dané řádkem a začínající na pozici dané sloupcem
  - do 0. řádku napíšeme **slovo** – do každého sloupce jeden terminál
  - do 1. řádku napíšeme **neterminály, ze kterých se vygeneruje terminál** daného sloupce
  - další řádky vyplňujeme postupem, který se textem popisuje špatně :)
  - slovo náleží do jazyka dané CFG, pokud levé horní pole obsahuje počáteční neterminál

	1	2	3	4	5	6	7
7	{S, A, B}						
6	{B}	{S, A, B}					
5	$\emptyset$	{B}	{A, B}				
4	{C}	$\emptyset$	{B}	{A, B}			
3	{C}	$\emptyset$	$\emptyset$	{B}	{S, A}		
2	{S}	$\emptyset$	{C}	$\emptyset$	{A}	{A}	
1	{S, A}	{A}	{C}	{C}	{S, B}	{S, B}	{S, A}
	a	c	d	d	b	b	a

# I15 Datové struktury a jejich implementace

(seznam, zásobník, fronta, binární strom, obecný strom, vyhledávací stromy a jejich modifikace, implementace binárních a vyhledávacích stromů a operací nad nimi)

## Seznam

- = posloupnost prvků s **pevně stanoveným pořadím**
- implementace pomocí **dynamického pole**: rychlý přístup  $O(1)$ , pomalé mazání a vkládání (až  $O(n)$ ), vkládání může způsobit realokaci pole
- implementace pomocí **spojového seznamu**: pomalý přístup (až  $O(n)$ ), rychlé vkládání a mazání  $O(1)$ 
  - spojový seznam může být **oboustranný** nebo **jednostranný**

## Zásobník

- = seznam, jehož **jeden konec slouží k přidávání i odebírání záznamů**, **LIFO** struktura
- použití při prohlédávání do hloubky, **volání funkcí** apod.
- implementace pomocí **pole**: opět může být nutná realokace při vkládání
- implementace **spojovým seznamem**

## Fronta

- = seznam, do něž **vkládáme na jednom konci a odebíráme z něj na druhém**, **FIFO**
- použití při prohlédávání do šířky, **load balancingu** apod.
- implementace pomocí **pole**: opět může být nutná realokace při vkládání
  - posouvání prvků v poli není příliš vhodné, je lepší si představit pole „**zatočené dokola**“
- implementace pomocí **spojovaného seznamu**
- speciální typy front
  - **obousměrná** – vkládání i odebírání na obou koncích
  - **prioritní** – prvky se ve frontě předbíhají podle priority

## Strom

- DS simulující strom z teorie grafů – **acyklický souvislý graf**
- v informatice se používá **zakořeněný strom** – jeden uzel je označen jako kořen
- implementován bývá pomocí **třídy reprezentující uzel** stromu, každý uzel nese data a má ukazatele na své **potomky**

- uzly mohou mít i ukazatel na svého **rodiče**, ale zde je třeba hlídat konzistenci
- **výška stromu** je počet jeho hladin (počet uzlů na nejdelší větvi)
- **binární strom** je strom, jehož každý uzel má maximálně dva potomky

## Vyhledávací stromy

- **binární vyhledávací strom** = levý potomek uzlu má menší hodnotu, pravý potomek větší
  - pokud je **vyvážený**, umožňuje vyhledávání se složitostí  **$O(\log n)$**
- **dokonale vyvážený** strom = vzdálenost od kořene k listům je rozdílná max. o 1
  - AVL ani červeno-černý nejsou dokonale vyvážené, pouze vyvážené
- **AVL-strom**
  - výška levého a pravého podstromu se liší max. o 1 (informace uchovávaná v každém uzlu)
  - v případě porušení pravidla se prohazuje dle předem stanovených vzorců
  - **přidání** – přidá se jako list na správné místo, v případě nutnosti se vyvažuje
  - **odebrání** – prohodí se s listem (ne nutně potomkem), který je těsně menší, vyvažuje se
- **červeno-černý strom**
  - každý uzel má černou nebo červenou barvu (info uchovávané v každém uzlu)
  - kořen je černý
  - každý následník červeného je černý
  - každá větev obsahuje stejný počet černých
  - zaručuje, že z kořene do nejvzdálenějšího listu je cesta **max. 2x delší**, než do nejbližšího
  - **přidání** - přidá se jako list na správné místo, v případě nutnosti se vyvažuje
  - **odebrání** - prohodí se s listem (ne nutně potomkem), který je těsně menší, vyvažuje se
  - vyvažování je spojeno s přebarvováním uzlů
- **halda** = tvar binárního stromu, využití např. pro řazení
  - potomci každého uzlu jsou menší než on sám = **maximová**, analogicky **minimová**
  - v každé hladině je maximální počet uzlů (vyjma poslední)
  - poslední hladina jsou umístěny prvky co nejvíce vlevo
  - **přidání** prvku – přidat jako list a opravit, **odebrání** – vyměnit s nejpravějším listem, odebrat list, opravit

# I16 Třídění

(základní algoritmy, algoritmy řazení haldou, slučováním, rozděláváním)

## Select Sort (výběrem)

- najde **nejmenší prvek v nesetříděné části**, prohodí ho s **prvním prvkem nesetříděné části**; setříděnou část tímto zvětší o 1; opakuje
- $O(n^2)$ , stabilní může být (záleží na implementaci)

## Insert Sort (vkládáním)

- **první prvek nesetříděné části** vloží do setříděné části na jeho správné místo, všechny prvky setříděné části, které se nacházejí za ním, **posune o 1** doprava; tímto zvětší setříděnou část o 1; opakuje
- $O(n^2)$ , stabilní

## Bubble Sort (bublínkové)

- **prohazuje dva sousední prvky**, pokud jejich vzájemné pořadí není správné; po prvním průchodu je největší prvek poslední; **nesetříděnou část každým průchodem sníží o 1**
- může si pamatovat, zda v daném průchodu prohazoval – pokud na konci zjistí, že ne, znamená to, že pole již je setříděné a algoritmus může skončit
- $O(n^2)$ , stabilní

## Heap Sort (haldou)

- prvky se naplní do haldy
  - rozdíl délky mezi všemi větvemi nejvýše 1
  - nejnižší úroveň se plní zleva
  - hodnoty uzlů na každé větvi jsou vzestupně / sestupně uspořádány
- odebere se kořen haldy (prohozením s nejpravějším listem a odebráním), halda se spraví
- $O(n \log n)$ , nestabilní

## Merge Sort (slučováním)

- rekurzivně rozděljuje pole na dvě přibližně stejně velké části až do velikosti 1, pak pole zpět spojuje a předpokládá, že spojovaná pole jsou seřazená – trik je v tom, že **stačí porovnávat pouze první prvek z každého**
- $O(n \log n)$ , stabilní, navíc n paměti, ale existuje in-place varianta

