1. vnitrosemestrální písemná práce PS 2017, MB102, sk. A

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ Příklad 1 [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-1	0	1	2
$f(x)$	5	3	-1	23
$f'(x)$	-3	-2	–	–

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = -1/2$.

▶ Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \frac{\arcsin \frac{x}{3}}{\sqrt{3 + \ln x} - 2}.$$

▶ Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} \left(n - \sqrt{n^2 + n}\right), \qquad (b)\ \lim_{x\to-\infty} \frac{5^x - 2x^2 + \cos 3x}{10^x + 5x - 2\sin x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{2\ln x} - \frac{1}{x^2 - 1}\right).$$

▶ Příklad 4 [1 b.]: Určete předpis tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 10x + 1}$ v bodě daném souřadnicí $x_0 = -1$.

▶ Příklad 5 [2 b.]: Kulatý míč nafukujeme rychlostí $5\,cm^3/min$. Jakou rychlostí se mění poloměr tohoto míče ve chvíli, kdy je jeho průměr $20\,cm$?

▶ Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly kde je funkce

$$f(x) = \frac{175}{144}(2x-3)^{9/5} - \frac{7}{2}x^2 + 2x - 5, \qquad f'(x) = \frac{35}{8}(2x-3)^{4/5} - 7x + 2,$$

konvexní, kde je konkávní a najděte inflexní body a jejich hodnoty.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce PS 2017, MB102, sk. B

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]:` Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	0	1	2	3
$f(x)$	4	1	4	61
$f'(x)$	-2	–	18	–

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f v $x_0 = 1/2$ a hodnotu její derivace v $x_1 = 3/2$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]:` Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \arccos[\ln(2-3x)] + \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]:` Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} \frac{(n+2)! - 3n!}{(n+2)! + 1}, \qquad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{2x + 3\cos 4x + 5^{-x}}{x + 5 - \sin x}, \qquad (c)\ \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{x-1}\right).$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]:` Určete předpis tečny ke grafu funkce $f(x) = \ln(x^2 - 3x - 9)$ v bodě daném souřadnicí $x_0 = 5$.

▶ `Příklad 5 [2 b.]:` Uvažujme dva paralelně zapojené rezistory s odpory o velikostech R_1 a R_2 ohmů. Celkový odpor R tohoto zapojení je potom dán vztahem $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Předpokládejme, že odpor prvního rezistoru roste rychlostí $\frac{1}{2}\,\Omega/min$ a odpor druhého klesá rychlostí $1\,\Omega/min$. Jakou rychlostí se mění celkový odpor ve chvíli, kdy je $R_1 = 50\,\Omega$ a $R_2 = 100\,\Omega$?

▶ `Příklad 6 [2 b.]:` Určete intervaly kde je funkce

$$f(x) = x^2 + 2x - \frac{9}{5}(x+1)^{5/3}, \qquad f'(x) = 2x + 2 - 3\sqrt[3]{(x+1)^2},$$

konvexní, kde je konkávní a najděte inflexní body a jejich hodnoty.

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce PS 2017, MB102, sk. C

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ Příklad 1 [2 b.]: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-1	0	1	2
$f(x)$	-7	-2	-1	20
$f'(x)$	–	1	3	–

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = 1/2$.

▶ Příklad 2 [1 b.]: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 9} + \sqrt[4]{\ln(5 - x)} - \arcsin \frac{1}{x + 5}.$$

▶ Příklad 3 [2 b.]: Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n + 3\sqrt{n}} - \sqrt{2n + 1} \right), \quad (b)\ \lim_{x\to-\infty} \frac{7x - 3^x + 2\cos x}{16 + x^2 - \sin 5x}, \quad (c)\ \lim_{x\to 1} \left(\frac{x}{x - 1} - \frac{1}{\ln x} \right).$$

▶ Příklad 4 [1 b.]: Určete předpis tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x - 2}$ v bodě daném souřadnicí $x_0 = 2$.

▶ Příklad 5 [2 b.]: Je dáno koryto na vodu dlouhé $8\,m$, mající průřez tvaru rovnoramenného trojúhelníku. Hloubka koryta je $2\,m$ a šířka $5\,m$. Budeme-li do něj napouštět vodu rychlostí $6\,m^3/s$, jakou rychlostí se bude měnit výška hladiny ve chvíli, kdy je hloubka vody $120\,cm$?

▶ Příklad 6 [2 b.]: Určete intervaly monotonie a najděte lokální extrémy a jejich hodnoty pro funkci

$$f(x) = 2(x + 1) - 3\sqrt[3]{(x + 1)^2}.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

1. vnitrosemestrální písemná práce PS 2017, MB102, sk. D

Jméno a příjmení	
UČO	
Počet listů přílohy	

Příklad	1	2	3	4	5	6	Σ
Body							

▶ `Příklad 1 [2 b.]`: Najděte interpolační polynom funkce dané tabulkou a polynom upravte do základního tvaru ($a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$).

x	-1	0	1	2
$f(x)$	8	5	2	-1
$f'(x)$	-9	–	–	21

Dále pomocí získaného polynomu odhadněte hodnotu funkce f a její derivace v $x_0 = -1/2$.

