Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v1**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C hipérboles.

D circunferências e um ponto.

E retas.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
- C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.
- D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

- A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- B $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.
- C $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
- D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- E $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2, -2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

- A -3.
- B -4.
- C -1.
- D 1.
- E 2.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

- A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
- C $(0, 0)$ é um maximizante local de f.
- D $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- E $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v2**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(-1, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 1.
B -2.
C -1.
D 4.
E 2.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 + (y + 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
B $(0, 0)$ é um maximizante local de f.
C $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.
D $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.
E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.
C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
D $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).
B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.
D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.5 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

I.6 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A hipérboles.

B elipses e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v3**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E retas.

I.5 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ 1.

$\boxed{\text{B}}$ 4.

$\boxed{\text{C}}$ 2.

$\boxed{\text{D}}$ -2.

$\boxed{\text{E}}$ 3.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

$\boxed{\text{B}}$ Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

$\boxed{\text{C}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{D}}$ Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

$\boxed{\text{E}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}.$

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}.$

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}.$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}.$

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v4**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B parabolóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D retas.

E elipses e um ponto.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B -3.

C -4.

D 3.

E -2.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1° semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: $\quad$ nº de aluno: $\quad$ **v5**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C elipses e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.7 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 2.

B -1.

C 4.

D -3.

E 1.

I.10 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v6**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.
B hipérboles.
C elipsóides e um ponto.
D parábolas e um ponto.
E retas.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
C $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.
D $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.
E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
B $\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.
C $\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
D $\lim_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
E $\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um minimizante local de f.

D $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}.$

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$

I.8 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg).$

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg).$

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A $2.$

B $-2.$

C $-3.$

D $1.$

E $-1.$

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v7**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y)=\cos(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

B Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$.

D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)\neq\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x+y=-1$ é:

A $(1,-2)$ associado a $\lambda=1$.

B $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=-2$.

C $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=-1$.

D $(-2,1)$ associado a $\lambda=1$.

E $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=2$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A hipérboles.

B circunferências e um ponto.

C retas.

D elipsóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{0}{k^4}-0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k^4}-0}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k}-1}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

- A $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.
- B $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
- C $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.
- D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.
- E $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- A 3.
- B -3.
- C 4.
- D 2.
- E -2.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
- C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.
- D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.
- E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v8**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:
A $(0,0)$ é um minimizante local de f.
B $(0,0)$ é um maximizante local de f.
C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
D $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:
A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
A 3.
B -1.
C 4.
D -2.
E 1.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
A retas.
B circunferências e um ponto.
C elipsóides e um ponto.
D elipses e um ponto.
E parabolóides e um ponto.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
B Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).
C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.
D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.6 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:
A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.
C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.
D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

$\boxed{A}$ $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{B}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{C}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{D}$ $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{E}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

$\boxed{A}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

$\boxed{B}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

$\boxed{C}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

$\boxed{D}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

$\boxed{E}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{A}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

$\boxed{B}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

$\boxed{C}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

$\boxed{D}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

$\boxed{E}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

I.10 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

$\boxed{A}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

$\boxed{B}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

$\boxed{C}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

$\boxed{D}$ $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

$\boxed{E}$ $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v9**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B retas.

C elipses e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2, -2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 2.

B 1.

C -1.

D 3.

E -4.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

I.8 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v10**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A) parabolóides e um ponto.

B) circunferências e um ponto.

C) elipses e um ponto.

D) elipsóides e um ponto.

E) parábolas e um ponto.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A) $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B) $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C) $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

D) $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E) $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A) $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

B) $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

C) $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

D) $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

E) $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A) $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B) $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

C) $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

D) $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E) $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.5 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A) $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B) $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C) $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D) $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E) $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
- C Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.
- D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).
- E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
- B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.
- C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.
- D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
- E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- A -4.
- B -3.
- C 4.
- D 3.
- E 2.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v11**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.
B $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.
C $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
D $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.
E $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.
B $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.
C $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.
D $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 3.
B -2.
C 2.
D 1.
E -4.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).
B Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.
C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
D Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.
E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B hipérboles.

C retas.

D paraboloides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v12**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:
A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:
A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
D $(0,0)$ é um minimizante local de f.
E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.3 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:
A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).
B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
A -4.
B 2.
C -2.
D 1.
E -1.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:
A $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.
B $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.
C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.7 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D elipses e um ponto.

E hipérboles.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{0}{k^2}-0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{0}{k^4}-0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^4}-0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v13**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B hipérboles.

C elipsóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.7 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.

I.8 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(2, -1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 2.

B 3.

C 4.

D -3.

E -2.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v14**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t,mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 4.

B 1.

C -3.

D -4.

E -2.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B elipses e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D parábolas e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v15**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B -3.

C 4.

D 2.

E -2.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D hipérboles.

E elipsóides e um ponto.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.6 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

$\boxed{\text{A}}$ $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

$\boxed{\text{B}}$ $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

$\boxed{\text{C}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

$\boxed{\text{D}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

$\boxed{\text{E}}$ $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $(0,0)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{\text{B}}$ $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{\text{C}}$ $(0,0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{D}}$ $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{E}}$ $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{B}}$ $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{C}}$ $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{D}}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{\text{E}}$ $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

$\boxed{\text{B}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

$\boxed{\text{C}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{D}}$ Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

$\boxed{\text{E}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v16**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D hipérboles.

E elipses e um ponto.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -1.

B -2.

C 2.

D 3.

E -4.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v17**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B circunferências e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D elipses e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B 2.

C 3.

D -1.

E -2.

I.7 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.9 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v18**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A retas.

B elipsóides e um ponto.

C hipérboles.

D circunferências e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x+y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B -3.

C -2.

D 2.

E 4.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2+(y+2)^2+y^3-4y$. Então:

A $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.7 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v19**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 2.

B 3.

C 1.

D -1.

E -4.

I.5 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f$, $m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}$.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B retas.

C elipsóides e um ponto.

D elipses e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.9 Sejam $f(x,y)=\operatorname{sen}(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^3-(x-3)^2-6x-y^2$. Então:

A $(-2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v20**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0,0)$ é um minimizante local de f.

D $(0,0)$ é um maximizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

I.3 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C elipses e um ponto.

D hipérboles.

E elipsóides e um ponto.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- [A] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [B] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [C] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [D] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [E] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- [A] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
- [B] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
- [C] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.
- [D] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
- [E] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- [A] -2.
- [B] 3.
- [C] -3.
- [D] 4.
- [E] 2.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

- [A] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- [B] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
- [C] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
- [D] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- [E] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v21**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 2.

B 1.

C -4.

D -3.

E 3.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

- $\boxed{\text{A}}$ $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{\text{B}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{\text{C}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- $\boxed{\text{D}}$ $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{\text{E}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- $\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $(0, 0)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{\text{B}}$ $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{\text{C}}$ $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{D}}$ $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{E}}$ $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- $\boxed{\text{A}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).
- $\boxed{\text{B}}$ Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
- $\boxed{\text{C}}$ Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.
- $\boxed{\text{D}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- $\boxed{\text{E}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

I.10 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- $\boxed{\text{A}}$ parabolóides e um ponto.
- $\boxed{\text{B}}$ hipérboles.
- $\boxed{\text{C}}$ elipsóides e um ponto.
- $\boxed{\text{D}}$ circunferências e um ponto.
- $\boxed{\text{E}}$ retas.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v22**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

I.2 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C retas.

D parábolas e um ponto.

E hipérboles.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0,0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -3.

B 4.

C -1.

D -4.

E 3.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.6 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v23**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.
B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
C $(2/3,0)$ é um minimizante local de f.
D $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.
E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.2 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.
B elipses e um ponto.
C retas.
D parabolóides e um ponto.
E circunferências e um ponto.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).
B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
E Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.
B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.
C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.
D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.
E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.
C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.
E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B 2.

C 4.

D -2.

E -1.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v24**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.3 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 2.

B -2.

C 1.

D -1.

E 3.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B hipérboles.

C parábolas e um ponto.

D retas.

E parabolóides e um ponto.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v25**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B 2.

C 1.

D -1.

E -2.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.7 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x - 3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.9 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B retas.

C circunferências e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E elipses e um ponto.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v26**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -4.
B 3.
C -2.
D -1.
E 1.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
B $(2/3,0)$ é um minimizante local de f.
C $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.
D $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.
E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.
B elipsóides e um ponto.
C elipses e um ponto.
D parabolóides e um ponto.
E parábolas e um ponto.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.
B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.
C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.
E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).
- B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

- A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- B $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.
- C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- D $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
- E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.10 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.
- B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.
- C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.
- D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.
- E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v27**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C retas.

D elipsóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 3.

B 1.

C -1.

D -2.

E 4.

I.9 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v28**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 1.

B 2.

C -2.

D -4.

E 3.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 + (y + 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.6 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C elipses e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v29**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.
B $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.
C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(-1,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 3.
B 1.
C -2.
D 4.
E 2.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C hipérboles.

