

寿司餐厅

sushi

题意

- 有一个长度为 n 的数列，数列的每个子区间有一个价值，现可以从中选取任意多个子区间出来。
- 假如数列的某个子区间 $[i,j]$ 是被选择的某个子区间的子区间，则可以获得相应的价值 $d[i][j]$ 。
- 对于一个数字 x ，假如它在被选择的子区间的并集中一共出现了 c 次，则需要付出代价 $mx^2 + cx$ ，其中 m 是一个给定的常数。
- 求 $\text{Max}\{\text{总价值}-\text{总代价}\}$ 。

$n \leq 2 \& n \leq 3$

- 分类讨论即可。
- $n=1$ 时只有取寿司和不取寿司共2种本质不同的选择。
- $n=2$ 时有不取寿司、只取第1个、只取第2个、两个寿司都取共4种本质不同的选择。
- $n=3$ 时有14种本质不同的选择，具体参考样例1说明。
- 期望得分：20分

$n \leq 5$

- 区间一共只有 $n(n+1)/2 \leq 15$ 种。
- 把所有区间罗列出来，然后使用状压DP枚举每个区间选或者不选，再计算相应的价值和代价。
- 期望得分：30分

$m=0$

- 这相当于寿司的价格是独立的，故对于一个寿司区间，假如其中的寿司都被选择过，那么需要付出的总价格是确定的，且与不属于这一区间的寿司无关。故可以计算出对于一个区间 $[i,j]$ ，假如其中的寿司都至少被选择过一次，能够获得的最大美味度为多少。
- 记 $f[i][j]$ 为上述值，则有 $f[i][j] = \text{Max}\{f[i][j'] + f[i'][j]\}$ ，其中 $i' \leq j' + 1$ ，显然 $f[i][j]$ 数组可以预处理出来。
- 对于 n 较小的情况，可以先使用状压DP枚举每个寿司是否被选择过，再结合 $f[i][j]$ 数组统计答案。
- 对于 n 较大的情况，可以直接使用DP完成。
- 期望得分：60分

最大权闭合子图($m=0$)

- 将每个寿司区间 $[i,j]$ 看作一个点，记为 $A(i,j)$ 。
- 将第 i 个寿司看作一个点，记为 $B(i)$ ，注意 $A(i,i)$ 和 $B(i)$ 代表不同的点。
- 考虑选择之间的依赖关系，如果选择了 $A(i,j)$ 代表的寿司区间，则表示也选择了 $A(i+1,j)$ 和 $A(i,j-1)$ 代表的寿司区间。如果选择了 $A(i,i)$ 代表的寿司区间，则表示选择了 $B(i)$ 代表的寿司。
- 这是一个最大权闭合子图的模型，虚拟一个源点 S 和一个汇点 T ，若 $d[i][j]>0$ ，则 S 向 $A(i,j)$ 连边，其边权为 $d[i][j]$ ；若 $d[i][j]<0$ ，则 $A(i,j)$ 向 T 连边，其边权为 $-d[i][j]$ ；所有 $B(i)$ 向 T 连边，其边权为 $a[i]$ 。
- 再将上述依赖关系连边，边权为 ∞ ，求解这张图的最小割即可。
- 期望得分：60分

最大权闭合子图($m=1$)

- 在上一种做法的基础上，将每个代号 x 看成一个点 $C(x)$ 。所有的 $B(i)$ 向 $C(a[i])$ 连边，边权为无穷大；所有的 $C(x)$ 向 T 连边，边权为 x^2 。
- 求解新图的最小割，结合上一种做法即可解决此题。
- 期望得分：100分