

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 71

Студент
Елисеев Константин Иванович
Р3108

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

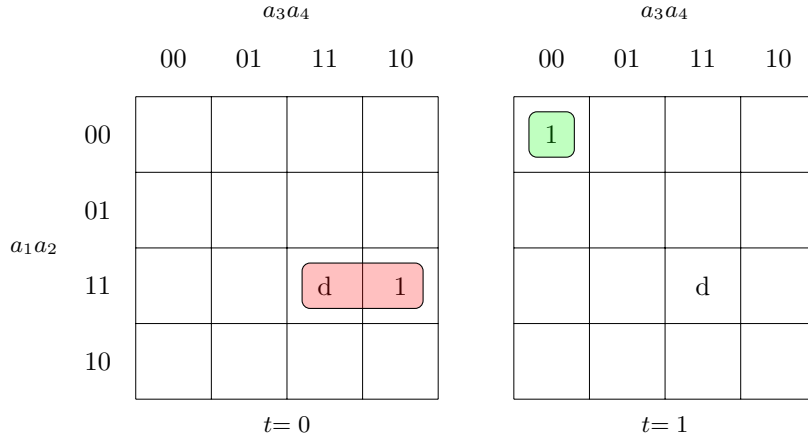
Задание

Построить комбинационную схему, реализующую двоичный счетчик $C = (A \pm 1) \bmod 15$. При $t = 0$ счетчик работает в суммирующем режиме, при $t = 1$ — в вычитающем. При переносе/заеме устанавливается бит e .

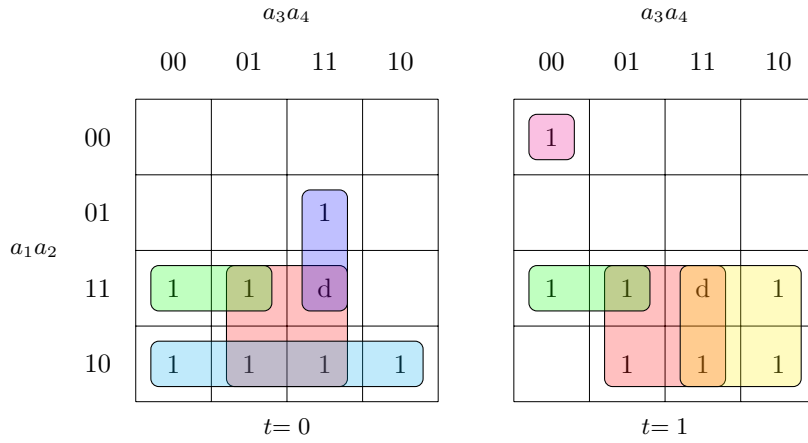
Таблица истинности

№	t	a_1	a_2	a_3	a_4	e	c_1	c_2	c_3	c_4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1
7	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
8	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
11	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
12	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1
13	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0
14	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
15	0	1	1	1	1	d	d	d	d	d
16	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
17	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
18	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1
19	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
20	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
21	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0
22	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
23	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
24	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1
25	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
26	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1
27	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
28	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0
30	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1
31	1	1	1	1	1	d	d	d	d	d

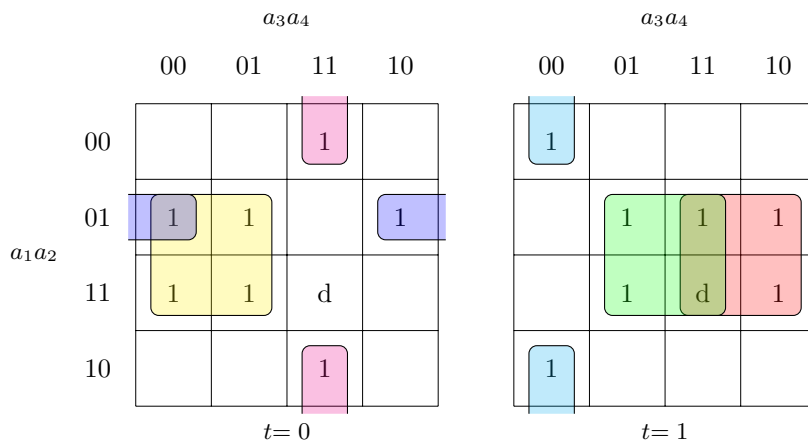
Минимизация булевых функций на картах Карно