## Quick Sort (rozdělováním)

- rekurzivně rozděluje čísla na menší a větší „polovinu“
  - vybere **pivota** (často první prvek dané části)
  - prohazuje prvky mezi částmi pole „**větší než pivot**“ a „**menší než pivot**“
  - **pivota dá doprostřed** mezi ně (prohodí pivota s posledním prvkem skupiny)
  - zavolá znova **quicksort na každou polovinu**
- $O(n \log n)$ , nejhorší  $O(n^2)$ , nestabilní, navíc  $\log n$  paměti



# I17 Grafové algoritmy

(procházení grafu do hloubky a do šířky, složitost procházení grafu)

## Procházení grafu do hloubky (depth-first search)

- **expanduje vždy prvního následníka** daného uzlu (pokud jej ještě nenavštívil)
- uzly k navštívení si ukládá do **zásobníku (LIFO)** – při navštívení uzlu jej odebere ze zásobníku (+ přidá do mnoha navštívených, aby jej nenavštívil podruhé) a přidá na zásobník jeho potomky
- pokud z daného uzlu již nemůže pokračovat dál, vrací se výše a zkouší jinou cestu (stačí provést operaci *pop* ze zásobníku), tomuto se říká **backtracking**
- typy
  - **preorder** – navštívený, levý, pravý
  - **inorder** – levý, navštívený, pravý
  - **postorder** – levý, pravý, navštívený
- složitost
  - časová  $O(|V| + |E|)$
  - prostorová  $O(|V|)$

## Procházení grafu do šířky (breadth-first search)

- expanduje **postupně všechny následníky, až potom expanduje jejich potomky** (postupuje ve vrstvách)
- uzly k navštívení si ukládá do fronty (FIFO)
- složitost
  - časová  $O(|V| + |E|)$
  - prostorová  $O(|V| + |E|)$ , jinak taky (stupeň větvení stromu)  $^{\wedge}$  (max. hloubka) – exponenciální závislost na hloubce grafu
    - kvůli větší prostorové složitosti se nehodí na rozsáhlé grafy (stromy s větší hloubkou)

## Doplnění všeobecných znalostí

- **minimální kostra** grafu  $G$ 
  - souvislý acyklický podgraf  $G$  s minimální váhou (spojíme všechny uzly nejkratšími cestami)

- **Kruskalův** (Borůvkův) algoritmus
  - přidává **nejkratší hranu** v rámci **celého grafu**
- **Primův** (Jarníkův) algoritmus
  - přidává **nejkratší hranu sousedící s dosavadně zpracovanou kostrou**
- **nejkratší cesty** v grafu
  - **Dijkstrův** algoritmus (nejpoužívanější)
    - z kandidátů na zpracování vybere uzel s nejmenší vzdáleností od výchozího bodu a zpracuje jej
    - všechny nezpracované sousedy zpracovávaného uzlu zařadí mezi kandidáty na zpracování a dopočítá jejich vzdálenost

# P1 Výpočetní systémy 1

(číselné soustavy, vztahy mezi číselnými soustavami, zobrazení čísel v počítači, principy provádění aritmetických operací, Booleova, Shefferova a Peircova algebra, kombinační a sekvenční logické obvody)

## Číselné soustavy

- **číselná soustava** = způsob reprezentace čísel
  - **nepoziční** (např. římské), sčítáním hodnot
  - **poziční** (hodnota číslice dána pozicí)
    - **polyadické** (základ = počet číslic, řád = pozice číslice) – dnes používané;  $543 = 5 * 10^2 + 4 * 10^1 + 3 * 10^0$
- v počítačové praxi – binární (dvojková), osmičková (oktalová), šestnáctková (hexadecimální)
- **převody a vztahy mezi soustavami**
  - **do desítkové** soustavy převádíme roznásobováním (číslice) \* (základ)<sup>(řád)</sup>
    - platí i pro desetinná čísla
  - **celou část** čísla převedeme **z desítkové do jiné** takto
    - dělíme číslo základem soustavy, výsledek opět dělíme tak dlouho, **dokud nedostaneme podíl 0**, při tom si zapisujeme u každého dělení zbytek; přečteme **zbytky od posledního k prvnímu**, ty tvoří převedené číslo
  - **desetinnou část** převedeme **z desítkové do jiné** takto
    - desetinnou část v tabulce rozdělíme do **dvou sloupců** (případná celá část výsledku násobení, desetinná část výsledku násobení) a **násobíme základem** (i v dalších iteracích násobíme **vždy pouze desetinnou část**); čísla ve sloupci celé části čtená od prvního k poslednímu tvoří převedenou desetinnou část
  - snadno se převádí mezi soustavami o základu  $z$  a  $z^k$  (např. 2 a 8, 2 a 16, ale ne 8 a 16)
    - nahrazujeme po  $k$ -ticích číslic

## Zobrazení čísel v počítači

- **celá čísla**
  - **kladná**
    - intuitivně, rozsah  $<0; 2^n - 1>$
  - **záporná**
    - **přímý** kód se znaménkem = jako kladné, nejvyšší bit znaménkový; problém **dvou nul**

- **inverzní kód** = pokud je číslo záporné (znam. bit 1), celé číslo **invertujeme**; **dvě nuly**
- **doplňkový kód** = zobrazit kladné binárně, pak **invertovat**, pak **přičíst 1**; **jedna nula**
- kód **s posunutou nulou** = přičteme posunutí (na 1B bývá 127); **jedna nula**
- **desetinná (jednoduchá přesnost, 4B)**
  - znam. bit (1b), exponent (8b, kód s posunutou nulou), mantisa (23b, přímý kód)
  - číslo má tvar  $M * Z^E$
  - dvě nuly, problém nekonečna (řešen spec. hodnotami)
- **principy provádění aritmetických operací**
  - **doplňkový kód** = všechny bity se sčítají stejně
  - **inverzní kód** = problém dvou nul → **kruhový přenos** = přičtení přenosu z nejvyššího řádu
  - stejný algoritmus jako v dekadické soustavě

## Booleova, Shefferova a Peircova algebra

- **Booleova algebra**
  - **šestice**  $(A, \wedge, \vee, \neg, 1, 0)$  = (mna literálů, konj., disj., neg., pravda, nepravda)
  - další fce – implikace, ekvivalence apod. odvoditelné ze základních
  - **De Morganovy zákony**  $(\neg x \wedge \neg y) = \neg(x \vee y)$ , analogicky pro disjunkci
- **Shefferova** = jediná funkce NAND, ze které se poskládá zbytek
- **Peircova** = jediná funkce NOR, ze které se poskládá zbytek
- aplikace S. a P. v technice – je výhodné stavět mikroelektroniku z jednoho druhu součástek

## Kombinační a sekvenční logické obvody

- **kombinační** – základní: **invertor**, **and**, **or**, **nand**, **nor**, **xor**
- **sekvenční**
  - má vnitřní **stav**, **synchronní** (potřebuje signál timeru ke změně hodnoty) vs. **asynchronní**
  - **RS** = jednobitová paměť, vstupy S set a R reset, výstupy Q a  $\neg Q$
  - **D** = časovačová jednobitová paměť, vstupy D a C clock, výstupy Q a  $\neg Q$
  - **JK** = jako RS, ale s časovačem, vstupy J, K, C clock, výstupy Q a  $\neg Q$  ( $J \wedge K \wedge C$  invertuje)
  - složitější
    - čítače, multiplexory, dekodéry

## P2 Výpočetní systémy 2

(procesory, jejich parametry a architektury; architektura Intel; vnitřní a vnější paměti a principy jejich funkce; vstupní a výstupní zařízení počítače a jejich připojování)

- **koncepce Johna von Neumanna**

- ALJ, operační paměť, v/v zařízení, řadič
- binární instrukce i data uložena ve stejné paměti, označená adresami

### Procesory

- procesor je synchronní stroj řízený řadičem
- parametry a architektury
  - frekvence
  - délka operandu (16b, 32b, 64b, ...)
  - počet jader
  - cache (L1 - nejrychlejší, L2 – pomalejší, sdílení mezi jádry)
  - pipelining = souběžné zpracování instrukcí
- architektury
  - CISC (complex instruction set computer) – x86
  - RISC (reduced ...) – ARM, x86-64, ...

