

# ระเบียบวิธีเซแคนต์ (Secant Method)

จากระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน เริ่มต้นจากจุด  $x_0$  แล้วสร้างเส้นตรงที่สัมผัสกราฟ  $f(x)$  ที่จุด  $x_0$  โดยเราจะใช้อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งมาช่วยในการหาความชัน จากนั้นเราจะหาจุด  $x_1$  ต่อไปจากสมการดังต่อไปนี้

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})}, \text{ เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots \text{ หรือ } x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \text{ เมื่อ } i = 0, 1, 2, \dots$$

ถ้าทำซ้ำแบบนี้ไปเรื่อยๆ จะพบว่าจุดที่เราได้จะเข้าใกล้ค่ารากของสมการ จากสมการที่รอบที่ทำการหาจะต้องทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ถ้าฟังก์ชันมีรูปแบบซับซ้อนการหาอนุพันธ์จะทำได้ลำบากหรืออนุพันธ์ที่ได้จะมีรูปแบบที่ซับซ้อนขึ้นมากกว่าเดิม การหารากของสมการจะยุ่งยากขึ้น ทำให้มีโอกาสเกิดความผิดพลาดได้ วิธีเซแคนต์จึงลดปัญหานี้

แนวคิดการหาผลเฉลยของสมการหรือรากของสมการด้วยระเบียบวิธีเซแคนต์(ปรับปรุงมาจากวิธีนิวตัน-ราฟสัน)

การประมาณค่าอนุพันธ์ที่จุด  $x_i$  จะได้  $f'(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}$  แทนค่า  $f'(x_i)$  ในระเบียบ

วิธีนิวตัน-ราฟสัน  $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$  เมื่อ  $i = 0, 1, 2, \dots$

จะได้

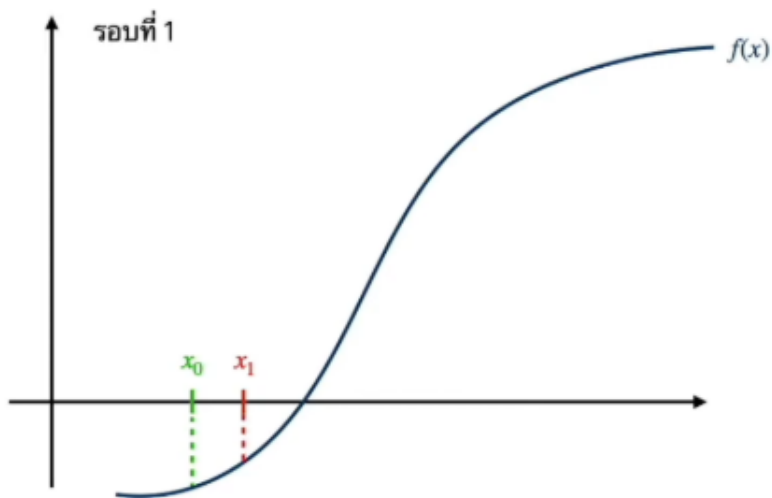
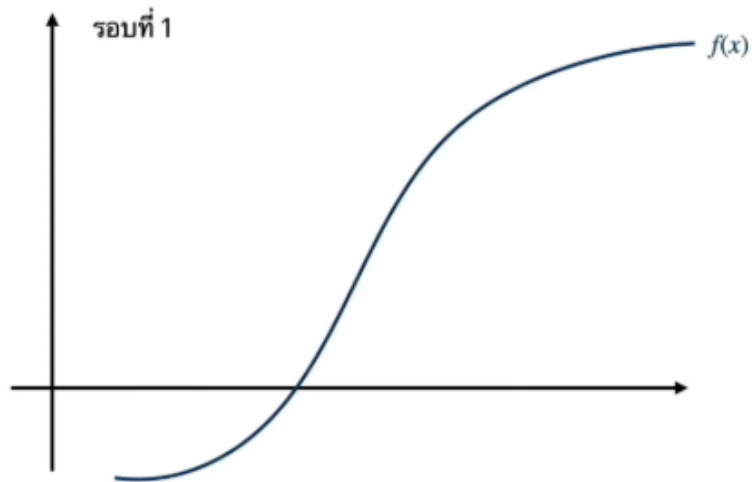
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{\frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}}$$

