

3Δ Υπολογιστική Γεωμετρία & Όραση

Level Sets

(Απαλλακτική Εργασία)

Ονοματεπώνυμο Χαλκιάς Κωνσταντίνος
Αριθμός Μητρώου 1066615
Τμήμα ΗΜΤΥ
Έτος 4ο

Εισαγωγή

Η εργασία αυτή έχει σαν κύριο θέμα το ανίχνευση σύγκρουσης μεταξύ δυο διαφορετικών τρισδιάστατων αντικειμένων. Η διαδικασία αυτή έχει υλοποιηθεί με δύο διαφορετικούς τρόπους, ο οποίοι αναλύονται λεπτομερώς στο μέρος Β. Ενδεικτικά ο πρώτη υλοποίηση χρησιμοποιεί το ίδιο το αντικείμενο (Indexed Face Set), δηλαδή τις συντεταγμένες των κορυφών του και τα τρίγωνα που το απαρτίζουν, ενώ η δεύτερη υλοποίηση παίρνει σαν είσοδο το signed distance field (SDF).

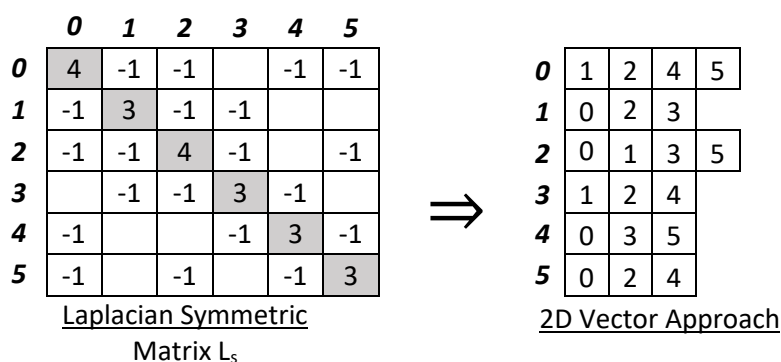
Όσο αφορά το πρώτο μέρος της εργασίας, έχει σχέση με την επεξεργασία γεωμετρίας και πιο συγκεκριμένα την σμίκρυνση και τη μεγέθυνση ενός αντικειμένου με τη χρήση του αλγορίθμου Taubin.

Μέρος A

Σε αυτό το κομμάτι της εργασίας υλοποιείται ο αλγόριθμος Taubin, που είναι υπεύθυνος για την μεγέθυνση και σμίκρυνση του αντικειμένου. Για να λειτουργήσει σωστά αυτός ο αλγόριθμος χρειάζεται να υπολογιστούν οι διαφορικές συντεταγμένες των κορυφών του αντικειμένου σε κάθε επανάληψη που γίνεται.

Διαφορικές συντεταγμένες

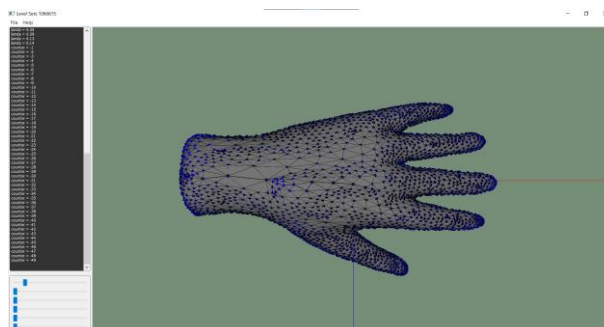
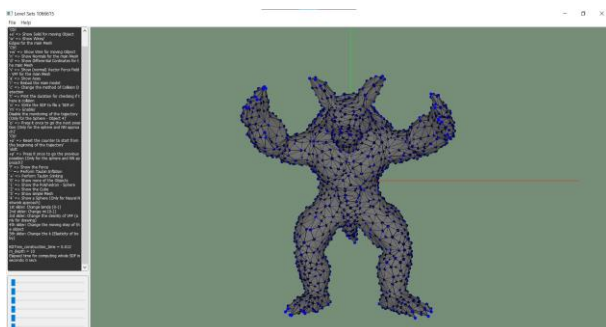
Οι διαφορικές συντεταγμένες είναι χρήσιμες όταν θέλουμε να περιγράψουμε τις λεπτομέρειες ενός αντικειμένου και μπορούν να υπολογιστούν ευκολά όταν ξέρουμε τις γειτονικές κορυφές όλων των κορυφών. Για να πραγματοποιείται γρηγορά αυτή η διαδικασία πρέπει να υπολογίσουμε τον πίνακα Laplacian symmetric Matrix L_s του αντίστοιχου mesh, ο οποίος πρακτικά έχει τη δομή του αντικειμένου, δηλαδή ποιες κορυφές συνδέονται με ποιες. Αυτό προγραμματιστικά έχει γίνει με χρήση ενός δισδιάστατου vector, όπου κάθε σειρά έχει μόνο του δείκτες των άμεσων κορυφών της κορυφής που αντιστοιχεί στην εκάστοτε σειρά. Με αυτόν τον τρόπο έχουμε αποφύγει τη χρήση κανονικού δισδιάστατου πίνακα καθώς ο πίνακας L_s είναι αρκετά αραιός (έχει πολλά μηδενικά) και θα οδηγούσε σε σπάταλη μνήμης. Στην από κάτω εικόνα φαίνεται η δομή που χρησιμοποιήθηκε.



Έχοντας βρει και αποθηκεύσει του γείτονες κάθε κορυφής με τον τρόπο που εξηγήθηκε από πάνω υπολογίζουμε τις διαφορικές συντεταγμένες από τον τύπο:

$$\delta_i = \frac{1}{d_i} \sum_{j \in N(i)} v_i - v_j$$

Σύμφωνα με τον τύπο αυτό η διαφορική συντεταγμένη μίας κορυφής ισούται με τον μέσο όρο των διαφορών μεταξύ της ίδιας της κορυφής και των γειτόνων της. Η διαδικασία αυτή είναι πολυπλοκότητας $O(n)$ καθώς το μόνο που χρειάζεται να κάνουμε είναι εφαρμόσουμε τον τύπο για κάθε κορυφή ξεχωριστά. Στις από κάτω εικόνες φαίνονται οι διαφορικές συντεταγμένες των αντικειμένων. Όσο πιο μπλε είναι το κάθε σημείο τόσο πιο μεγάλο μετρό έχει και η διαφορική συντεταγμένη.



