

Duração: 90 minutos

**Teste de Análise Matemática EE - versão A**

Nome: \_\_\_\_\_

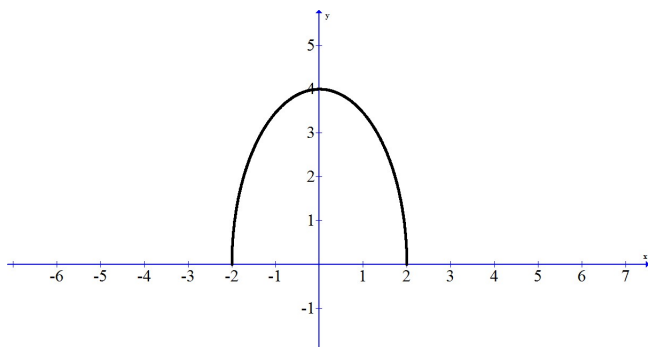
Nr.: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_

**GRUPO I ( 7 valores)**

Em cada uma das perguntas seguintes, assinale a resposta correcta no quadrado correspondente. Cada resposta correcta vale 1 valor.

1. Qual das seguintes expressões representa a curva  $\mathcal{C}$  na figura, percorrida a partir do ponto  $(-2, 0)$  e com fim no ponto  $(2, 0)$ ?



$$r(t) = (3 \cos t, 2 \sin t), \quad t \in [0, \pi]$$

☐

$$r(t) = (2 \cos(\pi - t), 3 \sin(\pi - t)), \quad t \in [0, \pi]$$

☐

$$r(t) = (2 \cos t, 3 \sin t), \quad t \in [0, \pi]$$

☐

Nenhuma das anteriores.

☐

2. Qual dos conjuntos abaixo representa o domínio da função vetorial  $\vec{r}(t) = (\ln(t+1), \frac{1}{t})$ ?

$$D = ]-1, +\infty[$$

☐

$$D = ]-1, +\infty[ \setminus \{0\}$$

☐

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

☐

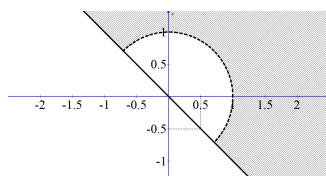
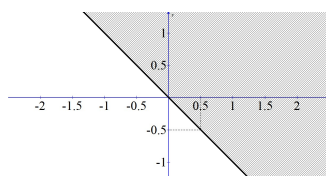
Nenhum dos anteriores.

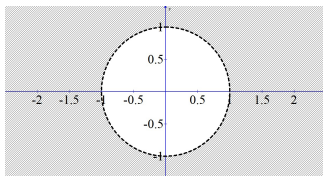
☐

3. Considere a curva  $\mathcal{C}$  representada pela função vetorial  $\vec{r}(t) = (t^2 + t)\vec{e}_1 + (t^3 - 1)\vec{e}_2$ . Qual dos vetores é tangente à curva no instante  $t = 0$ ?

(0,-1) ☐; (0,0) ☐; (1,0) ☐; Nenhum dos anteriores.☐

4. Considere a função real de duas variáveis reais,  $f(x, y) = \sqrt{x+y} \cdot \ln(x^2 + y^2 - 1)$ . Qual destes domínios planos representa o domínio de  $f$ ?

☐☐



Nenhuma das anteriores.

☐  
☐

5. Qual destas funções reais de duas variáveis reais tem por domínio  $\mathbb{R}$ ?

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

☐

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$$

☐

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

☐

Nenhuma das anteriores.

☐

6. Considere a função real de duas variáveis reais definida no seu domínio,  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$  e o  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ . Indique qual a afirmação verdadeira:

Existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  e é igual a zero .

☐

Não existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  pois  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y) \right) \neq \lim_{y \rightarrow 0} \left( \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) \right)$ .

☐

Não existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  pois  $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ y=kx}} f(x, y)$  depende do valor de  $k$ .

☐

Nenhuma das anteriores.

☐

7. Considere a função real de duas variáveis reais definida no seu domínio,  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  e o ponto  $(0, 0)$ . Indique qual a afirmação verdadeira:

$f$  é contínua em  $(0, 0)$ .

☐

$f$  não é contínua em  $(0, 0)$  porque não existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ .

☐

$f$  não é contínua em  $(0, 0)$  porque existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  mas  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) \neq f(0, 0)$ .

☐

Nenhuma das anteriores.

☐

## GRUPO II (13 valores)

**Apresente todos os cálculos efectuados.**

1. Considere a função vetorial que define uma curva em  $\mathbb{R}^3$ ,  $\vec{r}(t) = \sin^2 t \cdot \vec{a} + \cos^2 t \cdot \vec{b} + \vec{c}$  onde  $\vec{a} = \vec{e}_2$ ,  $\vec{b} = \vec{e}_3$ ,  $\vec{c} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ . Escreva a função à custa das suas componentes.

2. Considere a função vetorial  $\vec{r}(t) = (t^2 - t, \sin t)$ .

(a) Determine  $\vec{r}'(t)$ .

(b) Determine a equação da reta tangente à curva representada por  $\vec{r}(t)$  no instante  $t = 0$ .

(c) Determine os instantes em que o vetor tangente à curva representada por  $\vec{r}(t)$  é um vetor vertical?

3. Considere a função real de duas variáveis  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

(a) Estude a continuidade da função  $f$  no seu domínio.

(b) Determine  $f'_y(0, 0)$ , se existir.

4. Determine a expressão da função  $f''_{xy}$  para  $f(x, y) = \ln(y - 3x)$ , definida no seu domínio.