

Duração: 90 minutos

Teste de Análise Matemática EE - versão A

Nome: \_\_\_\_\_

Nr.: \_\_\_\_\_

Curso: MIEEIC

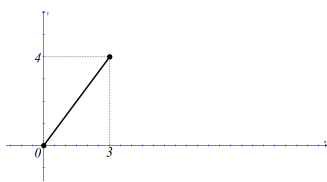
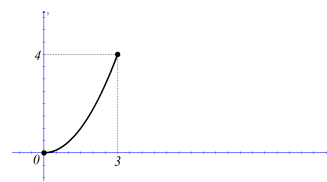
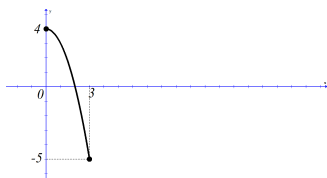
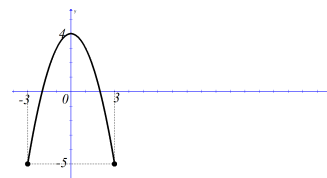
## GRUPO I

Em cada uma das perguntas seguintes, assinale a resposta correta no quadrado correspondente. Cada resposta correta vale 1 valor.

1. Qual dos seguintes pontos pertence à curva  $\vec{r}(t) = t\vec{e}_1 + t^2\vec{e}_2 + (2+t)\vec{e}_3$  em  $\mathbb{R}^3$ ?

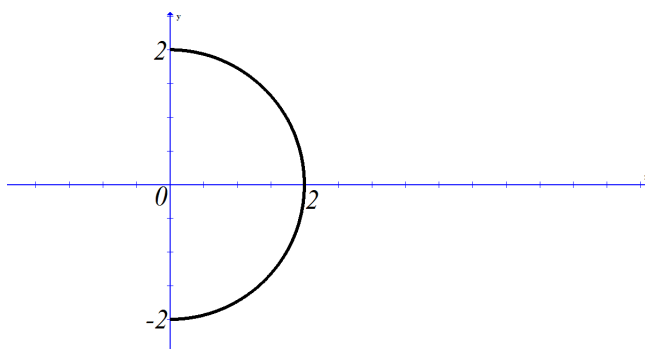
(0,1,4) ☐; (0,0,0) ☐; (1,4,4) ☐; (2,4,4) ☐; Nenhum dos anteriores. ☐

2. Qual das seguintes curvas é representada pela função vetorial  $\vec{r}(t) = (t, 4 - t^2)$ ,  $t \in [0, 3]$ ?

☐☐☐☐

Nenhuma das anteriores. ☐

3. Qual das seguintes expressões representa a curva  $\mathcal{C}$  na figura, percorrida a partir do ponto  $(0, -2)$  e com fim no ponto  $(0, 2)$ ?



$\vec{r}(t) = (2 \cos t, 2 \sin t)$ ,  $t \in [0, \pi]$  ☐

$\vec{r}(t) = (2 \sin(\pi - t), 2 \cos(\pi - t))$ ,  $t \in [0, \pi]$  ☐

$\vec{r}(t) = (2 \sin t, 2 \cos t)$ ,  $t \in [0, \pi]$  ☐

$\vec{r}(t) = (2 \sin(\frac{\pi}{2} - t), 2 \cos(\frac{\pi}{2} - t))$ ,  $t \in [0, \pi]$  ☐

Nenhuma das anteriores. ☐

4. Qual das seguintes funções tem domínio  $D = ]0, +\infty[$ ?

$\vec{r}(t) = (\sqrt{t}, t)$  ☐

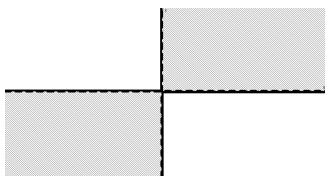
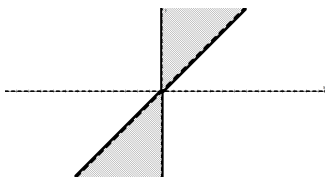
$\vec{r}(t) = (\frac{1}{t^2+1}, \ln t)$  ☐

$f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2}$  ☐

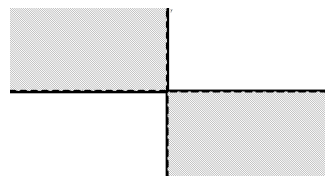
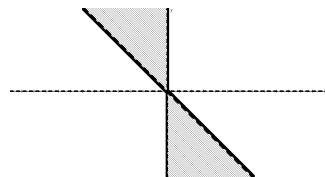
$f(x, y) = \sqrt{xy}$  ☐

Nenhuma das anteriores. ☐

5. Considere a função real de duas variáveis reais,  $f(x, y) = \ln(x \cdot y)$ . Qual destes domínios planos representa o domínio de  $f$ ?