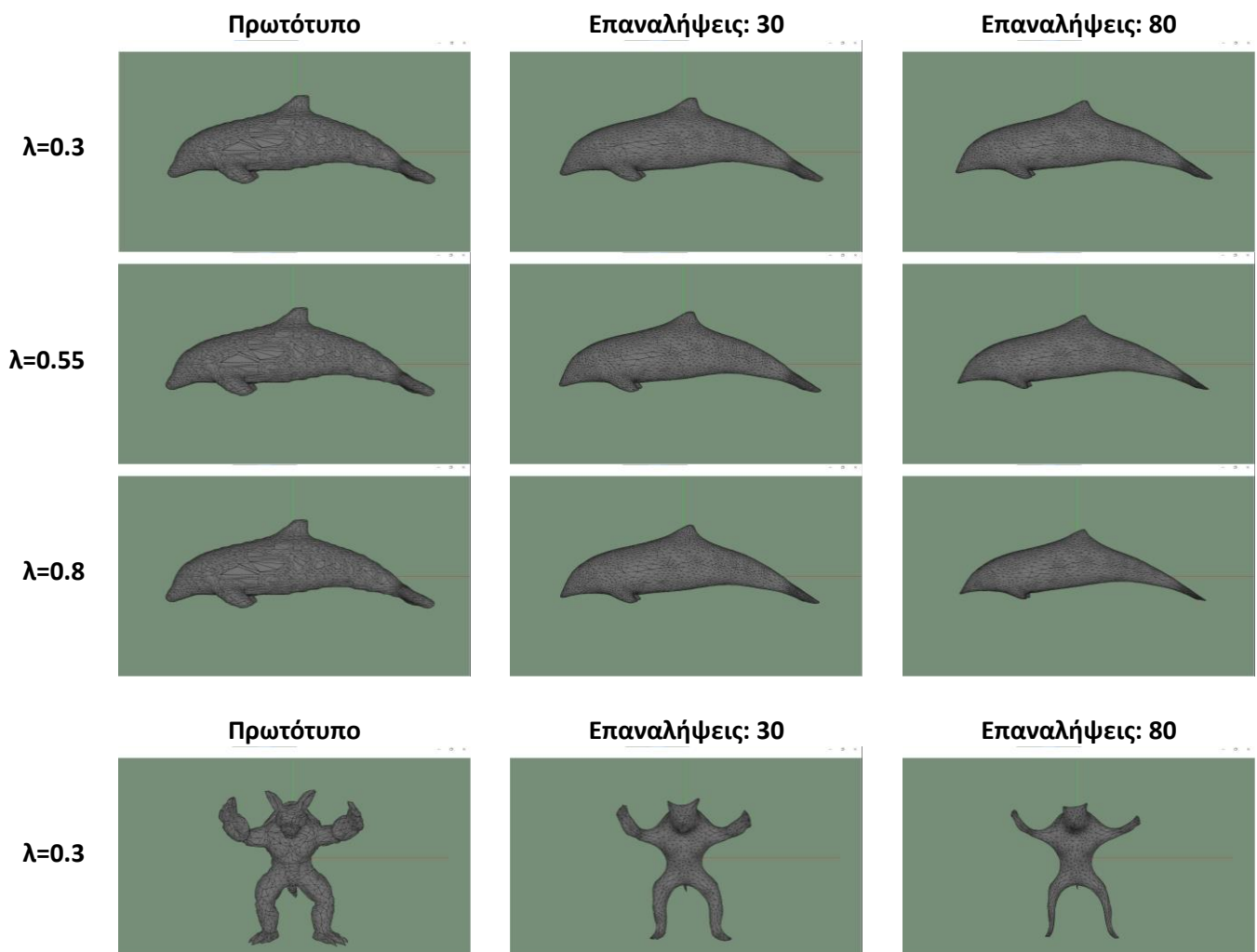
Παρατηρούμε ότι οι διαφορικές συντεταγμένες που αντιστοιχούν σε σημεία με απότομες αλλαγές της γεωμετρίας (δάχτυλα, ουρά, αυτιά) ή σε περιοχές όπου δεν είναι ομοιόμορφη η δειγματοληψία να έχουν και μεγαλύτερη τιμή. Αυτό είναι αναμενόμενο καθώς σε αυτά τα σημεία η κορυφή που εξετάζεται διαφέρει αρκετά από το μέσο όρο των γειτονικών τις και έτσι προκύπτει η μεγάλο μέτρο.

Taubin Shrinking

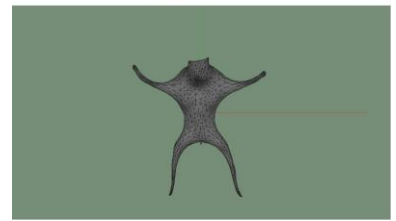
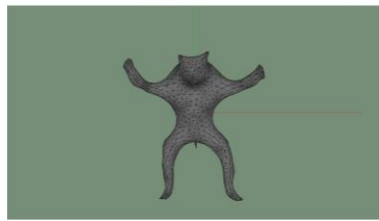
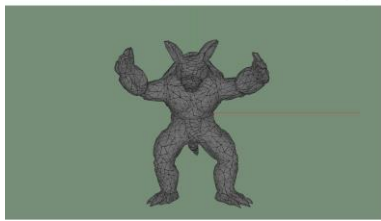
Εφόσον έχουν υπολογιστεί όλες οι διαφορικές συντεταγμένες μπορούμε να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο για το σμίκρυνση (taubin shrinking). Συμφώνα με τον οποίο κάθε κορυφή του αντικειμένου πλέον θα ισούται με:

$$vertex'_i = vertex_i - \lambda * \delta_i \quad \text{με} \quad 0 < \lambda < 1$$

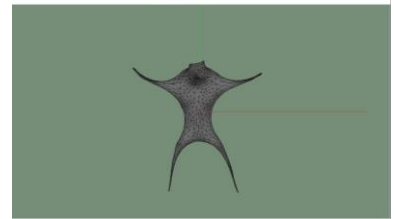
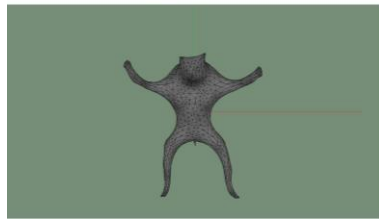
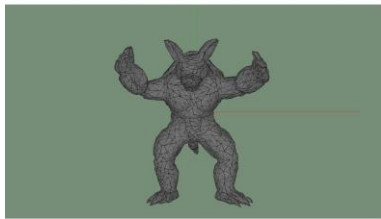
Ακόμα το "λ" μπορεί να είναι κοινό για όλες τις κορυφές αλλά μπορεί και να διαφέρει. Αυτό είναι χρήσιμο καθώς μπορεί να θέλουμε να επηρεάσουμε μόνο μια περιοχή του αντικειμένου ή μπορεί να θέλουμε να γίνει μη ομοιόμορφη σμίκρυνση. Στην εφαρμογή που αναπτύχτηκε το λ είναι κοινό για όλες τις κορυφές αλλά μπορεί να αλλάζει κατά την διάρκεια της διαδικασίας, για παράδειγμα οι πρώτες 10 επαναλήψεις του αλγορίθμου μπορεί να γίνονται για λ=0.1 αλλά οι υπόλοιπες μπορεί να γίνονται με λ=0.5. Αυτό μπορεί να το αλλάζει ο χρήστης μέσω ενός slider κατά την διάρκεια της όλης εκτέλεσης.



$\lambda=0.5$



$\lambda=0.8$



Παρατηρώντας τα αποτελέσματα βλέπουμε ότι στην περίπτωση του δελφινιού οι υψηλές συχνότητες (λεπτομέρειες στη ράχη) χάνονται αρκετά γρήγορα ενώ το κύριο σχήμα παραμένει σχετικά αναλυτό. Ακόμα είναι εύκολα παρατηρήσιμο το γεγονός ότι ο όγκος του αντικείμενου έχει μικρύνει με πιο έντονα τα πτερύγια και την άκρη της ουράς.

Όσο αφορά το δεύτερο αντικείμενο (αρμαντίλλο) παρατηρούμε παρόμοια αποτελέσματα αλλά με την διαφορά ότι η όποια σμίκρυνση γίνεται, πραγματοποιείται πιο γρήγορα. Αυτό γίνεται καθώς οι διαφορικές συντεταγμένες είναι αρκετά πιο μεγάλες (λόγω των περισσότερων καμπύλων) σε σχέση με τις αντίστοιχες του δελφινιού.

