

Группа \_\_\_\_\_ Р3208 \_\_\_\_\_ К работе допущен \_\_\_\_\_  
Студент Елисеев Константин Иванович \_\_\_\_\_ Работа выполнена \_\_\_\_\_  
Преподаватель Сорокина Е. К. \_\_\_\_\_ Отчет принят \_\_\_\_\_

## Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

### Исследование распределения случайной величины

#### 1. Цель работы.

Исследовать распределения случайной величины на примере многократных измерений длины определённых предметов.

#### 2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения длины определенных предметов.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением.

#### 3. Объект исследования.

Случайная величина – результат измерений длин жвачек Orbit.

#### 4. Метод экспериментального исследования.

Многократное прямое измерение длин определенных предметов и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

#### 5. Рабочие формулы и исходные данные.

- $\langle l \rangle_N = \frac{1}{N} (l_1 + l_2 + \dots + l_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N l_i$  – среднее арифметическое всех результатов измерений.
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (l_i - \langle l \rangle_N)^2}$  – выборочное среднеквадратичное отклонение.
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}}$  – максимальное значение плотности распределения.
- $\sigma_{\langle l \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (l_i - \langle l \rangle_N)^2}$  – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
- $\rho(l) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(l - \langle l \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$  – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.
- $\Delta l = l_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle l \rangle}$  – доверительный интервал.

#### 6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Штангенциркуль	Аналоговый	0-18 см	0.01 мм

7. Схема установки.

Жвачки Orbit и штангенциркуль, с ценой деления не более 0.02 мм. Длина жвачек многократно измеряется при помощи линейки.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1. Результаты прямых измерений.

№	$l_i, \text{см}$	$l_i - \langle l \rangle_N, \text{см}$	$(l_i - \langle l \rangle_N)^2, \text{см}^2$
1	1,682	-0,034	0,001148
2	1,718	0,002	0,000004
3	1,702	-0,014	0,000193
4	1,704	-0,012	0,000141
5	1,742	0,026	0,000682
6	1,700	-0,016	0,000252
7	1,744	0,028	0,000791
8	1,678	-0,038	0,001435
9	1,762	0,046	0,002127
10	1,722	0,006	0,000037
11	1,680	-0,036	0,001287
12	1,764	0,048	0,002316
13	1,724	0,008	0,000066
14	1,704	-0,012	0,000141
15	1,742	0,026	0,000682
16	1,744	0,028	0,000791
17	1,662	-0,054	0,002903
18	1,702	-0,014	0,000193
19	1,760	0,044	0,001947
20	1,698	-0,018	0,000320
21	1,722	0,006	0,000037
22	1,704	-0,012	0,000141
23	1,678	-0,038	0,001435
24	1,738	0,022	0,000489
25	1,700	-0,016	0,000252
26	1,762	0,046	0,002127
27	1,700	-0,016	0,000252
28	1,718	0,002	0,000004
29	1,680	-0,036	0,001287
30	1,760	0,044	0,001947
31	1,722	0,006	0,000037
32	1,682	-0,034	0,001148
33	1,740	0,024	0,000582
34	1,702	-0,014	0,000193
35	1,700	-0,016	0,000252
36	1,762	0,046	0,002127
37	1,720	0,004	0,000017
38	1,678	-0,038	0,001435
39	1,720	0,004	0,000017
40	1,742	0,026	0,000682
41	1,680	-0,036	0,001287
42	1,738	0,022	0,000489
43	1,702	-0,014	0,000193

44	1,700	-0,016	0,000252
45	1,764	0,048	0,002316
46	1,722	0,006	0,000037
47	1,662	-0,054	0,002903
48	1,718	0,002	0,000004
49	1,742	0,026	0,000682
50	1,702	-0,014	0,000193
	$\langle l \rangle_N = 1,71588 \text{ см}$	$\sum_{i=1}^N (l_i - \langle l \rangle_N) = 0 \text{ см}$	$\sigma_N = 0,03 \text{ см}$ $\rho_{\max} = 13,915 \text{ см}^{-1}$

## 9. Расчет результатов косвенных измерений.

- $\langle l \rangle_N = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} l_i = 1,71588 \text{ см}$
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (l_i - 1,71588)^2} = 0,03 \text{ см}$
- $\rho_{\max} = \frac{1}{0,03\sqrt{2\pi}} = 13,915 \text{ см}^{-1}$
- $\sigma_{\langle l \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50(50-1)} \sum_{i=1}^{50} (l_i - 1,71588)^2} = 0,004 \text{ см}$
- $l_{\min} = 1,662 \text{ см}, l_{\max} = 1,764 \text{ см}, \sqrt{N} \approx 7$  — тогда для построения гистограммы возьмем 7 интервалов  $\Delta l = 0,015 \text{ см}$

Таблица 2. Данные для построения гистограммы.