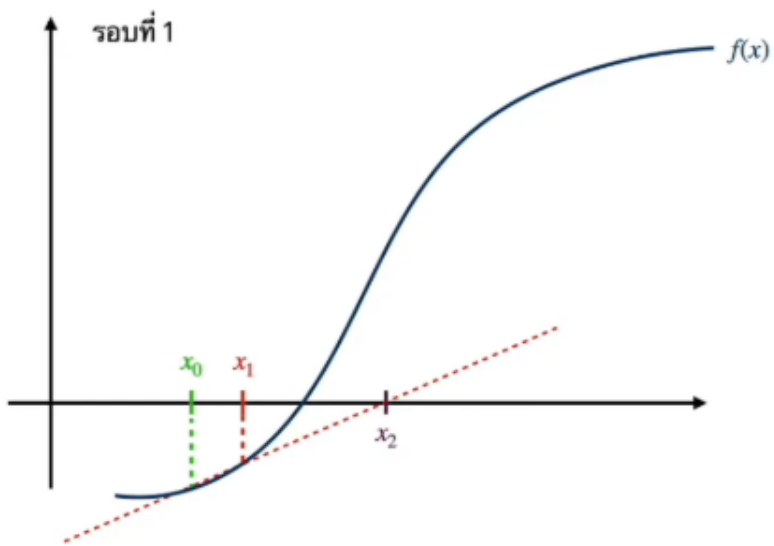
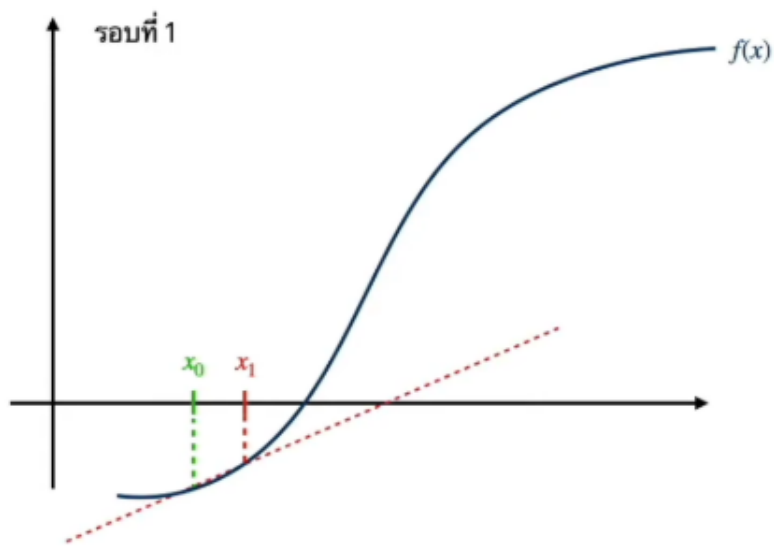
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}, \text{ เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots$$

