Universidade do Minho
Departamento de Matemática MIECiv

Análise Matemática para Engenharia

folha de exercícios 5 — 2021/2022

• Regra de Cadeia e derivada da função implícita

1. Determine $\dfrac{\partial w}{\partial r}$ e $\dfrac{\partial w}{\partial s}$ sabendo que $w = \sqrt{u^2 + v^2}$, onde $u = re^{-s}$ e $v = s^2 e^{-r}$.

2. Sendo $z = txy^2$ em que $x = t + \ln\left(y + t^2\right)$ e $y = e^t$, determine $\dfrac{dz}{dt}$.

3. Se $z(x, y) = f(x - y)$ e f é diferenciável, mostre que z satisfaz a equação

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

4. Se $g(x, y) = f(x^2 - y^2, y^2 - x^2)$ e f é diferenciável, mostre que g satisfaz a equação

$$y\frac{\partial g}{\partial x} + x\frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

(sugestão: faça $u = x^2 - y^2$ e $v = y^2 - x^2$).

5. Mostre que a equação

$$y \sin(x + y) = 0$$

define, implicitamente, x como função de y em alguma vizinhança do ponto $(0, \pi)$ e calcule a derivada $\frac{dx}{dy}(\pi)$.

6. Considere a equação

$$x + 2y - z = \sin(3xyz)$$

(a) Verifique que a equação define z como uma função de x e y numa vizinhança de $(0, 0, 0)$

(b) Mostre que

$$\frac{\partial z}{\partial x}(0, 0) = 1 \quad \frac{\partial z}{\partial y}(0, 0) = 2$$

7. Considere a superfície $\mathcal{S}$ de equação

$$\cos(xyz) + zye^{2x} = 2$$

e o ponto $P = (0, 1, 1)$ pertencente a $\mathcal{S}$.

(a) Mostre que a equação define z como uma função de x e y numa vizinhança de $(0, 1, 1)$.

(b) Determine o plano tangente a $\mathcal{S}$ em P.