### Architektura Intel

- 8086
  - 16b, 10 MHz, 20b adresování (segment:offset), vnější a vnitřní přerušení
- 80286
  - 16b, 16 MHz, reálný (8086) a **chráněný** režim (4 úrovně), virtuální adresa až 1 GB (30b)
- 80386
  - 32b (fyz i log adresa), 40 MHz, podpora **stránkování**
- 80486
  - 32b, 160 MHz (DX4), + FPU, interní cache
- Pentium
  - 32b, 300 Mhz, předvídání podmíněných skoků, režim správy systému (podobný reálnému)
- x86\_64

- 64b režim / kompatibilní režim

## Vnitřní a vnější paměti a principy jejich funkce

- vnitřní paměti – RAM, cache, registry, ...
  - **okamžitý přístup** kamkoliv, potřebují přísun proudu
  - větší kapacitu RAM simuluje **stránkování**
- vnější paměti – HDD, CD/DVD, flash disky, ...
  - větší kapacita, trvalé uchování, přístupová doba / rychlost čtení na různých místech média se může lišit
  - pevné disky
    - nejmenší = sektor, soustředné kružnice = stopy, sektory přístupné bez pohybu čtecí hlavy = válec
    - starý přístup CHS (cylinder, head, sector), teď lineární LBA (logical block addressing)
    - souvislá alokace / zřetěžený seznam / FAT / i-nodes (atributy, adresy)

## Vstupní a výstupní zařízení a jejich připojování

- zprostředkovávají interakci počítače s okolím
- příklady V/V zařízení: klávesnice, monitor, tiskárna, ...
- připojování
  - USB
    - sériové, dnes nejtypičtější rozhraní
    - čtyřdrátová sběrnice (+5V, data -, data +, zem) + uzemňovací okraj konektoru
    - 1.0 (1996), 1.1 (1998), 2.0 (1999)
  - RS-232
    - starší, umožňovalo propojit 2 počítače přes tzv. **nulmodem**
    - až 15 V

# P3 Programování

(strukturované programování v imperativním jazyce, datové a řídicí struktury programovacích jazyků, datové typy, procedury a funkce, bloková a modulární struktura programu)

## Strukturované programování v imperativním jazyce

- **imperativní jazyk** = program je posloupnost příkazů, které jsou postupně prováděny
- **strukturované programování** = řešený problém je rozdělen na dílčí úlohy, skládá se z menších bloků, které jsou na nejnižší úrovni tvořeny jednotlivými příkazy nebo voláním fci

## Datové a řídicí struktury

- **řídicí struktury**
  - **větvení**
    - if (else if, else) = základní větvení dle podmínky
    - switch = vhodný pro více podmínek nad stejným výrazem
  - **cykly**
    - while = provádí cyklus, dokud je splněna podmínka
    - do-while = jako while, ale tělo cyklu je provedeno alespoň jednou
    - for = užívaný pro předem stanovený počet iterací (varianta foreach pro kolekce)
  - **skok** (goto)
    - dnes používán velice výjimečně, může znepřehledňovat program
- **datové struktury**
  - mají zjednodušit a zpřehlednit program, obzvlášť přínosné jsou při práci s mnoha proměnnými stejného typu
  - statické = nemůžou měnit rozsah
    - pole
  - dynamické = mění rozsah
    - dynamické pole, seznam
    - zásobník, fronta
    - strom, ...

## Datové typy

- definuje druh proměnných (= **doménu**, obor hodnot)
- **jednoduché**
  - celočíselné, reálné, znak, logická hodnota
- **strukturované**
  - homogenní – pole, textový řetězec, výčtový typ
  - heterogenní – struktura, seznam (= heterogenní pole)
- **abstraktní datové typy** = všeobecně použitelné datové struktury s operacemi
  - zásobník, seznam, fronta, množina, ...
- **generické datové typy** = parametrizovatelný jiným typem (třeba parametrizované ADT)

## Procedury a funkce

- funkce / procedura = ucelená **posloupnost instrukcí** (často označená jménem), která může dostat **na vstupu parametry**
  - funkce vrací hodnotu
  - procedura nevrací hodnotu
  - modernější jazyky procedury a funkce nerozlišují, místo procedur návratový typ *void*

## Bloková a modulární struktura programu

- **bloková**
  - rekurzivně zanořovatelná struktura bloků
  - blok má část **deklarační** a **příkazovou**
  - deklarace platí uvnitř bloku a vnořených bloků, **ne ve vnějších blocích**
- **modulární**
  - modul je ucelená programová jednotka, v ní deklarované proměnné a funkce jsou použitelné v jiných modulech
  - mívá specifikační a implementační část (např. knihovna v C)



# P4 Objektově orientované programování

(základní pojmy OOP, zapouzdření, dědičnost, polymorfismus, OOP v imperativním jazyce, spolupráce objektů; událostmi řízené programování; výjimky)

## Základní pojmy

- **objekt** reprezentuje nějakou entitu reálného světa (ale i abstraktní); funguje jako černá skříňka navenek zpřístupněná rozhraním; má atributy (data) a metody (operace); objekt je **instancí třídy**
- **třída** = typ objektu (předloha pro vytváření objektů)
- **atributy** tvoří stav objektu, slouží k uchování dat
- **metody** definují operace, které jsou na objektu proveditelné
- **rozhraní** je množina hlaviček metod, které může být implementováno třídami; toto se využívá k tvorbě vyměnitelných komponent programu

## Koncepty OOP

- **zapouzdření** = objekt je černá skříňka s informacemi, komunikujeme s ním pomocí rozhraní, nemůžeme sahat dovnitř
- **dědičnost** umožňuje tvořit hierarchii tříd; potomci přebírají vlastnosti rodičovské třídy, které rozšiřují nebo pozměňují
- **polymorfismus**
  - na místě rodiče může vystupovat potomek
  - potomek může přepsat (override) metody rodiče

