



小清新线段树

jiry_2





内容

- 小清新线段树（重口味线段树）
- 和懒标记有关的一些内容
- 题目都比较传统，主要是普及向
- 如果不作特殊说明，数据范围都是100000

懒标记

➤ 懒标记作用的条件：

- 标记可以合并
- 可以快速更新区间信息

➤ 判断：

- 区间加，区间乘询问区间和
- 区间加，区间除（下取整），询问区间和
- 区间加等比数列，询问区间和
- 区间加，区间取max，询问历史最大值

从一个简单题入手

- 区间取对 x 取模，询问区间和。
- 不满足条件 2。
- 分析：
 - 一个数一旦被修改，那么它的大小至少除以了2
 - 总的修改次数不超过 $n \log n$
- 传统写法：
 - 维护区间最大值以及最大值位置
 - 每次找区间最大值进行单点修改，直到不进行修改为止。

线段树模板

```
void Change(int x,int l,int r,int ql,int qr,LazyTag k){
    if (ql>r||qr<l) return;
    if (ql>=l&&qr<=r){
        PutTag(x,k); return;
    }
    int mid=l+r>>1; PushDown(x);
    Change(x*2,l,mid,ql,qr,k);
    Change(x*2+1,mid+1,r,ql,qr,k);
    Maintain(x);
}
```

线段树模板的拓展

```
void Change(int x,int l,int r,int ql,int qr,LazyTag k){
    if (ql>r||qr<l||Cut(x)) return;
    if (ql>=l&&qr<=r&&Check(x)){
        PutTag(x,k); return;
    }
    int mid=l+r>>1; PushDown(x);
    Change(x*2,l,mid,ql,qr,k);
    Change(x*2+1,mid+1,r,ql,qr,k);
    Maintain(x);
}
```

另一种写法

- 条件Cut()
 - $\max(l..r) < x$
- 条件Check()
 - $l == r$
- 时间复杂度相同（常数更小？）

另一个简单题

- 区间对 x 取模，区间覆盖，询问区间和
- 同样不满足条件 2
- 传统做法：平衡树
- 线段树做法：
 - $\text{Cut}()$ $\max(l..r) < x$
 - $\text{Check}()$ $\max(l..r) == \min(l..r)$



一个不简单的问题

- 区间加减，区间开根号（下取整），询问区间和
- 两个条件都不满足
- 怎么思考？
 - 这一类均摊的线段树问题通常全局问题也不好做
 - 从全局入手

一个不简单的问题

- 全局加减，全局开根号（下取整），询问区间和
- 开根号几次就差不多全相同了（最多差1）
 - 3 4 -> 1 2 -> 3 4 -> 1 2
- Cut() False
- Check() $\max(l..r) - \min(l..r) \leq 1$
- 复杂度？



一个有点难的练习

- 区间 and，区间 or，询问区间最大值。
- 第二个条件不满足。
- 拆每一个二进制做？
- 并不独立



Hint1

- 全局 and, 全局 or, 询问全局最大值。
- 如果 and 和 or 的值随机, 那么几次之后所有数就全相同了。
- 所有在 and 和 or 中出现过的二进制位都是全相同的。
- 涉及到新的二进制位, 直接扫所有数取最大值。
- 放到线段树上? Cut() 和 Check() 如何选择?



一个有点难的练习

- 对于每一个线段树节点维护所有位置都相同的二进制位集合 Same。
- Cut() False
- Check() x and $\text{Same}=x$
- 复杂度？



类似的题

- Hackerrank 上有一道加减、除法、区间和的题，题号找不到了。
- HDU 5634 Rikka Loves Phi 区间覆盖，区间变成 phi，询问区间和。



有关标记的顺序

- 普通的懒标记在线段树上的深度顺序是与时间相关的。
- 可以利用标记的顺序干一些更奇怪（广为人知）的事情。



一个小例子

- 区间覆盖，询问区间历史最大值的和。
- 不满足条件 2。
- 如果所有标记值随着深度的增加而递增，那么每一个点向上走遇到的第一个标记就是它的历史最大值。
- 这时可以简单的维护区间和。
- 如何让标记满足这样的顺序要求？

标记回收

- 提出这样的算法：
 - 维护每一个子树内最小的标记值 w
 - 在打上标记后根据 w 的值删掉所有更小的标记。
- 这样可以保证标记有序。
- 回收复杂度不超过打标记复杂度+标记下传复杂度。



小练习

- 区间取 max，询问区间的和。
- 不满足条件 2。
- 做法类似。
- 更多历史最值询问与区间最值操作的问题可以见我的集训队论文。



线段树与懒标记的一些变体

- 传统的线段树使用两个孩子的信息来更新自己的信息。
- 有一些变体的问题是递归到某一个孩子内更新信息。



线段树与懒标记的一些变体

- 区间对等差数列取 \min ，询问单点值。
- 不满足条件 2。
- 可以对每一个线段树节点维护一个半平面交。
- 考场上也不大写的出来吧。

线段树与懒标记的一些变体

- 如果每一个节点只有一个标记，直接线段树就可以了。
- 合并标记的时候，求出两个标记的分界点。分界点两边各是一个标记占优。
- 一定有一个标记占优的部分是一个子树的一部分。
- 把这个标记下传下去继续比较。

线段树与懒标记的一些变体

- 询问一个区间形成的单调栈的大小。
- 令 $\text{getw}(x,r)$ 为以 r 的初值走到子树 x 中会增加多少个数。
- $\text{getw}(x,r)=\text{getw}(xl,r)+\text{getw}(xr,\max(\text{ma}[xl],r))$
- 预处理 $\text{getw}(xr,\text{ma}[xl])$
- 每一次只要算一边就可以了。

好像讲完了？

- Q：怎么你讲的题和你挂出来的题目没有什么关系啊
- A：QAQ



那你很棒哦

A large, solid purple downward-pointing triangle is the central focus. It is surrounded by several smaller geometric elements: two thin, parallel purple lines extending from the top-right and bottom-left corners of the triangle; a small purple triangle to the left; a small purple triangle to the right; and a small purple triangle at the bottom. The text "Thank you" is centered within the large triangle.

**Thank
you**