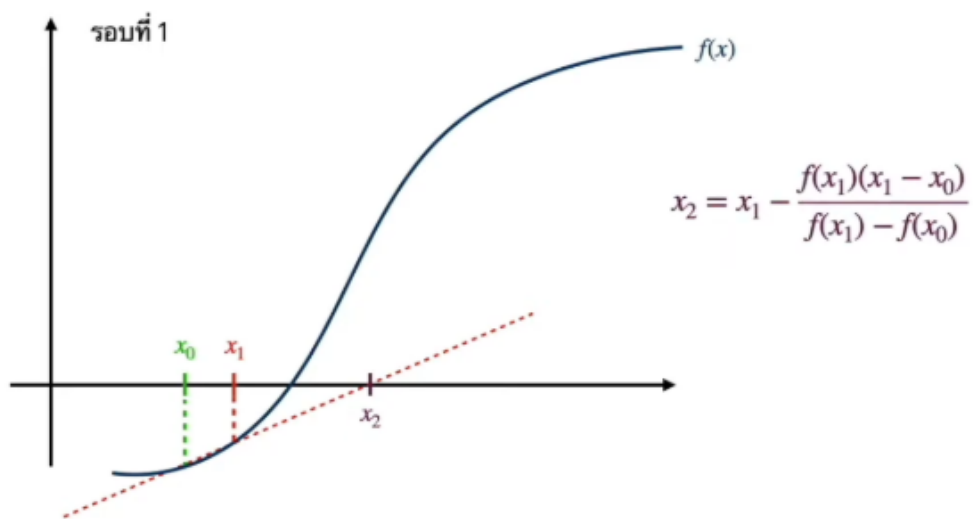
ระเบียบวิธีเซแคนต์ มีหลักการดังนี้

1. กำหนดจุดเริ่มต้น  $x_0$  และ  $x_1$

2. ทำการคำนวณหาจุด  $x_2$  จากสมการ  $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$

