Álgebra Linear B

COM+MEC

Prova Complementar da Época Normal – 2006/2007 – 1 de Fevereiro de 2007

Departamento de Matemática para a Ciência e Tecnologia – Universidade do Minho

Curso: Nome: Número: Classificação:

A prova complementar tem a duração de 30 minutos, é sem consulta e não é permitida a utilização de máquina de calcular. Durante a realização da prova os telemóveis devem estar desligados e só se pode abandonar a sala passados 15 minutos do seu início. A prova é constituída por oito questões e termina com a palavra "Fim". Cada uma das questões é constituída por uma frase incompletas que deve completar no enunciado da prova sem apresentar cálculos nem justificações, de modo a obter proposições verdadeiras. Passará à disciplina com a classificação de "dez valores" se responder acertadamente a pelo menos cinco questões.

1. Sejam $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ matrizes invertíveis. Se $A^{-1}XB^{-1} - A = 0_{n\times n}$, então $X = \boxed{}$.

2. Seja a matriz $X = \left[\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{smallmatrix}\right]$. Então, fer($X$)= $\boxed{}$.

3. Seja $A = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, onde $a_{ij} = \begin{cases} 3 & \text{se } i \leqslant j, \\ 0 & \text{se } i > j. \end{cases}$ Então, $\det(A) =$ $\boxed{}$.

4. Considere o sistema de equações lineares (S) cuja matriz dos coeficientes é $A = \left[\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha(\alpha-2) \end{smallmatrix}\right]$ e cujo vector dos termos independentes é $b = \left[\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \\ \alpha \end{smallmatrix}\right]$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Então, (S) é possível e indeterminado se e só se $\alpha \in$ $\boxed{}$.

5. Seja a matriz $A = \left[\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right]$. Então, $A^2 + A^{-1} =$ $\boxed{}$.

6. Sejam $z = (2,1,0)$ e $\mathcal{S} = ((1,1,1),(0,1,1),(1,0,1))$ uma base ordenada de $\mathbb{R}^3$. Então, $[z]_{\mathcal{S}} =$ $\boxed{}$.

7. $T : \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, $T(A) =$ $\boxed{}$ é uma transformação linear.

8. Seja $A = \left[\begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix}\right]$. Então, $\lambda(A) =$ $\boxed{}$.

Fim.