Taubin Inflation

Το μέρος της εργασίας που έχει σχέση με διαστολή (taubin inflation) του τρισδιάστατου αντικείμενου είναι αρκετά παρόμοιο με την συστολή, όμως διαφέρει σε ένα βασικό κομμάτι. Πιο συγκεκριμένα για τον υπολογισμό της νέας θέσης της κάθε κορυφής χιάζονται πλέον δύο βήματα, καθώς πρώτα γίνεται η διαστολή και στη συνέχεια η συστολή. Αυτό γίνεται καθώς η διαστολή από μόνη της θα δημιουργούσε κάποιες ανεπιθύμητες παραμορφώσεις στο αντικείμενο, που μέσω της συστολής διορθώνονται. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα η νέα θέση της κορυφής να υπολογίζεται από:

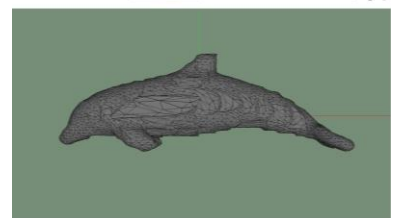
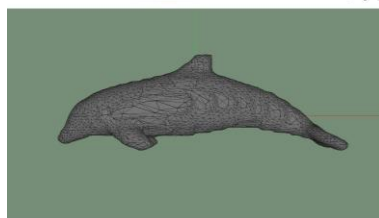
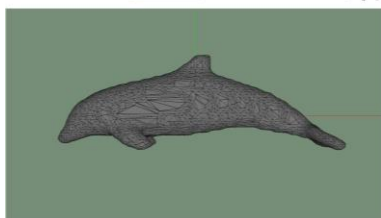
- $vertex'_i = vertex_i + \mu * \delta_i$ με $0 < \mu < 1$
- $vertex''_i = vertex'_i - \lambda * \delta'_i$ με $0 < \lambda < 1$

Πρωτότυπο

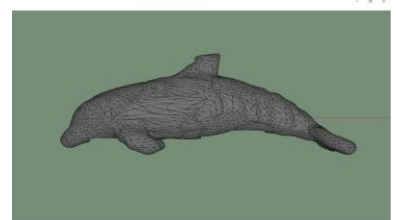
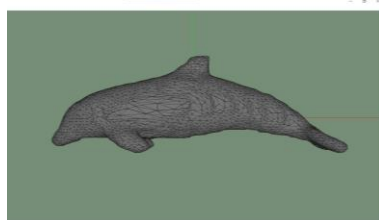
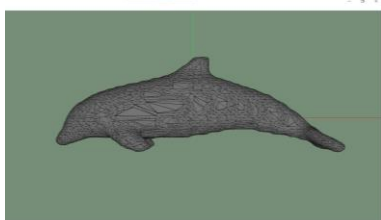
Επανάληψεις: 30

Επανάληψεις: 80

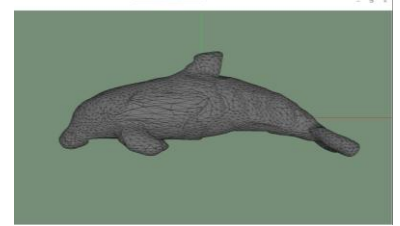
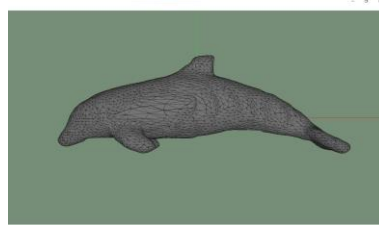
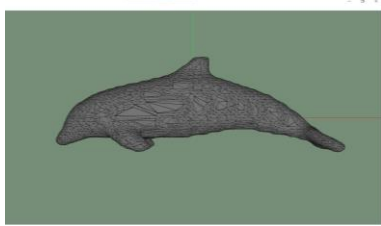
$\lambda=0.25$
 $\mu=0.30$



$\lambda=0.45$
 $\mu=0.55$



$\lambda=0.65$
 $\mu=0.80$

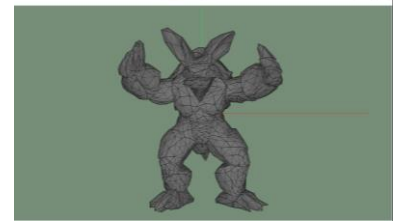
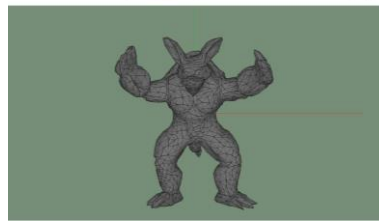
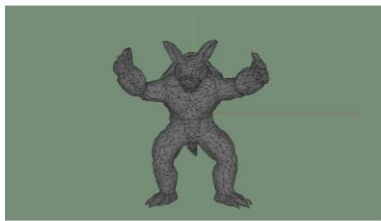


Πρωτότυπο

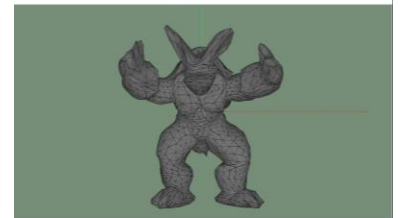
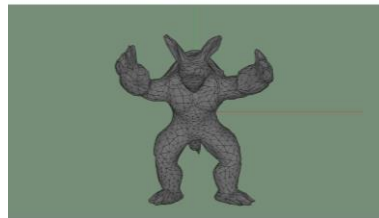
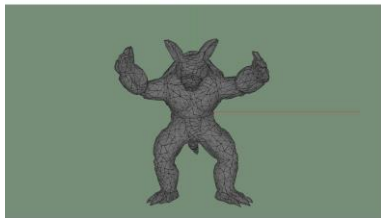
Επαναλήψεις: 30

Επαναλήψεις: 80

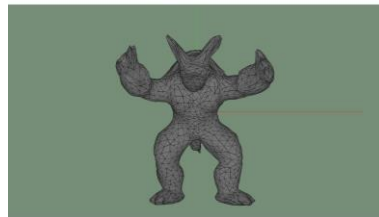
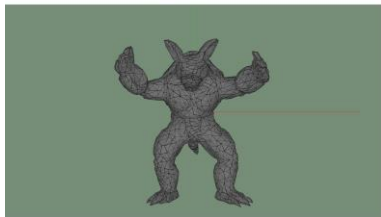
$\lambda=0.26$
 $\mu=0.32$



$\lambda=0.45$
 $\mu=0.55$



$\lambda=0.65$
 $\mu=0.80$



Όπως βλέπουμε ο αλγόριθμος της διαστολής έχει μεγεθύνει τα αντικείμενα και σε κάποιες περιπτώσεις έχει οδηγήσει στο να αλλοιωθεί η γεωμετρία του αντικειμένου. Για παράδειγμα, στην περίπτωση του αρμαντίλλο η διαστολή έχει οδηγήσει στο να χαθεί η λεπτομέρεια των δάκτυλων του και να φαίνονται ως ένα ενιαίο σώμα, ενώ στην περίπτωση του δελφινιού έχουν δημιουργηθεί σε κάποιες περιπτώσεις εγκοπές (κυρίως στο ρύγχος). Αυτό το φαινόμενο οφείλεται κυρίως στην αναλογία μεταξύ των συντελεστών (λ και μ), που είναι υπεύθυνοι για το πόσο θα μετατοπιστεί η κάθε κορυφή. Τέλος, παρατηρούμε ότι περιοχές με μικρή και ανομοιόμορφη δειγματοληψία (πλαϊνή πλευρά δελφινιού) τείνουν να γίνονται πιο ομοιόμορφες όσον αφορά την θέση των κορυφών.