▶ `Příklad 2 [1 b.]`: Určete definiční obor funkce

$$f(x) = \ln[\ln(x-3)] \arcsin^{-1} \frac{x-5}{2}.$$

▶ `Příklad 3 [2 b.]`: Určete limity

$$(a)\ \lim_{n\to\infty} n\left(5 - \sqrt{25 + \frac{1}{n}}\right), \quad (b)\ \lim_{x\to\infty} \frac{2^{-x} + x - 2\sin 3x}{5x - 8 + \cos x}, \quad (c)\ \lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{2\ln x}\right).$$

▶ `Příklad 4 [1 b.]`: Určete předpis tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt{2 - 5x^3}$ v bodě daném souřadnicí $x_0 = -1$.

▶ `Příklad 5 [2 b.]`: Je dána nádrž vody tvaru rotačního kužele stojícího na vrcholu s poloměrem podstavy $5\,m$ a výškou $15\,m$. Vodu z nádrže budeme vypouštět rychlostí $2\,m^3/h$. Jakou rychlostí se mění poloměr hladiny vody v nádrži ve chvíli, kdy hladina dosahuje do výšky $12\,m$?

▶ `Příklad 6 [2 b.]`: Určete intervaly monotonie a najděte lokální extrémy a jejich hodnoty pro funkci

$$f(x) = \frac{35}{8}(2x-3)^{4/5} - 7x + 2.$$

▷ Do první tabulky vyplňte čitelně identifikační údaje a počet listů, které k zadání přikládáte.
▷ Druhou tabulku ponechejte prázdnou.
▷ U výpočtů příkladů řádně označujte, ke kterému příkladu (a jeho části) patří.
▷ Každý výsledek musí být podpořen výpočtem, jakkoli je triviální.
▷ Všechny papíry s výpočty podepište a odevzdejte společně se zadáním.
▷ Není povoleno použití kalkulačky ani žádných materiálů (tabulky, vzorce, skripta, poznámky,. . .). Jakýkoli pokus o podvádění bude mít za následek hodnocení 0 bez možnosti opravy.

Výsledky

1) A: $x^5+x^4-2x^3-2x^2-2x+3,\ \frac{121}{32};\frac{-27}{16}$
B: $2x^4-4x^3+x^2-2x+4,\ \frac{23}{8};1$
C: $x^5-x^4+x^3-x^2+x-2,\ \frac{-53}{32};\frac{9}{16}$
D: $x^5-5x^3+x+5,\ \frac{163}{32};\frac{-39}{16}$

2) A: $[-\mathrm{e}^{-3},\mathrm{e})\cup(\mathrm{e},3]$
B: $(0,\frac{2}{3}-\frac{1}{3\,\mathrm{e}}]$
C: $(-\infty,-6]\cup[-4,-3]\cup[3,4]$
D: $(4,5)\cup(5,7]$

3) A: $(a)\ -1/2,(b)\ \infty,(c)\ 1/2$
B: $(a)\ 1,(b)\ 2,(c)\ -1/2$
C: $(a)\ -\infty,(b)\ 0,(c)\ 1/2$
D: $(a)\ -1/10,(b)\ 1/5,(c)\ -1/2$

4) A: $y+2=2/3(x+1)$
B: $y=7(x-5)$
C: $y-2=7/12(x-2)$
D: $y-\sqrt{7}=\frac{-15}{2\sqrt{7}}(x+1)$

5) A: $1/(80\pi)$
B: $1/9$
C: $1/4$
D: $-1/(24\pi)$

6) A: $\bigcup$ pro $x\in[3/2,2]$, $\bigcap$ pro $x\in(-\infty,3/2]\cup[2,\infty)$,
infl. body v $x=3/2$ (hodn. $-79/8$) a $x=2$ (hodn. $-1985/144$)
B: $\bigcup$ pro $x\in(-\infty,-1]\cup[0,\infty)$, $\bigcap$ pro $x\in[-1,0]$,
infl. body v $x=-1$ (hodn. -1) a $x=0$ (hodn. $-9/5$)
C: $\nearrow$ pro $x\in(-\infty,-1]\cup[0,\infty)$, $\searrow$ pro $x\in[-1,0]$,
lok. min. v $x=0$ hodnota -1, lok. max. v $x=-1$ hodnota 0
D: $\nearrow$ pro $x\in[3/2,2]$, $\searrow$ pro $x\in(-\infty,3/2]\cup[2,\infty)$,
lok. min. v $x=3/2$ hodnota $-17/2$, lok. max. v $x=2$ hodnota $-61/8$