## Spolupráce objektů, událostmi řízené programování

- OO program je tvořen objekty, které **vznikají, zanikají** a komunikují pomocí **zasílání zpráv** (= volají navzájem své metody)
- OO návrh spolupráce objektů
  - **volná vazba** (loose coupling) = minimalizovat počet závislostí mezi třídami
  - **silná koheze** (strong cohesion) = třída poskytuje ucelenou, silně související funkcionalitu
- často se komponenty dělají **vyměnitelně** – implementace rozhraní
- **událostmi řízené programování**
  - často používané u programů s GUI, většinou vícevláknové
  - objekty mají události (kliknutí, načtení, zavření, ...) a programátor k nim vytváří listenery

## Výjimky

- **výjimka** = objekt s informacemi o chybě programu, slouží k ošetření výjimečných situací
- **hlídané** (pokud může vzniknout, musíme odchytnout) / **nehlídané** (nemusíme odchytnout)
- **ošetření** = při výjimce program přeskočí do korespondujícího catch bloku
  - **propagace** = pokud výjimka nemá catch blok na stávající úrovni, hledá se na vyšších úrovních (výjimka se propaguje po call stacku), pokud se catch blok vůbec nenajde, program se násilně ukončí

# P5 Operační systémy

(architektury operačních systémů, rozhraní operačních systémů; procesy, synchronizace procesů a metody ochrany proti uváznutí; práce s pamětí, logický a fyzický adresový prostor, správa paměti a způsoby jejího provádění)

## Architektury a rozhraní operačních systémů

- **architektury**
  - **mikrokernel** = v jádře jen velice jednoduché základní funkce, zbytek v nadstavbách
  - **makrokernel** (monolitické) = obsahuje velké množství fcí pro různé aspekty systému
  - **modulární** = kompromis, fakticky makrojádro (v privilegovaném režimu), ale jeho části (moduly) je možné přidávat a odebírat za běhu
- **rozhraní**
  - **uživatelské** = pro člověka – shell, GUI
  - **rozhraní služeb** = pro software – funkce OS pro práci s různými podsystémy (souborový, RAM, vlákna, síť, ...)

## Procesy, synchronizace a metody proti uváznutí

- **proces** = program zavedený do operační paměti a data související s jeho instancí, má PID
  - **vlákno** = „odlehčený proces“, více v 1 procesu, sdílí s ostatními vlákny paměť (prostředky)
- **multitasking** = procesor přepíná mezi procesy a uděluje jim procesorový čas
- **stavy procesu** = nový (vytváření), připravený (čeká na procesor), běžící (právě vykonáván procesorem), čekající (čeká na nějakou událost, tj. v/v apod.), ukončený
- **synchronizace**
  - řeší **souběžné sdílení prostředků** (paměť, zařízení, soubory, ...), protože při souběžném přístupu mohou vznikat **časově závislé chyby a nekonzistence**
  - **kritická sekce** = prostředek **vzájemného vyloučení** – brání více procesům/vláknům narázky se ve stejném místě programu zároveň
    - **výhradní přístup** (pouze 1 proces), **omezené čekání** (ne nekonečně)
- **uváznutí**
  - **nutné podmínky**: vzájemné vyloučení (prostředek si zamyká 1 proces), inkrementálnost požadavků (žádají postupně), nepředvídatelnost (není možné procesu sebrat prostředek)
  - **postačující podmínka**: cyklické čekání (A na B, B na C, C na A)
  - **metody proti uváznutí**

- ignorace – nezabývá se deadlockem – např. UNIX
- prevence – ruší se platnost některé nutné podmínky nebo současná platnost všech
- detekce – detekuje se existence a řeší se následky

## **Práce s pamětí, logický a fyzický adresový prostor**

- při kompilaci se neví, na jaké fyzické adrese v RAM bude program umístěn při spuštění → je nutné převádět odkazy v programu (LAP) na skutečné odkazy ve fyzické paměti (FAP)
- logický adresový prostor
  - virtuální adresový prostor, jádro i každý proces má svůj vlastní
  - kapacita je dána šířkou adresy v instrukci
- fyzický adresový prostor
  - skutečný adresový prostor RAM paměti
  - kapacita je dána velikostí RAM na daném počítači

## **Správa paměti a způsoby jejího provádění**

- paměť bývá rozdělena na rezidentní část OS (na začátku) a prostor pro programy
- **ochrana**
  - program nesmí bez povolení zasáhnout do paměti jiného programu nebo jádra
- **sdílení**
  - více procesů může sdílet stejnou paměť (obzvlášť konstantní, např. instrukce)
- **způsoby přidělování**
  - first-fit (nejčastěji používaný)
  - best-fit
  - worst-fit
- **fragmentace**
  - vnitřní – aplikace nevyužije přidělenou paměť
  - vnější – volné paměti je dost, ale ne v souvislém bloku
- **stránkování**
  - FAP se dělí na rámce, LAP na stránky (stejně velikosti, např. 4KB)
  - překlad se řeší pomocí page table

# P6 Plánování v operačních systémech

(správa a plánování činnosti procesorů, systémy souborů, správa a plánování v/v zařízení)

## Správa a plánování činnosti procesorů

- = rozhodování, kterému procesu má být přiřazen procesorový čas
- **krátkodobé** = vybírá z ready procesů ten, který poběží
- **střednědobé** = swapuje na disk → ready/blocked a ready suspended / blocked suspended
- **dlouhodobé** = při spouštění nového procesu vybírá, která úloha bude spuštěna (význam spíš při dávkovém zpracování)
- **preemptivní** = s předbíráním, lze procesu odebrat procesor
- **nepreemptivní** = bez předbírání, musí se vzdát dobrovolně
- **plánovací algoritmy**
  - **first come first serve** = nepreemptivní s FIFO frontou
  - **prioritní** = procesům s vyšší prioritou dá více času, může být nepreemptivní i preemptivní
    - preemptivní varianta prioritního plánování je běžná ve většině OS
  - **shortest job first** = napřed ty co potřebují nejkratší dávku (většinou ale není známa, používá se exponenciální průměrování)
  - **round robin** = preemptivní s FIFO frontou

## Systémy souborů

- zajišťuje pojmenování souborů a jejich uspořádání v adresářích, poskytuje standardní rozhraní pro IO operace, optimalizuje výkon, brání poškození, ...
- **operace**: vytváření, mazání; otevírání, zavírání; zapisování, čtení, mazání záznamů, seek
- **zamykání souborů**
  - **sdílený** zámek – všichni smí číst, nikdo zapisovat
  - **exkluzivní** zámek – přistupuje výhradně jeden proces
- **přístup**
  - **sekvenční** (mag. páska)
  - **přímý** (HDD)
- **plánovací algoritmy**
  - **first come first served** = fronta, neefektivní, může hodně skákat

- **shortest seek time first** = obsluhuje nejbližší; hrozí stárnutí požadavků
- **scan** = jezdí tam a zpátky, přitom obsluhuje; nevýhodné pro data na krajích disku
- **c-scan** = vyřizuje požadavky pouze jedním směrem, na druhou stranu se vrací bez čtení
- **c-look** = jako c-scan, ale nejede až na konec disku, pouze po poslední/první požadavek
- často bývá implicitní volba **sstf** nebo **c-look**

