

Cálculo EE

1º semestre do ano letivo 2021 — , Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho

Teste 1 — janeiro 2021

regime: n.º de inscrição: nome completo:

n.º de aluno:

v1

A prova tem a duração de 90' e termina com a palavra "Fim".

Grupo I — Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela ao lado qual das *quatro* proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão). Cotações — resposta certa: 2.0; nenhuma 0; **mais do que uma proposição selecionadas**: -0.5; **resposta errada**: -0.5, sendo 0 a cotação mínima neste grupo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								

I.1 Uma primitiva de $x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ é

☐ A. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x}$

☐ B. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{1}{2}\frac{1}{(1-x)}$

☐ C. $\frac{1}{2}x^2\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x}$

☐ D. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - \frac{2}{3}\frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x}}$

I.2 Uma primitiva de $\cos^2(x) - \sin^2(x) + \tan^2(x)$ é

☐ A. $\frac{1}{3}(\cos^3(x) + \sin^3(x) - \tan^3(x))$

☐ B. $\frac{1}{3}(-\cos^3(x) - \sin^3(x)) + \ln(\sin^2(x))$

☐ C. $\sin(x)\cos(x) + \frac{\sin(x)}{\cos(x)} - x$

☐ D. $\tan(x) - x$

I.3 Calcule o valor do integral $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$.

☐ A. 0

☐ B. $\frac{\pi}{4}$

☐ C. $\arcsin \frac{1}{8}$

☐ D. $\arcsin \frac{1}{4}$

I.4 O valor do integral $\int_0^1 (x^2 + 1)\sqrt{x} dx$ é

☐ A. $\frac{20}{21}$

☐ B. $\frac{10}{15}$

☐ C. $\frac{3}{7}$

☐ D. 0

I.5 O integral de $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} dx$ é

☐ A. $\frac{e^2}{1+e^4} - \frac{1}{2}$

☐ B. $\frac{1}{2} \arctan(e^2)$

☐ C. $\frac{1}{2} \arctan(e^2) - \frac{\pi}{8}$

☐ D. $\frac{1}{2} \arctan(e^2) + \frac{\pi}{8}$

I.6 Calcule o valor do integral impróprio $\int_0^1 \frac{2}{5\sqrt{x^3}} dx$, se possível.

☐ A. 0

☐ B. $\frac{2}{5}$

☐ C. Não existe limite.

☐ D. 1

I.7 O integral $\int_0^1 x^2 \cdot \sin(\pi x) dx$ tem o valor de:

- ☐ A. -3
- ☐ B. $\frac{1}{\pi} - \frac{4}{\pi^3}$
- ☐ C. 1
- ☐ D. $\frac{1}{3\pi}$

I.8 A primitiva de $x \exp(5x)$ é

- ☐ A. $-\frac{x}{5} \exp(5x) + \frac{\exp(5x)}{5} + c$
- ☐ B. $x \cdot \exp(5x) - \exp(5x) + c$
- ☐ C. $-\frac{x}{5} \exp(5x) - \frac{\exp(5x)}{5} + c$
- ☐ D. $\frac{x}{5} \exp(5x) - \frac{\exp(5x)}{25} + c$

Grupo II — Responda na folha que lhe foi fornecida, por qualquer ordem, às seguintes questões, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar, bem como as respetivas justificações.

II.1 Considere a função racional $f(x) = \frac{3x^2+4x-1}{(x-1)(x^2+2)}$.

- ☐ A. Decomponha $f(x)$ na soma de elementos simples.
- ☐ B. Calcule $\int_{-\sqrt{2}}^0 f(x) dx$.

Fim.

Cálculo EE

1º semestre do ano letivo 2021 — , Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho

Teste 1 — janeiro 2021

regime: n.º de inscrição: nome completo:

n.º de aluno:

v2

A prova tem a duração de 90' e termina com a palavra "Fim".

