

# Solution

# Outline

1 染色色

2 最大割

3 开锁

# 染色颜色

# 染色颜色

- 将边两端的点颜色相同的边视为实边

# 染色

- 将边两端的点颜色相同的边视为实边
- 一次新增颜色操作实际上就是 LCT 中的 access 操作

# 染颜色

- 将边两端的点颜色相同的边视为实边
- 一次新增颜色操作实际上就是 LCT 中的 `access` 操作
- 每次虚实边切换，对应于一个子树中所有结点的代价值改变

# 染颜色

- 将边两端的点颜色相同的边视为实边
- 一次新增颜色操作实际上就是 LCT 中的 `access` 操作
- 每次虚实边切换，对应于一个子树中所有结点的代价值改变
- 利用线段树或树状数组维护代价值

# 染颜色

- 将边两端的点颜色相同的边视为实边
- 一次新增颜色操作实际上就是 LCT 中的 access 操作
- 每次虚实边切换，对应于一个子树中所有结点的代价值改变
- 利用线段树或树状数组维护代价值
- 时间复杂度  $O(n \log^2 n)$



# 染颜色

- 将边两端的点颜色相同的边视为实边
- 一次新增颜色操作实际上就是 LCT 中的 `access` 操作
- 每次虚实边切换，对应于一个子树中所有结点的代价值改变
- 利用线段树或树状数组维护代价值
- 时间复杂度  $O(n \log^2 n)$
- 对于树随机生成的点，树高是  $O(\log n)$  级别，因此暴力向父亲方向修改直到根即可

# Outline

1 染颜色

2 最大割

3 开锁

# 最大割

# 最大割

- 前 20%: 用 unsigned int 存数, 暴力枚举所有点集计算即可。  $O(2^n \times m)$

# 最大割

- 前 20%: 用 unsigned int 存数, 暴力枚举所有点集计算即可。  $O(2^n \times m)$
- 度数不超过 1: 所有边集都是割, 因此实际上就是给定若干个数, 求一个子集使得异或值最大

# 最大割

- 前 20%: 用 unsigned int 存数, 暴力枚举所有点集计算即可。  $O(2^n \times m)$
- 度数不超过 1: 所有边集都是割, 因此实际上就是给定若干个数, 求一个子集使得异或值最大
- 经典的线性基应用, 每次  $O(p^2)$  维护基, 总时间复杂度  $O(m^2)$ , 可以使用 bitset 进一步压常数

# 最大割

- 前 20%: 用 unsigned int 存数, 暴力枚举所有点集计算即可。  $O(2^n \times m)$
- 度数不超过 1: 所有边集都是割, 因此实际上就是给定若干个数, 求一个子集使得异或值最大
- 经典的线性基应用, 每次  $O(p)$  维护基, 总时间复杂度  $O(m^2)$ , 可以使用 bitset 进一步压常数
- 将每个点的点权定义为它所连所有边的权值异或和

# 最大割

- 前 20%: 用 unsigned int 存数, 暴力枚举所有点集计算即可。  $O(2^n \times m)$
- 度数不超过 1: 所有边集都是割, 因此实际上就是给定若干个数, 求一个子集使得异或值最大
- 经典的线性基应用, 每次  $O(p^2)$  维护基, 总时间复杂度  $O(m^2)$ , 可以使用 bitset 进一步压常数
- 将每个点的点权定义为它所连所有边的权值异或和
- 问题转为给定若干个数 (所有点的点权), 求子集最大异或和, 需要支持修改操作



# 最大割

# 最大割

- 维护基的同时，再维护每一行是由哪些向量 (权值) 异或而成

# 最大割

- 维护基的同时，再维护每一行是由哪些向量 (权值) 异或而成
- 修改一个向量时，找到由它异或而成的行中 1 的位数最低的那个行 (有零行就选择零行)，将其他包含修改向量的行消去它

# 最大割

- 维护基的同时，再维护每一行是由哪些向量 (权值) 异或而成
- 修改一个向量时，找到由它异或而成的行中 1 的位数最低的那个行 (有零行就选择零行)，将其他包含修改向量的行消去它
- 将选出的此行异或上修改值，并重新添加进基中

# 最大割

- 维护基的同时，再维护每一行是由哪些向量 (权值) 异或而成
- 修改一个向量时，找到由它异或而成的行中 1 的位数最低的那个行 (有零行就选择零行)，将其他包含修改向量的行消去它
- 将选出的此行异或上修改值，并重新添加进基中
- 这样做能保证不影响其他基中的元素

# 最大割

- 维护基的同时，再维护每一行是由哪些向量 (权值) 异或而成
- 修改一个向量时，找到由它异或而成的行中 1 的位数最低的那个行 (有零行就选择零行)，将其他包含修改向量的行消去它
- 将选出的此行异或上修改值，并重新添加进基中
- 这样做能保证不影响其他基中的元素
- $O(\frac{nm(l+n)}{64})$

# Outline

1 染颜色

2 最大割

3 开锁

# 开锁



# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环

# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环
- 每个环中选择一个点即可全部打开

# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环
- 每个环中选择一个点即可全部打开
- $dp_{i,j}$  表示前  $i$  个环选了  $j$  个点并且全部打开的方案数

# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环
- 每个环中选择一个点即可全部打开
- $dp_{i,j}$  表示前  $i$  个环选了  $j$  个点并且全部打开的方案数
- 枚举每个环选择了几个点进行转移

# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环
- 每个环中选择一个点即可全部打开
- $dp_{i,j}$  表示前  $i$  个环选了  $j$  个点并且全部打开的方案数
- 枚举每个环选择了几个点进行转移
- 总方案数除以  $\binom{n}{k}$  即可

# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环
- 每个环中选择一个点即可全部打开
- $dp_{i,j}$  表示前  $i$  个环选了  $j$  个点并且全部打开的方案数
- 枚举每个环选择了几个点进行转移
- 总方案数除以  $\binom{n}{k}$  即可
- 若担心精度问题，则把概率分配到转移中即可

# 开锁

- 每个盒子向它能开启的盒子连边，由于每个盒子都有且仅有一把钥匙，因此这张图会是几个环
- 每个环中选择一个点即可全部打开
- $dp_{i,j}$  表示前  $i$  个环选了  $j$  个点并且全部打开的方案数
- 枚举每个环选择了几个点进行转移
- 总方案数除以  $\binom{n}{k}$  即可
- 若担心精度问题，则把概率分配到转移中即可
- 时间复杂度  $O(Tnk)$