Cálculo EE
1º semestre do ano letivo 2020 — , Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho
Teste 1 — novembro 2020
regime: nº de inscrição: nome completo: nº de aluno: **v1**

A prova tem a duração de 90' e termina com a palavra "Fim".

Grupo I — Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela ao lado qual das *quatro* proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão). Cotações — resposta certa: 2.0; nenhuma 0; **mais do que uma proposição selecionadas:** −0.5; **resposta errada:** −0.5, sendo 0 a cotação mínima neste grupo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								

I.1 Qual é a fórmula correta?

A. $\cosh(3x) = \cosh(x)\big(3\cosh^2(x) - 4\big)$
B. $\cosh(3x) = \cosh(x)\big(4\cosh^2(x) - 3\big)$
C. $\cosh(3x) = \cosh(x)\big(3\cosh^2(x) - 4\sinh^2(x)\big)$
D. $\cosh(3x) = \cosh(x)\big(4\cosh^2(x) + 3\big)$

I.2 O limite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2} - 1}{x}$ vale

A. 0 B. e C. $-\infty$ D. 1

I.3 Considere a função $f(x) = \dfrac{\pi}{6} - \arccos(3x - 1)$. Qual das seguintes afirmações está correta?

A. A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \dfrac{1 + \cos(\frac{\pi}{6} - x)}{3}$, $x \in [-1, 1]$
B. A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \dfrac{1 + \cos(\frac{\pi}{6} - x)}{3}$, $x \in \mathbb{R}$
C. A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{\frac{\pi}{6} - \arccos(3x - 1)}$, $x \in [-5\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}]$
D. A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \dfrac{1 + \cos(\frac{\pi}{6} - x)}{3}$, $x \in [-5\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}]$

I.4 Qual das seguintes expressões é igual a $f(x) = \arctan(\tan x)$, no domínio indicado?

A. $f(x) = x, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$
B. $f(x) = x, \quad x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$
C. $f(x) = x, \quad x \in \mathbb{R}$
D. $f(x) = x, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

I.5 Qual o conjunto solução S da equação $|x^2 - 1| < 3$?

A. $S =]-2, 2[$
B. $S = \emptyset$
C. $S =]0, 3[$
D. $S =]-1, 1[$

I.6 O limite $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{e^{x^2} - 1}{x}$ vale

A. 1 B. e C. $+\infty$ D. 0

I.7 A derivada da função $f(x) = \arctan(\sqrt{|x|})$ é

A. $f'(x) = \dfrac{\sqrt{|x|}}{2x(1 + |x|)}$ B. $f'(x) = \dfrac{2\sqrt{x}}{1 + x^2}$ C. $f'(x) = \dfrac{1}{1 + |x|}$ D. $f'(x) = \dfrac{2\sqrt{|x|}}{1 + x^2}$

I.8 Seja $f(x) = \dfrac{\ln(|x-5|)}{\sqrt{x-3}}$. Então o domínio é

A. $]3, \infty[\setminus \{5\}$

B. $\emptyset$

C. $[3, \infty[$

D. $]5, \infty[$

Grupo II — Responda na folha que lhe foi fornecida, por qualquer ordem, às seguintes questões, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar, bem como as respetivas justificações.

II.1 [4 pontos] Considere a função real de variável real $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{se} \quad x > 0 \\ 1-4x+x^2 & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$ com a, b constantes.

A. Determine as constantes a e b de modo que f seja contínua em $\mathbb{R}$.

B. Determine as constantes a e b de modo que f seja derivável em $\mathbb{R}$.

Fim.

Cálculo EE
1º semestre do ano letivo 2020 — , Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho
Teste 1 — novembro 2020
regime: nº de inscrição: nome completo: nº de aluno: **v2**

A prova tem a duração de 90' e termina com a palavra "Fim".

Grupo I — Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela ao lado qual das *quatro* proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão). Cotações — resposta certa: 2.0; nenhuma 0; **mais do que uma proposição selecionadas:** -0.5; **resposta errada:** -0.5, sendo 0 a cotação mínima neste grupo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								

I.1 O limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x^2}-1}{x}$ vale

A 1 B 0 C $-\infty$ D $+\infty$

I.2 Considere a função $f(x) = \dfrac{\pi}{4} - \arcsin(3 - \dfrac{x}{2})$. Qual das seguintes afirmações está correta?

A. O contradomínio de $f(x)$ é $\mathbb{R}$
B. O contradomínio de $f(x)$ é $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
C. O domínio de $f(x)$ é $[4, 8]$
D. O domínio de $f(x)$ é $]4, 8[$

I.3 Qual é a fórmula correta?

A. $\sinh(2x) = \dfrac{1+\tanh^2(x)}{\tanh^2(x)-1}$
B. $\sinh(2x) = \dfrac{1-\tanh^2(x)}{1+\tanh^2(x)}$
C. $\sinh(2x) = \dfrac{2\tanh(x)}{\tanh^2(x)-1}$
D. $\sinh(2x) = \dfrac{2\tanh(x)}{1-\tanh^2(x)}$

I.4 O limite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{4x^2}{\sin(2x^2)}$ vale

A 4 B $-\infty$ C 2 D 0

I.5 Seja $f(x) = \sqrt{\ln(x+2)}$. Então o domínio é

A. $]0, +\infty[$
B. $]-1, +\infty[$
C. $[-1, +\infty[$
D. $\emptyset$

I.6 Qual o conjunto solução S da equação $x^2 < 9$?

A. $S =]-\infty, 3[$
B. $S =]-3, 3[$
C. $S = [-3, 3]$
D. $S =]-9, 9[$

I.7 O valor de $\cos(\arcsin(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}))$ é

A 1 B $-\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4}$

I.8 Considere a função $g(x) = \ln(2x) \cdot \arctan(x^2)$ definida no seu domínio. Qual a expressão da sua derivada $g'(x)$?

A. $\dfrac{1}{x}\arctan(x^2) + \dfrac{2x\ln(2x)}{\sqrt{1-x^4}}$

B. $-\dfrac{2x\ln(2x)}{\sqrt{1-x^4}}$

C. $\dfrac{4x\ln(2x)}{\sqrt{1-x^4}2x}\arccos(x^2)$

D. $\dfrac{1}{x}\arctan(x^2) + \dfrac{2x\ln(2x)}{1+x^4}$

Grupo II — Responda na folha que lhe foi fornecida, por qualquer ordem, às seguintes questões, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar, bem como as respetivas justificações.

II.1 [4 pontos] Considere a função real de variável real definida por $f(x) = \begin{cases} \arctan(x) & \text{se } x \leq 0 \\ -3x\exp(-x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$

A. Estude a continuidade de f em $x = 0$.

B. Estude a derivabilidade de f em $x = 0$.

C. Determine $f'(x)$.

Fim.