D circunferências e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

B Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v30**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
- A -2.
- B -1.
- C 1.
- D 3.
- E -3.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:
- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:
- A $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.
- B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- C $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.
- D $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.
- E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
- A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- B Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).
- C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
- D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
- A elipsóides e um ponto.
- B circunferências e um ponto.
- C parabolóides e um ponto.
- D hipérboles.
- E elipses e um ponto.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.8 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um maximizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v31**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
- D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

I.2 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

- A $\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
- B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
- C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
- D $\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
- E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y - 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.
- B $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.
- C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.
- D $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- E $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

- A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- A parábolas e um ponto.
- B circunferências e um ponto.
- C elipsóides e um ponto.
- D parabolóides e um ponto.
- E hipérboles.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

$\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

$\boxed{A}$ $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{B}$ $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{C}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{D}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{E}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

$\boxed{A}$ -3.

$\boxed{B}$ 1.

$\boxed{C}$ 2.

$\boxed{D}$ 4.

$\boxed{E}$ 3.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

$\boxed{A}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

$\boxed{B}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

$\boxed{C}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

$\boxed{D}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{E}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}.$

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}.$

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}.$

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}.$

$\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v32**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:
- A $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.
- B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- C $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.
- D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
- A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
- B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).
- D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
- A elipses e um ponto.
- B retas.
- C elipsóides e um ponto.
- D parábolas e um ponto.
- E circunferências e um ponto.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:
- A $(0,0)$ é um maximizante local de f.
- B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- C $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- D $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:
- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.
- B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
- C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
- D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
- E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.8 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

- A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
- B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.
- C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.
- D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.
- E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- A 1.
- B -2.
- C 4.
- D -1.
- E 2.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
- B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.
- C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.
- D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v33**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.
B circunferências e um ponto.
C elipsóides e um ponto.
D parábolas e um ponto.
E elipses e um ponto.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.
C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

I.3 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.
B $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.
C $(0,0)$ é um maximizante local de f.
D $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.
E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

- A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.7 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

- A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(2, -1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

- A 1.
- B -2.
- C -1.
- D 4.
- E 2.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.
- C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).
- E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

- A $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
- B $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.
- C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v34**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
A 4.
B 3.
C 1.
D -2.
E 2.

I.2 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
A parabolóides e um ponto.
B elipsóides e um ponto.
C elipses e um ponto.
D circunferências e um ponto.
E parábolas e um ponto.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:
A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
C $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
A Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).
B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.
E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:
A $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.
B $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.
C $(0,0)$ é um maximizante local de f.
D $(0,0)$ é um minimizante local de f.
E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:
A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=-1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v35**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B retas.

C circunferências e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B 1.

C -1.

D -4.

E -2.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v36**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.7 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B -2.

C 1.

D 2.

E -3.

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D elipses e um ponto.

E hipérboles.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v37**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.2 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D parábolas e um ponto.

E retas.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x - 3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 3.

B 1.

C -4.

D -1.

E -2.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.9 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y} \text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \text{sen}(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y} \text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

E Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v38**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A paraboloides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D parábolas e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2}-1}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{2h}-0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^2}-0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \frac{y^2}{(x^2+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t,mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

I.7 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

C Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 3.

B 1.

C -4.

D -1.

E 4.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v39**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um minimizante local de f.

D $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D elipses e um ponto.

E retas.

I.7 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -4.

B 1.

C 3.

D -2.

E 2.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v40**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

I.2 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B hipérboles.

C circunferências e um ponto.

D retas.

E elipses e um ponto.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.4 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.5 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -2.

B 3.

C 1.

D 4.

E -3.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v41**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A -1.

B 4.

C -3.

D 3.

E 1.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C hipérboles.

D elipses e um ponto.

E retas.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v42**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}.$

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}.$

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}.$

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}.$

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}.$

I.3 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B 3.

C -2.

D 2.

E -4.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

D Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B hipérboles.

C circunferências e um ponto.

D retas.

E elipsóides e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v43**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x - 3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.6 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A hipérboles.

B elipsóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x+y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v}=(1,0)$ é:

A 1.

B -1.

C -3.

D 4.

E -4.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.10 Sejam $f(x,y)=\cos(yg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v44**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C hipérboles.

D retas.

E circunferências e um ponto.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B -3.

C 3.

D 1.

E 4.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v45**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3, -1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 4.

B -3.

C -2.

D 2.

E 1.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

- [A] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- [B] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- [C] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- [D] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- [E] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- [A] elipses e um ponto.
- [B] circunferências e um ponto.
- [C] elipsóides e um ponto.
- [D] parábolas e um ponto.
- [E] hipérboles.

I.8 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

- [A] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- [B] $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- [C] $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- [D] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- [E] $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- [A] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.
- [B] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
- [C] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
- [D] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
- [E] $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- [A] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [B] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [C] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [D] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [E] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v46**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:
A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
C $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 + (x - 3)^2 + 6x - y^2$. Então:
A $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.
B $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
C $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
A Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).
B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:
A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:
A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.6 Sejam $f(x, y) = \cos(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:
A $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) - \left(y \frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.
B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \operatorname{sen}(yg) - \left(y \frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.
C $-\frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg) - \left(y \frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.
D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \operatorname{sen}(yg) - \left(y \frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.
E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) - \left(y \frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

I.7 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-3,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B 1.

C 3.

D -2.

E -1.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C hipérboles.

D parabolóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v47**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -2.

B 3.

C -3.

D -4.

E 2.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E hipérboles.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.10 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v48**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:
A $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.
B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
D $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.
E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:
A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
A -2.
B 4.
C 1.
D 2.
E 3.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
A parabolóides e um ponto.
B circunferências e um ponto.
C retas.
D elipses e um ponto.
E hipérboles.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:
A $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
C $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
D $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
E $(0,0)$ é um minimizante local de f.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}.$

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}.$

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}.$

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}.$

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}.$

I.8 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

B $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}.$

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}.$

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}.$

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}.$

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v49**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B 2.

C 3.

D -1.

E 1.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0,0)$ é um maximizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.6 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B retas.

C hipérboles.

D circunferências e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}.$

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}.$

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}.$

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}.$

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}.$

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}.$

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v50**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y)=\cos(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\text{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\text{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x+y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

A 1.

B 4.

C -3.

D 3.

E -4.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^4}-1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{0}{k^2}-0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^4}-0}{k}$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B hipérboles.

C circunferências e um ponto.

D elipses e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

I.8 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m.$

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y - 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v51**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y)=\text{sen}(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\text{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f\notin C^0(D_f)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)\neq\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^5}-0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{0}{h^4}-0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{0}{h^5}-0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D parábolas e um ponto.

E hipérboles.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -3.

B 1.

C 4.

D -1.

E -2.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(0,0)$ é um minimizante local de f.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v52**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- A hipérboles.
- B circunferências e um ponto.
- C parábolas e um ponto.
- D elipses e um ponto.
- E elipsóides e um ponto.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

- A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- B $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
- C $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.
- D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y - 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.
- B $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- C $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
- D $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
- E $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- B Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.
- C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).
- D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).
- E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-1, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

- A 3.
- B 1.
- C -4.
- D -2.
- E 4.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v53**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:
A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.2 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:
A parábolas e um ponto.
B elipsóides e um ponto.
C elipses e um ponto.
D circunferências e um ponto.
E hipérboles.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:
A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 + (x - 3)^2 + 6x - y^2$. Então:
A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
B $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
D $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
E $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:
A $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.
B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
C $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

$\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

$\boxed{\text{C}}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

$\boxed{\text{D}}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}.$

$\boxed{\text{E}}$ $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

$\boxed{\text{A}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}.$

$\boxed{\text{B}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}.$

$\boxed{\text{C}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}.$

$\boxed{\text{D}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}.$

$\boxed{\text{E}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}.$

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(-1,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $-4.$

$\boxed{\text{B}}$ $4.$

$\boxed{\text{C}}$ $1.$

$\boxed{\text{D}}$ $2.$

$\boxed{\text{E}}$ $-2.$

I.9 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

$\boxed{\text{A}}$ $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

$\boxed{\text{B}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

$\boxed{\text{C}}$ $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

$\boxed{\text{D}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

$\boxed{\text{E}}$ $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

$\boxed{\text{B}}$ Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

$\boxed{\text{C}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{D}}$ Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

$\boxed{\text{E}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v54**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E hipérboles.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B -3.

C -4.

D -1.

E 2.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v55**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 3.

B -4.

C -3.

D 4.

E -1.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C retas.

D elipses e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v56**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B 3.

C 4.

D 1.

E -4.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um minimizante local de f.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D retas.

E hipérboles.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.10 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v57**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 4.

B -4.

C -1.

D 2.

E 1.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B retas.

C hipérboles.

D parabolóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v58**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.5 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D hipérboles.

E retas.

I.7 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x+y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

A -1.

B 4.

C 2.

D -2.