Μέρος Β

Το δεύτερο μέρος της άσκησης έχει σχέση κυρίως με την ανίχνευση σύγκρουσης μεταξύ δύο διαφορετικών αντικειμένων χρησιμοποιώντας είτε την signed distance field (SDF) είτε τα ίδια τα αντικείμενα. Όμως για γίνει αυτή η διαδικασία πρέπει πρώτα να υπολογιστεί το SDF και κατ' επέκταση το vector force/normal field (VFF).

Signed Distance Field (SDF)

Την SDF ενός τρισδιάστατου αντικειμένου μπορούμε να τη θεωρήσουμε ότι είναι ένας τρισδιάστατος πίνακας όπου σε κάθε κελί του περιέχει την ελάχιστη απόσταση μεταξύ του αντικειμένου και ενός σημείου του χώρου το οποίο αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο κελί. Αν το σημείο είναι εντός του αντικειμένου τότε η απόσταση είναι αρνητική ενώ όταν είναι εκτός τότε είναι θετική.

Για να υπολογίσουμε την SDF ενός αντικειμένου αρχικά πρέπει να δειγματοληψίσουμε το χώρο, ώστε να έχουμε κάποια σημεία από τα οποία θα υπολογίσουμε τη ελάχιστη απόσταση. Πιο συγκεκριμένα στο πρόγραμμα που υλοποιήθηκε ο χώρος που δειγματοληπτείται είναι το axis aligned bounded box (AABB) του αντικειμένου με πλήθος δειγμάτων σε κάθε άξονα που προκύπτει από την εξής λογική. Γενικά, ο αλγόριθμος που υπολογίζει την SDF παίρνει σαν παράμετρο το πλήθος των δειγμάτων κατά τον οριζόντιο άξονα x. Διαιρώντας το μήκος του AABB κατά τον άξονα x με το πλήθος των επιθυμητών σημείων του συγκεκριμένου άξονα βρίσκουμε το βήμα δειγματοληψίας κατά τον άξονα x, δηλαδή:

$$(sampling\ step)_x = \frac{length_{AABB}}{(number\ of\ samples)_x}.$$

Όσο αφορά τους άλλους δύο άξονες (y και z) για να υπολογίσουμε τον ακριβή αριθμό δειγμάτων χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\frac{length_{AABB}}{height_{AABB}} = \frac{(number\ of\ samples)_x}{(number\ of\ samples)_y}$ και έπειτα ξέροντας τον αριθμό των δειγμάτων υπολογίζουμε το βήμα δειγματοληψίας του αντίστοιχου άξονα. Χρησιμοποιώντας αυτόν τον τρόπο διατηρούμε τις αναλογίες μεταξύ των απολύτων διαστάσεων του αντικειμένου και του πλήθους των δειγμάτων ανά άξονα, τα οποία έχουν άμεση σχέση με την διακριτική ικανότητα και της SDF.

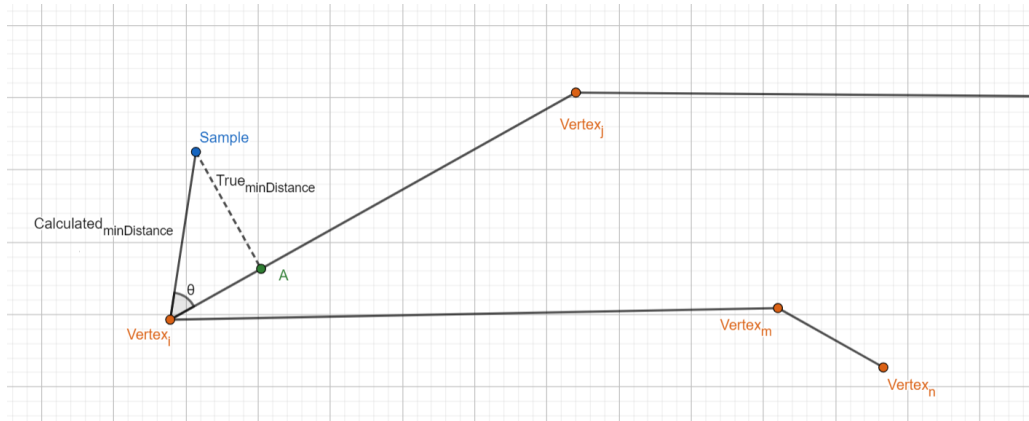
Το κομμάτι που έχει σχέση τον υπολογισμό της απόστασης μεταξύ των δειγμάτων που υπολογίστηκαν προηγμένος και του αντικειμένου έγινε με KD-Tree. Συγκεκριμένα επιλέχτηκε αυτή η μέθοδος καθώς η εύρεση του κοντινότερου γείτονα δοθέντος ενός σημείο στο χώρο γίνεται με πολυπλοκότητα $O(\log n)$. Αυτή η μέθοδος είναι αρκετά καλύτερη από την εξαντλητική στην οποία υπολογίζουμε την απόσταση από όλα τα σημεία και βρίσκουμε την μικρότερη (πολυπλοκότητας $O(n)$), καθώς το πλήθος των υποψήφιων ελάχιστων είναι μερικές χιλιάδες (πλήθος διαφορετικών κορυφών του mesh). Μετρώντας την απόσταση με αυτόν τον τρόπο μπορεί έχουμε ένα μικρό σφάλμα το οποίο οφείλετε στο γεγονός ότι η απόσταση δεν ελαχιστοποιείται απαραίτητα στη κορυφές αλλά μπορεί να είναι και σε ένα οποιαδήποτε σημείο των γειτονικών τριγώνων. Το αντίστοιχο πρόβλημα αλλά στις δύο διαστάσεις φαίνεται στην από κάτω εικόνα. Εκεί το σφάλμα υπολογίζετε ως:

$$\begin{aligned} error &= calculated_{minDistance} - true_{minDistance} \\ error &= calculated_{minDistance} - \eta\mu\theta * calculated_{minDistance} \\ error &= calculated_{minDistance}(1 - \eta\mu\theta) \end{aligned}$$

Αρά έχουμε:

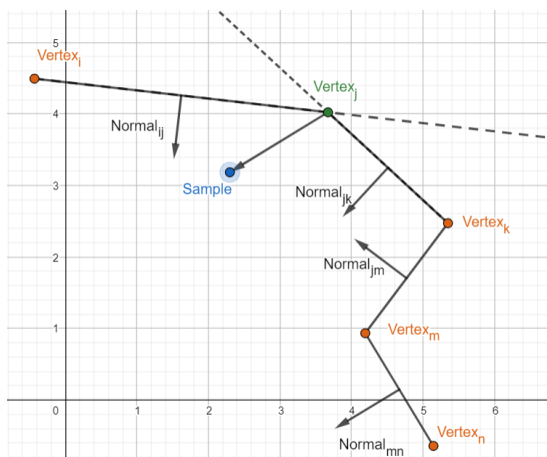
$$error = \begin{cases} calculated_{minDistance}(1 - \eta\mu\theta) & \text{όταν το σημείο A είναι εντός ενός} \\ & \text{ευθύγραμμου τμήματος} \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

Όπως παρατηρούμε το σφάλμα μπορεί να πάρει την μέγιστη τιμή όταν $\eta\mu\theta=0$, δηλαδή όταν το δειγματοληπτημένο σημείο του χώρου βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια του τρισδιάστατου αντικειμένου.



