

SISTEMAS EQUAÇÕES LINEARES

5. Recorrendo ao método de eliminação de Gauss, classifique e resolva os sistemas de equações lineares homogêneos. Sendo possível e indeterminado, indique uma solução particular para o sistema.

$$\text{a)} \begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ 3x - 2y + z = 0 \\ 4x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} -2x + 2y - z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \\ 3y - 4z = 0 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - 2y - 8z = 0 \\ -4x - 7y - 13z = 0 \\ 6x + 8y + 12z = 0 \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -x - y + 2z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \\ 2x - 5y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} 3x + 2y + z + t = 0 \\ x + y - 2z = 0 \\ -x + 2z + t = 0 \\ x + y + z + t = 0 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} x + 2y - z + t + 3u = 0 \\ 2x + y + z - 4t - 3u = 0 \\ -x - y + z - 2u = 0 \end{cases}$$

6. Usando o método de eliminação de Gauss, mostre que os sistemas de equações lineares são possíveis e determinados e determine as respectivas soluções.

$$\text{a)} \begin{cases} 4x + 2y = -2 \\ 5x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 2x - 4y + 3z = -16 \\ -3x + 3y - 6z = 15 \\ 5x + y + 7z = 5 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 2x - 3y + 7z = -7 \\ x + y - 2z = 5 \\ 5x + 4y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} 5x + 2y - z + 2u = 7 \\ 4x + y + 2z - 3u = -2 \\ 3x - 3y + 3z - 5u = -3 \\ 8x + 2y - z + u = 7 \end{cases}$$

7. Resolva os sistemas de equações lineares do exercício anterior, utilizando agora o método de eliminação de Gauss-Jordan.

8. Adoptando o método de eliminação de Gauss, classifique e resolva, para o caso de tal ser possível, os sistemas de equações lineares. Sendo possível e indeterminado, indique uma solução particular para o sistema.

$$\text{a)} \begin{cases} 4x + 2y - 2z = -2 \\ 3x - y - 4z = 6 \\ -2x + y + 7z = 3 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 6x + 4y = 14 \\ 3x + 5y = 4 \\ 2x - 3y = -10 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 2x + 2y + z = 3 \\ 3x + 4y - 3z = 2 \\ -x - 2y + 4z = 4 \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} -3x + 2y - 4z = 3 \\ 2x - 3y + z = -7 \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} 2x + 3y + z - 4u = 8 \\ 4x - 2y - 4z + 2u = 0 \\ x + 4y + 3z - 7u = 9 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} 3x - y - 5z = 7 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ x - 4y - 9z = 6 \\ 7x + 5y + 3z = 9 \end{cases}$$

$$\text{g)} \begin{cases} 5x + y - 14z = -11 \\ -2x - 4y + 2z = 8 \\ -x - 5y - 2z = 7 \end{cases}$$

$$\text{h)} \begin{cases} 3x + y - 3u = 7 \\ 6x + 2y - 6u = 14 \\ 5x - 3y + 2z + u = 3 \\ 3x - 6y + 3z + 6u = -6 \end{cases}$$

9. Adoptando o método de eliminação de Gauss, classifique e resolva os sistemas de equações lineares de coeficientes complexos. Sendo possível e indeterminado, indique uma solução particular para o sistema.

$$\text{a)} \begin{cases} 3x - 4y + 2z = -1 \\ 4x + 2iy - (1+i)z = 4 \\ -2x + (1+2i)y - z = i-3 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} -x + (2+i)y - (3+i)z = 4-2i \\ 2ix + 5iy - 3iz = 1+12i \\ 7x + (4-3i)y + (3+3i)z = 12+4i \end{cases}$$

10. Seja o sistema de equações lineares homogêneo nas incógnitas x , y , z e w

$$\begin{cases} 3x + 2y + hz + w = 0 \\ x + y - 2z = 0 \\ -x + 2z + gw = 0 \\ x + y + hz + (g+1)w = 0 \end{cases}$$

Determine:

- Os valores dos parâmetros reais g e h , para os quais o sistema só admite a solução trivial.
- Os valores dos parâmetros reais g e h , para os quais o sistema não tem a solução nula como única solução.
- A solução do sistema para o caso em que é possível e indeterminado.

11. Seja o sistema de três equações lineares a quatro incógnitas (x, y, z, u)

$$\begin{cases} x + 2y + z + u = 0 \\ -x + y + ku = 1 \\ -x + 4y + wz + 5u = q \end{cases}$$

- Adoptando o método de eliminação de Gauss, estude a influência dos parâmetros reais k , w e q no sistema de equações dado.
- Resolva-o para o caso em que é possível e duplamente indeterminado.

12. Considere o sistema de quatro equações lineares nas incógnitas x , y e z

$$\begin{cases} -x + 3y - 4z = -5 \\ 2x + 4y + kz = 4 \\ x + 7y + (k-4)z = b-5 \\ x + ky + z = b-2 \end{cases}$$

onde k e b são parâmetros reais. Determine:

- Os valores de k e b , de forma a que o sistema seja possível e determinado.
- Os valores de k e b , de forma a que o sistema seja possível e indeterminado.
- Os valores de k e b , de forma a que o sistema seja impossível.
- As soluções do sistema para os casos em que é possível.

13. Recorrendo ao método de eliminação de Gauss, estude a dependência da solução dos sistemas de equações lineares em relação aos respectivos parâmetros reais.

$$\text{a)} \begin{cases} x - 3y + 7z = 1 \\ 3x + y - z = 2 \\ 5x + 5y + az = b \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{b)} \begin{cases} x + 2y + az = 1 \\ x + y = 0 \\ y + z + t = 1 \\ 3x + 3y + z - t = b \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{c)} \begin{cases} x + ty + tz = t^2 - w \\ -x + t(t+1)y = 2w - t^2 \\ 2x + t(t+4)y + t(t+4)z = 3t^2 - 3w \end{cases}, t, w \in \mathbb{R}$$

$$\text{d)} \begin{cases} x + y - 2az = -1 \\ x + 3y - 3az = -b - 2 \\ 2x + (a-1)y + (1-a)z = 6 \\ x - y - az = b \end{cases}, a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{e)} \begin{cases} x + y + qz = 1 \\ (1-q)x + (1-q)y = 1 \\ 2x + (1-q)y + (1+q)z = 0 \\ qx + qy + qz = h \end{cases}, q, h \in \mathbb{R}$$

$$\text{f)} \begin{cases} x + 2y + z + u = 0 \\ -x + y + hu = 1 \\ -x + 4y + gz + 5u = b \\ 2x + y + gz - u = 0 \end{cases}, g, h, b \in \mathbb{R}$$

14. Seja o sistema de quatro equações lineares nas incógnitas x , y , z e w

$$\begin{cases} x + a y + z - w = c \\ - y - a z = d \\ x + a y + z + b w = -1 \\ -x + w = -d \end{cases}, \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

- a) Recorrendo ao método de eliminação de Gauss, estude a dependência da solução do sistema de equações em relação aos respectivos parâmetros reais.
- b) Determine a sua solução para o caso em que é possível e duplamente indeterminado.