CORPO

Definição: **Corpo**

Seja Ω um conjunto de elementos onde se tem definida uma condição de *igualdade* entre elementos de Ω e as duas operações:

i) *Adição* entre elementos de Ω, representada por '+';

ii) *Multiplicação* entre elementos de Ω, representada por '$\cdot$'.

O conjunto Ω tem estrutura de *corpo* se verifica as seguintes condições, que são tomadas como *axiomas*:

Axioma 1) A adição é uma *lei de composição interna*

$$\forall x, y \in \Omega \ \ \exists^1 z \in \Omega : z = x + y$$

Axioma 2) A adição é *associativa*

$$\forall x, y, z \in \Omega \ \ (x + y) + z = x + (y + z)$$

Axioma 3) A adição é *comutativa*

$$\forall x, y \in \Omega \ \ x + y = y + x$$

Axioma 4) A adição possui *elemento neutro*

$$\exists 0 \in \Omega \ \forall x \in \Omega \ \ x + 0 = x$$

O elemento 0 chama-se *elemento zero* do corpo.

Axioma 5) A adição admite a existência de *elemento simétrico (ou oposto)*

$$\forall x \in \Omega \ \exists (-x) \in \Omega : x + (-x) = 0$$

O elemento $-x$ chama-se *elemento simétrico* ou *elemento oposto* de *x*.

Axioma 6) A multiplicação é uma *lei de composição interna*

$$\forall x, y \in \Omega \ \exists^1 z \in \Omega : z = x \cdot y$$

Axioma 7) A multiplicação é *associativa*

$$\forall x, y, z \in \Omega \quad (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

Axioma 8) A multiplicação é *comutativa*

$$\forall x, y \in \Omega \quad x \cdot y = y \cdot x$$

Axioma 9) A multiplicação possui *elemento neutro*

$$\exists 1 \in \Omega \ \forall x \in \Omega \quad 1 \cdot x = x$$

O elemento 1 chama-se *elemento unidade* do corpo.

Axioma 10) A multiplicação admite a existência de *elemento inverso*

$$\forall x \in \Omega \setminus \{0\} \ \exists x^{-1} \in \Omega : x^{-1} \cdot x = 1$$

O elemento x^{-1} chama-se *elemento inverso* de *x*.

Axioma 11) A multiplicação é *distributiva* em relação à adição

$$\forall x, y, z \in \Omega \quad x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

- Os elementos da estrutura algébrica Ω chamam-se *escalares*.

Exemplo I.1: Possuem estrutura de *corpo*, o conjunto dos números reais, $\mathbb{R}$, o conjunto dos números complexos, $\mathbb{C}$, e o conjunto dos números racionais, $\mathbb{Q}$, com a condição de *igualdade* e as operações *adição* e *multiplicação* habituais para cada um destes conjuntos. Além disso, diz-se que o corpo $\mathbb{Q}$ é um *subcorpo* do corpo $\mathbb{R}$, já que $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exemplo I.2: O conjunto dos números naturais, $\mathbb{N}$, *não é um corpo*, já que não satisfaz os axiomas 4, 5 e 10. Também *não tem estrutura de corpo* o conjunto dos números inteiros relativos, $\mathbb{Z}$; neste caso, é apenas violado o axioma 10.