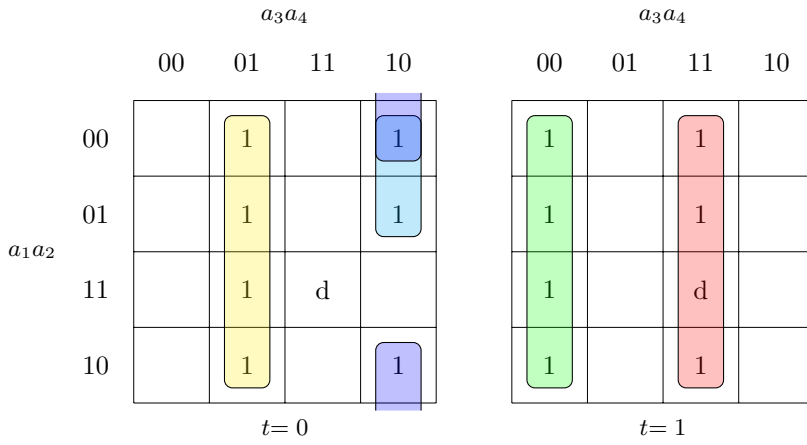
$$e = a_1 a_2 a_3 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 t \quad (S_Q = 11)$$



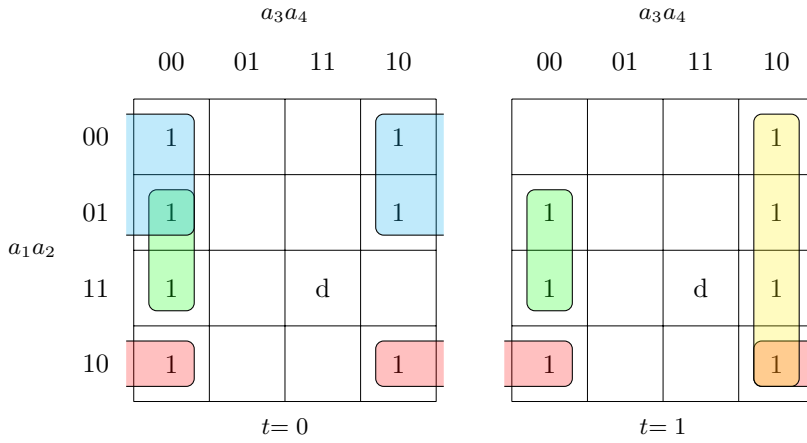
$$c_1 = a_1 a_4 \vee a_1 a_2 \bar{a}_3 \vee a_1 a_3 t \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{t} \vee a_2 a_3 a_4 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 t \quad (S_Q = 26)$$



$$c_2 = a_2 a_3 t \vee a_2 a_4 t \vee a_2 \bar{a}_3 \bar{t} \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 t \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{a}_4 \bar{t} \vee \bar{a}_2 a_3 a_4 \bar{t} \quad (S_Q = 27)$$



$$c_3 = a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} \overline{a_4} t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} \vee \overline{a_1} a_3 \overline{a_4} \bar{t} \vee \overline{a_2} a_3 \overline{a_4} \bar{t} \quad (S_Q = 22)$$



