Departamento de Matemática e Aplicações 13 /6/ 2014

Duração: 90 minutos

Teste de Análise Matemática EE - versão B

Nome: ______________________ Nr.: __________ Curso: MIEEIC

Apresente todos os cálculos efectuados.

1. Considere a função real definida em $\mathbb{R}^2$, $g(x, y) = by^3 + x^3 - yx$, onde b é uma constante real.

   (a) Determine os pontos críticos de g, em função do parâmetro real b.

   (b) Determine os valores de b para os quais g admite extremos, justificando com os cálculos.

   (c) Para $b = 1$ classifique os pontos críticos de g (minimizantes, maximizantes ou pontos de sela), quanto à existência de extremos.

2. Determine três números **positivos** cuja soma é $B > 0$ e cujo produto seja máximo.

3. Calcule o integral triplo $\iiint_R 1\, dV$ onde a região de integração é $R = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 \leq z \leq x \ \wedge \ 0 \leq x \leq 1 \ \wedge \ -1 \leq y \leq 2\right\}$.

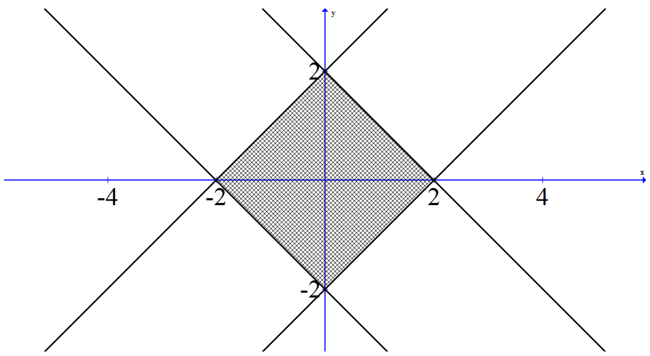
4. Determine o valor do integral duplo $\iint_U x\, dxdy$, usando coordenadas polares (r, θ). A região de integração U é a parte do anel que se encontra no 1^{o} quadrante limitado entre as circunferências centradas na origem e de raios 1 e 2 e limitada entre a reta $y = 0$ e a reta $y = x$. **Nota:** a transformação de coordenadas cartesianas em polares é dada por $x = r.\cos\theta$, $y = r.\sin\theta$.

5. Considere o sólido limitado pelos parabolóides $z = x^2 + y^2$ e $z = 4 - x^2 - y^2$.

   (a) Escreva, usando integrais iterados, o integral triplo que permite calcular o volume do sólido.

   (b) Escreva o integral anterior usando coordenadas cilíndricas (r, θ, z). **Nota:** a transformação de coordenadas cartesianas em cilíndricas é dada por $x = r.\cos\theta$, $y = r.\sin\theta$, $z = z$.

6. Considere a região plana S representada na figura.



   (a) Escreva, usando integrais iterados, o integral (ou soma de integrais) que permite calcular a área da região plana S.

   (b) Usando a mudança de variáveis $u = y - x$ e $v = y + x$, escreva o integral duplo nas novas variáveis u, v.