## Správa a plánování V/V zařízení

- **druhy**
  - **blokující** = program stojí, dokud není IO hotovo
  - **neblokující**
    - **polling** = forma činného čekání, program se neustále ptá, jestli je IO hotovo
    - **přerušování** = program dostane informaci o dokončení IO přerušováním
- **DMA** (direct memory access)
  - náhrada programového IO, data nepřesouvá procesor, ale DMA řadič, který přímo přistupuje do paměti; procesor je během IO nezatížen; dnes používané pro všechny HDD
- **techniky plánování**
  - optimalizuje výkon, ale není nezbytné
  - **buffering** = vyrovnávací paměť pokud zařízení přijímá data pomaleji než je program generuje, nebo program přijímá pomaleji než zařízení generuje
  - **caching** – kopie dat v paměti, zvětšuje výkon
  - **spooling** – požadavky se hromadí do fronty (např. tiskárna)
  - **rezervace** – exkluzivní přístup k zařízení

# P7 Počítačové sítě

(topologie, přístupové metody a architektury počítačových sítí (Ethernet, Fast Ethernet, Token-ring, ATM, ...); bezdrátové komunikační technologie; model OSI; protokol TCP/IP; propojování počítačových sítí a směrování informací)

## Model OSI

- **fyzická** = elektrické a fyzikální vlastnosti zařízení, „vrstva drátů“
- **datových spojů** = řeší spojení mezi sousedními zařízeními, „vrstva switchů“
- **síťová** = směrování v síti a síťové adresování, „vrstva routerů“, protokol IP
- **transportní** = přenos dat mezi konc. uzly, protokoly TCP, UDP
- **relační** = ustavení, udržení a ukončení relace mezi uzly, protokol SSL
- **prezentační** = transformace dat do tvaru, které používají aplikace
- **aplikační** = poskytnout aplikacím přístup ke komunikačnímu systému a umožnit spolupráci

## Topologie, přístupové metody a architektury

- **topologie** – bus, star, ring, mesh
- architektury a přístupové metody
  - **MAC** (medium access control) protokoly bývají založeny na: soupeření, rezervaci, předávání, nebo jejich kombinaci
  - **se soupeřením**
    - Aloha
    - **CSMA** (carrier sense multiple access) – nesynchronizovaná kolizní metoda
      - nenaléhající, 1-naléhající, p-naléhající
    - **CSMA/CD** (s vysíláním poslouchá, nejde u rádiových přenosů)
    - **CSMA/CA** (použití u **bezdrátových sítí**) – synchronizované začátky čekání
    - **Ethernet** = 1-naléhající CSMA/CD s exponenciálním růstem čekacího intervalu
      - při rostoucím počtu stanic přestává být efektivní, nutnost switchů
  - **s rezervací**
    - TDMA (time division multiple access) – pevně stanovená časová okna (např. GSM)
    - SDH / SONET – striktně point-to-point,
    - ATM – spojovaná služba, zajišťuje QoS

- **s předáváním**
  - token ring / token bus
  - nutné řešit problémy při ztrátě tokenu

## Bezdrátové komunikační technologie

- **ad-hoc** (krátkodobé, ustanovené dynamicky) vs. **infrastrukturní** (stabilní, dlouhodobé)
- typy
  - **DSSS** (direct sequence spread spectrum) – velká redundance, ztracená data lze spočítat
  - **FHSS** (freq. hopping spread spectrum) – krátce nosná, pak skok na náhodnou
- **Wi-Fi** – DSSS, ad-hoc i infrastrukturní, 2.4 / 5 GHz, až 54 Mb/s
- **Bluetooth** – FHSS, 2.4 GHz, až 720 Kb/s, master-slave, max. 8 zařízení
- **mobilní** – GSM, GPRS, EDGE, UMTS

## Protokol TCP/IP

- stejně jako UDP používá 65 tisíc portů
- poskytuje **zaručený proud slabik**, **zachovává pořadí** paketů (čísluje je), používá **piggybacking** (potvrzení přilepuje k dalším datům)
- principy
  - **pomalý start** = začíná se s velice malým objemem dat, exponenciálně se zvětšuje, až dosáhne určité velikosti, pokračuje se metodou *zábrana zahlcení*
  - **zábrana zahlcení** = objem dat se zvětšuje pouze lineárně
  - **rychlá retransmise** = reakce na ztrátu segmentu, následuje opětovné zaslání
  - **rychlé vzpamatování** = zabránění návratu do fáze *pomalý start* při ztrátě paketů

## Propojování a směrování

- **statické** (známe topologii, ručně zadané), **dynamické** (adaptabilní, dočasné nekonzistence)
- **směrování v Internetu** – dynamické, krok za krokem, distribuované, deterministické, jednocestné
- směrovací algoritmy
  - **distance vector** (DV)
    - šíří se vzdálenost k cílům (cesty)
  - **link state** (LS)
    - šíří se topologie, cesty si směrovače dopočítávají samy Dijkstrou



## P8 Organizace souborů

(schémata o.s.; statické o.s.: sekvenční soubory, indexové a přímé o.s., statické hašování; dynamické o.s.: dynamické hašování, B-stromy a jejich varianty; základy teorie informace, komprese dat)

- **schéma organizace souborů** popisuje, jak jsou data uložena do paměti, optimalizuje
  - typicky obsahují primární soubor s daty a pomocné soubory (indexy, rejstříky)

### Statické organizace souborů

- **homogenní** (každý záznam stejného typu) vs. **nehomogenní** (záznamy různých typů, těmi se nebudeme dále zabývat)
- **sekvenční soubor** = homogenní soubor se sekvenčním přístupem
  - **uspořádaný** podle klíče → náročná reorganizace při vkládání/mazání
  - vylepšením může být **řetězená struktura** = každý záznam má ukazatel na následníka
- **index-sekvenční soubor**
  - soubor **uspořádaný** podle primárního klíče, je k němu vytvořena **struktura indexů**, k datům se přistupuje libovolným z těchto dvou způsobů
- **indexovaný soubor**
  - **uspořádává se index**, primární soubor je **neuspořádaný**
- **soubor s přímým přístupem**
  - **algoritmická transformace** vyhledávacího klíče na adresu záznamu, nejčastěji **hašování**
  - **statické hašování**
    - **hašování** = převedení libovolně dlouhého vstupu na výstup pevné délky
    - vždy se používá stejná část haše – mohou vznikat místa s přeplněnými buckety a prázdná místa

### Dynamické organizace souborů

- **dynamické hašování**
  - k výpočtu se používá **prvních  $i$  bitů** z výstupu hašovací fce – toto  **$i$**  se **dynamicky mění**, může se zvětšovat i zmenšovat a **v rámci jednoho souboru mít různou velikost** pro různé hodnoty hašovací funkce
- **B strom**
  - uzel stromu obsahuje jak **ukazatele na potomky**, tak **hodnoty klíčů** (pro strom řádu  $m$  obsahuje každý uzel  $m-1$  klíčů)

