



# PYYZNOIP考前第四测

(2021.11.03四题 8:30-12:00)

## 区间第 $k$ 大

### 题目内容

给定一个  $1 \sim n$  的排列  $\{p_i\}$  以及整数  $k$

对于每个  $i \in [1, n]$ , 你需要求出该排列中有多少个区间  $[l, r]$  的第  $k$  大恰好是  $p_i$ 。

### 输入格式

第一行两个整数  $n, k$ , 分别表示序列长度和选择区间第几大。

第二行  $n$  个整数  $p_i$ , 表示一个  $1 \sim n$  的排列。

### 输出格式

一行  $n$  个整数, 第  $i$  个整数表示有多少个区间以  $p_i$  作为第  $k$  大。

### 样例一

#### 输入

```
6 2
2 5 1 3 6 4
```

#### 输出

```
2 4 2 4 0 3
```

### 样例二

#### 输入

```
20 5
6 12 20 1 5 2 3 14 19 11 9 16 13 10 4 18 8 15 17 7
```

#### 输出

```
1 2 0 4 5 6 7 11 0 23 11 6 26 8 5 0 4 15 0 2
```

样例三：见下发文件。

### 提示

【样例1解释】

以  $a_1$  作为第  $k$  大的区间有  $[1, 2], [1, 3]$ 。

以  $a_2$  作为第  $k$  大的区间有  $[1, 5], [2, 6], [1, 6], [2, 5]$ 。

以  $a_3$  作为第  $k$  大的区间有  $[2, 3], [3, 4]$ 。

以  $a_4$  作为第  $k$  大的区间有  $[2, 4], [1, 4], [4, 5], [3, 5]$ 。

没有以  $a_5$  作为第  $k$  大的区间。

以  $a_6$  作为第  $k$  大的区间有  $[1, 6], [4, 6], [5, 6]$ 。

**【数据范围】**

对于 30% 的数据,  $n \leq 100$ 。

对于 50% 的数据,  $n \leq 1000$ 。

对于另外 30% 的数据,  $k \leq 10$ 。

对于 100% 的数据,  $1 \leq n \leq 3 \times 10^5$ ,  $1 \leq k \leq 100$ , 保证  $\{p_i\}$  为一个  $1 \sim n$  的排列。

时间限制: 1s

空间限制: 512MB

# 染色

## 题目内容

有  $n$  个球排成一排，有  $c$  种颜色。这些球中有  $m$  个球已经染上了某种颜色。

你可以选择某个未被染色的球  $i$ ，以及与它相邻且已被染色的球  $j$ ，将球  $i$  染成球  $j$  的颜色。

当所有球都被涂上颜色后，设第  $i$  种颜色的球有  $t_i$  个。定义长为  $c$  的序列  $\{a_i\}$  满足  $a_i = (t_i, i)$ ，其中括号表示有序对。

请求出对于所有可能的染色方案，序列  $a$  从大到小排序后字典序最大是多少。

两个有序对比较大小的方法为先比较第一个元素的大小，若相同再比较第二个元素的大小。

注意： $c$  种颜色不一定会全部出现在已经染好色的球中。

## 输入格式

第一行三个整数  $n, m, c$ ，分别表示球数，已染色的球数和颜色种数。

接下来  $m$  行，第  $i$  行两个整数  $x_i, b_i$  分别表示已染色球的位置和染的颜色。保证  $x_i$  严格递增。

## 输出格式

输出  $c$  行，第  $i$  行两个正整数  $x, y$  表示答案序列（序列  $a$  从小到大排序后）的第  $i$  个有序对  $(x, y)$ 。

## 样例一

### 输入

```
16 6 4
3 3
6 1
9 4
11 4
13 3
15 1
```

### 输出

```
8 3
5 4
3 1
0 2
```

## 样例二

### 输入

```
15 4 14
5 14
8 12
14 2
15 2
```

## 输出

```
8 12
5 14
2 2
0 13
0 11
0 10
0 9
0 8
0 7
0 6
0 5
0 4
0 3
0 1
```

## 样例三

见下发文件。

## 提示

### 【样例解释】

一种最优的染色方案为3333314444433311。

那么  $t_1 = 3, t_2 = 0, t_3 = 8, t_4 = 5$ 。

从大到小排完序后有序对为 $(8, 3), (5, 4), (3, 1), (0, 2)$ 。

### 【数据范围】

对于 20% 的数据,  $n, m, c \leq 15$ 。对

于 50% 的数据,  $n, m, c \leq 2000$ 。对

于另外 20% 的数据,  $m \leq 17$ 。

对于 100% 的数据,  $1 \leq n \leq 10^9, 1 \leq m, c \leq 2 \times 10^5, 1 \leq b_i \leq c, 1 \leq x_i \leq n$ , 保证  $x_i$  严格递增。