E 3.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^5}-0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-1}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{0}{h^5}-0}{h}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y<-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v59**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.
B hipérboles.
C elipsóides e um ponto.
D circunferências e um ponto.
E retas.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.3 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.
B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.
C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.
D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.
E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A -3.
B 3.
C 1.
D -2.
E 2.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.
E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.8 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v60**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

C $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.

D $(0,0)$ é um maximizante local de f.

E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.3 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

$\boxed{A}$ $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

$\boxed{B}$ $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

$\boxed{C}$ $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

$\boxed{D}$ $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

$\boxed{E}$ $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.7 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}$.

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

$\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x+y^2$ em $(-2,1)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

$\boxed{A}$ -1.

$\boxed{B}$ -2.

$\boxed{C}$ -3.

$\boxed{D}$ 1.

$\boxed{E}$ 2.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

$\boxed{A}$ parabolóides e um ponto.

$\boxed{B}$ retas.

$\boxed{C}$ elipses e um ponto.

$\boxed{D}$ parábolas e um ponto.

$\boxed{E}$ circunferências e um ponto.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{A}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

$\boxed{B}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f\notin C^1(D_f)$.

$\boxed{C}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f\notin C^0(D_f)$.

$\boxed{D}$ Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

$\boxed{E}$ Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v61**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B hipérboles.

C retas.

D circunferências e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -3.

B -4.

C -1.

D 3.

E 2.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.7 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v62**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A $-4.$

B $4.$

C $-3.$

D $-1.$

E $1.$

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}.$

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}.$

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}.$

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}.$

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}.$

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.
- E Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

- A $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.
- B $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
- C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- D $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.
- E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- A elipsóides e um ponto.
- B circunferências e um ponto.
- C hipérboles.
- D elipses e um ponto.
- E parabolóides e um ponto.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2 - 2y^2 + 4}}{\ln(y - x)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x - 3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

- A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
- B $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- D $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
- E $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v63**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D elipses e um ponto.

E hipérboles.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

[A] -2.

[B] -3.

[C] -1.

[D] 3.

[E] 2.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

[A] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

[B] Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

[C] Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

[D] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

[E] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.8 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

[A] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

[B] $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

[C] $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

[D] $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

[E] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

[A] $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

[B] $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

[C] $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

[D] $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

[E] $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

[A] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

[B] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

[C] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

[D] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

[E] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v64**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A hipérboles.

B parábolas e um ponto.

C retas.

D elipses e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,0)$ é um minimizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(2, 3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 1.

B -3.

C 2.

D -1.

E 3.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.10 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y) \to (0,0) \\ (x,y) \in C_m}} f(x, y) = 0$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y) \to (0,0) \\ (x,y) \in C_m}} f(x, y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y) \to (0,0) \\ (x,y) \in C_m}} f(x, y) = 1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y) \to (0,0) \\ (x,y) \in C_m}} f(x, y) = m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y) \to (0,0) \\ (x,y) \in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v65**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -2.
B 2.
C -3.
D 4.
E 3.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.
B $(0,0)$ é um minimizante local de f.
C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
D $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.
E $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.
B retas.
C elipses e um ponto.
D hipérboles.
E circunferências e um ponto.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t,mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.
C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.10 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v66**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -3.

B 1.

C 2.

D 3.

E -4.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y - 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.5 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A hipérboles.

B elipses e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v67**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

I.3 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t,mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B -2.

C -4.

D 2.

E -3.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B parabolóides e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D hipérboles.

E circunferências e um ponto.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

I.10 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v68**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 2.

B -3.

C 3.

D 1.

E -2.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.6 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D retas.

E hipérboles.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v69**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B 1.

C -3.

D 4.

E -1.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- [A] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- [B] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- [C] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- [D] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- [E] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- [A] retas.
- [B] circunferências e um ponto.
- [C] elipsóides e um ponto.
- [D] hipérboles.
- [E] parabolóides e um ponto.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

- [A] $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- [B] $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- [C] $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.
- [D] $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.
- [E] $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- [A] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- [B] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- [C] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.
- [D] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.
- [E] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- [A] $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
- [B] $(0,0)$ é um maximizante local de f.
- [C] $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.
- [D] $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.
- [E] $(0,0)$ é um minimizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v70**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

B Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C hipérboles.

D circunferências e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-1, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -4.

B 1.

C 3.

D 4.

E -2.

I.8 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \text{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \text{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \text{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \text{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 + (x - 3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v71**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B hipérboles.

C parábolas e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.8 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(2, 3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 4.

B 2.

C -4.

D 1.

E -1.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x - 3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v72**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A $-2.$

B $-4.$

C $2.$

D $-1.$

E $-3.$

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D elipses e um ponto.

E hipérboles.

I.10 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

C $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v73**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.
D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.
E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 1.
B -4.
C -3.
D -2.
E 2.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.
D Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).
E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.
B retas.
C circunferências e um ponto.
D hipérboles.
E elipsóides e um ponto.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.7 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

I.8 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 + (y + 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v74**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y - 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -3.

B 3.

C -2.

D 1.

E 4.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B hipérboles.

C parábolas e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E elipses e um ponto.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v75**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.
B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.
C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k}-1}{k}$.
B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k}-0}{k}$.
C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.
D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.
E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4}-0}{k}$.

I.3 Sejam $f(x,y)=\cos(yg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2+(y+2)^2+y^3-4y$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.
B $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.
C $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.
D $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.
E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=1$.
B $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=-2$.
C $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=2$.
D $(2,-1)$ associado a $\lambda=-1$.
E $(2,-1)$ associado a $\lambda=1$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E retas.

I.7 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A -2.

B -1.

C 4.

D 2.

E 1.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v76**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B hipérboles.

C elipsóides e um ponto.

D elipses e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B -1.

C 2.

D -2.

E 3.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=-2$.

B $(2,-1)$ associado a $\lambda=-1$.

C $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=1$.

D $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=2$.

E $(-1,2)$ associado a $\lambda=2$.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : (y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^3+(x-3)^2+6x-y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.

E $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^5}-0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\frac{0}{h^5}-0}{h}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v77**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B retas.

C hipérboles.

D parabolóides e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

[A] $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

[B] $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

[C] $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

[D] $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

[E] $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

[A] 4.

[B] 1.

[C] -2.

[D] -1.

[E] 2.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

[A] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

[B] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

[C] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

[D] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

[E] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

[A] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

[B] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

[C] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

[D] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

[E] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

[A] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

[B] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

[C] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

[D] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

[E] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v78**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -2.

B 2.

C 3.

D -4.

E 1.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C elipses e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E hipérboles.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).
- C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
- D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

- A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

- A $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.
- B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
- C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.9 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

- A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.
- E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
- B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
- C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.
- D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
- E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v79**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:
- A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.
- B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
- C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
- D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
- E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:
- A $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
- B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
- C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
- D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
- E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:
- A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.
- B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
- C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.
- E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:
- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x-y=1$ é:
- A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- B $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.
- C $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.
- D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- E $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -1.

B -2.

C 4.

D 3.

E 1.

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C retas.

D elipses e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.9 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v80**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 4.

B -4.

C 2.

D 1.

E -1.

I.2 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 + (x - 3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C elipses e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t,mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}.$

B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}.$

C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}.$

D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}.$

E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v81**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

D Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- [A] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$
- [B] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$
- [C] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$
- [D] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$
- [E] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}.$

I.7 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

- [A] $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$
- [B] $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$
- [C] $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$
- [D] $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$
- [E] $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

- [A] 3.
- [B] 1.
- [C] -2.
- [D] -4.
- [E] -3.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- [A] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$
- [B] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$
- [C] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}.$
- [D] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$
- [E] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}.$

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

- [A] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}.$
- [B] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}.$
- [C] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}.$
- [D] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}.$
- [E] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v82**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}.$

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}.$

B $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\frac{0}{h^2}-0}{h}.$

C $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}.$

D $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-1}{h}.$

E $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{2h}-0}{h}.$

I.3 Sejam $f(x,y)=\cos(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+(y-2)^2-y^3+4y$. Então:

A $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- $\boxed{A}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).
- $\boxed{B}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- $\boxed{C}$ Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).
- $\boxed{D}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- $\boxed{E}$ Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- $\boxed{A}$ circunferências e um ponto.
- $\boxed{B}$ hipérboles.
- $\boxed{C}$ elipses e um ponto.
- $\boxed{D}$ parábolas e um ponto.
- $\boxed{E}$ retas.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

- $\boxed{A}$ -2.
- $\boxed{B}$ -1.
- $\boxed{C}$ 2.
- $\boxed{D}$ -3.
- $\boxed{E}$ 3.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- $\boxed{A}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- $\boxed{B}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- $\boxed{C}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- $\boxed{D}$ $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- $\boxed{E}$ $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

- $\boxed{A}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{B}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{C}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- $\boxed{D}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{E}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2 - 2y^2 + 4}}{\ln(y - x)}$. Então, o domínio da função é:

- $\boxed{A}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- $\boxed{B}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- $\boxed{C}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- $\boxed{D}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- $\boxed{E}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v83**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipses e um ponto.

