Cálculo EE
1º semestre do ano letivo 2020 — , Departamento de Matemática e Aplicações, Universidade do Minho
Teste 1 — novembro 2020
regime: nº de inscrição: nome completo: nº de aluno: **v1**

A prova tem a duração de 90' e termina com a palavra "Fim".

Grupo I — Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela ao lado qual das *quatro* proposições é verdadeira (existe apenas uma por questão). Cotações — resposta certa: 2.0; nenhuma 0; **mais do que uma proposição selecionadas:** −0.5; **resposta errada:** −0.5, sendo 0 a cotação mínima neste grupo.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
B								
C								
D								

I.1 Qual é a fórmula correta?

A $\cosh(3x) = \cosh(x)(3\cosh^2(x) - 4)$

B $\cosh(3x) = \cosh(x)(4\cosh^2(x) - 3)$ $= \cosh(x)(\cosh^2 + 3\sinh^2) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}\left\{\left(\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2\right\}$

C $\cosh(3x) = \cosh(x)(3\cosh^2(x) - 4\sinh^2(x))$

D $\cosh(3x) = \cosh(x)(4\cosh^2(x) + 3)$

$= \frac{e^x+e^{-x}}{2}\left\{\frac{4e^{2x} - 4 + 4e^{-2x}}{4}\right\}$

$= \frac{4e^{3x} - 4e^{x} + 4e^{-x} + 4e^{x} - 4e^{-x} + 4e^{-3x}}{8}$

$= \frac{e^{3x}+e^{-3x}}{2}$

I.2 O limite $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-1}{x}$ vale $\to f$ $f' = 2xe^{x^2} \Rightarrow f'(0) = 0$ $\to g$ $g'(0) = 1$

A 0 B e C $-\infty$ D 1

I.3 Considere a função $f(x) = \frac{\pi}{6} - \arccos(3x-1)$. Qual das seguintes afirmações está correta?

A A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \frac{1+\cos(\frac{\pi}{6}-x)}{3}$, $x \in [-1, 1]$

B A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \frac{1+\cos(\frac{\pi}{6}-x)}{3}$, $x \in \mathbb{R}$

C A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \frac{1}{\frac{\pi}{6} - \arccos(3x-1)}$, $x \in [-5\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$

D A função inversa de $f(x)$ é $f^{-1}(x) = \frac{1+\cos(\frac{\pi}{6}-x)}{3}$, $x \in [-5\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$

$y = \pi/6 - \arccos(3x-1) \Leftrightarrow \pi/6 - y = \arccos(3x-1)$

$\Leftrightarrow \cos(\frac{\pi}{6} - y) = 3x - 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{1+\cos(\frac{\pi}{6}+y)}{3}$

I.4 Qual das seguintes expressões é igual a $f(x) = \arctan(\tan x)$, no domínio indicado?

A $f(x) = x$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$

B $f(x) = x$, $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

C $f(x) = x$, $x \in \mathbb{R}$

D $f(x) = x$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

I.5 Qual o conjunto solução S da equação $|x^2 - 1| < 3$?

A $S =]-2, 2[$

B $S = \emptyset$

C $S =]0, 3[$

D $S =]-1, 1[$

$|x^2-1| < 3 \Leftrightarrow -3 < x^2 - 1 < 3$

$\Leftrightarrow -2 \leq x^2 \leq 4$

$\Leftrightarrow x^2 \leq 4$

$\Leftrightarrow x \in [-2, 2]$

I.6 O limite $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{e^{x^2}-1}{x}$ vale

A 1 B e C $+\infty$ D 0

I.7 A derivada da função $f(x) = \arctan(\sqrt{|x|})$ é

A $f'(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{2x(1+|x|)}$ B $f'(x) = \frac{2\sqrt{x}}{1+x^2}$ C $f'(x) = \frac{1}{1+|x|}$ D $f'(x) = \frac{2\sqrt{|x|}}{1+x^2}$

I.8 Seja $f(x) = \dfrac{\ln(|x-5|)}{\sqrt{x-3}}$. Então o domínio é

A]3, ∞[\{5} $\sqrt{x-3} \Rightarrow x > 3$

B ∅ $\ln|x-5| \Rightarrow x-5 \neq 0$

C [3, ∞[

D]5, ∞[

Grupo II — Responda na folha que lhe foi fornecida, por qualquer ordem, às seguintes questões, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar, bem como as respetivas justificações.

II.1 [4 pontos] Considere a função real de variável real $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{se} \quad x>0 \\ 1-4x+x^2 & \text{se} \quad x \leq 0 \end{cases}$ com a, b constantes.

A Determine as constantes a e b de modo que f seja contínua em $\mathbb{R}$.

B Determine as constantes a e b de modo que f seja derivável em $\mathbb{R}$.

Fim.

Continuidade. $\lim_{x\to 0^-} f = \lim_{x \to 0^+} f$

logo $b = 1$

derivabilidade. $\lim_{x\to 0^-} f' = \lim_{x\to 0^+} f'$

logo. $\lim_{x\to 0^-} -4+2x = -4 = a$.