Prova sem consulta. Duração: 2h (20m de tolerância) 1ª Prova de Reavaliação

*** Todas as folhas devem ser identificadas com o nome completo. Justifique adequadamente todos os cálculos que efetuar;**
*** A entrega da prova e a desistência só serão possíveis após 1 hora do início da prova;**
*** Não se pode utilizar telemóveis, máquinas de calcular gráficas e microcomputadores;**
*** Resolva cada um dos quatro grupos utilizando folhas de capa distintas.**

GRUPO I

1) [**2,0**] Considere o conjunto $\mathrm{U}=\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}_4\}\subset\mathbb{R}^4$, tais que $\vec{u}_1=(1,0,0,k+1)$, $\vec{u}_2=(0,k,1,k)$, $\vec{u}_3=(1,0,2,k)$ e $\vec{u}_4=(1,k,k,k)$. Calcule os valores de *k*, de modo que U seja um conjunto linearmente dependente.

GRUPO II

2. [**6,0**] Seja o conjunto $\mathrm{S}=\{\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d}\}\subset\mathbb{R}^3$, em que $\vec{a}=(1,0,1)$, $\vec{b}=(0,1,1)$, $\vec{c}=(1,1,2)$ e $\vec{d}=(1,2,3)$.

a) Sem efetuar quaisquer cálculos, indique, justificando adequadamente, a dimensão máxima admissível para o subespaço, $L(\mathrm{S})$, gerado pelo conjunto S.

b) Determine o subespaço $L(\mathrm{S})$. Indique uma possível base, T, para $L(\mathrm{S})$ que só inclua elementos de S e conclua em relação à sua dimensão.

c) Obtenha uma base ortogonal, W, para o espaço $\mathbb{R}^3$ que contenha o maior número possível de elementos de $L(\mathrm{S})$.

GRUPO III

3. [**2,5**] Sejam $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$ vetores não nulos do espaço $\mathbb{R}^3$, tais que $\|\vec{a}\|=2$, $\|\vec{b}\|=1$, $\vec{a}\cdot\vec{c}=1/2$, $\|\vec{a}-\vec{c}\|=2$, $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=60°$, $\vec{a}\cdot\vec{b}\times\vec{c}=-1$ e $\vec{d}=\vec{c}-\vec{a}\times\vec{b}$. Calcule:

a) A norma de $\vec{d}$.

b) O ângulo entre $\vec{d}$ e $\vec{a}-\vec{c}$.

c) A norma de $\vec{c}\times\vec{d}$.

....*(continua no verso)*

GRUPO IV

4. [**2,5**] Seja o conjunto de vetores não nulos $S=\{\vec{s}_1,\vec{s}_2,\ldots,\vec{s}_k\}$ do espaço $\mathbb{R}^n$. Mostre que:

a) S é linearmente dependente se um dos seus elementos for combinação linear dos restantes.

b) S é linearmente independente se for um conjunto ortogonal.

5. [**7,0**] Considere o ponto $P=(1,1,0)$, o plano $M : 2x+y-z=-3$ e a reta $t : X(v)=Q+v\vec{a}$, $v\in\mathbb{R}$, com $Q=(1,0,0)$ e $\vec{a}=(-1,0,1)$. Determine:

a) A distância de *P* ao plano *M* e o ponto, *I*, deste plano mais próximo de *P*.

b) A equação cartesiana de todos os planos que contêm a reta *t* e fazem um ângulo de $60°$ com *M*.

c) A equação vetorial da reta, *h*, que passa em *P*, é paralela a *M* e é complanar com *t*. Classifique, justificando, as retas *h* e *t* quanto à sua posição relativa.