C hipérboles.

D retas.

E parábolas e um ponto.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{B}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{\text{C}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{D}}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{\text{E}}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

$\boxed{\text{A}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

$\boxed{\text{B}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{\text{C}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{\text{D}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

$\boxed{\text{E}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ 4.

$\boxed{\text{B}}$ -2.

$\boxed{\text{C}}$ -4.

$\boxed{\text{D}}$ 1.

$\boxed{\text{E}}$ 3.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

$\boxed{\text{B}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

$\boxed{\text{C}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

$\boxed{\text{D}}$ Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

$\boxed{\text{E}}$ Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v84**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B retas.

C elipses e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.7 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B 4.

C 3.

D -2.

E 1.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v85**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 4.

B -4.

C -2.

D 1.

E -1.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- [A] Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
- [B] Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- [C] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- [D] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- [E] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- [A] hipérboles.
- [B] elipsóides e um ponto.
- [C] parabolóides e um ponto.
- [D] retas.
- [E] circunferências e um ponto.

I.8 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

- [A] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
- [B] $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
- [C] $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
- [D] $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
- [E] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- [A] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [B] $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [C] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [D] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [E] $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x - 3)^2 - 6x - y^2$. Então:

- [A] $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- [B] $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- [C] $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- [D] $(0, 0)$ é um maximizante local de f.
- [E] $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v86**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -3.

B -4.

C 1.

D 3.

E -1.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B circunferências e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D retas.

E parabolóides e um ponto.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- $\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.
- $\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- $\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- $\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.
- $\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

- $\boxed{A}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{B}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
- $\boxed{C}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{D}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- $\boxed{E}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- $\boxed{A}$ Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.
- $\boxed{B}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
- $\boxed{C}$ Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- $\boxed{D}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).
- $\boxed{E}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- $\boxed{A}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- $\boxed{B}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- $\boxed{C}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- $\boxed{D}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- $\boxed{E}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- $\boxed{A}$ $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{B}$ $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{C}$ $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{D}$ $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{E}$ $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v87**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
C $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.
D $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A -2.
B -4.
C -3.
D 4.
E 1.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).
B Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.
C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
E Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

I.5 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.
C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x - 3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
B $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
C $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.
E $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- A parábolas e um ponto.
- B hipérboles.
- C elipsóides e um ponto.
- D elipses e um ponto.
- E circunferências e um ponto.

I.8 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.
- B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.
- C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.
- D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.
- E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.
- B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
- D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.
- E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v88**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-1,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B -2.

C 3.

D 1.

E -1.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B circunferências e um ponto.

C paraboloides e um ponto.

D hipérboles.

E elipsóides e um ponto.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v89**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D retas.

E hipérboles.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B 1.

C -4.

D 3.

E -1.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v90**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.4 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 4.

B -3.

C 3.

D 2.

E 1.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v91**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:
- A retas.
- B circunferências e um ponto.
- C elipsóides e um ponto.
- D parábolas e um ponto.
- E hipérboles.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(3, -2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:
- A 1.
- B -4.
- C -3.
- D 4.
- E 2.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:
- A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
- C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.4 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:
- A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.
- B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m^2}$.
- C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.
- D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.
- E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:
- A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um maximizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

I.7 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v92**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2 - 2y^2 + 4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.7 Sejam $f(x,y) = \mathrm{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \mathrm{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \mathrm{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \mathrm{sen}(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \mathrm{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \mathrm{sen}(yg)$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B -2.

C 2.

D 3.

E 1.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B hipérboles.

C circunferências e um ponto.

D parábolas e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v93**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B elipsóides e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.6 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

$\boxed{\text{A}}$ $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

$\boxed{\text{B}}$ $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

$\boxed{\text{C}}$ $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

$\boxed{\text{D}}$ $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

$\boxed{\text{E}}$ $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x+y^2$ em $(2,-2)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ -3.

$\boxed{\text{B}}$ 1.

$\boxed{\text{C}}$ 4.

$\boxed{\text{D}}$ -4.

$\boxed{\text{E}}$ 3.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=(x-3)^2-x^3+6x+y^2$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{B}}$ $(0,0)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{\text{C}}$ $(-2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{\text{D}}$ $(0,0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{E}}$ $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x+y=-1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=-1$.

$\boxed{\text{B}}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=2$.

$\boxed{\text{C}}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=-2$.

$\boxed{\text{D}}$ $(-2,1)$ associado a $\lambda=1$.

$\boxed{\text{E}}$ $(1,-2)$ associado a $\lambda=1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v94**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 1.

B -2.

C 4.

D 3.

E -4.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.6 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.9 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B retas.

C parábolas e um ponto.

D elipses e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v95**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-1,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B 4.

C -1.

D -2.

E -4.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C hipérboles.

D parabolóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v96**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D parábolas e um ponto.

E retas.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 + (y + 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Sejam $f(x, y) = \cos(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(-1, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 2.

B 1.

C -4.

D -2.

E 3.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v97**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- A elipsóides e um ponto.
- B circunferências e um ponto.
- C parábolas e um ponto.
- D parabolóides e um ponto.
- E elipses e um ponto.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
- C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.
- E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \le 2) \wedge (y \ne x-1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \le 2) \wedge (y \ne x+1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \le 2) \wedge (y \ne x+1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \le 2) \wedge (y \ne x-1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \le 2) \wedge (y \ne x+1)\}$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- A -4.
- B 1.
- C 4.
- D -3.
- E 2.

I.5 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

- A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

- $\boxed{\text{A}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- $\boxed{\text{B}}$ $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{\text{C}}$ $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.
- $\boxed{\text{D}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{\text{E}}$ $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- $\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- $\boxed{\text{A}}$ Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- $\boxed{\text{B}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- $\boxed{\text{C}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- $\boxed{\text{D}}$ Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
- $\boxed{\text{E}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{\text{B}}$ $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{C}}$ $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{D}}$ $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{E}}$ $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- $\boxed{\text{A}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v98**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C retas.

D parábolas e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- [A] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.
- [B] Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- [C] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- [D] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).
- [E] Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

- [A] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- [B] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- [C] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- [D] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- [E] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

- [A] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [B] $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [C] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [D] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [E] $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.9 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- [A] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m^2}$.
- [B] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.
- [C] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.
- [D] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.
- [E] $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(-1, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

- [A] 2.
- [B] 1.
- [C] -4.
- [D] 3.
- [E] -2.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v99**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(2,3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 4.

B 2.

C 1.

D -1.

E -2.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.6 Sejam $f(x,y)=\text{sen}(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\text{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^4}-1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^4}-0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{0}{k^2}-0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0}\dfrac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C elipses e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E paraboloides e um ponto.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v100**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

E Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B circunferências e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E elipses e um ponto.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.6 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}$.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{0}{k}-0}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{k^2}{k}-1}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k\to 0}\frac{\frac{0}{k^4}-0}{k}$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x+y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

A 3.

B 4.

C -1.

D 1.

E -4.

Fim.

Análise Matemática EE

1° semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v101**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x-y=1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.5 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- $\boxed{\text{A}}$ 3.
- $\boxed{\text{B}}$ 2.
- $\boxed{\text{C}}$ -3.
- $\boxed{\text{D}}$ -4.
- $\boxed{\text{E}}$ -1.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- $\boxed{\text{A}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
- $\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- $\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- $\boxed{\text{A}}$ hipérboles.
- $\boxed{\text{B}}$ parábolas e um ponto.
- $\boxed{\text{C}}$ circunferências e um ponto.
- $\boxed{\text{D}}$ retas.
- $\boxed{\text{E}}$ elipsóides e um ponto.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{B}}$ $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{C}}$ $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{\text{D}}$ $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{E}}$ $(0,0)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v102**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

E $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda=1$.

B $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=1$.

C $(2,-1)$ associado a $\lambda=-1$.

D $(-1,2)$ associado a $\lambda=2$.

E $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda=2$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b)=\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.4 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f$, $m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

E $\lim_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(2,3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -1.

B 4.

C -3.

D 1.

E 3.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D hipérboles.

E circunferências e um ponto.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um maximizante local de f.

B $(-2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

D $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

E $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.

I.10 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\text{sen}(yg)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v103**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

B Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 1.

B 2.

C -4.

D 3.

E 4.

I.5 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- $\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
- $\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

- $\boxed{\text{A}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

- $\boxed{\text{A}}$ elipsóides e um ponto.
- $\boxed{\text{B}}$ circunferências e um ponto.
- $\boxed{\text{C}}$ elipses e um ponto.
- $\boxed{\text{D}}$ retas.
- $\boxed{\text{E}}$ parábolas e um ponto.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- $\boxed{\text{A}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2+(y+2)^2+y^3-4y$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{B}}$ $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{C}}$ $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{D}}$ $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{E}}$ $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v104**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:
A 4.
B -2.
C 1.
D 3.
E -4.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:
A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
C $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.
D $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.
E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
A elipsóides e um ponto.
B circunferências e um ponto.
C hipérboles.
D elipses e um ponto.
E retas.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:
A $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
B $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.
C $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
D $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.
E $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.5 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:
A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
B $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.
D $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.8 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v105**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
B $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
C $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
D $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
E $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.
B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.
C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.
D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.
E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\leq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=-x^2-(y-2)^2+y^3-4y$. Então:

A $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.
B $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.
C $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.
D $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.
E $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

I.4 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f$, $m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
B Se f não é diferenciável em D_f, então $f\notin C^0(D_f)$.
C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
D Se f é diferenciável em D_f, então $f\in C^1(D_f)$.
E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B retas.

