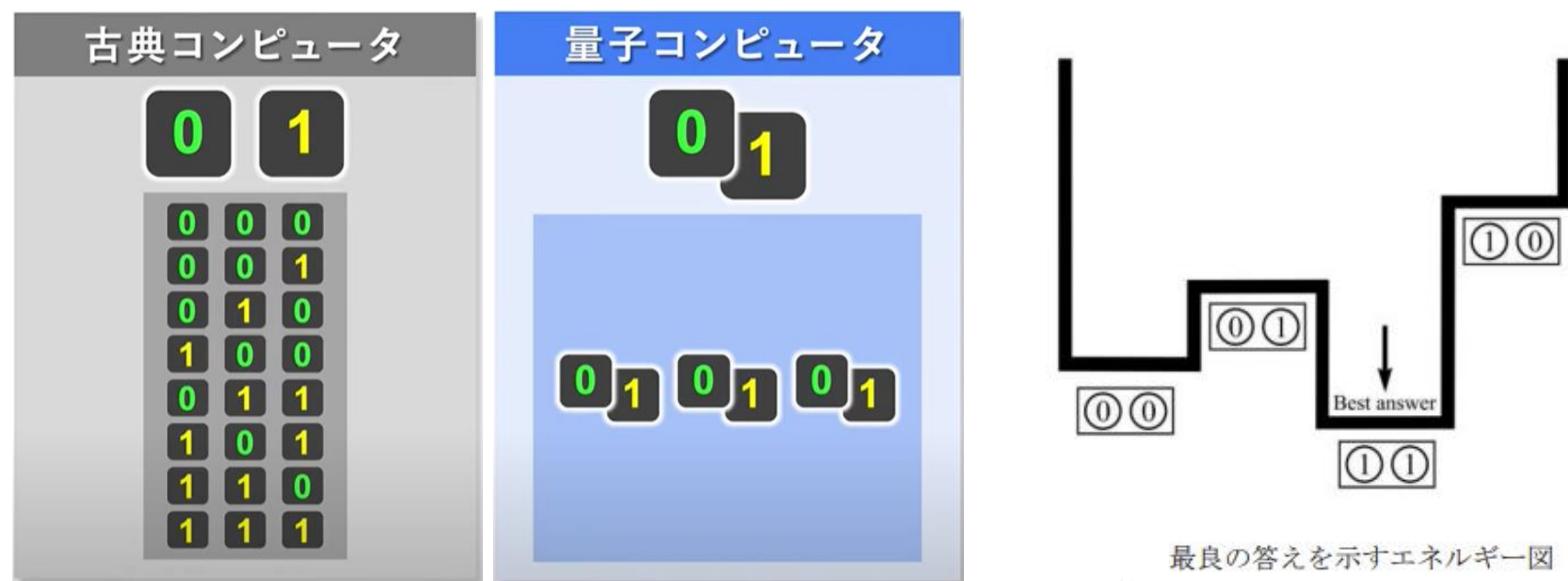


巡回セールスマン問題における量子アプローチ： D-WaveとCIMの比較

研究背景

量子コンピュータの仕組み



ビット

キュービット



2ⁿ個の組み合わせを一度に入力して一度に実行

組み合わせ問題に適する

量子オブジェクトは一般に状態が「0と1の重ね合わせ」であり、最終的に問題を解く瞬間「0か1のどちらか」にシフト
そのエネルギーが最小の時に最適解となる
外部磁場により、右の井戸型ポテンシャルを低い状態にする確率を高める