Grupo I — Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela ao lado qual das *quatro* proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão). Cotações — resposta certa: 2.0; nenhuma 0; **mais do que uma proposição selecionadas**: -0.5; **resposta errada**: -0.5, sendo 0 a cotação mínima neste grupo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								

I.1 A primitiva de $x \cos(4x)$ é

- ☐ A $-x \cos(4x) + \sin(4x) + c$
- ☐ B $-x \sin(4x) + \cos(4x) + c$
- ☐ C $\frac{x}{4} \sin(4x) + \frac{\cos(4x)}{16} + c$
- ☐ D $-\frac{x}{4} \sin(4x) - \frac{\cos(4x)}{16} + c$

I.2 O valor do integral $\int_0^1 x\sqrt{x} dx$ é

- ☐ A 1 ☐ B $\frac{2}{5}$ ☐ C 0 ☐ D $\frac{1}{3}$

I.3 O integral de $\int_{-1}^{-1/2} \frac{e^{2x}}{\sqrt{1-e^{4x}}} dx$ é

- ☐ A $\arcsin\left(\frac{1}{e}\right) - \arcsin\left(\frac{1}{e^2}\right)$
- ☐ B $\frac{e^{-1}}{\sqrt{1-e^{-2}}} - \frac{e^{-2}}{\sqrt{1-e^{-4}}}$
- ☐ C $\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{1}{e}\right) - \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{1}{e^2}\right)$
- ☐ D $\frac{1}{2e} - \frac{1}{2e^2}$

I.4 Uma primitiva de $\sin^2(x) \cos(x) + \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}$ é

- ☐ A $\frac{1}{6} \sin^3(x) \cos^2(x) + \frac{3 \sin^2(x)}{2 \cos^3(x)}$
- ☐ B $\frac{1}{3} \sin^3(x) + \frac{1}{\cos(x)}$
- ☐ C $\tan^2(x) - \frac{1}{\tan^2(x)}$
- ☐ D $\frac{\cos^2(x) - 2 \sin^2(x)}{\cos(x)}$

I.5 O integral $\int_0^1 x^2 \cdot \sin(\pi x) dx$ tem o valor de:

- ☐ A 1
- ☐ B -3
- ☐ C $\frac{1}{\pi} - \frac{4}{\pi^3}$
- ☐ D $\frac{1}{\pi} + \frac{4}{\pi^3}$

I.6 Uma primitiva de $\sqrt[5]{(2x+3)^2} + \frac{(x-2)^2}{x}$ é

☐ A. $\frac{7}{3} \sqrt[7]{(2x+3)^3} - \frac{2}{3} \frac{(x-2)^3}{x^2}$

☐ B. $\frac{5}{14} \sqrt[5]{(2x+3)^7} + \frac{(x-4)^2}{2} + \ln(x^4)$

☐ C. $\frac{7}{10} \sqrt[7]{(2x+3)^5} + \frac{3}{2} \ln(|x-2|)$

☐ D. $\frac{1}{3} \sqrt[3]{(2x+3)} + \frac{1}{3} \frac{(x-2)}{x^2} + 4 \ln(|x|)$

I.7 Calcule o valor do integral $\int_0^{1/3} \frac{1}{\sqrt{1+9x^2}} dx$.

☐ A. $\arg \sinh \frac{1}{3}$

☐ B. 0

☐ C. $\frac{1}{3} \arg \sinh 1$

☐ D. $\arcsin \frac{1}{3}$

I.8 Calcule o valor do integral impróprio $\int_0^1 \frac{3}{2x^2} dx$, se possível.

☐ A. 1

☐ B. 2

☐ C. $+\infty$

☐ D. $\frac{2}{3}$

Grupo II — Responda na folha que lhe foi fornecida, por qualquer ordem, às seguintes questões, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar, bem como as respetivas justificações.

II.1 Considere o integral $\int_5^8 \frac{9-x}{3-\sqrt{9-x}} dx$.

☐ A. Escreva o integral obtido depois de fazer a mudança de variável $t = \sqrt{9-x}$ no integral dado.