C elipses e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.9 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 1.

B -2.

C 4.

D -3.

E -4.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v106**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 4.

B 1.

C 3.

D -3.

E -2.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

$\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

$\boxed{A}$ $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{B}$ $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{C}$ $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{D}$ $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{E}$ $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

$\boxed{A}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{B}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{C}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

$\boxed{D}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

$\boxed{E}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

$\boxed{A}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{B}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{C}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{D}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{E}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{A}$ Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

$\boxed{B}$ Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

$\boxed{C}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

$\boxed{D}$ Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

$\boxed{E}$ Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

$\boxed{A}$ elipses e um ponto.

$\boxed{B}$ circunferências e um ponto.

$\boxed{C}$ parábolas e um ponto.

$\boxed{D}$ retas.

$\boxed{E}$ hipérboles.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v107**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B circunferências e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um maximizante local de f.

B $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- [A] -4.
- [B] -1.
- [C] -3.
- [D] 4.
- [E] 2.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- [A] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- [B] Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).
- [C] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.
- [D] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
- [E] Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- [A] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [B] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [C] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [D] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [E] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.9 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

- [A] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- [B] $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- [C] $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- [D] $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- [E] $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- [A] $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.
- [B] $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
- [C] $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.
- [D] $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.
- [E] $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v108**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(-1,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -2.

B 4.

C -3.

D 1.

E 3.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

$\boxed{A}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

$\boxed{B}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

$\boxed{C}$ $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

$\boxed{D}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

$\boxed{E}$ $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

$\boxed{A}$ $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{B}$ $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{C}$ $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{D}$ $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{E}$ $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

$\boxed{A}$ $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{B}$ $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{C}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{D}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{E}$ $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

$\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

$\boxed{A}$ parabolóides e um ponto.

$\boxed{B}$ parábolas e um ponto.

$\boxed{C}$ retas.

$\boxed{D}$ circunferências e um ponto.

$\boxed{E}$ elipses e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v109**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- B Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).
- C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

- A $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- B $(0, 0)$ é um maximizante local de f.
- C $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
- D $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.
- E $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.
- B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
- D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
- E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

- A 4.
- B -3.
- C 1.
- D -2.
- E -1.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

- A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E retas.

I.8 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.9 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v110**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).
- C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.3 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x + y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.
- B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.
- C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.
- D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.
- E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B hipérboles.

C parábolas e um ponto.

D retas.

E circunferências e um ponto.

I.8 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B 4.

C 2.

D 1.

E -1.

Fim.

Análise Matemática EE
1° semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v111**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -4.
B -2.
C 4.
D -3.
E 1.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.
B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.
D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.
E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.
B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.
D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
E Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{B}}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{\text{C}}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{D}}$ $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{E}}$ $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.7 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

$\boxed{\text{A}}$ $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

$\boxed{\text{B}}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

$\boxed{\text{C}}$ $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

$\boxed{\text{D}}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

$\boxed{\text{E}}$ $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

$\boxed{\text{A}}$ circunferências e um ponto.

$\boxed{\text{B}}$ retas.

$\boxed{\text{C}}$ parábolas e um ponto.

$\boxed{\text{D}}$ parabolóides e um ponto.

$\boxed{\text{E}}$ hipérboles.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x - 3)^2 - 6x - y^2$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{B}}$ $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{\text{C}}$ $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{D}}$ $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{\text{E}}$ $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v112**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -1.

B -3.

C -4.

D 4.

E 1.

I.3 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

$\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

$\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

$\boxed{\text{C}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

$\boxed{\text{D}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

$\boxed{\text{E}}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{B}}$ $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{C}}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{D}}$ $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{E}}$ $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

$\boxed{\text{A}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

$\boxed{\text{B}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

$\boxed{\text{C}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

$\boxed{\text{D}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

$\boxed{\text{E}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

$\boxed{\text{A}}$ elipsóides e um ponto.

$\boxed{\text{B}}$ elipses e um ponto.

$\boxed{\text{C}}$ hipérboles.

$\boxed{\text{D}}$ retas.

$\boxed{\text{E}}$ circunferências e um ponto.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{B}}$ $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{\text{C}}$ $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{\text{D}}$ $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{\text{E}}$ $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v113**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B paraboloides e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D retas.

E hipérboles.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -1.

B 4.

C 3.

D 1.

E -2.

I.10 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{y^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v114**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=1$ é:

A $(-1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x+y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B −1.

C −4.

D 2.

E 3.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
- B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
- C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.
- D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.
- E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- A parábolas e um ponto.
- B hipérboles.
- C elipses e um ponto.
- D circunferências e um ponto.
- E paraboloides e um ponto.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
- D Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
- E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

- A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
- B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
- C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.
- E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- A $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.
- B $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
- C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
- D $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
- E $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v115**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 3.

B -3.

C -4.

D -1.

E 2.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1, 2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1, 2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.4 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

E Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + (y - 2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C retas.

D paraboloides e um ponto.

E hipérboles.

I.8 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \frac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v116**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D hipérboles.

E elipsóides e um ponto.

I.5 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m.$

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1.$

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}.$

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0.$

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2.$

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}.$

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}.$

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}.$

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}.$

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}.$

I.7 Sejam $f(x,y)=\operatorname{sen}(yg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg)+\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)+\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg)+\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x-y=-1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda=1$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda=-1$.

C $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda=2$.

D $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda=-1$.

E $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda=-2$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=(x-3)^2-x^3+6x+y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

C $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x-y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

A 4.

B -2.

C -3.

D 2.

E -1.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v117**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não é contínua em (a, b).

C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.5 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

B $-\frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B circunferências e um ponto.

C hipérboles.

D parábolas e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

A 4.

B -2.

C 1.

D 2.

E 3.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v118**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C hipérboles.

D elipses e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(2,3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 3.

B 2.

C 1.

D -3.

E -2.

I.10 Sejam $f(x,y) = \mathrm{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v119**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}.$

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parabolóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D retas.

E circunferências e um ponto.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).

E Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

I.7 Sejam $f(x, y) = \cos(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(3, -2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -4.

B 1.

C 4.

D -1.

E 2.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v120**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

- A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- B $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.
- C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- D $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.
- E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

- A $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
- B $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.
- C $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- D $(0,0)$ é um maximizante local de f.
- E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.3 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

- A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- A parábolas e um ponto.
- B elipses e um ponto.
- C circunferências e um ponto.
- D hipérboles.
- E retas.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.7 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B 3.

C -4.

D -1.

E 2.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v121**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

E $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B retas.

C elipses e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

$\boxed{\text{A}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

$\boxed{\text{B}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

$\boxed{\text{C}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

$\boxed{\text{D}}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

$\boxed{\text{E}}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{\text{B}}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{\text{C}}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{D}}$ $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{\text{E}}$ $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.8 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

$\boxed{\text{A}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

$\boxed{\text{B}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

$\boxed{\text{C}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

$\boxed{\text{D}}$ $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

$\boxed{\text{E}}$ $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ -2.

$\boxed{\text{B}}$ 3.

$\boxed{\text{C}}$ -4.

$\boxed{\text{D}}$ 4.

$\boxed{\text{E}}$ -1.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

$\boxed{\text{B}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

$\boxed{\text{C}}$ Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

$\boxed{\text{D}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{E}}$ Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v122**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

C Se f não é diferenciável em D_f, então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f.

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(-1,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 3.

B 4.

C -4.

D -3.

E 1.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- $\boxed{\text{A}}$ $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
- $\boxed{\text{B}}$ $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{\text{C}}$ $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.
- $\boxed{\text{D}}$ $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
- $\boxed{\text{E}}$ $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- $\boxed{\text{A}}$ elipsóides e um ponto.
- $\boxed{\text{B}}$ elipses e um ponto.
- $\boxed{\text{C}}$ retas.
- $\boxed{\text{D}}$ circunferências e um ponto.
- $\boxed{\text{E}}$ parabolóides e um ponto.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

- $\boxed{\text{A}}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- $\boxed{\text{A}}$ $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{B}}$ $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{C}}$ $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{D}}$ $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.
- $\boxed{\text{E}}$ $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

- $\boxed{\text{A}}$ $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{\text{B}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- $\boxed{\text{C}}$ $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{\text{D}}$ $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
- $\boxed{\text{E}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v123**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- A parábolas e um ponto.
- B retas.
- C circunferências e um ponto.
- D parabolóides e um ponto.
- E elipsóides e um ponto.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

- A $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- D $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.
- B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
- C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.
- E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

- A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- B $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
- C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- D $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.
- E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).
- B Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
- C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- D Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.
- E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

[A] $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

[B] $(0,0)$ é um maximizante local de f.

