Prova sem consulta. Duração: 1h30m (10m de tolerância) 1ª Prova de Avaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos cinco grupos utilizando folhas de capa distintas. Na resolução da prova deve utilizar uma esferográfica azul ou preta. Em cada pergunta da prova é apresentada a cotação prevista.**

GRUPO I

1. [**7,0**] Considere o conjunto $\mathrm{S}=\{\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}\}\subset\mathbb{R}^4$, onde $\vec{a}=(1,0,1,1)$, $\vec{b}=(1,1,2,0)$, $\vec{c}=(2,1,3,1)$ e $\vec{d}=(0,-1,-1,1)$. Seja $\mathrm{H}=\{(x,y,z,w)\in\mathbb{R}^4 \ : \ 2x-z-w=0\}$ um subespaço de $\mathbb{R}^4$. Determine:

a) O subespaço gerado pelo conjunto S, $L(\mathrm{S})$, e conclua em relação à sua dimensão. Indique uma base, U, para o subespaço obtido que não inclua nenhum elemento de S. Justifique.

b) A dimensão do subespaço H e uma base não ortogonal, W, para o subespaço H que contenha o maior número possível de elementos de S. Justifique.

GRUPO II

2. [**3,5**] Sejam $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$ vetores não nulos do espaço $\mathbb{R}^3$, tais que $\|\vec{a}\|=1$, $\|\vec{c}\|=2$, $\theta=\measuredangle(\vec{a},\vec{c})=\pi/3$, $\vec{d}=\vec{a}+(\vec{a}\times\vec{c})$, $\vec{b}=\vec{c}-2\vec{a}$ e $\vec{e}=\vec{b}+(\vec{a}\times\vec{c})$. Calcule:

a) O ângulo, α, formado pelos vetores $\vec{d}$ e $\vec{a}\times\vec{c}$.

b) A norma de vetor $\vec{e}$.

....*(continua no verso)*

GRUPO III

3. [**3,8**] Sejam o plano $M\ : x+2y+z=0$, o ponto $R=(-3,-3,-3)$ e a reta, *r*, com a equação vetorial $X(t)=P+t\vec{a}$, $t\in\mathbb{R}$, em que $P=(3,1,1)$ e $\vec{a}=(-1,-1,0)$. Obtenha a equação cartesiana do plano, M_1, perpendicular à reta *r* e que passa no ponto, *Q*, do plano *M* mais próximo do ponto *R*. Determine o ângulo, θ, formado pelos planos *M* e M_1.

4. [**2,0**] Sejam $\mathrm{S}=\left\{\vec{b}_1,\vec{b}_2,\ldots,\vec{b}_k\right\}$ e $\mathrm{S}_1=\left\{\vec{b}_1,\vec{b}_2,\ldots,\vec{b}_k,\vec{v}\right\}$ dois conjuntos de vetores do espaço $\mathbb{R}^n$, tal que $k<n$ e $\vec{v}$ é um vetor ortogonal a todos os elementos do conjunto S. Caracterize o conjunto S_1 quanto à sua (in)dependência linear, justificando devidamente a sua resposta.

GRUPO IV

5. [**3,7**] Considere o plano $M\ : x+2y+z=0$ e a reta, *r*, com a equação vetorial $X(t)=P+t\vec{a}$, $t\in\mathbb{R}$, em que $P=(3,1,1)$ e $\vec{a}=(-1,-1,0)$. Determine a equação vetorial da reta, *s*, contida no plano *M*, que é concorrente com a reta *r* e que faz, com esta reta, o ângulo $\alpha=\pi/3$.