- každý uzel až na kořen a listy má aspoň  $m/2$  potomků
- kořen má aspoň 2 potomky, pokud není jediným uzlem stromu
- **klíče se v celém stromu vyskytují právě jednou**
- vlevo od klíče ukazatel na potomka s menšími hodnotami, vpravo s většími
- **B+ strom**
  - **klíče se mohou ve stromě opakovat**
  - všechny klíče stromu jsou také v listech, listy jsou **zřetězené** → **rychlé sekvenční procházení**
- B\* strom (B strom, ale minimální obsazení uzlu je  $2/3$ , ne  $1/2$ )

## Základy teorie informace, komprese dat

- entropie = míra neurčitosti; velikost odstraněné neurčitosti = množství získané informace
- kódování = nahrazování jedné posloupnosti symbolů jinou
- komprese
  - **neztrátová** (získáme původní data), **ztrátová** (menší, ale menší přesnost rekonstrukce)
    - je-li  $H$  entropie zdroje, pak lze **neztrátově komprimovat** až do vyjádření každého symbolu **průměrně  $H$  bity**
  - **statická** (neměnný algoritmus), **adaptivní** (přizpůsobuje se datům, zefektivňuje se tak)
  - **fyzická** (ignoruje význam dat), **logická** (zohledňuje význam, typicky je ztrátová)
- typy
  - **základní (intuitivní)** – např. run-length (symbol a číslo, kolikrát se vyskytuje)
  - **statistické** – např. Huffmanovo (na základě pravděpodobnosti výskytu)
    - **aritmetické** – funkce mapující posloupnost do intervalu  $[0; 1)$ , rekurzivně dělí intervaly
  - **slovníkové** – např. LZW (kóduje se po často se vyskytujících vzorcích, ne po symbolech)
  - **další** – MP3, JPEG, ...

# P9 Databáze 1

(relační model, relační schéma, klíče relačních schémat, integritní omezení, relační algebra, spojování relací)

## Relační model, relační schéma

- **relační model** dat = logický model dat; data jsou tvořena **relacemi**
- **relace** = podmnožina kartézského součinu množin, kterým říkáme **atributy** (relace odpovídá **všem** datům v jedné tabulce)
- **relační schéma** = je (uspořádaná) množina atributů (odpovídá definici tabulky)
- **atribut** = pojmenovaná množina možných hodnot (má **doménu**) (odpovídá definici sloupce)

## Klíče relačních schémat, integritní omezení

- **klíč** je část relačního schématu, podmnožina jeho atributů
- **superklíč** je klíč dostatečný pro jednoznačnou identifikaci záznamu
- **kandidátní klíč** je minimální superklíč (po odebrání jakéhokoli atributu už by neidentifikoval jednoznačně)
- **primární klíč** je jeden zvolený kandidátní klíč
- **integritní omezení**
  - **entitní** – každé relační schéma má primární klíč, jehož hodnota je jedinečná napříč záznamy
  - **doménové** – sloupce mají domény (datové typy), navíc klauzule check
  - **referenční integrita** – pokud entita ukazuje na jinou prostřednictvím prim. klíče, kontroluje existenci cílové entity

## Relační algebra

- umožňuje provádět operace s konečnými relacemi
- základní operace
  - **selekce** = omezuje požadované záznamy v relaci podmínkou na attributech (vybírání řádky)
  - **projekce** = omezuje výsledek na vybrané atributy (vybírání sloupce)
  - **přejmenování** = mění jméno relace a atributů
  - **sjednocení** = klasické, relace musejí mít stejnou aritu a kompatibilní domény
  - **rozdíl** = klasické, relace musejí mít stejnou aritu a kompatibilní domény

- **kartézský součin** = klasický, nesmí dojít ke kolizi jmen atributů

## **Spojování relací**

- **vnitřní spojení (inner)** = kartézský součin omezený požadavkem na shodnost v daném atributu
  - **přírozené spojení (natural)** = požadavek na shodnost ve stejně pojmenovaném atributu
- **vnější (outer)** zahrnuje i prvky, které nelze navázat shodnou hodnotou vybraného atributu
  - **left** = všechny prvky z levé relace
  - **right** = všechny prvky z pravé relace
  - **full** = všechny prvky z levé i pravé relace

## P10 Databáze 2

(funkční závislosti; klíče relačních schémat; Armstrongovy axiomy; dekompozice relačních schémat; normální formy obecně, 1NF, 2NF, 3NF, Boyce-Coddova NF, vztahy mezi NF; převody relačních schémat do NF)

### Funkční závislosti, klíče relačních schémat

- **Y je funkčně závislé na X**, píšeme  $X \rightarrow Y$ , pokud platí, že **mají-li dva prvky stejnou hodnotu X, pak mají také stejnou hodnotu Y**
- **klíč** je část relačního schématu, podmnožina jeho atributů
- **superklíč** je klíč dostatečný pro jednoznačnou identifikaci záznamu (pokud platí  $K \rightarrow R$ )
- **kandidátní klíč** je minimální superklíč (po odebrání jakéhokoliv atributu už by neidentifikoval jednoznačně)
- **primární klíč** je jeden zvolený kandidátní klíč

### Armstrongovy axiomy

- pro danou mnu funkčních závislostí existují další funkční závislosti, které F implikuje, tzv. **uzávěr množiny F**, značíme  $F^+$ ; můžeme je najít pomocí **Armstrongových axiomů**
  - **reflexivita**: je-li  $b \subseteq a$ , pak  $a \rightarrow b$
  - **rozšíření**: je-li  $a \rightarrow b$ , pak  $c \cup a \rightarrow c \cup b$
  - **tranzitivita**: je-li  $a \rightarrow b$  a  $b \rightarrow c$ , pak  $a \rightarrow c$
- lze z nich odvodit další:
  - **sjednocení**: je-li  $a \rightarrow b$ ,  $a \rightarrow c$ , pak  $a \rightarrow b \cup c$
  - **rozklad**: je-li  $a \rightarrow bc$ , pak  $a \rightarrow b$ ,  $a \rightarrow c$
  - **pseudotranzitivita**: je-li  $a \rightarrow b$ ,  $bd \rightarrow c$ , pak  $a \rightarrow c$

### Normální formy (1NF, 2NF, 3NF, BCNF) a vztahy mezi nimi

- **neprimární atribut** = atribut, který není součástí žádného kandidátního klíče
- **1NF**
  - Relační schéma R je v první normální formě, když **každý jeho atribut je atomický** (= dále nedělitelný).
- **2NF**
  - Relační schéma R je v druhé normální formě, když je v **první normální formě** a každý neprimární atribut platí že **je závislý na každém celém kandidátním klíči**.

- **3NF**
  - Relační schéma R je v třetí normální formě, když je v **druhé normální formě** a každý nepřímý atribut A je **netranzitivně závislý na každém kandidátním klíči**.
- **BCNF**
  - Relační schéma R je v Boyce-Coddově normální formě, když je ve **třetí normální formě** a **všechny závislosti** v relačním schématu jsou **na kandidátních klíčích nebo jejich nadmnožinách**.
  - Ne vždy je možné BCNF dosáhnout.
- **vztahy mezi NF**: Každá NF obsahuje jako **nutnou podmínku všechny nižší NF**.

