2º Teste de Álgebra Linear B

Guimarães, Janeiro de 2008

Cursos de Mestrado Integrado em Engenharia

Nome ____ **Nº** ________

Curso______________________________________ **Fila** _______ **Coluna** _______

Instruções: Todas as suas respostas terão de ser dadas nesta folha.
Respostas erradas nas perguntas de verdadeiro/falso têm cotação negativa.
A duração da prova é de 90 minutos sem tolerância. Antes de iniciar as suas respostas preencha o cabeçalho da prova e coloque o seu cartão de identificação sobre a mesa, a fim de se proceder à sua identificação.

1. Diga quais das seguintes aplicações são lineares:

a) $\mathbf{f}: \Re^3 \to \Re^2 \;\; \mathbf{f(x,y,z)} = (\,2\mathbf{x}+\mathbf{y},\ \mathbf{xy})$ V F

b) $\mathbf{f}: \Re^3 \to \Re^2 \;\; \mathbf{f(x,y,z)} = (\,2\mathbf{x}+\mathbf{y},\ 3\mathbf{x})$ V F

c) $\mathbf{f}: \Re^3 \to \Re^2 \;\; \mathbf{f(x,y,z)} = (2\mathbf{x}+\mathbf{y},\ 3)$ V F

2. Considere uma aplicação $f : \Re^3 \to \Re^4$ tal que f(1,0,0)=(1,2,0,0), f(0,1,0)=(1,2,2,2) e f(0,0,1)=(0,0,-2,-2).

a) A aplicação pode ser sobrejectiva. V F

b) A aplicação é injectiva. V F

c) A matriz da aplicação é $A_{3\times4}$. V F

d) O sistema Ax=b quando possível é indeterminado. V F

3. Considere uma matriz A_{4x4} tal que $|A| = 4$. Diga se são verdadeiras as seguintes afirmações.

a) A matriz A não é invertível. V F

b) A característica da matriz A é 4. V F

c) O determinante de $2A$ é 8. V F

d) Os vectores formados pelas colunas da matriz A são lin. independentes. V F

4. Considere as matrizes A e B quadradas de ordem 2 .

a) Se $|A| \neq 0$ então $|AB| \neq 0$. V F

b) Se $|A| = 4$ e $B = 2A$ então $|B| = 8$. V F

c) Se $|A| = 0$ então A admite um valor próprio nulo. V F

5. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & a & 3 \end{bmatrix}$

a) Sendo A a matriz de uma aplicação linear f dê a representação de um vector genérico.

____

b) Considerando a aplicação linear f diga para que valores de a

i) a aplicação linear f é injectiva. ____________________

ii) a aplicação linear f é sobrejectiva. ____________________

6. Considere uma aplicação linear $f: \Re^3 \to \Re^2$ tal que Nuc f=<(1,0,0)>. f(0,1,0) = (0,1) , f(0,0,1) = (1,1) e Indique:

a) A matriz associada. ____________________

b) Im f . ____________________

c) A característica de f. ____________________

7. Considere o sistema de equações Ax = b com

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{a} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{c} \end{bmatrix}.$$

a) Condense a matriz ampliada do sistema Ax = b. ____________________

b) Para que valores de **a** e **c** o sistema é:

i) Possível e determinado. ____________________

ii) Possível e indeterminado. ____________________

iii) Impossível. ____________________

c) Dê a solução do sistema para a = 0 e c = 1.

____

d) Dê a solução do sistema homogéneo associado para a = 0

. ____________________

e) Considere a aplicação linear associada à matriz A, diga para que valores de **a**, a aplicação é:

i) injectiva. ______________________

i**i)** sobrejectiva. ______________________

ii**i)** para a=0, determine o núcleo. ______________________

8. Considere uma matriz quadrada de ordem n tal que $|A|=2$, complete as seguintes asserções, de modo a torná-las verdadeiras:

a) Se $|2A| = 4$, o valor de n é __________________

b) Se B for uma matriz de ordem n e $|B| = 3$ então $|A\,B^{-1}|$ é __________________

c) Se n=3 o valor de $|-A|$ é __________________

9. Considere a matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Determine os valores próprios de A e os vectores próprios associados ao valor próprio 3.