TSP問題

今回は組み合わせ問題の中の巡回セールスマンを扱う。そのため、量子コンピュータで実行可能な形に定式化を行う

TSP問題のエネルギー関数

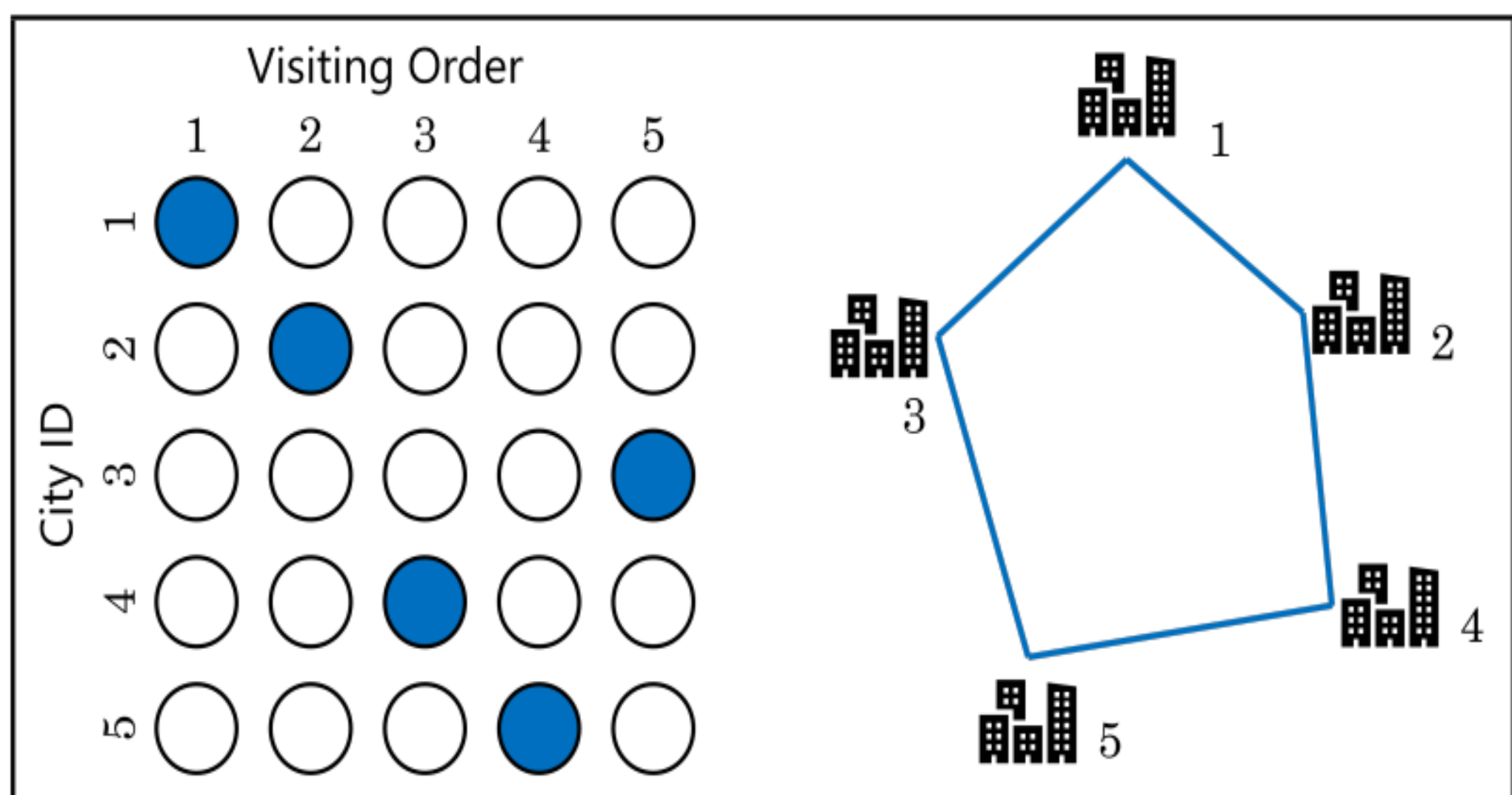
$$E_{TSP} = AE_1 + BE_2 + CE_3$$

A, B, C ：各項のスケーリングパラメータ

E_1 ：各都市を一度ずつ訪問する

E_2 ：同時に複数の都市を訪問してはならない

E_3 ：TSPの巡回路長



全体の式変形：両方行う

E_1 ：各都市を一度ずつ訪問する

$$E_1 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N X_{ij} - 1 \right)^2$$

E_2 ：同時に複数の都市を訪問してはならない

$$E_2 = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N X_{ij} - 1 \right)^2$$

E_3 ：TSPの巡回路長

$$E_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ik} X_{ij} (X_{k,j-1} + X_{k,j+1})$$

D-wave社の量子コンピュータ[1]

System	D-Wave 2000Q™ QPU	Advantage QPU	Latest Advantage2 QPU Prototype (July 2024)
Better Solutions (Satisfiability problems)		Better solution quality than D-Wave 2000Q QPU 81% of the time	Better solution quality than Advantage QPU 87% of the time
Time-To-Solution (3D lattice problems; annealing time)		10x faster than D-Wave 2000Q QPU	20x faster than Advantage QPU
Topology	Chimera™ topology	Pegasus™ topology	Zephyr™ topology
Qubits	2000+	5000+	1200+
Couplers	6000+	40,000+	11,000+
Connectivity	6-way	15-way	20-way
Largest embedded 3D lattice	8x8x8	15x15x12	6x6x16
Largest embedded clique	64	180	82