## Dekompozice, převody do NF

- **dekompozice** = rozklad relačního schématu na více relačních schémat a jejich propojení pomocí primárních a cizích klíčů
  - vždy platí, že zpětné spojení musí být **bezztrátové**
- **převod z nižších NF do vyšších NF** se řeší právě dekompozicí

# P11 SQL

(syntax a sémantika příkazů; vestavěné funkce, trigger, uložené procedury; příkazy pro definici dat; transakční zpracování; atomické operace; optimalizace dotazů)

## Syntax a sémantika

- **syntax** byla navržena tak, aby připomínala **obyčejný jazyk**
  - na začátku klíčová slova příkazů, pak se k nim specifikují parametry
  - je zvykem psát klíčová slova velkými písmeny
- **sémanticky** se příkazy dělí do 3 skupin:
  - **DDL** (data definition lang.) = manipulace se schématem databáze
  - **DML** (data manipulation lang.) = manipulace s daty (s obsahem tabulek)
  - **DCL** (data control lang.) = řízení práce s daty – transakce, přístupová práva apod.

## Vestavěné funkce, trigger, uložené procedury

- **vestavěné funkce**
  - běžné **agregační** fce jako COUNT, AVG, SUM, MIN, MAX, ...
  - fce pro práci s **řetězci** (SUBSTRING, LOWER, UPPER, ...)
  - velice se liší dle použitého DBMS
- **uložené procedury** = v databázi uložené programy, které pracují s daty
  - mají své parametry, lokální proměnné, funkce mohou vracet hodnoty (třeba celé relace)
- **trigger** = uložené procedury spouštěné automaticky při manipulaci s daty
  - after (insert | update | delete)
  - before (insert | update | delete)

## Příkazy pro definici dat

- CREATE TABLE tab (tab\_id Int PRIMARY KEY, val VARCHAR, val2 BIGINT)
- ALTER TABLE ADD COLUMN val3 BOOLEAN
- DROP TABLE

## Transakční zpracování, atomické operace

- **atomická operace** je nedělitelná – dojde-li k chybě uprostřed zpracování, nebude mít žádný efekt
- **transakce** je posloupnost DML příkazů, které převedou db schéma z jednoho konzistentního stavu do druhého
  - A – atomic – provede se celá, nebo vůbec
  - C – consistent – po provedení je databáze v konzistentním stavu
  - I – isolated – je oddělená od ostatních transakcí
  - D – durable – po ukončení jsou data trvale uložena
- **izolovanost**
  - **read uncommitted** – brání souběžné aktualizaci, ale nebrání čtení nepotvrzených změn
  - **read committed** – zabrání i čtení nepotvrzené změny, ale nebrání fant. a neopak. čtení
  - **repeatable read** – zabrání neopakovatelnému čtení, nezabrání fantomovému čtení
  - **serializable** – transakce se provedou tak, jako by probíhaly vždy jedna po druhé
- **problémy**
  - **neopakovatelné čtení** – v transakci projde první select, stejný druhý neprojde (mezitím už někdo zamkl tabulku)
  - **fantomové čtení** – v transakci dva stejné selecty za sebou vracejí jiné hodnoty

## Optimalizace dotazů

- **index** = nejdůležitější a nejúčinnější urychlení dotazů je tvorba indexů nad správnými sloupci
- **denormalizace tabulek** = větší rychlost za cenu hrozby nekonzistence
- **podmínky dotazu** zapisovat od více selektivních k méně selektivním
- **pořadí spojení** také od více selektivních k méně selektivním
- většina DBMS podporuje zobrazení **plánu dotazu**, kde lze zkontrolovat chybějící indexy apod.



# P12 Základy datového modelování

(návrh datových struktur; ER diagramy; entity, atributy, vztahy; grafické vyjádření)

## Návrh datových struktur

- cílem **datového modelování** je navrhnout kvalitní **datovou strukturu** pro konkrétní aplikaci
- k popisu datové struktury slouží **konceptuální datový model** – definuje entity, jejich atributy a vzájemné vztahy; je nezávislý na implementačním prostředí
- zkonkrétněním konceptuálního datového modelu pro určitý DBMS získáme **datový model** závislý na implementačním prostředí, podle kterého pak systém můžeme vytvořit

## Entity, atributy

- **entita** = **objekt**, který existuje (ale může být abstraktní), je odlišitelný od ostatních a je potřebné o něm uchovávat informace
- **entitní třída** = **skupina entit** stejného typu, které sdílejí stejné vlastnosti (**mno atributů**)
- **atribut** = **popisná vlastnost** entitní třídy nebo vztahu, jejíž hodnotu chceme uchovat v systému a používat
  - má určenou **doménu** (tj. datový typ, mno povolených hodnot)
    - jednoduché (např. rok narození)
    - složené (např. datum)
    - odvozené (např. věk)
- **klíče**
  - **klíč** je podmnožina atributů entity
  - **superklíč** je klíč dostatečný pro jednoznačnou identifikaci entity
  - **kandidátní klíč** je minimální superklíč (po odebrání jakéhokoliv atributu už by neidentifikoval jednoznačně)
  - **primární klíč** je jeden zvolený kandidátní klíč

## Vztahy

- **vztah** je spojení mezi 2 a více entitami, které evidujeme a případně o něm uchováваме další informace
  - v databázi je realizován primárními a cizími klíči
- **vztahová množina** je množina vztahů stejného druhu
- **stupeň vztahu** označuje počet entitních tříd, které vystupují ve vztahové množině

- **četnost vztahu** označuje počet entit, se kterými mohou být ostatní entity propojeny (1:1, 1:N, M:N)
- **existenční závislost** = existence entity x (**slabá**) závisí na existenci entity y (**silná**)
  - primární klíč slabé entitní třídy je tvořen **prim. klíčem silné entitní třídy a parciálním klíčem slabé entitní třídy**
- **specializace**
  - **úplná** = nemůže existovat entita vyšší třídy, která by nebyla zároveň entitou některé z nižších tříd; **odpovídá abstraktním třídám** v OOP
  - **částečná** = může existovat entita vyšší třídy, která není specializovaná

## ER diagramy, grafické vyjádření

- **entitně relační model je konceptuální model**, ze kterého se odvozuje **schéma databáze**
- existují různé ER notace
  - **entity** jsou obdélníky
  - **atribut** primárního klíče je podtržený
  - **Chenova** (původí)
    - **atribut** je elipsa
    - **slabé entity** dvojité orámované
    - **vztah** v kosočtverci, **kardinalita** číslem
    - **dědičnost** trojúhelníkem postaveným na špičku, nahoře je rodič
  - **Crow's Foot**
    - prostorově úspornější
    - **slabé entity** mají kulaté rohy
    - **atributy** jsou vypsány uvnitř entity
    - **vztah** pouze čára, **kardinalita** graficky na koncích vztahu
    - **dědičnost** podtrženým kolečkem
- UML má také ERD notaci, ale tam už se spíš používají **diagramy analytických tříd**

## P13 Analýza a návrh systémů

(problémy spojené s řešením rozsáhlých systémů; empirické zákony softwarového inženýrství; modelovací nástroje funkční a datové dekompozice; konzistence modelu; metody strukturované analýzy, yourdonova metoda; strukturovaný návrh, nástroje metody, metriky a heuristiky návrhu)