$$c_4 = a_1 \overline{a_2} \overline{a_4} \vee a_2 \overline{a_3} \overline{a_4} \vee a_3 \overline{a_4} t \vee \overline{a_1} \overline{a_4} \bar{t} \quad (S_Q = 16)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 a_3 \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^e = 11) \\ c_1 = a_1 a_4 \vee a_1 a_2 \overline{a_3} \vee a_1 a_3 t \vee a_1 \overline{a_2} \bar{t} \vee a_2 a_3 a_4 \bar{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{c_1} = 26) \\ c_2 = a_2 a_3 t \vee a_2 a_4 t \vee a_2 \overline{a_3} \bar{t} \vee \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t \vee \overline{a_1} a_2 \overline{a_4} \bar{t} \vee \overline{a_2} a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 27) \\ c_3 = a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} \overline{a_4} t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} \vee \overline{a_1} a_3 \overline{a_4} \bar{t} \vee \overline{a_2} a_3 \overline{a_4} \bar{t} & (S_Q^{c_3} = 22) \\ c_4 = a_1 \overline{a_2} \overline{a_4} \vee a_2 \overline{a_3} \overline{a_4} \vee a_3 \overline{a_4} t \vee \overline{a_1} \overline{a_4} \bar{t} & (S_Q^{c_4} = 16) \end{cases} \quad (S_Q = 102)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_0} = 4) \\ e = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 a_2 a_3 \bar{t} & (S_Q^e = 8) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 a_4 \vee a_1 a_2 \overline{a_3} \vee a_1 a_3 t \vee a_1 \overline{a_2} \bar{t} \vee a_2 a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 23) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 a_3 t \vee a_2 a_4 t \vee a_2 \overline{a_3} \bar{t} \vee \overline{a_1} a_2 \overline{a_4} \bar{t} \vee \overline{a_2} a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 23) \\ c_3 = a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} \overline{a_4} t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} \vee \overline{a_1} a_3 \overline{a_4} \bar{t} \vee \overline{a_2} a_3 \overline{a_4} \bar{t} & (S_Q^{c_3} = 22) \\ c_4 = a_1 \overline{a_2} \overline{a_4} \vee a_2 \overline{a_3} \overline{a_4} \vee a_3 \overline{a_4} t \vee \overline{a_1} \overline{a_4} \bar{t} & (S_Q^{c_4} = 16) \end{cases} \quad (S_Q = 96)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_0} = 4) \\ e = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 a_2 a_3 \bar{t} & (S_Q^e = 8) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 (a_4 \vee a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t \vee \overline{a_2} \bar{t}) \vee a_2 a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 21) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 \bar{t} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{a_4}) \vee a_2 t (a_3 \vee a_4) \vee \overline{a_2} a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = a_3 \overline{a_4} \bar{t} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) \vee a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} \vee \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{c_3} = 19) \\ c_4 = \overline{a_4} (a_1 \overline{a_2} \vee a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t \vee \overline{a_1} \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 14) \end{cases} \quad (S_Q = 86)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t & (S_Q^{\varphi_1} = 6) \\ \varphi_0 = \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_0} = 4) \\ e = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 a_2 a_3 \bar{t} & (S_Q^e = 8) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 (\varphi_1 \vee a_4 \vee \overline{a_2} \bar{t}) \vee a_2 a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 16) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 t (a_3 \vee a_4) \vee a_2 \bar{t} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{a_4}) \vee \overline{a_2} a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} \vee \overline{a_3} \overline{a_4} t \vee a_3 \overline{a_4} \bar{t} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) & (S_Q^{c_3} = 19) \\ c_4 = \overline{a_4} (\varphi_1 \vee a_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_1} \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 82)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = \overline{a_3} \overline{a_4} t$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_1 = a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t & (S_Q^{\varphi_1} = 6) \\ \varphi_0 = \varphi_2 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 a_2 a_3 \bar{t} & (S_Q^e = 8) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 (\varphi_1 \vee a_4 \vee \overline{a_2} \bar{t}) \vee a_2 a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 16) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 t (a_3 \vee a_4) \vee a_2 \bar{t} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{a_4}) \vee \overline{a_2} a_3 a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_2 \vee a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} \vee a_3 \overline{a_4} \bar{t} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) & (S_Q^{c_3} = 16) \\ c_4 = \overline{a_4} (\varphi_1 \vee a_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_1} \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 80)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = a_3 \bar{t}$$

