SISTEMAS EQUAÇÕES LINEARES

Classificação

- Um *sistema de equações lineares* pode, genericamente, ser classificado como:

  a) **Possível**: se possui, pelo menos, uma solução;

  i) **Determinado**: se tem uma única solução;

  ii) **Indeterminado**: se tem múltiplas soluções;

  b) **Impossível**: se não possui solução.

- Se um *sistema de equações lineares* é *possível*, diz-se que as suas *equações* são *compatíveis* entre si.

- Se um *sistema de equações lineares* é *impossível*, diz-se que as suas *equações* são *incompatíveis* entre si.

- Um *sistema de equações lineares* diz-se *homogéneo*, se todos os seus *termos independentes* forem *nulos*; neste caso, o sistema de equações será *sempre possível*, admitindo a *solução nula* ou *trivial* como sua solução.

Classificação das Equações

- As *equações* de um sistema de equações lineares podem ser classificadas como:

  a) **Principais**: equações que são estritamente *necessárias à obtenção da solução* do sistema (no caso de ser *possível*); constituem, no seu conjunto, o *subsistema principal* do sistema;

  b) **Não principais**: todas as restantes equações do sistema.

- Se *todas as equações* de um sistema de equações lineares forem *principais*, então o sistema será sempre *possível*.

- Existindo *equações não principais*, o sistema de equações lineares será *possível* se todas as *equações não principais* forem *compatíveis* com as *equações principais* (a solução do subsistema principal é solução de todas as equações não principais).

- O sistema de equações lineares será *impossível*, se existir, pelo menos, uma *equação não principal* que seja *incompatível* com as *equações principais* (a solução do subsistema principal não é solução dessa equação não principal).

Classificação das Incógnitas

- As *incógnitas* de um sistema de equações lineares podem ser classificadas como:

  a) **Principais**: incógnitas em relação às quais se exprime a *solução* do sistema (no caso de ser *possível*);

  b) **Não principais** ou **livres**: incógnitas que *condicionam* a *solução* obtida para as *incógnitas principais* do sistema (no caso de ser *possível e indeterminado*).

- Sendo um sistema de equações lineares *possível*, este será *determinado* se todas as suas incógnitas forem *principais*.

- Sendo um sistema de equações lineares *possível*, este será *indeterminado* se possuir uma ou mais *incógnitas não principais* (ou *livres*).

- O *grau de indeterminação*, *gi*, de um sistema de equações lineares *possível e indeterminado* depende do número de *incógnitas não principais* (ou *livres*) nele existente, isto é,

$$gi = n_L = n - m_P$$

  em que:

  n_L : número de *incógnitas não principais* (ou *livres*);

  n : número total de *incógnitas*;

  m_P : número de *equações principais*.

- Se $gi = 1$ o sistema de equações lineares diz-se *simplesmente indeterminado*, se $gi = 2$ dir-se-á *duplamente indeterminado*, se $gi = 3$ dir-se-á *triplamente indeterminado* e assim sucessivamente.

Método de Eliminação de Gauss

- Trata-se de uma *técnica de resolução* de sistemas de equações lineares, em que:

  i) Tem por base um *processo de redução* que transforma o sistema de equações inicial num *sistema triangular* equivalente;

  ii) Resolução do *sistema triangular* equivalente aplicando o *método de substituição inversa*.

- Este *processo de redução* assenta nas seguintes *três operações elementares*:

  i) Troca de duas quaisquer equações do sistema;

  ii) Multiplicação de uma qualquer equação do sistema por um escalar (número) não nulo;

  iii) Adição a uma equação do sistema de uma qualquer outra equação multiplicada por um escalar.

- Sempre que qualquer uma das *três operações elementares* é aplicada a um sistema de equações lineares, este é transformado num novo *sistema de equações equivalente* ao anterior.