[C] $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

[D] $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

[E] $(0,0)$ é um minimizante local de f.

I.7 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

[A] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

[B] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

[C] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

[D] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

[E] $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

I.8 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

[A] $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg).$

[B] $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg).$

[C] $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg).$

[D] $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg).$

[E] $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg).$

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

[A] 2.

[B] 4.

[C] -3.

[D] -4.

[E] 1.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

[A] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}.$

[B] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}.$

[C] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}.$

[D] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}.$

[E] $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v124**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

I.3 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-2, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A 1.

B -4.

C -2.

D -1.

E 2.

I.7 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A retas.

B hipérboles.

C parabolóides e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

D Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

E $\lim\limits_{k \to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v125**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -4.

B 4.

C -2.

D -3.

E -1.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D hipérboles.

E retas.

I.4 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(2, -1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.6 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

- A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m.$
- B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}.$
- C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1.$
- D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}.$
- E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2.$

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f\notin C^0(D_f)$.
- C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
- D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)\neq\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).
- E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f\notin C^1(D_f)$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=(x-3)^2-x^3+6x+y^2$. Então:

- A $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.
- B $(2/3,0)$ é um minimizante local de f.
- C $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.
- D $(0,0)$ é um maximizante local de f.
- E $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

I.9 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

- A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}.$
- B $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}.$
- C $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}.$
- D $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}.$
- E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}.$

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

- A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: (y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}.$
- B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: (y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}.$
- C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: (y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}.$
- D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: (y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}.$
- E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: (y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}.$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v126**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
- A elipses e um ponto.
- B hipérboles.
- C elipsóides e um ponto.
- D retas.
- E circunferências e um ponto.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
- A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.
- C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- D Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).
- E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:
- A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:
- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(-1,-4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:
- A 3.
- B 1.
- C -1.
- D 2.
- E 4.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:
- A $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.
- B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
- C $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- D $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.
- E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.7 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0.$

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m.$

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2.$

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m}.$

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m^2}.$

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-1}{h}.$

B $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}.$

C $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\frac{h^3}{h^5}-0}{h}.$

D $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\frac{0}{h^4}-0}{h}.$

E $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{\frac{0}{h^5}-0}{h}.$

I.9 Sejam $f(x,y)=\cos(xg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)+\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg).$

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial y}+x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)-\left(x\frac{\partial g}{\partial x}+g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg).$

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x-y=1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda=-1$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda=-2$.

C $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=1$.

D $(2,1)$ associado a $\lambda=1$.

E $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v127**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f$, $m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^3+(x-3)^2+6x-y^2$. Então:

A $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

B $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(-2/3,0)$ é um minimizante local de f.

D $(-2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x-y=-1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda=2$.

B $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda=2$.

C $(1,2)$ associado a $\lambda=-1$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda=1$.

E $(-1/2,1/2)$ associado a $\lambda=-1$.

I.4 Sejam $f(x,y)=\cos(yg)$ e $g=g(x,y)\in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x}+y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg)-\left(y\frac{\partial g}{\partial y}+g\right)y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x-y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v}=(0,1)$ é:

A -1.

B -3.

C -4.

D 3.

E 2.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

[A] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

[B] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

[C] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

[D] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

[E] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

[A] Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

[B] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

[C] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

[D] Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

[E] Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

I.8 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

[A] hipérboles.

[B] elipsóides e um ponto.

[C] circunferências e um ponto.

[D] parabolóides e um ponto.

[E] elipses e um ponto.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

[A] $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

[B] $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

[C] $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

[D] $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

[E] $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

[A] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

[B] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

[C] $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

[D] $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

[E] $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v128**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 - (y-2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
B $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.
C $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.
D $(0, 0)$ é um minimizante local de f.
E $(0, -2/3)$ é um maximizante local de f.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.
B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.
C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.
E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2, -1)$ associado a $\lambda = -1$.
B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
C $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.6 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

$\boxed{\text{A}}$ elipses e um ponto.

$\boxed{\text{B}}$ circunferências e um ponto.

$\boxed{\text{C}}$ retas.

$\boxed{\text{D}}$ hipérboles.

$\boxed{\text{E}}$ parábolas e um ponto.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

$\boxed{\text{A}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{\text{B}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

$\boxed{\text{C}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

$\boxed{\text{D}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

$\boxed{\text{E}}$ $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{B}}$ Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

$\boxed{\text{C}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

$\boxed{\text{D}}$ Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

$\boxed{\text{E}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(2,3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ -4.

$\boxed{\text{B}}$ 1.

$\boxed{\text{C}}$ -2.

$\boxed{\text{D}}$ 3.

$\boxed{\text{E}}$ 2.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v129**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D retas.

E elipses e um ponto.

I.2 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

I.3 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

D Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

I.4 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x-y=1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x-y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -3.

B 1.

C -1.

D 4.

E -4.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v130**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:
A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.
D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-1,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
A 4.
B -3.
C 3.
D 1.
E -2.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:
A $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
B $(0,0)$ é um minimizante local de f.
C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
D $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
E $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:
A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.
C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.
E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:
A $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.
B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
D $(-1, 2)$ associado a $\lambda = 2$.
E $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D retas.

E hipérboles.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v131**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:
- A $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.
- B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- D $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.
- E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:
- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:
- A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.
- B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.
- C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.
- D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.
- E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:
- A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
- B $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
- C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.
- D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right) \cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.
- E $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:
- A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
- B $(0,0)$ é um maximizante local de f.
- C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- D $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- E $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.6 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

D Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B -3.

C 1.

D 3.

E -4.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t,mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D hipérboles.

E circunferências e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1^{o} semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v132**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.2 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x-y=-1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x+y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -3.

B 1.

C -1.

D -2.

E 4.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.6 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

E Se f admite derivadas parciais de 1^{a} ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

B $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

C $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

E $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.10 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C elipsóides e um ponto.

D retas.

E elipses e um ponto.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v133**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\geq 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-1}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{2h}-0}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{0}{h^2}-0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^4}-0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\frac{h^3}{h^2}-0}{h}$.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^3+(x-3)^2+6x-y^2$. Então:

A $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(2/3,0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3,0)$ é um minimizante local de f.

E $(-2/3,0)$ é um ponto de sela de f.

I.4 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

B $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

C $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.5 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

B Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)\neq\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(a,b)=\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(a,b)$.

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f\notin C^0(D_f)$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}.$

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{\text{B}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{\text{C}}$ $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{\text{D}}$ $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

$\boxed{\text{E}}$ $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(3, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

$\boxed{\text{A}}$ -3.

$\boxed{\text{B}}$ 1.

$\boxed{\text{C}}$ 2.

$\boxed{\text{D}}$ -4.

$\boxed{\text{E}}$ -1.

I.9 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

$\boxed{\text{A}}$ elipses e um ponto.

$\boxed{\text{B}}$ circunferências e um ponto.

$\boxed{\text{C}}$ parábolas e um ponto.

$\boxed{\text{D}}$ paraboloides e um ponto.

$\boxed{\text{E}}$ elipsóides e um ponto.

I.10 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

$\boxed{\text{B}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg).$

$\boxed{\text{C}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

$\boxed{\text{D}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

$\boxed{\text{E}}$ $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg).$

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v134**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 4.

B 2.

C -3.

D -2.

E 3.

I.2 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

C $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parabolóides e um ponto.

D retas.

E hipérboles.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 - (x-3)^2 - 6x - y^2$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $(0,0)$ é um maximizante local de f.

$\boxed{\text{B}}$ $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{C}}$ $(0,0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{\text{D}}$ $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{\text{E}}$ $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

$\boxed{\text{A}}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

$\boxed{\text{B}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{C}}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

$\boxed{\text{D}}$ $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

$\boxed{\text{E}}$ $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.8 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

$\boxed{\text{B}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\text{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

$\boxed{\text{C}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

$\boxed{\text{D}}$ $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

$\boxed{\text{E}}$ $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\text{sen}(yg)$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{\text{A}}$ Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{B}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).

$\boxed{\text{C}}$ Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

$\boxed{\text{D}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{\text{E}}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

I.10 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

$\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

$\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

$\boxed{\text{E}}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v135**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

- A $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.
- C $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg)$.
- E $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\mathrm{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

- A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

- A $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.
- B $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- D $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.
- E $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

- A $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.
- B $(0,0)$ é um minimizante local de f.
- C $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
- D $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.
- E $(0,0)$ é um maximizante local de f.

I.5 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

- A circunferências e um ponto.
- B elipses e um ponto.
- C parabolóides e um ponto.
- D elipsóides e um ponto.
- E hipérboles.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

- A 3.
- B 2.
- C -4.
- D 4.
- E 1.

I.7 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

C Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

D Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v136**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).

E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

I.3 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B elipsóides e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D circunferências e um ponto.

E elipses e um ponto.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 2.

