

สูตรของ “แมคคลอริน”

ความคลาดเคลื่อนแบบแพร่กระจายและความคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย

- ค่าคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย (Truncation error):
- การใช้อนุกรมแมคคลอริน

กำหนดฟังก์ชัน $f(x)$

ต้องการประมาณค่าของฟังก์ชันรอบๆจุด $x = 0$

$$f(x) = f(0) + f'(0)\frac{x}{1!} + f''(0)\frac{x^2}{2!} + \dots + f^{(n)}(0)\frac{x^n}{n!} + \dots$$

Ex.

กำหนดให้ $f(x) = \frac{1}{1-x}$ จงหาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการประมาณ

ฟังก์ชันที่จุด $x = 0.1$ โดยใช้อนุกรมแมคคลอรินที่ประกอบด้วย 2, 3 และ 4 พจน์

$$f(x) = \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n + \dots$$

$$\text{ที่จุด } x = 0.1 \text{ พบว่ามีค่าจริง } f(0.1) = \frac{1}{1-0.1} = 1.11111\dots$$

ขยายคำตอบ(ค่าจริง)

$$2 \text{ พจน์; } y_1(0.1) = 1 + 0.1 = 1.1$$

$$3 \text{ พจน์; } y_2(0.1) = 1 + 0.1 + (0.1)^2 = 1.11$$

$$4 \text{ พจน์; } y_3(0.1) = 1 + 0.1 + (0.1)^2 + (0.1)^3 = 1.111$$

ค่าคลาดเคลื่อนได้เป็น

$$2 \text{ พจน์; } f(0.1) - y_1(0.1) = |1.11111\dots - 1.1| = 0.01111\dots$$

$$3 \text{ พจน์; } f(0.1) - y_2(0.1) = |1.11111\dots - 1.11| = 0.00111\dots$$

$$4 \text{ พจน์; } f(0.1) - y_3(0.1) = |1.11111\dots - 1.111| = 0.00011\dots$$