CIMシミュレーションモデル[2]

式変形

$$E_1 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N X_{ij} - 1 \right)^2$$
$$E_2 = \sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^N X_{ij} - 1 \right)^2$$
$$E_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ik} X_{ij} (X_{k,j-1} + X_{k,j+1})$$
$$E_1 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \delta_{ik} (1 - \delta_{jl}) X_{ij} X_{kl} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_{ij} + N$$
$$E_2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \delta_{jl} (1 - \delta_{ik}) X_{ij} X_{kl} - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_{ij} + N$$
$$E_3 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N d_{ik} (\delta_{j+1,l} + \delta_{j-1,l}) X_{ij} X_{kl}$$

相互結合型ニューラルネットワークのエネルギー関数：

$$H_{HTNN} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N W_{ijkl} X_{ij} X_{kl} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \theta_{ij} X_{ij}$$

TSPのエネルギー関数(再掲)：

$$E_{TSP} = AE_1 + BE_2 + CE_3$$

$$W_{ijkl}^{TSP} = -A\delta_{ik}(1 - \delta_{jl}) - B\delta_{jl}(1 - \delta_{ik}) - Cd_{ik}(\delta_{j+1,l} + \delta_{j-1,l})$$
$$\theta_{ij}^{TSP} = -\frac{A+B}{2}$$

$$\frac{dc_{ij}}{dt} = (-1 + p - c_{ij}^2 - s_{ij}^2)c_{ij} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \xi_{ijkl} c_{kl} - \lambda_{ij}$$
$$\frac{ds_{ij}}{dt} = (-1 - p - c_{ij}^2 - s_{ij}^2)s_{ij} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \xi_{ijkl} s_{kl} - \lambda_{ij}$$

シミュレーションの式

- c_{ij}, s_{ij} は光の同相成分と直交成分、 p はポンプレートを目指す
- ルンゲクッタ法で微分式を解き、スピンを計算

- Hopfield-Tank相互結合型ニューラルネットワークとイジングモデルのエネルギー関数で定式化した、ローカルミニマムで停止してしまうため量子ニューラルネットワークを用いる

- 量子ニューラルネットワークでは $c_{ij} > 0$ となった場合を発火と見なすので、出力が1または-1となるニューラルネットワークに変形する必要がある

$$\hat{x}_{ij}(t+1) = r \left(\sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \hat{w}_{ijkl} \hat{x}_{kl}(t) - \hat{\theta}_{ij} \right)$$

$$\begin{aligned} * \hat{x}_{ij} &= 2x_{ij} - 1 \\ \hat{x}_{ij} &\in \{-1, 1\} \\ x_{ij} &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

$$\lambda_{ij} = T_s \times \hat{\theta}_{ij}$$

$$\xi_{ijkl} = W_s \times \widehat{w_{ijkl}} = W_s \frac{w_{ijkl}}{2} \text{で } \lambda_{ij}, \xi_{ijkl} \text{ を計算}$$

実験結果

TSP関数

D-wave： $E_{TSP} = 1000E_1 + 1000E_2 + E_3$

量子ニューラルネットワーク： $E_{TSP} = E_1 + E_2 + E_3$

1入力ごとの実行回数

D-wave：1000回

量子ニューラルネットワーク：1000イタレーション

	都市数5(正解1.58)		都市数6(正解2.04)		都市数7(正解2.19)	
入力回数	D-wave	量子ニューラルネットワーク	D-wave	量子ニューラルネットワーク	D-wave	量子ニューラルネットワーク
1	1.58	1.75	2.06	2.04	2.44	2.6
2	1.58	1.58	2.06	2.04	2.61	2.6
3	1.58	1.75	2.06	2.04	3.17	2.6
4	1.58	1.83	2.06	2.04	2.83	2.6
5	1.58	1.75	2.06	2.04	2.94	2.45

参考文献

[1]Mikio Hasegawa, " Combinatorial Optimization by Quantum Neural Networks and Its Applications", *Engineering Science Frontier Research*, vol. 11, no. 2, pp. 113, Year. https://www.jstage.jst.go.jp/article/essfr/11/2/11_113/_pdf/-char/ja
[2]D-Wave Systems, "D-Wave Systems: Solutions and Products," <https://www.dwavesys.com/solutions-and-products/systems/>.

今後の方針

両方にとって最適なTSPのパラメータの調整し、CIM実機で実験を行う。