

# Конспект лекций по математическому анализу

Храбров Александр Игоревич

Первый курс, первый семестр 2020

# Оглавление

1	Введение	2
1	Множества . . . . .	2
2	Отношения . . . . .	3

# Глава 1

## Введение

### 1 Множества

**Определение 1.** *Множество - набор уникальных элементов*

Множества - большие буквы  $A, B, \dots$

Элементы множеств - маленькие буквы  $a, b, \dots$

$x \in A$  -  $x$  принадлежит  $A$

$x \notin A$  -  $x$  не принадлежит  $A$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z}, \mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{R}$  - вещественные числа

$\mathbb{C}$  - комплексные числа

**Теорема 2.** *Правила Де Моргана*

$$A \setminus \left( \bigcup_{\alpha \in I} B_{\alpha} \right) = \bigcap_{\alpha \in I} (A \setminus B_{\alpha})$$

$$A \setminus \left( \bigcap_{\alpha \in I} B_{\alpha} \right) = \bigcup_{\alpha \in I} (A \setminus B_{\alpha})$$

**Доказательство.** Докажем для первой формулы. Вторая доказывается аналогично.

$$x \in A \setminus \left( \bigcup_{\alpha \in I} B_{\alpha} \right) \iff \begin{cases} x \in A \\ x \notin \bigcup_{\alpha \in I} B_{\alpha} \end{cases} \iff \begin{cases} x \in A \\ x \notin B_{\alpha} \text{ при всех } \alpha \end{cases} \iff x \in A \setminus B_{\alpha} \text{ при всех } \alpha$$

$\alpha \in I \iff x \in \bigcap_{\alpha \in I} (A \setminus B_{\alpha})$  ■

**Теорема 3.** *Операции над множествами*

- $A \cup B = \{x : x \in A \text{ или } x \in B\}$
- $A \cap B = \{x : x \in A, x \in B\}$
- $A \setminus B = \{x : x \in A, x \notin B\}$
- $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Замечание:  $\triangle, \cup, \cap$  - коммутативны, ассоциативны

**Определение 4.** *Декартово произведение множеств  $A \times B = \{\langle a, b \rangle : a \in A; b \in B\}$*

**Теорема 5.**

$$A \cap \bigcup_{\alpha \in I} B_{\alpha} = \bigcup_{\alpha \in I} (A \cap B_{\alpha})$$

$$A \cup \bigcap_{\alpha \in I} B_{\alpha} = \bigcap_{\alpha \in I} (A \cup B_{\alpha})$$

**Доказательство.**  $x \in A \cap \bigcup_{\alpha \in I} B_{\alpha} \iff \begin{cases} x \in A \\ x \in \bigcup_{\alpha \in I} B_{\alpha} \end{cases} \iff \begin{cases} x \in A \\ x \in B_{\alpha} \text{ для некоторых } \alpha \in I \end{cases} \iff$   
 $x \in A \cap B_{\alpha} \text{ для некоторых } \alpha \in I \iff x \in \bigcup_{\alpha \in I} (A \cap B_{\alpha})$  ■

**Определение 6.** *Упорядоченная пара  $\langle a, b \rangle$  - пара “пронумерованных” элементов*

$$\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle \iff$$

1 `((a == c) && (b == d))`

## 2 Отношения