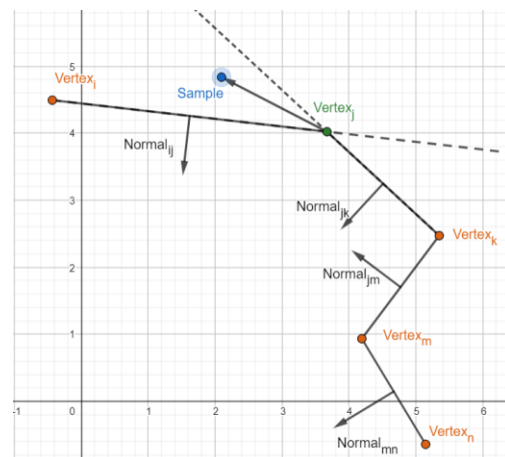
Έχοντας υπολογίσει την ελάχιστη απόσταση ως απολυτή τιμή ακολουθεί το βήμα στο οποίο ελέγχουμε αν τα σημεία που δημιουργήθηκαν από τη δειγματοληψία είναι εντός ή εκτός του αντικειμένου. Αυτό γίνεται ελέγχοντας μόνο τα γειτονικά τρίγωνα της πλησιέστερης κορυφής, δηλαδή μόνο τα τρίγωνα στα οποία μία από τις κορυφές τους είναι η πλησιέστερη κορυφή του σημείου που ελέγχουμε. Το ανάλογο στις δύο διαστάσεις φαίνεται από κάτω, όπου η πλησιέστερη κορυφή του σημείου "Sample" είναι το "Vertex_j". Ο έλεγχος πραγματοποιείται μεταξύ του διανύσματος $\overrightarrow{Vertex_jSample}$ και των κανονικών διανυσμάτων των γειτονικών του ακμών (ή στις τρεις διαστάσεις τα κανονικά διανύσματα των γειτονικών του τριγώνων), δηλαδή τα $\overrightarrow{Normal_{ij}}$ και $\overrightarrow{Normal_{jk}}$. Πιο συγκεκριμένα υπολογίζουμε όλα τα εσωτερικά γινόμενα $\overrightarrow{Vertex_jSample} \cdot \overrightarrow{Normal_{xy}}$ και στο πρώτο που θα υπολογίσουμε ότι είναι αρνητικό, δηλαδή $\overrightarrow{Vertex_jSample} \cdot \overrightarrow{Normal_{xy}} < 0$ θα καταλάβουμε ότι σημείο που ελέγχουμε είναι εκτός του αντικειμένου. Αν όλα τα εσωτερικά γινόμενα είναι θετικά τότε καταλαβαίνουμε ότι είμαστε εντός του αντικειμένου και κατ' επέκταση η απόσταση της SDF είναι πλέον αρνητική.

Εντός του Αντικειμένου



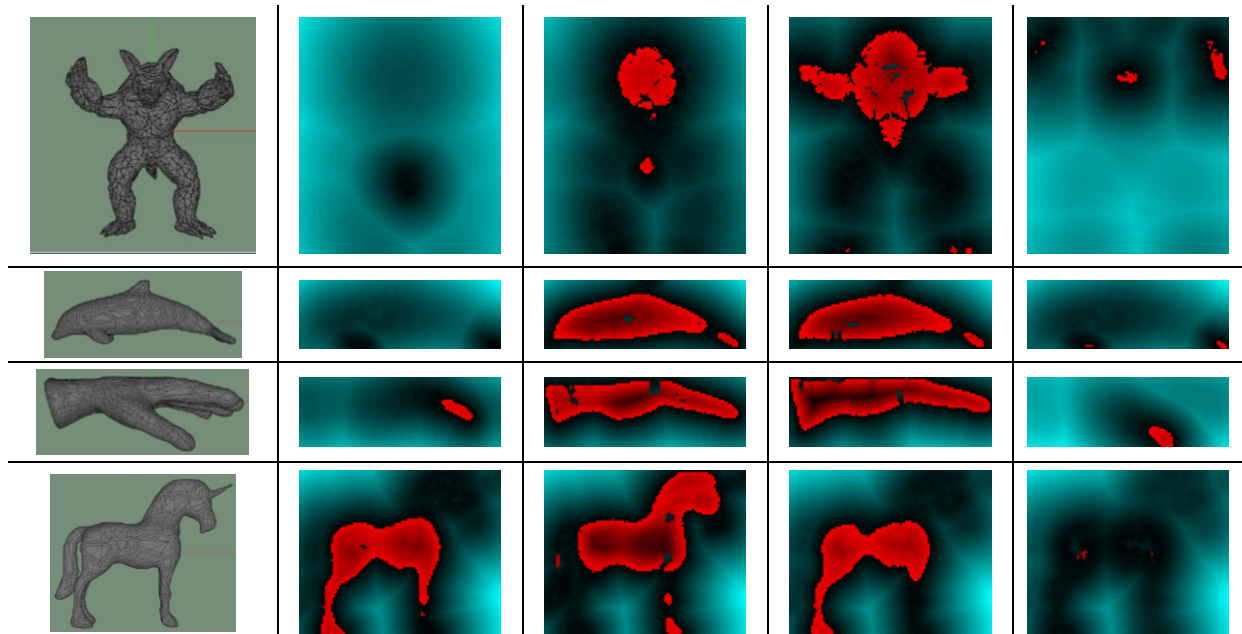
$$\begin{aligned}\overrightarrow{Vertex_jSample} \cdot \overrightarrow{Normal_{jk}} &> 0 \\ \overrightarrow{Vertex_jSample} \cdot \overrightarrow{Normal_{ij}} &> 0\end{aligned}$$

Εκτός του Αντικειμένου



$$\begin{aligned}\overrightarrow{Vertex_jSample} \cdot \overrightarrow{Normal_{jk}} &> 0 \\ \overrightarrow{Vertex_jSample} \cdot \overrightarrow{Normal_{ij}} &< 0\end{aligned}$$

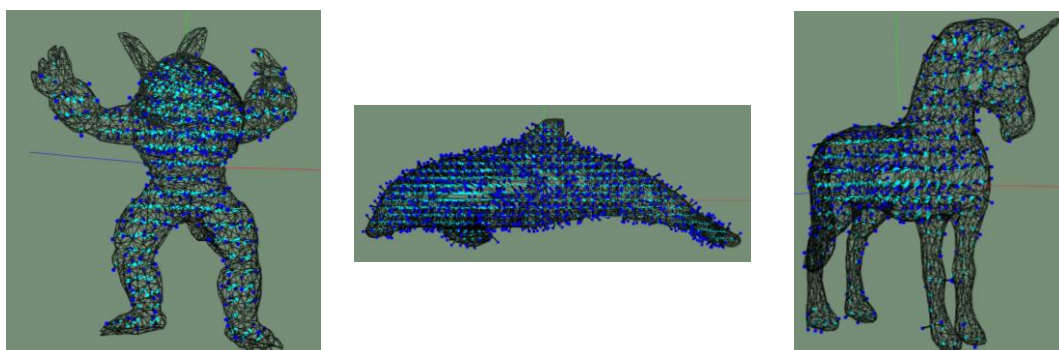
Από κάτω φαίνονται διάφορες τομές SDF κατά μήκος του z άξονα σε κάποια τρισδιάστατα αντικείμενα. Τα διάφορα χρώματα υποδηλώνουν τις τιμές της SDF σε κάθε περιοχή. Πιο αναλυτικά, οι γαλάζιες περιοχές υποδηλώνουν ότι βρίσκονται εκτός (θετικές αποστάσεις) του αντικειμένου ενώ οι κόκκινες είναι εντός (αρνητικές αποστάσεις). Ακόμα όσο πιο μαύρη είναι μια περιοχή τόσο πιο μικρή τιμή έχει και η SDF.



