区间第 k 大

题目内容

给定一个 $1 \sim n$ 的排列 $\{p_i\}$ 以及整数 k。

对于每个 $i \in [1, n]$，你需要求出该排列中有多少个区间 $[l, r]$ 的第 k 大恰好是 p_i。

输入格式

第一行两个整数 n, k，分别表示序列长度和选择区间第几大。

第二行 n 个整数 p_i，表示一个 $1 \sim n$ 的排列。

输出格式

一行 n 个整数，第 i 个整数表示有多少个区间以 p_i 作为第 k 大。

样例一

输入

```
6 2
2 5 1 3 6 4
```

输出

```
2 4 2 4 0 3
```

样例二

输入

```
20 5
6 12 20 1 5 2 3 14 19 11 9 16 13 10 4 18 8 15 17 7
```

输出

```
1 2 0 4 5 6 7 11 0 23 11 6 26 8 5 0 4 15 0 2
```

样例三

见下发文件。

提示

【样例1解释】

以 a_1 作为第 k 大的区间有 $[1, 2], [1, 3]$。

以 a_2 作为第 k 大的区间有 $[1, 5], [2, 6], [1, 6], [2, 5]$。

以 a_3 作为第 k 大的区间有 $[2,3],[3,4]$。

以 a_4 作为第 k 大的区间有 $[2,4],[1,4],[4,5],[3,5]$。

没有以 a_5 作为第 k 大的区间。

以 a_6 作为第 k 大的区间有 $[3,6],[4,6],[5,6]$。

【数据范围】

对于 30% 的数据，$n \le 100$。

对于 50% 的数据，$n \le 1000$。

对于另外 30% 的数据，$k \le 10$。

对于 100% 的数据，$1 \le n \le 3 \times 10^5$，$1 \le k \le 100$，保证 $\{p_i\}$ 为一个 $1 \sim n$ 的排列。

时间限制：`1s`

空间限制：`512MB`

染色

题目内容

有 n 个球排成一排，有 c 种颜色。这些球中有 m 个球已经染上了某种颜色。

你可以选择某个未被染色的球 i，以及与它相邻且已被染色的球 j，将球 i 染成球 j 的颜色。

当所有球都被涂上颜色后，设第 i 种颜色的球有 t_i 个。定义长为 c 的序列 $\{a_i\}$ 满足 $a_i = (t_i, i)$，其中括号表示有序对。

请求出对于所有可能的染色方案，序列 a 从大到小排序后字典序最大是多少。

两个有序对比较大小的方法为先比较第一个元素的大小，若相同再比较第二个元素的大小。

注意：c 种颜色不一定会全部出现在已经染好色的球中。

输入格式

第一行三个整数 n, m, c，分别表示球数，已染色的球数和颜色种数。

接下来 m 行，第 i 行两个整数 x_i, b_i 分别表示已染色球的位置和染的颜色。保证 x_i 严格递增。

输出格式

输出 c 行，第 i 行两个正整数 x, y 表示答案序列（序列 a 从小到大排序后）的第 i 个有序对 (x, y)。

样例一

输入

```
16 6 4
3 3
6 1
9 4
11 4
13 3
15 1
```

输出

```
8 3
5 4
3 1
0 2
```

样例二

输入

```
15 4 14
5 14
8 12
14 2
15 2
```

输出

```
8 12
5 14
2 2
0 13
0 11
0 10
0 9
0 8
0 7
0 6
0 5
0 4
0 3
0 1
```

样例三

见下发文件。

提示

【样例解释】

一种最优的染色方案为3333314444433311。

那么 $t_1 = 3$，$t_2 = 0$，$t_3 = 8$，$t_4 = 5$。
从大到小排完序后有序对为 $(8, 3), (5, 4), (3, 1), (0, 2)$。

【数据范围】

对于 20% 的数据，$n, m, c \le 15$。

对于 50% 的数据，$n, m, c \le 2000$。

对于另外 20% 的数据，$m \le 17$。

对于 100% 的数据，$1 \le n \le 10^9$，$1 \le m, c \le 2 \times 10^5$，$1 \le b_i \le c$，$1 \le x_i \le n$，保证 x_i 严格递增。