B -1.

C -3.

D -2.

E 3.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(2, 1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.7 Sejam $f(x, y) = \cos(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = -x^2 + (y + 2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

E $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.10 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{x^4 + y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 0$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \dfrac{1}{m}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1^{o} semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v137**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parabolóides e um ponto.

C hipérboles.

D retas.

E circunferências e um ponto.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

B $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

C $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\,\text{sen}(xg)$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

B $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

D $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.8 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(3,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A -1.

B 4.

C 3.

D -4.

E 1.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v138**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

D Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

E Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

I.2 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(3, 1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -1.

B 1.

C -2.

D 2.

E -3.

I.3 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

I.4 Sejam $f(x, y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

B $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D elipses e um ponto.

E retas.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = -1$ é:

A $(1,2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1,2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1,2)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x-y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.10 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v139**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam $f(x,y) = \text{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\text{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\text{sen}(xg)$.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipsóides e um ponto.

B hipérboles.

C elipses e um ponto.

D parabolóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.4 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

I.5 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

B $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0,0)$ é um minimizante local de f.

E $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

E $(1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x - y^2$ em $(2,3)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A 4.

B 2.

C 1.

D -1.

E 3.

I.8 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v140**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.
B $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.
C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.3 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \cos(xg)$.
C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.
E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x \frac{\partial g}{\partial y} \operatorname{sen}(xg)$.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.
B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.
D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

I.6 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A elipses e um ponto.

B parábolas e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D paraboloides e um ponto.

E elipsóides e um ponto.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

D Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^0(D_f)$.

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1,0)$ é:

A -4.

B -3.

C 4.

D 1.

E 3.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v141**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:
- A elipsóides e um ponto.
- B parábolas e um ponto.
- C circunferências e um ponto.
- D hipérboles.
- E elipses e um ponto.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
- A Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f é diferenciável em (a,b).
- B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).
- C Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- E Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

I.3 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-1,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
- A -3.
- B 1.
- C 4.
- D -4.
- E -2.

I.4 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:
- A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
- B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
- C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.
- D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.
- E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.5 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:
- A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.
- B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.
- C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.
- D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.
- E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+4}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2-y^2+2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2-y^2+4}$.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um minimizante local de f.

C $(0,0)$ é um maximizante local de f.

D $(0,0)$ é um ponto de sela de f.

E $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.10 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:

A $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, 1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v142**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
B $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.
C $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
D $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
E $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.
B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
C Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.
D Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
E Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.3 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
D $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x + y^2$ em $(-1, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

A -4.
B -2.
C 3.
D -3.
E 4.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 4 é:

A $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
B $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
C $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
D $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
E $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.6 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{y^2}{(x+y^2)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2): t\in\mathbb{R}\}\cap D_f,\ m\in\mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m^2}$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\frac{1}{m}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.

I.7 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^2+y^2$ com restrição $x+y=-1$ é:

A $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=-2$.

B $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda=-1$.

C $(-2,1)$ associado a $\lambda=1$.

D $(1,-2)$ associado a $\lambda=1$.

E $(-2,1)$ associado a $\lambda=-1$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y)=x^2+y^2$ são:

A paraboloides e um ponto.

B elipsóides e um ponto.

C circunferências e um ponto.

D elipses e um ponto.

E retas.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<-x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\ne x+1)\}$.

B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\ne x+1)\}$.

C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\ne x+1)\}$.

D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\ne x-1)\}$.

E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\ne x-1)\}$.

I.10 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=\begin{cases}\frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y)\ne(0,0),\\ 0 & \text{se } (x,y)=(0,0).\end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{k\to0}\frac{\frac{k^2}{k^4}-0}{k}$.

B $\displaystyle\lim_{k\to0}\frac{\frac{k^2}{k}-0}{k}$.

C $\displaystyle\lim_{k\to0}\frac{\frac{0}{k^4}-0}{k}$.

D $\displaystyle\lim_{k\to0}\frac{\frac{k^2}{k^5}-0}{k}$.

E $\displaystyle\lim_{k\to0}\frac{\frac{0}{k^2}-0}{k}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v143**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = (x-3)^2 - x^3 + 6x + y^2$. Então:

A $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

D $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.

E $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.2 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

D $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.3 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

I.4 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

B $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

C $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

D $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.7 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right) x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A parábolas e um ponto.

B circunferências e um ponto.

C retas.

D hipérboles.

E elipses e um ponto.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

B Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a,b).

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

I.10 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 1.

B -3.

C -4.

D 2.

E 3.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v144**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \cos(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

D $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B retas.

C parábolas e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E circunferências e um ponto.

I.4 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m}$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}$.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

- [A] $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.
- [B] $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.
- [C] $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.
- [D] $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.
- [E] $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

I.6 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^3 + (x-3)^2 + 6x - y^2$. Então:

- [A] $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- [B] $(-2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
- [C] $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- [D] $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
- [E] $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

I.7 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:

- [A] -3.
- [B] 3.
- [C] -2.
- [D] 4.
- [E] 1.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

- [A] $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
- [B] $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- [C] $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
- [D] $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- [E] $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

I.9 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- [A] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).
- [B] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é contínua em (a, b).
- [C] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não admite derivadas parciais de 1ª ordem em (a, b).
- [D] Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.
- [E] Se f é diferenciável em (a, b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- [A] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [B] $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- [C] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.
- [D] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- [E] $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v145**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^3 + (x - 3)^2 + 6x - y^2$. Então:
- [A] $(2/3, 0)$ é um ponto de sela de f.
- [B] $(-2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- [C] $(2/3, 0)$ é um minimizante local de f.
- [D] $(2/3, 0)$ é um maximizante local de f.
- [E] $(-2/3, 0)$ é um maximizante local de f.

I.2 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.
- [A] Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.
- [B] Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
- [C] Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).
- [D] Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f não é diferenciável em (a, b).
- [E] Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b), então f não é contínua em (a, b).

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:
- [A] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- [B] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.
- [C] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.
- [D] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.
- [E] $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

I.4 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x - y^2$ em $(-1, -4)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 0)$ é:
- [A] -2.
- [B] 3.
- [C] -4.
- [D] 2.
- [E] 1.

I.5 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:
- [A] parábolas e um ponto.
- [B] circunferências e um ponto.
- [C] elipses e um ponto.
- [D] retas.
- [E] elipsóides e um ponto.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 1}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

I.7 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{y^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

I.8 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x - y = 1$ é:

A $(2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(2,1)$ associado a $\lambda = -2$.

C $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

D $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 1$.

I.9 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $-\frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

E $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right) \mathrm{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x}\,\mathrm{sen}(yg)$.

I.10 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v146**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=\frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:
A $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.
B $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.
C $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y>-x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\neq -x+1)\}$.
D $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\neq x-1)\}$.
E $D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:(y<-x)\wedge(x^2+y^2\le 2)\wedge(y\neq x+1)\}$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x^3-(x-3)^2-6x-y^2$. Então:
A $(0,0)$ é um ponto de sela de f.
B $(0,0)$ é um minimizante local de f.
C $(2/3,0)$ é um ponto de sela de f.
D $(2/3,0)$ é um minimizante local de f.
E $(-2/3,0)$ é um maximizante local de f.

I.3 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:
A $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
B $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+16}$.
C $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+4}$.
D $f(x,y)=\sqrt{-x^2-y^2+2}$.
E $f(x,y)=-\sqrt{-x^2-y^2+16}$.

I.4 Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m=\{(t,mt^2):t\in\mathbb{R}\}\cap D_f$, $m\in\mathbb{R}$. Então:
A $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m^2}$.
B $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=1$.
C $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=0$.
D $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=m^2$.
E $\lim\limits_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y)=\dfrac{1}{m}$.

I.5 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y)=x-y^2$ em $(3,2)$ na direção do vetor $\vec{v}=(1,0)$ é:
A -3.
B 3.
C -4.
D 4.
E 1.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 1}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{0}{k} - 0}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \dfrac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.7 Sejam $f(x,y) = \cos(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

C $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y \frac{\partial g}{\partial x} \cos(yg)$.

I.8 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A hipérboles.

B circunferências e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D elipses e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.9 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

B $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

C $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

D $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

B Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então $f \notin C^1(D_f)$.

C Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é contínua em (a,b).

E Se f não é diferenciável em (a,b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v147**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

- A: Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.
- B: Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.
- C: Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.
- D: Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).
- E: Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a, b).

I.2 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

- A: circunferências e um ponto.
- B: hipérboles.
- C: retas.
- D: elipses e um ponto.
- E: parabolóides e um ponto.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

- A: $(-2, 1)$ associado a $\lambda = 1$.
- B: $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.
- C: $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.
- D: $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.
- E: $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.4 Sejam $f(x, y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x, y)$ é igual a:

- A: $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- B: $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- C: $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- D: $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- E: $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.

I.5 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0, 0, 0)$ e raio 2 é:

- A: $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- B: $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- C: $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.
- D: $f(x, y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.
- E: $f(x, y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

B $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

C $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

D $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.8 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2,-2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 3.