Όπως βλέπουμε τα αποτελέσματα είναι αρκετά καλά, αν και υπάρχουν περιοχές όπου ο αλγόριθμος υπολογίζει εσφαλμένα ότι είναι εκτός του αντικειμένου ενώ στην πραγματικότητα είναι εντός. Αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι οι υπολογιστές έχουν πεπερασμένη ακρίβεια στα αποτελέσματά τους. Με άλλα λόγια μπορεί τα εσωτερικά γινόμενα που είναι υπεύθυνα για να καθορίσουν αν το σημείο είναι εντός ή εκτός του αντικειμένου να βγαίνουν λίγο πιο πάνω από το μηδέν ενώ στην πραγματικότητα έπρεπε να βγουν λίγο κάτω από αυτό. Αυτό σημαίνει ότι οι περιοχές αυτές πρέπει να είναι επίπεδες και σχετικά κάθετες σε σχέση με το διάνυσμα που ενώνει το σημείο που ελέγχουμε με την πλησιέστερη κορυφή.

Vector Force Field (VFF)

Το vector force field υπολογίζεται παράλληλα με την SDF και πρακτικά περιέχει μόνο για σημεία που είναι εντός του αντικειμένου ένα διάνυσμα που δείχνει προς την πλησιέστερη κορυφή. Αυτό το διάνυσμα κανονικοποιείται, ώστε να έχει μέτρο ίσο με την μονάδα και έπειτα αποθηκεύεται σε ένα τρισδιάστατο πίνακα για να χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό της δύναμης που θα ασκήσει το σώμα όταν έρθει σε επαφή με ένα άλλο. Από κάτω φαίνεται το VFF για διαφορά αντικείμενα.



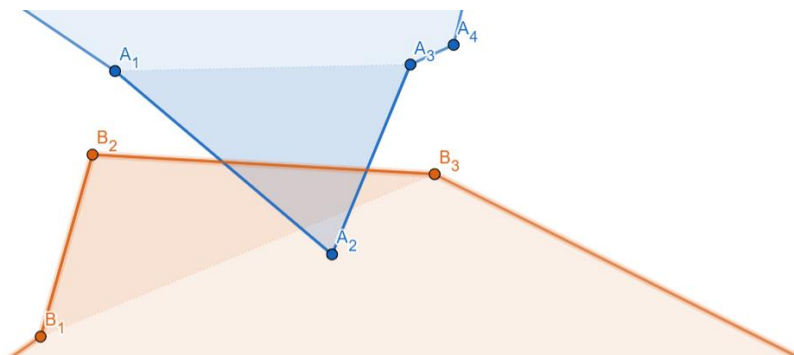
Τα σημεία με το γαλάζιο χρώμα είναι οι αρχές των διανυσμάτων και πρακτικά είναι τα σημεία που έχουν προκύψει από την δειγματοληψία του χώρου, ενώ τα σημεία με το μπλε θεωρούμε ότι είναι το τέλος του κάθε διανύσματος, το οποίο αν το προεκτείνουμε θα τέμνει την πλησιέστερη κορυφή του γαλάζιου σημείου.

Ανίχνευση Σύγκρουσης

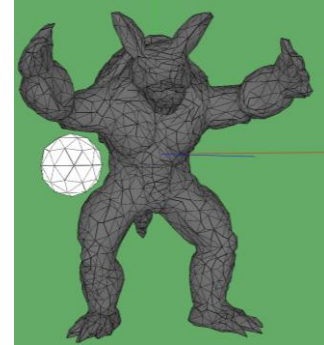
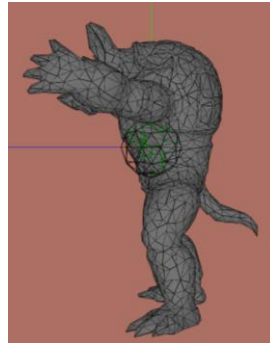
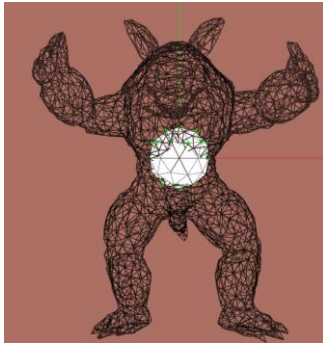
Έχοντας υπολογίσει την SDF και το VFF του αντικειμένου ακολουθεί η διαδικασία για την ανίχνευση σύγκρουσης. Αυτή η διαδικασία έχει υλοποιηθεί με δύο διαφορετικούς τρόπους. Ο πρώτος είναι χρησιμοποιώντας το ίδιο το αντικείμενο, δηλαδή τις κορυφές του αλλά και τα τρίγωνα που το απαρτίζουν και ο δεύτερος χρησιμοποιεί την SDF του. Και στις δύο υλοποιήσεις προηγείται ένα βήμα που κάνει την όλη διαδικασία πιο αποδοτική. Αυτό έχει να κάνει με την ανίχνευση σύγκρουσης χρησιμοποιώντας τα AABB των δύο σωμάτων. Με αυτόν τρόπο ανιχνεύουμε κατευθείαν αν τα δυο σώματα δεν τέμνονται αλλά δεν είμαστε σίγουροι για το πότε έχουν έρθει πραγματικά σε επαφή και αυτό το πρόβλημα έρχονται να λύσουν οι δυο προαναφερθέντες τρόποι.

- **1^{ος} τρόπος: Χρησιμοποιώντας το ίδιο το αντικείμενο**

Σε αυτήν την μέθοδο ελέγχουμε αν υπάρχουν κορυφές του ενός αντικειμένου που βρίσκονται στο εσωτερικό του αλλού. Ο έλεγχος για το αν το σημείο βρίσκεται στο εσωτερικό ή στο εξωτερικό γίνεται θεωρώντας μια αυθαίρετη ημιευθεία προς οποιαδήποτε κατεύθυνση, της οποίας η αρχή είναι το σημείο που θέλουμε να ελέγξουμε. Μετρώντας τα τρίγωνα που τέμνει αυτή η ημιευθεία, δηλαδή για το αν είναι ζυγός ή μονός αριθμός, καταλαβαίνουμε αν το σημείο βρίσκεται στο εξωτερικό ή όχι, αντίστοιχα. Ο τρόπος αυτός καθώς δεν είναι και πολύ χαμηλής πολυπλοκότητας έχει σημαντικό μειονέκτημα όταν τα τρίγωνα που ελέγχουμε είναι πολλά και για αυτό χρησιμοποιείται όταν ελέγχουμε τις κορυφές του κεντρικού αντικειμένου για το αν βρίσκονται εντός του βοηθητικού που έχει μικρό πλήθος τριγώνων. Για να είμαστε όμως σίγουροι για την ύπαρξη επαφής ή όχι πρέπει να γίνει και ο αντίστροφος έλεγχος, δηλαδή να ελέγξουμε για το αν υπάρχουν κορυφές του βοηθητικού αντικειμένου εντός του κεντρικού. Σε αυτήν τη περίπτωση ο έλεγχος για το που βρίσκεται η κορυφή γίνεται με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται το πρόσημο της SDF, δηλαδή βρίσκοντάς τον πλησιέστερη κορυφή και ελέγχοντας τα εσωτερικά γινόμενα. Ο δεύτερος έλεγχος είναι απαραίτητος καθώς υπάρχει περίπτωση να έχουν έρθει σε επαφή τα δύο σώματα χωρίς όμως να βρίσκονται κορυφές του ενός στο εσωτερικό του αλλού. Αυτό φαίνεται και στην από κάτω εικόνα, όπου το πολύγωνο A έχει μια κορυφή εντός του πολυγώνου B, αλλά δεν ισχύει το ανάποδο.