### Problémy spojené s řešením rozsáhlých systémů, empirické zákony

- **problémy**
  - **složitost, velikost** – mnoho zdrojového kódu, mnoho míst pro potenciální chybu
  - **komunikace** – s větším týmem narůstá počet komunikačních kanálů
  - **čas, plán** – problém správného odhadu a včasného řešení problémů
  - **neviditelnost sw** – u zákazníka se dlouho nic neděje, je nervózní
- **empirické zákony** softwarového inženýrství
  - **Lehmanovy zákony**
    - **trvalé proměny** = systém se neustále mění, dokud není lepší restruktura. / udělat nový
    - **rostoucí složitosti** = evolucí se program znepřehledňuje a zvyšuje se vnitřní složitost
    - **invariantní spotřeby práce** = rychlost vývoje je +- konst., ne dle vynaložených prostředků
    - **omezené velikosti přírůstku** = změny po malých krůčcích, nebo se systém sesype
  - **Brooksův zákon** = přidání dalších řešitelů projekt ještě více zpozdí

### Modelovací nástroje funkční a datové dekompozice, konzistence modelu

- **DFD** = zobrazení systému jako sítě procesů, které si mezi sebou předávají data
  - terminátory, procesy, datové toky, paměti
  - CDFD = rozšířená varianta DFD, jsou na něm zakresleny i řídicí procesy (jejich úkolem je řízení a synchronizace systému, funkce popsána pomocí STD)
- **Seznam událostí** = textový výčet podnětů vnějšího světa, na které systém reaguje
  - flow, temporal, control
- **Minispecifikace** = podrobná logika nejnižší úrovně DFD procesů, pseudokód
- **STD** = stavově přechodový diagram (stavy, přechody, podmínky a akce)
- **ERD** = (konceptuální) datový model (entity, vztahy)
- **DD** = datový slovník, výčet datových prvků (entit, atributů, ...) systému
- **konzistence** se udržuje kontrolou výskytu elementů navzájem mezi diagramy (DD – ERD,

## Metody strukturované analýzy, Yourdonova metoda

- **Yourdonova metoda**
  - **esenciální model** = okolí + chování
  - **postup**
    - **model okolí** (účel, kontextový diagram, seznam událostí)
    - **prvotní model chování** (DFD, postup zdola nahoru, ERD, stavový model, minispecifik.)
    - **dokončení esenciálního modelu** (vyvažování DFD, dokončení minispec. a ERD)
    - **implementační model** (které procesy automatizovat (systém), které ručně (terminátor))
- **Strukturovaná analýza a specifikace (SASS)**
  - **postup**: studie stávajícího fyz. systému, odvození ekvivalentního log. systému, odvození nového log. systému, vytvoření nového fyz. systému
- **SSADM**
  - detailně specifikovaná a strukturovaná v každé etapě
  - **postup**: analýza stávajícího systému, specifikace požadavků, výběr tech. možností, logická data, logické procesy, fyzický návrh

## Nástroje, metody, metriky a heuristiky návrhu

- **transformační analýza**
  - restrukturalizuje DFD, snaží se vyfaktorovat transformační centrum, zleva dává vstupní toky, zprava výstupní
  - **transformační centrum** modeluje část systému, kde dochází ke klíčovému zpracování dat – **vstupní data se zde mění na výstupní**
- **transakční analýza**
  - restrukturalizuje DFD, snaží se vyfaktorovat transakční centrum
  - **transakční centrum** modeluje část systému, kde dochází k rozhodování – **větvení toků**
- **jacksonovy strukturogramy** – dělí operace na podoperace s užitím sekvencí, iterací a výběrů
- **heuristiky**
  - návrh se snaží **redukovat propojení** (závislosti) a **zvýšit kohezi** (soudržnost) **modulů**
    - ideální moduly jsou „jeden vstup, jeden výstup“, řeší jednu věc a propojení minimální
  - minimalizace rozšiřujících se hierarchických struktur

# P14 Objektově orientovaná analýza a návrh

(nástroje UML, modely různých aspektů systémů v UML, vysvětlení a aplikace empirických zákonů)

## Nástroje UML, modely různých aspektů systémů v UML

- UML (Unified Modelling Language) je standardní jazyk pro specifikaci, konstrukci a dokumentaci SW systémů
- kombinuje datové modelování, modelování procesů, objektů a komponent
- poskytuje nástroje pro mnoho fází tvorby software, od specifikace požadavků až po vizualizaci průběhu metody v programu
- **diagramy** bývají budovány nad **modelem** – změna názvu v modelu změni název ve všech diagramech → snadnější udržování konzistence
- **Diagram případů užití** (Use Case)
  - poskytuje vnější pohled na systém, zachycuje vztahy mezi účastníky a případy užití
  - vztah «uses» = chování společné více případům užití
  - vztah «extends» = volitelné, rozšiřující chování
- **Diagram posloupností** (Sequence)
  - „plavecké dráhy“, čas jde vertikálně shora dolů, vedle sebe jsou uspořádané objekty, šipky mezi nimi určují, jak si navzájem předávají kontrolu
- **Diagram komunikace** (Communication, dříve spolupráce/collaboration)
  - ukazuje interakci objektů a jejich propojení; je příbuzný s diagramem posloupností ale nedává důraz na časové hledisko
- **Diagram tříd** (Class)
  - ukazuje existenci tříd a jejich vzájemných vztahů
  - **třída** – jméno, atributy, metody
  - **vztahy** – asociace (obecný, často obousměrná), agregace (celek – část), kompozice (definující, silná agregace), dědičnost (rodič – potomek), závislost (poskytovatel – klient, často jednosměrná)
    - násobnosti, směry, jména rolí
- **Stavový diagram** (State)
  - znázorňuje životní cyklus objektu, který má stavy
  - **stavy** objektu; události způsobující přechody mezi stavy; **akce** k provedení při přechodu
- **Diagram komponent** (Component)

- znázorňuje rozklad systému na ucelené samostatné komponenty
- **Diagram nasazení** (Deployment)
  - znázorňuje nasazení systému na hardware

## Vysvětlení a aplikace empirických zákonů

- **Lehmanovy zákony**
  - **trvalé proměny** = systém se neustále mění, dokud není lepší restrukturalizovat nebo udělat nový
  - **rostoucí složitosti** = evolucí se program znepřehledňuje a zvyšuje se vnitřní složitost
  - **invariantní spotřeby práce** = rychlost vývoje je +- konst., ne dle vynaložených prostř.
  - **omezené velikosti přírůstku** = změny po malých krůčcích, nebo se systém sesype
- **Brooksův zákon** = přidání dalších řešitelů projekt ještě více zpozdí

## Poznámky navíc

- objektově orientovaný přístup je **přirozenější** než strukturovaný
  - snadněji pochopitelný pro laiky, lepší **kommunikace se zákazníkem**
  - odolnější vůči změnám, zvýšení **konzistence** modelu, lépe **udržovatelný**