时间限制: 2s

空间限制: 512MB

# 博弈论

## 题目内容

小T刚刚学习了博弈论的相关内容，他对mex 函数很感兴趣，于是想出了如下问题。

给定  $n$  个结点的树，结点编号为  $1 \sim n$ ，第  $i$  个结点上有点权  $a_i$ 。保证  $\{a_i\}$  为一个  $0 \sim n - 1$  的排列。

你需要对于每个  $c \in [0, n - 1]$ ，求出以下问题的答案。

- 将每个点的点权  $a_i$  变为  $(a_i + c) \bmod n$ ，之后求出树上所有链的 mex 值的最大值。

一条  $u$  到  $v$  的链的 mex 值定义为这条链的点权构成的集合中，没有出现过的最小自然数（自然数包括 0）。

注意：询问之间独立，也即每个询问的修改仅对当前询问有效。

## 输入格式

第一行一个整数  $n$  表示树的大小。

第二行  $n$  个整数  $a_i$ ，表示点权。

接下来  $n - 1$  行，每行两个整数  $u_i, v_i$ ，表示一条树边  $(u_i, v_i)$ 。

## 输出格式

输出一行  $n$  个整数，第  $i$  个整数表示  $c = i - 1$  时的答案。

## 样例一

### 输入

```
8
1 0 6 4 3 5 2 7
1 2
2 3
2 4
4 5
1 6
4 7
2 8
```

### 输出

```
3 3 3 2 2 3 3 2
```

## 样例二

### 输入

```
10
8 0 9 1 6 5 2 7 4 3
1 2
1 3
3 4
4 5
5 6
5 7
4 8
1 9
5 10
```

## 输出

```
3 4 5 5 2 3 3 2 2 2
```

## 样例三

见下发文件。

## 提示

【样例1解释】

mex 最大的链分别为:  $(6, 7), (1, 8), (3, 8), (3, 6), (6, 7), (5, 6), (5, 7), (1, 7)$ 。

注意 mex 最大的链不一定唯一, 此处仅给出其中一组解。

【数据范围】

对于 20% 的数据,  $n \leq 300$ 。

对于 40% 的数据,  $n \leq 1000$ 。

对于 50% 的数据,  $n \leq 5000$ 。

对于另外 20% 的数据, 树是一棵完全二叉树, 也即  $u_i = \lfloor \frac{i+1}{2} \rfloor, v_i = i + 1$ 。

对于 100% 的数据,  $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ , 保证  $u_i$  为一个  $\sim n$  的排列, 保证所给的边形成一棵树。

时间限制: 1.5s

空间限制: 512MB

# 错排问题

## 题目内容

一个  $1 \sim n$  的排列  $p$  被称为错排，当且仅当对于每个  $i$ ，有  $p_i \neq i$ 。

给定整数  $n, m$ ，你要求出对于每个  $k \in [0, m]$ ，满足  $\sum_{i=1}^n |p_i - i| = k$  且长为  $n$  的错排  $p$  有多少个。

由于答案很大，你只需要输出答案对 998244353 取模的结果。

## 输入格式

输入一行两个整数  $n, m$ ，表示错排长度和  $k$  的取值范围。

## 输出格式

输出一行  $m + 1$  个整数，第  $i$  个整数表示  $k = i - 1$  时的答案对 998244353 取模的结果。

## 样例一

### 输入

```
4 10
```

### 输出

```
0 0 0 0 1 0 4 0 4 0 0
```

## 样例二

### 输入

```
5 20
```

### 输出

```
0 0 0 0 0 0 4 0 8 0 16 0 16 0 0 0 0 0 0 0
```

## 样例三

见下发文件。

## 提示

【样例1解释】

$k = 4$  时的排列有：(2, 1, 4, 3)。

$k = 6$  时的排列有：(2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3), (3, 1, 4, 2), (4, 1, 2, 3)。

$k = 8$  时的排列有：(3, 4, 1, 2), (4, 3, 1, 2), (3, 4, 2, 1), (4, 3, 2, 1)。

【数据范围】

对于 的数据,  $n \leq 10$ 。

对于 40% 的数据,  $n \leq 15$ 。

对于另外 20% 的数据,  $n \leq 200, m \leq 400$ 。

对于另外 20% 的数据,  $m \leq n + 10$ 。

对于 100 的数据,  $1 \leq n \leq 1000, 0 \leq m \leq 2000$ 。

时间限制: 2s

空间限制: 512MB