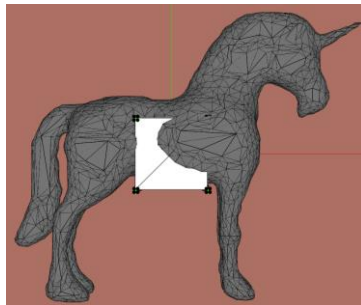
Ακολουθούν κάποια παραδείγματα ανίχνευσης σύγκρουσης χρησιμοποιώντας αυτή την τεχνική.



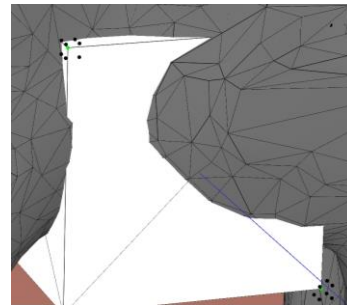
Τα σημεία που φαίνονται με ανοιχτό πράσινο (1^η εικόνα) είναι τα σημεία της σφαίρας – πολυέδρου που βρίσκονται εντός του αντικειμένου, ενώ τα σημεία με το σκούρο πράσινο (2^η εικόνα) είναι τα σημεία του αρμαντίλλο που βρίσκονται εντός της σφαίρας.

- **2^{ος} τρόπος: Χρησιμοποιώντας την SDF**

Στη δεύτερη μέθοδο πάλι ελέγχουμε για το αν υπάρχουν κορυφές του ενός αντικειμένου εντός του άλλου, αλλά τώρα χρησιμοποιούμε την ήδη υπολογισμένη SDF. Πιο αναλυτικά κάθε κορυφή του ενός αντικειμένου που βρίσκεται εντός του AABB του άλλου αντικειμένου μπορεί να αντιπροσωπευτεί από οχτώ τιμές τις SDF, οι οποίες αντιστοιχούν στα οχτώ πλησιέστερα σημεία του δειγματοληπτούμενου χώρου. Από αυτά τα οχτώ σημεία μπορούμε να υπολογίσουμε προσεγγιστικά την τιμή της SDF που θα έχει η κορυφή του αντικειμένου.



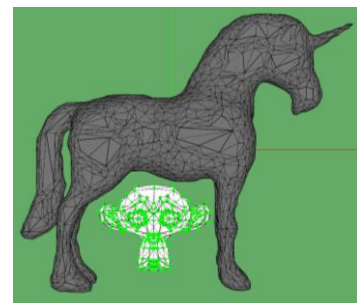
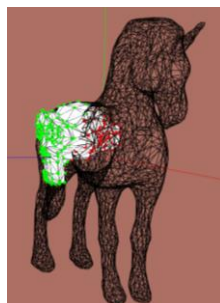
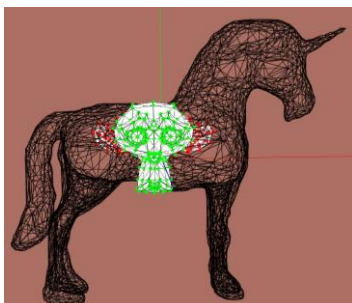
μεγέθυνση



Αν το αποτέλεσμα είναι αρνητικό τότε το σημείο βρίσκεται εντός του αντικειμένου με αποτέλεσμα να έχουν έρθει σε επαφή τα δύο σώματα, διαφορετικά αν είναι θετικό τότε το σημείο είναι εκτός του αντικειμένου. Για να υπολογίσουμε την προσέγγιση της SDF χρησιμοποιούμε τους από κάτω τύπους:

$$SDF_{vertex} = \frac{\sum_{i=0}^7 w_i * SDF_{x_i y_i z_i}}{\sum_{i=0}^7 w_i} \quad w_i = \frac{1}{dist(vertex, x_i y_i z_i)}$$

Πρακτικά υπολογίζουμε τον σταθμισμένο μέσο όρο, όπου τα βάρη είναι ο αντίστροφος αριθμός της απόλυτης τιμής της απόστασης μεταξύ της κορυφής και του σημείου του δειγματοληπτούμενου χώρου. Με αυτόν τον τρόπο όσο πιο κοντά είναι η κορυφή σε ένα από τα δείγματα τόσο πιο πολύ θα επηρεάζει τον μέσο όρο.



Συγκρίνοντας τις δυο μεθόδους παρατηρούμε ότι για αντικείμενα με μικρό πλήθος κορυφών και τριγώνων η πρώτη μέθοδος είναι καταλληλότερη, καθώς είναι πιο απλή και παράλληλα τα αποτελέσματα της σε μεγάλο ποσοστό είναι σωστά. Αντίθετα, όταν έχουμε περιπλοκά αντικείμενα η δεύτερη μέθοδος (χρήση SDF) υπερτερεί καθώς το κύριο υπολογιστικό φόρτο το έχει η διαδικασία υπολογισμού της SDF, που γίνεται μια φορά (αν δεν αλλάζει η γεωμετρία του αντικειμένου). Ο έλεγχος γίνεται αρκετά γρηγορά, καθώς το μόνο που κάνουμε είναι να υπολογίζουμε έναν μέσο όρο. Από την άλλη πλευρά αυτή η μέθοδος έχει ένα μειονέκτημα το οποίο έχει σχέση με το πόσο σωστά είναι τα αποτελέσματα που υπολογίζει. Η ορθότητα των αποτελεσμάτων συνδέεται άμεσα με το πόσο πυκνή είναι η δειγματοληψία, αρά όταν έχουμε αραιή δειγματοληψία υπάρχουν μεγαλύτερες πιθανότητες να γίνουν λάθη. Ακολουθούν κάποιες μετρήσεις που έχουν σχέση με το χρόνο που χρειάζεται να γίνει ο έλεγχος για κάθε περίπτωση:

	Χρησιμοποιώντας το ίδιο το αντικείμενο	Χρησιμοποιώντας την SDF
Σφαίρα - Πολύεδρο	~15 msecs	~0.45 msecs
Κύβος	~2 msecs	~0.2 msecs
Απλό Αντικείμενο (suzanne.obg)	~70 msecs	~0.8 msecs

*Στην περίπτωση της SDF δεν έχει συμπεριληφθεί ο χρόνος που χρειάστηκε για τον υπολογισμό της

Εκτίμηση Δύναμης λόγω της Σύγκρουσης

Με ανάλογο τρόπο του υπολογισμού της τιμής της SDF σε ένα τυχαίο σημείο από την ήδη υπολογισμένη SDF, εκτιμούμε και την κατεύθυνση της δύναμης λόγω της σύγκρουσης. Δηλαδή βρίσκουμε την κατεύθυνση της δύναμης αξιοποιώντας μόνο τα ήδη υπολογισμένα διανύσματα του VFF.

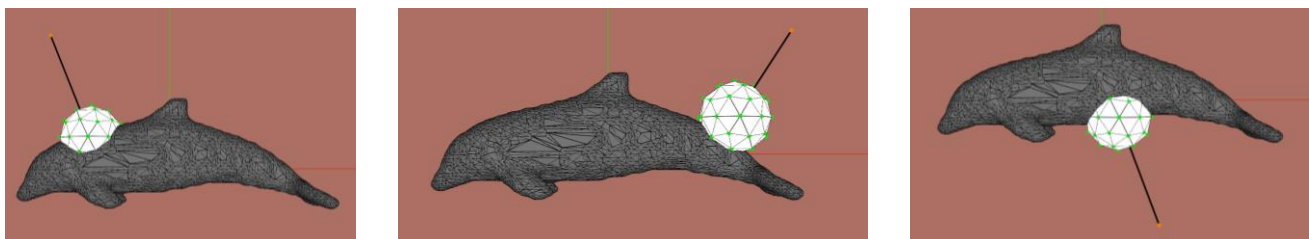
$$\overrightarrow{F_{vertex}} = \frac{\sum_{i=0}^7 w_i * SDF_{x_i y_i z_i} * \overrightarrow{VFF_{x_i y_i z_i}}}{8} \quad w_i = \frac{1}{dist(vertex, x_i y_i z_i)}$$

Εστί η τελική δύναμη που εφαρμόζεται στο συγκρουόμενο σώμα είναι:

$$\overrightarrow{F_{total}} = k \cdot sum(\overrightarrow{F_{vertex_i}}),$$

οπού vertex_i είναι όλες οι κορυφές που βρίσκονται στο εσωτερικό του mesh.