☐ B. Calcule o integral anterior.

Fim.

Cálculo EE

1º semestre do ano letivo 2021 — , Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho

Teste 1 — janeiro 2021

regime: n.º de inscrição: nome completo:

n.º de aluno:

v3

A prova tem a duração de 90' e termina com a palavra "Fim".

Grupo I — Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela ao lado qual das *quatro* proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão). Cotações — resposta certa: 2.0; nenhuma 0; **mais do que uma proposição selecionadas**: -0.5; **resposta errada**: -0.5, sendo 0 a cotação mínima neste grupo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								

I.1 O valor do integral $\int_0^1 (x-1)^2 \sqrt{x} dx$ é

☐ A $\frac{7}{15}$

☐ B $\frac{16}{105}$

☐ C 1

☐ D $\frac{39}{105}$

I.2 A primitiva de $x \exp(5x)$ é

☐ A $\frac{x}{5} \exp(5x) - \frac{\exp(5x)}{25} + c$

☐ B $-\frac{x}{5} \exp(5x) - \frac{\exp(5x)}{5} + c$

☐ C $x^2 \exp(5x) - \exp(5x) + c$

☐ D $-\frac{x}{5} \exp(5x) + \frac{\exp(5x)}{5} + c$

I.3 O integral de $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} dx$ é

☐ A $\frac{1}{2} \arctan(e^2) + \frac{\pi}{8}$

☐ B $\frac{1}{2} \arctan(e^2)$

☐ C $\frac{1}{2} \arctan(e^2) - \frac{\pi}{8}$

☐ D $\frac{e^2}{1+e^4} - \frac{1}{2}$

I.4 Uma primitiva de $x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ é

☐ A $\frac{1}{2}x^2\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{1-x}$

☐ B $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - 2\sqrt{1-x}$

☐ C $\frac{1}{5}x^2\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{1-x}$

☐ D $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - \frac{2}{3(1-x)\sqrt{1-x}}$

I.5 Calcule o valor do integral impróprio $\int_0^1 \frac{2}{5\sqrt[5]{x^3}} dx$, se possível.

☐ A 0

☐ B $+\infty$

☐ C $\frac{2}{5}$

☐ D 1

I.6 O integral $\int_0^1 x^2 \cdot \sin(\pi x) dx$ tem o valor de:

☐ A $\frac{1}{3\pi}$

☐ B $\frac{1}{\pi} + \frac{4}{\pi^3}$

☐ C -3

☐ D $\frac{1}{\pi} - \frac{4}{\pi^3}$

I.7 O integral de $\int_0^1 x^4(1-x^5)^{\frac{1}{3}} dx$ é

- ☐ A. $-\frac{3}{20}$
- ☐ B. $\frac{3}{20}$
- ☐ C. $-\frac{3}{4}$
- ☐ D. 1

I.8 Uma primitiva de $\frac{\sin(2x)}{2\sin(x)} + \frac{2\cos(x)}{\cos(2x)-1}$ é

- ☐ A. $\frac{\sin^2(2x)}{\sin^2(x)} - \frac{\cos^2(x)}{2\cos^2(2x)-1}$
- ☐ B. $-\ln\left(2|\cos(x)|\right) + 2\ln\left(|\cos(2x)-1|\right)$
- ☐ C. $\sin(x) + \frac{1}{\sin(x)}$
- ☐ D. $\sin(2x)\ln\left(2|\cos(x)|\right) + 2\cos(x)\ln\left(|\cos(2x)-1|\right)$

Grupo II — Responda na folha que lhe foi fornecida, por qualquer ordem, às seguintes questões, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar, bem como as respetivas justificações.

II.1 Considere o integral $\int_0^9 \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}-4} dx$.

- ☐ A. Escreva o integral obtido depois de fazer a mudança de variável $t = \sqrt{x}$ no integral dado.
- ☐ B. Calcule o integral anterior.

Fim.