时间限制：`2s`

空间限制：`512MB`

博弈论

题目内容

小T刚刚学习了博弈论的相关内容，他对 mex 函数很感兴趣，于是想出了如下问题。

给定 n 个结点的树，结点编号为 $1 \sim n$，第 i 个结点上有点权 a_i。保证 $\{a_i\}$ 为一个 $0 \sim n-1$ 的排列。

你需要对于每个 $c \in [0, n-1]$，求出以下问题的答案。

- 将每个点的点权 a_i 变为 $(a_i + c) \bmod n$，之后求出树上所有链的 mex 值的最大值。

一条 u 到 v 的链的 mex 值定义为这条链的点权构成的集合中，没有出现过的最小自然数（自然数包括 0）。

注意：询问之间独立，也即每个询问的修改仅对当前询问有效。

输入格式

第一行一个整数 n，表示树的大小。

第二行 n 个整数 a_i，表示点权。

接下来 $n-1$ 行，每行两个整数 u_i, v_i，表示一条树边 (u_i, v_i)。

输出格式

输出一行 n 个整数，第 i 个整数表示 $c = i - 1$ 时的答案。

样例一

输入

```
8
1 0 6 4 3 5 2 7
1 2
2 3
2 4
4 5
1 6
4 7
2 8
```

输出

```
3 3 3 2 2 3 3 2
```

样例二

输入

```
10
8 0 9 1 6 5 2 7 4 3
1 2
1 3
3 4
4 5
5 6
5 7
4 8
1 9
5 10
```

输出

```
3 4 5 5 2 3 3 2 2 2
```

样例三

见下发文件。

提示

【样例1解释】

mex 最大的链分别为：$(6,7),(1,8),(3,8),(3,6),(6,7),(5,6),(5,7),(1,7)$。

注意 mex 最大的链不一定唯一，此处仅给出其中一组解。

【数据范围】

对于 20% 的数据，$n \le 300$。

对于 40% 的数据，$n \le 1000$。

对于 50% 的数据，$n \le 5000$。

对于另外 20% 的数据，树是一棵完全二叉树，也即 $u_i = \lfloor \frac{i+1}{2} \rfloor$，$v_i = i+1$。

对于 100% 的数据，$1 \le n \le 2 \times 10^5$，保证 $\{a_i\}$ 为一个 $0 \sim n-1$ 的排列，保证所给的边形成一棵树。

时间限制：`1.5s`

空间限制：`512MB`

错排问题

题目内容

一个 $1 \sim n$ 的排列 p 被称为错排，当且仅当对于每个 i，有 $p_i \neq i$。

给定整数 n, m，你需要求出对于每个 $k \in [0, m]$，满足 $\sum_{i=1}^{n} |p_i - i| = k$ 且长为 n 的错排 p 有多少个。

由于答案很大，你只需要输出答案对 998244353 取模的结果。

输入格式

输入一行两个整数 n, m，表示错排长度和 k 的取值范围。

输出格式

输出一行 $m + 1$ 个整数，第 i 个整数表示 $k = i - 1$ 时的答案对 998244353 取模的结果。

样例一

输入

```
4 10
```

输出

```
0 0 0 0 1 0 4 0 4 0 0
```

样例二

输入

```
5 20
```

输出

```
0 0 0 0 0 0 4 0 8 0 16 0 16 0 0 0 0 0 0 0 0
```

样例三

见下发文件。

提示

【样例1解释】

$k = 4$ 时的排列有：$(2, 1, 4, 3)$。

$k = 6$ 时的排列有：$(2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3), (3, 1, 4, 2), (4, 1, 2, 3)$。

$k = 8$ 时的排列有：$(3, 4, 1, 2), (4, 3, 1, 2), (3, 4, 2, 1), (4, 3, 2, 1)$。

【数据范围】

对于 20% 的数据，$n \leq 10$。

对于 40% 的数据，$n \leq 15$。

对于另外 20% 的数据，$n \leq 200$，$m \leq 400$。

对于另外 20% 的数据，$m \leq n + 10$。

对于 100 的数据，$1 \leq n \leq 1000$，$0 \leq m \leq 2000$。

时间限制：`2s`

空间限制：`512MB`