B 4.

C 1.

D -3.

E -4.

I.9 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

A $(0,0)$ é um minimizante local de f.

B $(0,0)$ é um maximizante local de f.

C $(0,-2/3)$ é um minimizante local de f.

D $(0,2/3)$ é um maximizante local de f.

E $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.

I.10 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

B $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

C $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m^2}$.

D $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

E $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

Fim.

Análise Matemática EE

1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho

Teste 1 — 6 de maio de 2020

nome completo: nº de aluno: **v148**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x, y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = -1$ é:

A $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

B $(1, -2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

D $(-2, 1)$ associado a $\lambda = -1$.

E $(-1/2, -1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x, y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

B $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x - 1)\}$.

C $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

D $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x + 1)\}$.

E $D_f = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2 + y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x + 1)\}$.

I.3 As curvas de nível da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipses e um ponto.

C parábolas e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E parabolóides e um ponto.

I.4 Considere a função $f(x, y) = \dfrac{x^2}{(x^2 + y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m$.

B $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m^2}$.

C $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = 1$.

D $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = \frac{1}{m}$.

E $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x, y) = m^2$.

I.5 Sejam $f(x, y) = \cos(yg)$ e $g = g(x, y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ é igual a:

A $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

B $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $-\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

E $-\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

I.6 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-2,1)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:

A 3.

B -3.

C -2.

D 2.

E 1.

I.7 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 4 é:

A $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

C $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

E $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

I.8 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:

A $(0, 2/3)$ é um maximizante local de f.

B $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

C $(0, 2/3)$ é um ponto de sela de f.

D $(0, -2/3)$ é um ponto de sela de f.

E $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

I.9 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

B $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{0}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 1}{h}$.

D $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

E $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{\frac{h^3}{2h} - 0}{h}$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

B Se f é diferenciável em D_f, então $f \in C^1(D_f)$.

C Se f é diferenciável em (a,b), então $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$.

D Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

E Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v149**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{2x^2+2y^2-4}}{\ln(x+y)}$. Então, o domínio da função é:

A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.

E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \geq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.

I.2 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(yg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$ é igual a:

A $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\operatorname{sen}(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg)$.

B $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

C $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

D $\frac{\partial g}{\partial x}\cos(yg) + \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

E $\left(\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}\right)\cos(yg) - \left(y\frac{\partial g}{\partial y} + g\right) y\frac{\partial g}{\partial x}\operatorname{sen}(yg)$.

I.3 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2+y^2$ com restrição $x+y=-1$ é:

A $(-2,1)$ associado a $\lambda = -1$.

B $(1,-2)$ associado a $\lambda = 1$.

C $(-2,1)$ associado a $\lambda = 1$.

D $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -2$.

E $(-1/2,-1/2)$ associado a $\lambda = -1$.

I.4 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2+y^2$ são:

A hipérboles.

B retas.

C circunferências e um ponto.

D elipsóides e um ponto.

E parábolas e um ponto.

I.5 Seja $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \begin{cases} \frac{y^2}{x+y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{0}{k^2} - 0}{k}$.

B $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k} - 0}{k}$.

C $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 1}{k}$.

D $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^4} - 0}{k}$.

E $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\frac{k^2}{k^5} - 0}{k}$.

I.6 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{(x^2+y)^2}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f,\ m \in \mathbb{R}$. Então:

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m.$

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2.$

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = \frac{1}{m^2}.$

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1.$

$\boxed{E}$ $\displaystyle\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0)\\(x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0.$

I.7 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = -x^2 + (y+2)^2 + y^3 - 4y$. Então:

$\boxed{A}$ $(0, 2/3)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{B}$ $(0, -2/3)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{C}$ $(0, 0)$ é um minimizante local de f.

$\boxed{D}$ $(0, 0)$ é um ponto de sela de f.

$\boxed{E}$ $(0, 0)$ é um maximizante local de f.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade inferior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

$\boxed{A}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$

$\boxed{B}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}.$

$\boxed{C}$ $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$

$\boxed{D}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}.$

$\boxed{E}$ $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 16}.$

I.9 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(2, -2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0, 1)$ é:

$\boxed{A}$ 2.

$\boxed{B}$ -1.

$\boxed{C}$ 1.

$\boxed{D}$ -4.

$\boxed{E}$ 3.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

$\boxed{A}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^1(D_f)$.

$\boxed{B}$ Se f possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b), então f é diferenciável em (a, b).

$\boxed{C}$ Se não existe um plano tangente ao gráfico de f no ponto (a, b), então $f \notin C^0(D_f)$.

$\boxed{D}$ Se f admite derivadas parciais de 1ª ordem em D_f, então f é diferenciável em D_f.

$\boxed{E}$ Se f não é diferenciável em (a, b), então f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a, b).

Fim.

Análise Matemática EE
1º semestre do ano letivo 2019/20 — LEAP+MIEPOL+MIETI, Departamento de Matemática, Universidade do Minho
Teste 1 — 6 de maio de 2020
nome completo: nº de aluno: **v150**

Grupo I — Para cada questão deste grupo, indique no ficheiro de respostas qual das cinco proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão).

I.1 A derivada dirigida da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x + y^2$ em $(-1,2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (0,1)$ é:
- A 4.
- B -1.
- C 1.
- D -4.
- E -2.

I.2 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + (y-2)^2 - y^3 + 4y$. Então:
- A $(0,0)$ é um maximizante local de f.
- B $(0,2/3)$ é um ponto de sela de f.
- C $(0,-2/3)$ é um maximizante local de f.
- D $(0,2/3)$ é um minimizante local de f.
- E $(0,-2/3)$ é um ponto de sela de f.

I.3 Considere a função real de duas variáveis reais $f(x,y) = \frac{\sqrt{-2x^2-2y^2+4}}{\ln(y-x)}$. Então, o domínio da função é:
- A $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq -x+1)\}$.
- B $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- C $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x+1)\}$.
- D $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y < x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.
- E $D_f = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (y > -x) \wedge (x^2+y^2 \leq 2) \wedge (y \neq x-1)\}$.

I.4 Sejam $f(x,y) = \operatorname{sen}(xg)$ e $g = g(x,y) \in C^2(\mathbb{R}^2)$. Então, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y)$ é igual a:
- A $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\operatorname{sen}(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg)$.
- B $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- C $\left(\frac{\partial g}{\partial y} + x\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}\right)\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- D $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) + \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.
- E $\frac{\partial g}{\partial y}\cos(xg) - \left(x\frac{\partial g}{\partial x} + g\right)x\frac{\partial g}{\partial y}\operatorname{sen}(xg)$.

I.5 O ponto crítico da função real de duas variáveis reais $f(x,y) = x^2 + y^2$ com restrição $x + y = 1$ é:
- A $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = -2$.
- B $(2,-1)$ associado a $\lambda = 1$.
- C $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 1$.
- D $(2,-1)$ associado a $\lambda = -1$.
- E $(1/2,1/2)$ associado a $\lambda = 2$.

I.6 Seja $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^4+y} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$ Então, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0)$ pode ser obtida a partir da expressão:

A $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^5} - 0}{h}$.

B $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^2} - 0}{h}$.

C $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{0}{h^4} - 0}{h}$.

D $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^4} - 0}{h}$.

E $\lim_{h\to 0} \dfrac{\frac{h^3}{h^5} - 0}{h}$.

I.7 As curvas de nível da função $f(x,y) = x^2 + y^2$ são:

A circunferências e um ponto.

B elipses e um ponto.

C hipérboles.

D parábolas e um ponto.

E retas.

I.8 A função cujo gráfico representa a metade superior da esfera de centro $(0,0,0)$ e raio 2 é:

A $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

B $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

C $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 16}$.

D $f(x,y) = -\sqrt{-x^2 - y^2 + 4}$.

E $f(x,y) = \sqrt{-x^2 - y^2 + 2}$.

I.9 Considere a função $f(x,y) = \dfrac{x^2}{x^4+y}$ com domínio D_f e o conjunto $C_m = \{(t, mt^2) : t \in \mathbb{R}\} \cap D_f$, $m \in \mathbb{R}$. Então:

A $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = \dfrac{1}{m}$.

B $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m^2$.

C $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 0$.

D $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = m$.

E $\lim_{\substack{(x,y)\to(0,0) \\ (x,y)\in C_m}} f(x,y) = 1$.

I.10 Sejam D_f um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^2$ e f uma função real de duas variáveis reais com domínio D_f. Indique qual das proposições é verdadeira.

A Se $f \notin C^1(D_f)$, então f não é diferenciável em D_f.

B Se f não é diferenciável em D_f, então $f \notin C^0(D_f)$.

C Se f não possui derivadas dirigidas em todas as direções no ponto (a,b), então f não é diferenciável em (a,b).

D Se $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a,b) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a,b)$, então não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b).

E Se não existe um plano tangente ao gráfico de f em (a,b), então f não é contínua em (a,b).

Fim.