$$\begin{cases} \varphi_3 = a_3 \bar{t} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_1 = a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t & (S_Q^{\varphi_1} = 6) \\ \varphi_0 = \varphi_2 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_0 \overline{a_1} \vee \varphi_3 a_1 a_2 & (S_Q^e = 7) \\ c_1 = \varphi_0 \overline{a_1} \vee a_1 (\varphi_1 \vee a_4 \vee \overline{a_2} \bar{t}) \vee \varphi_3 a_2 a_4 & (S_Q^{c_1} = 15) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_3 \overline{a_2} a_4 \vee a_2 t (a_3 \vee a_4) \vee a_2 \bar{t} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{a_4}) & (S_Q^{c_2} = 19) \\ c_3 = \varphi_2 \vee \varphi_3 \overline{a_4} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) \vee a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_3} = 15) \\ c_4 = \overline{a_4} (\varphi_1 \vee a_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_1} \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 78)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_4 &= \varphi_0 \overline{a_1} \\ \left\{ \begin{array}{ll} \varphi_3 = a_3 \bar{t} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_1 = a_2 \overline{a_3} \vee a_3 t & (S_Q^{\varphi_1} = 6) \\ \varphi_0 = \varphi_2 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_3 \overline{a_2} a_4 \vee a_2 t (a_3 \vee a_4) \vee a_2 \bar{t} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{a_4}) & (S_Q^{c_2} = 19) \\ c_3 = \varphi_2 \vee \varphi_3 \overline{a_4} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) \vee a_3 a_4 t \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_3} = 15) \\ c_4 = \overline{a_4} (\varphi_1 \vee a_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_1} \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ e = \varphi_4 \vee \varphi_3 a_1 a_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = \varphi_4 \vee a_1 (\varphi_1 \vee a_4 \vee \overline{a_2} \bar{t}) \vee \varphi_3 a_2 a_4 & (S_Q^{c_1} = 13) \end{array} \right. \\ & (S_Q = 76) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{aligned} \varphi_5 &= a_3 t \\ \left\{ \begin{array}{ll} \varphi_5 = a_3 t & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_3 = a_3 \bar{t} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = \overline{a_3} \overline{a_4} t & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_1 = \varphi_5 \vee a_2 \overline{a_3} & (S_Q^{\varphi_1} = 4) \\ \varphi_0 = \varphi_2 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_3 \overline{a_2} a_4 \vee a_2 t (a_3 \vee a_4) \vee a_2 \bar{t} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{a_4}) & (S_Q^{c_2} = 19) \\ c_3 = \varphi_2 \vee \varphi_5 a_4 \vee \varphi_3 \overline{a_4} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) \vee \overline{a_3} a_4 \bar{t} & (S_Q^{c_3} = 14) \\ c_4 = \overline{a_4} (\varphi_1 \vee a_1 \overline{a_2} \vee \overline{a_1} \bar{t}) & (S_Q^{c_4} = 9) \\ \varphi_4 = \varphi_0 \overline{a_1} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ e = \varphi_4 \vee \varphi_3 a_1 a_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = \varphi_4 \vee a_1 (\varphi_1 \vee a_4 \vee \overline{a_2} \bar{t}) \vee \varphi_3 a_2 a_4 & (S_Q^{c_1} = 13) \end{array} \right. \\ & (S_Q = 75) \end{aligned}$$

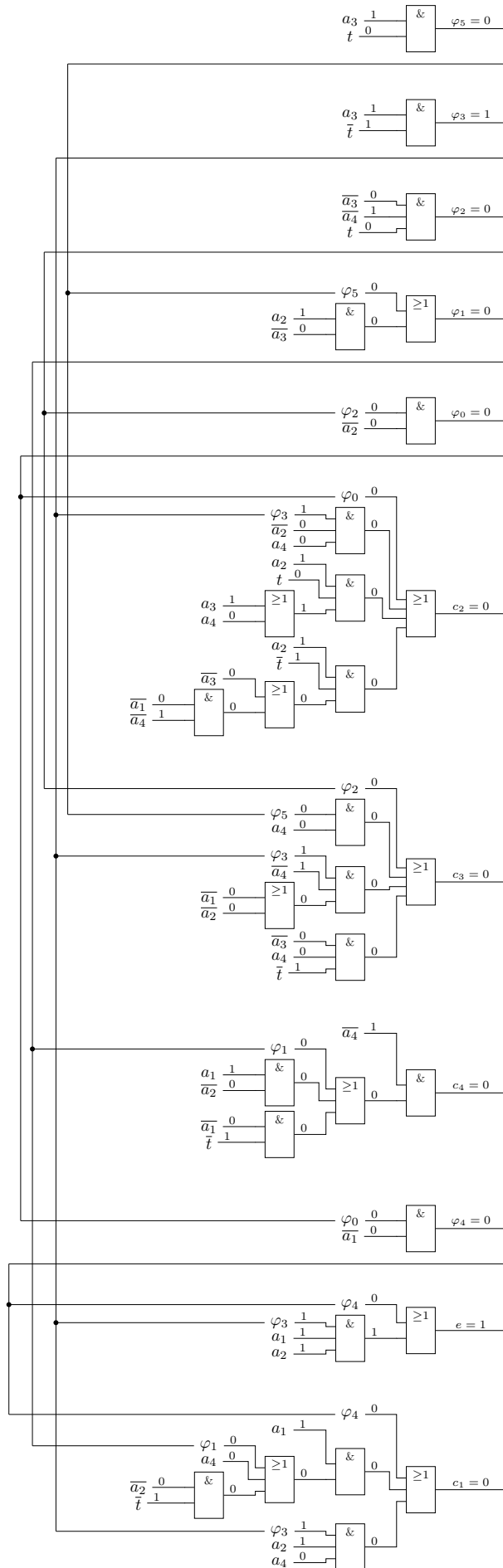
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 0, t = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 1, c_1 = 0, c_2 = 0, c_3 = 0, c_4 = 0$$



Цена схемы: $S_Q = 75$. Задержка схемы: $T = 5\tau$.