Teste de Álgebra Linear B

Guimarães, Novembro de 2007

Cursos de Mestrado Integrado em Engenharia

Nome ____ **Nº** ________

Curso ____________________________ **Sala** ________ **Fila** _____ **Coluna** _____

Instruções: Todas as suas respostas terão de ser dadas nesta folha.
Respostas erradas nas perguntas de verdadeiro/falso têm cotação negativa.
A duração da prova é de 1:30 hora sem tolerância. Antes de iniciar as suas respostas preencha o cabeçalho da prova e coloque o seu cartão de identificação sobre a mesa, a fim de se proceder à sua identificação.

1. Considere as matrizes $\mathbf{A},\mathbf{B}\in\mathbf{M}_{4\times4}$ e $\mathbf{C},\mathbf{D}\in\mathbf{M}_{3\times4}$. Diga se são verdadeiras ou não as seguintes igualdades: (3 val.)

a) $\mathbf{AD}=\mathbf{DA}$	V	F	**b)** $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{\mathbf{T}}=\mathbf{A}^{\mathbf{T}}+\mathbf{B}^{\mathbf{T}}$	V	F
c) $\mathbf{A}+\mathbf{C}=\mathbf{C}+\mathbf{A}$	V	F	**d)** $(\mathbf{AC})^{\mathbf{T}}=\mathbf{C}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$	V	F
e) $(\mathbf{B}+\mathbf{D})^2=\mathbf{B}^2+\mathbf{BD}+\mathbf{DB}+\mathbf{D}^2$	V	F	**f)** $\mathbf{C}^2\mathbf{C}^3=\mathbf{C}^5$	V	F

2. Considere as matrizes $\mathbf{A},\mathbf{B}\in\mathbf{M}_{4\times4}$ e $\mathbf{C},\mathbf{D}\in\mathbf{M}_{3\times4}$. Diga se se podem verificar as seguintes igualdades. **Justifique.** (4 val.)

a) $\mathbf{AB}=\mathbf{BA}$

---

b) $\mathbf{C}(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\mathbf{CB}+\mathbf{CA}$

---

c) $(\mathbf{A}+\mathbf{B})^{\mathbf{T}}=\mathbf{A}^{\mathbf{T}}+\mathbf{B}^{\mathbf{T}}$

---

d) $(\mathbf{DA})^{\mathbf{T}}=\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{D}^{\mathbf{T}}$

---

3. Considere as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{b} & \mathbf{c} \\ 3 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 12 & 10 \\ -4 & -9 \end{bmatrix}$$

Determine os valores de a, b, c de modo que $\mathbf{AB - C^2 = D}$. (2 val.)

---

4. No espaço vectorial $\Re^3$ determine o valor do parâmetro real β que faz com que o vector $(1,\beta,6)$ não seja combinação linear dos vectores $(1,0,3)$ **e** $(2,-1,5)$. (2 val.)

---

5. No espaço vectorial $\Re^3$ verifique, através da definição, que, os vectores $(1,0,1), (1,1,-2)$ **e** $(2,1,-1)$ são linearmente dependentes. (2 val.)

---

6. No espaço vectorial $\Re^3$ verifique, se os vectores $(1,0,1),(0,0,1),(2,0,2)$ **e** $(1,1,1)$ são geradores de $\Re^3$. Justifique. (2 val.)

---

7. Considere o espaço vectorial $\Re^3$.Diga se são verdadeiras as seguintes afirmações. (3 val.)

a) O conjunto dos vectores $\{(1,0,0),(2,0,0),(4,5,3)\}$ é linearmente dependente. V F

b) O conjunto dos vectores $\{(1,0,0),(2,0,0),(4,5,3)\}$ é gerador de $\Re^3$. V F

c) O conjunto dos vectores $\{(1,0,0),(2,0,0),(4,5,3),(2,3,5)\}$ é linearmente dependente. V F

d) O conjunto dos vectores $\{(1,0,0),(2,0,0),(4,5,3),(2,3,5)\}$ não é gerador de $\Re^3$. V F

e) Quaisquer 4 vectores são geradores de $\Re^3$. V F

f) Quaisquer 3 vectores geradores são linearmente dependentes. V F

---

8. Complete as seguintes frases de modo a obter asserções verdadeiras. (2 val.)

a) Num espaço vectorial de dimensão 4 um conjunto de 3 vectores linearmente independentes são______________________________

b) Num espaço vectorial de dimensão 4, um conjunto de 6 vectores geradores são______________________________

c) Num espaço vectorial de dimensão 4 qualquer conjunto de vectores linearmente independentes contêm ______________________________vectores.

d) Num espaço vectorial de dimensão 4 qualquer conjunto de geradores contêm ______________________________vectores linearmente independentes.