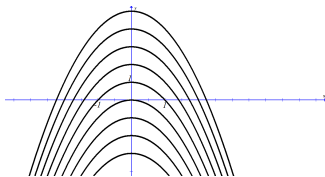
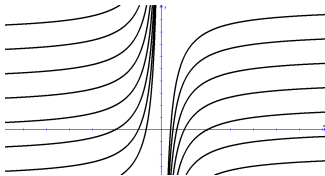

☐;

☐;

Nenhuma das anteriores.

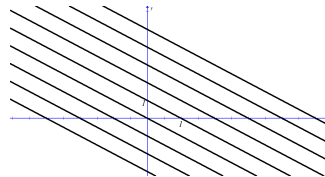
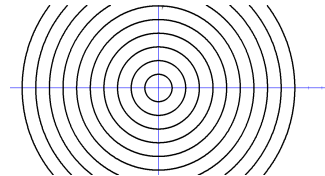

☐;

☐;

☐

6. Quais das seguintes curvas representam as curvas de nível da função  $f(x, y) = y + x^2$ ?


☐;

☐;

Nenhuma das anteriores.


☐;

☐;

☐

7. Considere a função real de duas variáveis reais definida no seu domínio,  $f(x, y) = \frac{2x-y}{x+y}$  e o  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ .

Indique qual a afirmação verdadeira:

Existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  e é igual a zero .

☐

Não existe  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  pois  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y) \right) \neq \lim_{y \rightarrow 0} \left( \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y) \right)$ .

☐

Nada se pode concluir sobre o valor do limite.

☐

Nenhuma das anteriores.

☐

## GRUPO II

**Apresente todos os cálculos efectuados.**

1. Considere a função vetorial em  $\mathbb{R}^3$ ,  $\vec{r}(t) = \cos t \cdot \vec{u} - \sin t \cdot \vec{v} + 4t \cdot \vec{w}$  onde  $\vec{u} = \vec{e}_2 + \vec{e}_1$ ,  $\vec{w} = \vec{e}_3$ ,  $\vec{v} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ .

(a) Escreva a função à custa das suas componentes.

(b) Se considerarmos a função vetorial  $\vec{r}(t)$  como a trajetória de uma partícula ao longo do tempo  $t$ , em que ponto do espaço está a partícula no instante  $t = 0$ ? E no instante  $t = 4\pi$ ?

- (c) Calcule a distância percorrida (em  $cm$ ) pela partícula entre  $t = 0$  e  $t = 4\pi$ ? **Sug:** Use a fórmula  $\int_a^b \|\vec{r}'(t)\| dt$ .

2. Considere a função vetorial  $\vec{r}(t) = (\frac{2t}{t+1}, \exp(3t-1))$ .

- (a) Determine o vetor tangente à curva descrita por  $\vec{r}(t)$  no instante  $t = 2$ .

- (b) Determine a equação da reta tangente à curva representada por  $\vec{r}(t)$  no mesmo instante.

- (c) Determine o ponto em que o vetor tangente à curva representada por  $\vec{r}(t)$  é paralelo à reta 
$$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = \frac{3}{e}t \end{cases} \cdot t \in \mathbb{R}$$

3. A partícula  $A$  segue a trajetória  $\vec{r}(t) = (1-2t, 3t-1)$ , com  $t \in [0, 1]$  e a partícula  $B$  segue a trajetória  $\vec{s}(t) = (4t, 2t - \frac{5}{6})$ , com  $t \in \mathbb{R}$ .

Verifique se as partículas chocam uma com a outra. Se a resposta for afirmativa, indique o instante e o ponto de choque das duas partículas.

4. A corrente elétrica ( $C$ ) de um aparelho, com uma determinada potência ( $P$ ) e ligado com uma determinada voltagem ( $V$ ) é dada por  $C(P, V) = \frac{P}{V}$ . Considere a unidade da corrente elétrica, *Ampère*; a unidade da potência, *Watt* e a unidade da voltagem, *volt*.

(a) Calcule  $C(450, 100)$  e diga qual o seu significado.

(b) Determine o domínio da função  $C(P, V)$ .

(c) Determine  $\lim_{(P,V) \rightarrow (0,0)} C(P, V)$ .