Αυτή η δύναμη εφαρμόζεται θεωρητικά στο κέντρο βάρους του αντικειμένου, αλλά για χάρη απλότητας θεωρούμαι ότι το κέντρο βάρους ταυτίζεται με κέντρο του AABB.

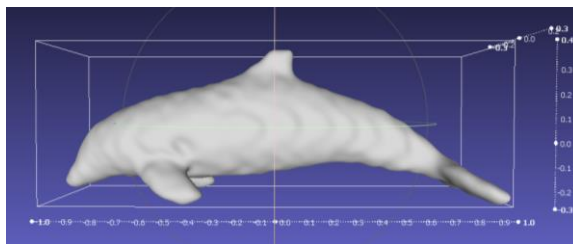
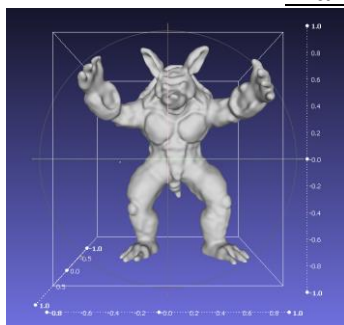


Στις από πάνω εικόνες φαίνεται η δύναμη που ασκεί το δελφίνι στη σφαίρα λόγω της μεταξύ τους επαφής. Όπως παρατηρούμε η δύναμη έχει περίπου την κατεύθυνση του κάθετου διανύσματος στο επίπεδο τομής, πράγμα που είναι αναμενόμενο, καθώς προς αυτήν την κατεύθυνση ελαχιστοποιείται η απόσταση και άρα το VFF στην περιοχή αυτή θα έχει την συγκεκριμένη διεύθυνση. Ακόμα αξίζει να σημειωθεί ότι το μέτρο της δύναμης δεν μπορεί να συγκριθεί ανάμεσα στις εικόνες, καθώς η δύναμη σε κάθε εικόνα έχει υπολογιστεί με διαφορετικό k (elasticity – ελαστικότητα του αντικειμένου).

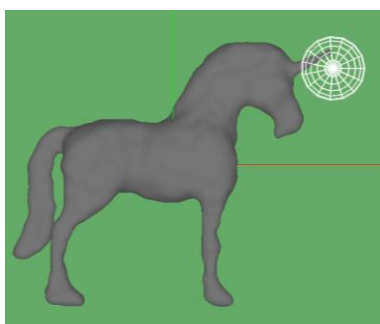
Ανίχνευση Σύγκρουσης χρησιμοποιώντας Νευρικό Δίκτυο

Το νευρικό δίκτυο που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση της SDF είναι το "SIREN". Το δίκτυο αυτό για να μπορεί να παράγει την SDF, πρέπει πρώτα να πραγματοποιηθεί η διαδικασία της εκμάθησης με το αντικείμενο εισόδου. Αυτό γίνεται δίνοντας το επιθυμητό αντικείμενο σαν είσοδο στη μορφή ενός point cloud (file format .xyz), στο οποίο όλα τα σημεία του έχουν αντιστοιχηθεί με ένα κανονικό διάνυσμα. Με αυτόν τον τρόπο το δίκτυο δημιουργεί μία προσεγγιστική ανακατασκευή του αντικειμένου εισόδου, η οποία έχει υποστεί την κατάλληλη σμίκρυνση (ή μεγέθυνση), ώστε η μεγαλύτερη διάστασή του AABB του ανακατασκευασμένου αντικειμένου να ταυτίζεται με το διάστημα $[-1,1]$. Έχοντας ολοκληρώσει την διαδικασία της εκμάθησης, πλέον μπορούμε να δίνουμε στο εκπαιδευμένο δίκτυο σημεία στο χώρο και να μας επιστρέφει την τιμή της SDF σε αυτό.

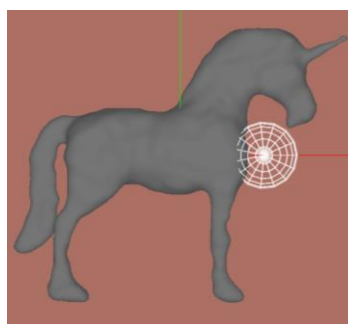
Ανακατασκευασμένα αντικείμενα



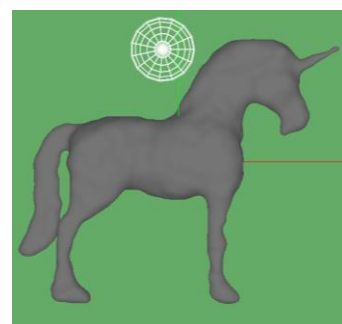
Τα σημεία που δίνουμε στο δίκτυο προέρχονται από τη θέση του κέντρου μιας σφαίρας της οποίας έχουμε καταγράψει την τροχιά που ακολουθήσε. Πιο αναλυτικά έχουμε δημιουργήσει ένα αρχείο το οποίο περιέχει την ακτίνα της σφαίρας αλλά και όλες τις θέσεις από τις οποίες πέρασε. Από αυτά τα σημεία (διάφορες θέσεις του κέντρου της σφαίρας) μπορούμε να εξάγουμε κάποια τυχαία δείγματα - σημεία στην επιφάνεια της σφαίρας από τα οποία μπορούμε να καταλάβουμε αν έχει πραγματοποιηθεί σύγκρουση. Όσο πιο πολλά είναι τα δείγματα τόσο πιο μεγάλη θα είναι η πιθανότητα του να έχουμε λάβει το σωστό αποτέλεσμα. Για το κομμάτι που έχει σχέση με την ανίχνευση σύγκρουσης ακολουθήσαμε την ίδια λογική που χρησιμοποιήσαμε και στο 2^ο τρόπο της ενότητας: «Ανίχνευση Σύγκρουσης», δηλαδή αν η SDF στο εκάστοτε σημείο είναι θετική τότε μάλλον δεν υπάρχει επαφή, ενώ αν είναι αρνητική τότε υπάρχει.



Μη ανίχνευση σύγκρουσης, ενώ υπάρχει



Ανίχνευση σύγκρουσης, ενώ υπάρχει



Μη ανίχνευση σύγκρουσης, ενώ δεν υπάρχει

Όπως παρατηρούμε υπάρχουν περιπτώσεις όπου αυτή η μέθοδος βγάζει λάθος αποτελέσματα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η επιφάνεια τομής, δηλαδή η περιοχή της σφαίρας που τέμνει το κέρατο του μονόκερου έχει πολύ μικρό εμβαδό και άρα η πιθανότητα να βρίσκεται σε αυτήν την περιοχή ένα από τα δείγματα είναι αρκετά μικρή. Παρ' όλα αυτά τα αποτελέσματα στις άλλες περιπτώσεις είναι σωστά.