Границы интервалов, см	$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N \Delta l}, \text{ см}^{-1}$	$l, \text{ см}$	$\rho, \text{ см}^{-1}$
1,662	2	2,745	1,67	3,7148
1,677				
1,677	8	10,980	1,68	7,4572
1,691				
1,691	13	17,843	1,70	11,5619
1,706				
1,706	5	6,863	1,71	13,8451
1,720				
1,720	5	6,863	1,73	12,8049
1,735				
1,735	9	12,353	1,74	9,1468
1,749				
1,749	7	9,608	1,76	5,0463
1,764				

## Рассчитаем значения для первого интервала:

В диапазон [1,662 ; 1,667] попадает значений,  $\Delta N=2$

$$\frac{\Delta N}{N \Delta l} = \frac{2}{50 * 0,015} \approx 2,6 \text{ см}^{-1}$$

$$l = (1,662 + 1,667)/2 \approx 1,665 \text{ см}$$

$$\rho(1,665) = \frac{1}{0,03\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(1,665 - 1,71588)^2}{2 * 0,03^2}\right) \approx 3,7148$$

Аналогично с остальными интервалами.

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, см		$\Delta N$	$\frac{\Delta N}{N}$	$P$
	от	до			
$\langle l \rangle_N \pm \sigma$	1,687	1,745	33	0,660	0,683
$\langle l \rangle_N \pm 2\sigma$	1,659	1,773	50	1,000	0,954
$\langle l \rangle_N \pm 3\sigma$	1,630	1,802	50	1,000	0,997

Рассчитаем для интервала [1,687 , 1,745]

$$\Delta N = 33; \frac{\Delta N}{N} = \frac{33}{50} \approx 0,66;$$

Аналогично с остальными интервалами.

## 10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Рассчитаем случайную погрешность:

$$\overline{\Delta x} = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle l \rangle} \approx 2,0096 \cdot 0,004 = 0,0081; t_{\alpha, N} \approx 2,0096;$$

Рассчитаем абсолютную погрешность с учетом погрешности прибора:

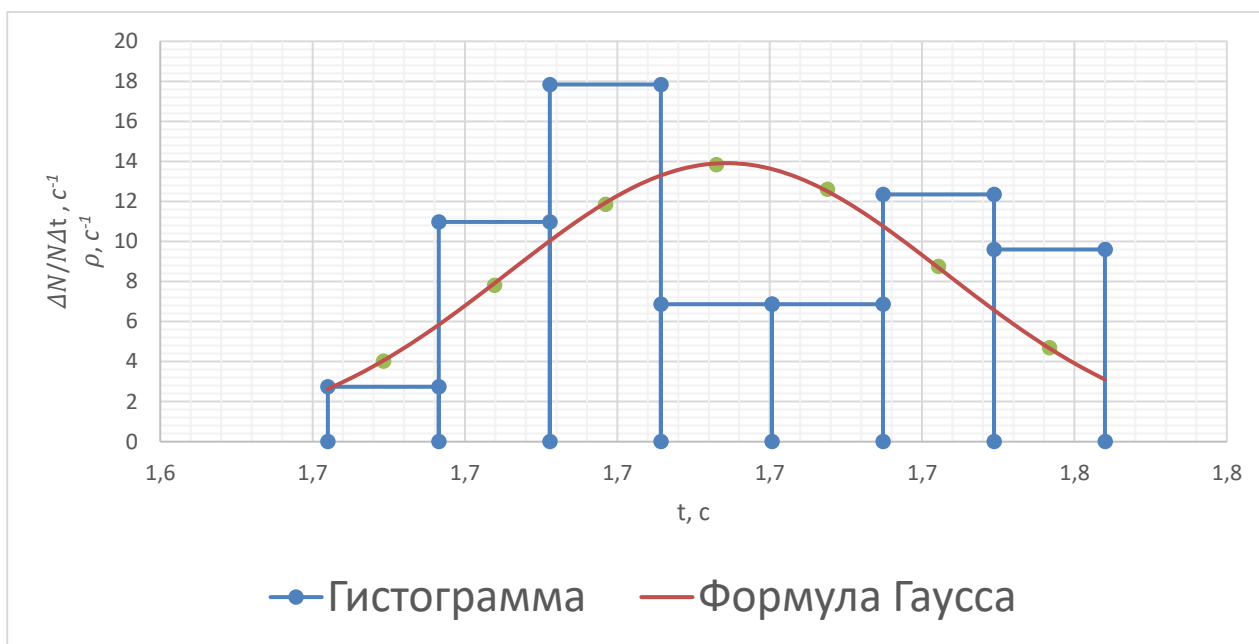
$$\Delta_{ux} = 0,001 \text{ см};$$

$$\Delta x = \sqrt{(\overline{\Delta x})^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2} \approx 0,0082 \text{ см}$$

Рассчитаем относительную погрешность измерения:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\% = 0,47644 \%$$

## 11. Графики.



## 12. Окончательные результаты.

$$l = (1,71588 \pm 0,0082) \text{ см } \varepsilon_l = 0,47644\% \alpha = 0,95$$

## 13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе исследования было сделано 50 измерений длин. Результаты измерений, данные для гистограммы, доверительные интервалы были занесены в соответствующие таблицы. В ходе работы была построена гистограмма и функция Гауса.

Если сравнить гистограмму с функцией Гауса, можно отметить сходство графиков. Случайность распределения подтверждается сравнением вероятностей для стандартных интервалов с табличными значениями. Данная работа помогла понять как распределяется случайная величина и позволила её проанализировать.