

## Análise Matemática para Engenharia

folha de exercícios 1

2021/2022

### • Curvas e superfícies de nível. Gráficos de funções de duas variáveis

1. Faça corresponder o gráfico com a equação  $f(x, y, z) = 0$ .

(i)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$

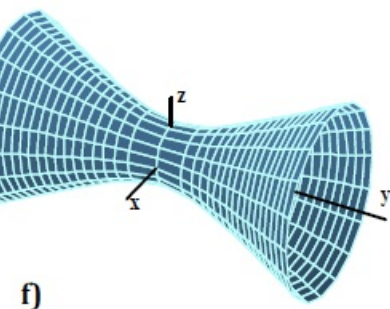
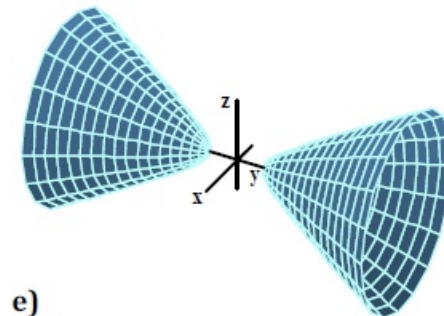
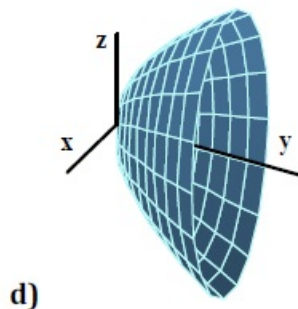
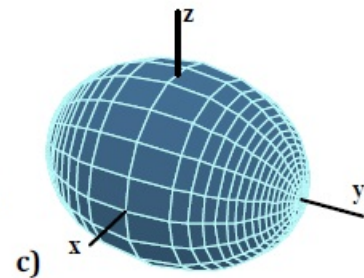
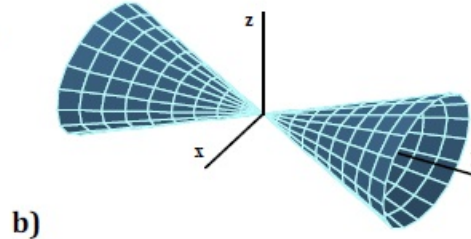
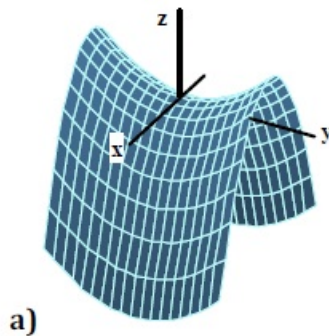
(ii)  $15x^2 - 4y^2 + 15z^2 = -4$

(iii)  $4x^2 - y^2 + 4z^2 = 4$

(iv)  $y^2 = 4x^2 + 9z^2$

(v)  $4x^2 - 4y + z^2 = 0$

(vi)  $4x^2 - y^2 + 4z = 0$



2. Esboce o gráfico das superfícies seguintes:

(a)  $z = 3$ ;

(c)  $z = x^2 + y^2 + 4$ ;

(e)  $z = y^2$ ;

(g)  $x^2 + y^2 = 4$ ;

(b)  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ;

(d)  $z = 5 - x^2 - y^2$ ;

(f)  $2x + 4y + 3z = 12$ ;

(h)  $x^2 + z^2 = 4$ .

3. Para cada função  $f$  definida nas alíneas seguintes, determine o domínio e o valor de  $f$  nos pontos indicados. Faça um esboço gráfico do domínio de  $f$ .

(a)  $f(x, y) = 2x - y^2$ ,  $(-2, 5)$ ,  $(0, -2)$ ;

(b)  $f(x, y) = \frac{1}{2x - y^2}$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(-1, 0)$ ;

(c)  $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ,  $(2, 1)$ ,  $(-1, -1)$ ;

(d)  $f(x, y) = \frac{xy}{x - 2y}$ ,  $(2, 3)$ ,  $(-1, 4)$ ;

(e)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - y^2}$ ,  $(2, 0)$ ,  $(-1, 2)$ ;

(f)  $f(x, y) = \log(x + y)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(-1, 2)$ ;

(g)  $f(x, y) = \ln(x^2 + y)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ;

(h)  $f(x, y) = \frac{y}{\ln(x^2 - y)}$ ,  $(0, -e)$ ,  $(e, 0)$ ;

(i)  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ ,  $(1, 0)$ ,  $(-1/2, 1/2)$ ;

(j)  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2} - \sqrt{y^2 - 4}$ ,  $(1, 2)$ ,  $(-1, 3)$ ;

(k)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$ ,  $(3, 1)$ ,  $(-1, -3)$ ;

(l)  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x + y}} + \frac{1}{\sqrt{x - y}}$ ,  $(0, -1)$ ,  $(1, -1)$ .

$$(m) f(x, y) = \left( \frac{x+y}{x^2-y} \right)^{1/2}.$$

$$(o) f(x, y) = \begin{cases} 2, & x^2 + y^2 \leq 4 \\ -1, & \text{caso contrário} \end{cases}.$$

$$(n) f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{3y^2-x}, & x \neq 3y^2 \\ 0, & x = 3y^2 \end{cases}.$$

4. Considere a função definida por  $f(x, y) = \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4}{1 - x^2 - y^2}$ .

(a) Determine o domínio de  $f$ .

(b) Calcule o valor que  $f$  assume nos pontos da circunferência de equação  $x^2 + y^2 = 4$ .

5. Esboce pelo menos 4 curvas de nível, para cada uma das funções  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por:

(a)  $f(x, y) = x + y$ ;

(c)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ;

(e)  $f(x, y) = xy$ ;

(b)  $f(x, y) = 3x + 3y$ ;

(d)  $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ ;

(f)  $f(x, y) = y - x^2$ .

6. Esboce as curvas de nível e os gráficos das funções  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por:

(a)  $f(x, y) = x - y + 2$ ;

(c)  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ ;

(b)  $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ ;

(d)  $f(x, y) = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ .

7. Considere o gráfico da função  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x, y) = x^2 + y^2$ . Descreva, por palavras, os gráficos das funções com as seguintes leis:

(a)  $g(x, y) = x^2 + y^2 + 3$ ;

(b)  $h(x, y) = 5 - x^2 - y^2$ ;

(c)  $k(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$ .

8. Faça um esboço gráfico do domínio de cada uma das seguintes funções:

(a)  $f(x, y, z) = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$ ;

(b)  $f(x, y, z) = -\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 25}$ .