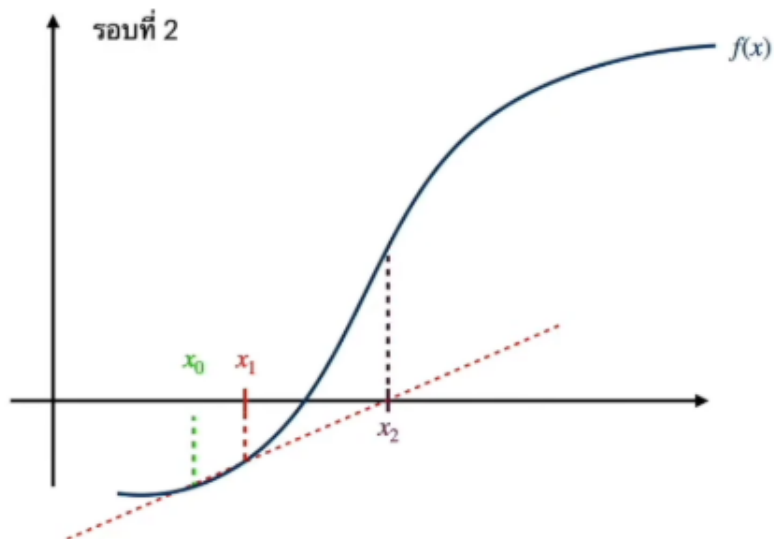


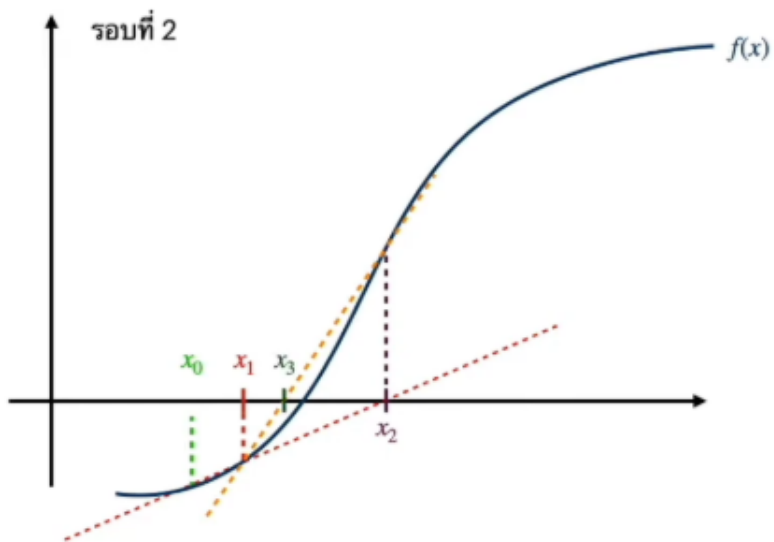
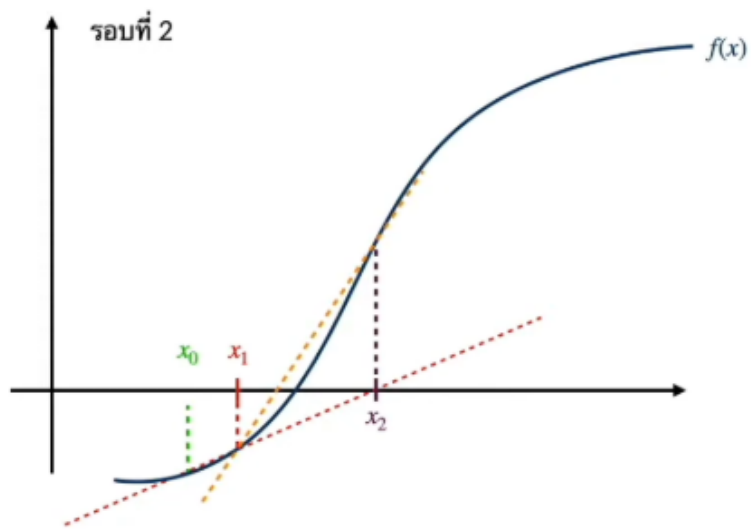


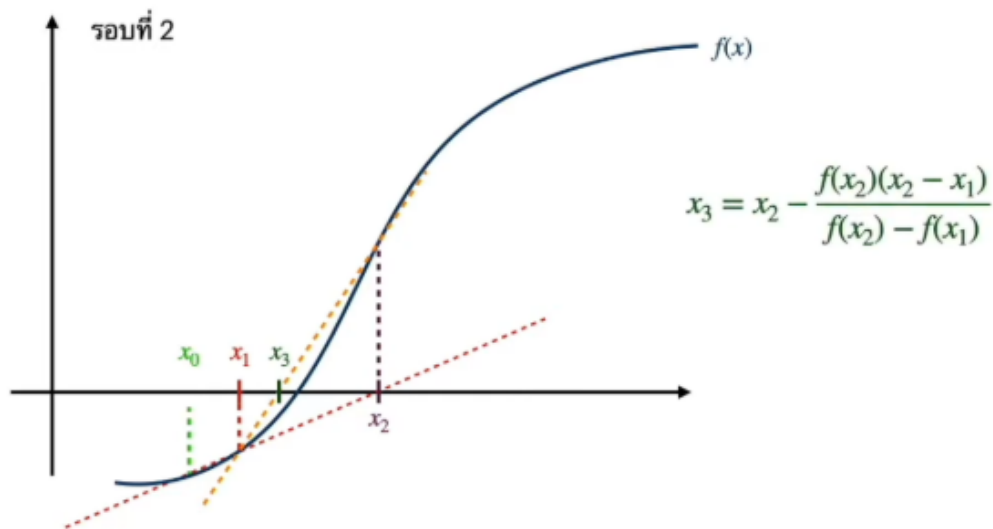


ระเบียบวิธีเซแคนต์ มีหลักการดังนี้

1. เปลี่ยนจุดเริ่มต้น  $x_0$  และ  $x_1$  เป็นจุด  $x_1$  และ  $x_2$
2. ทำการคำนวณหาจุด  $x_3$  จากสมการ  $x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$







ระเบียบวิธีเซแคนต์ มีหลักการดังนี้

1. ทำไปเรื่อยๆ จาก  $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, \dots$
2. จะหยุดการคำนวณเมื่อค่าคลาดเคลื่อนที่คำนวณมีค่าน้อยกว่าค่าคลาดเคลื่อนที่กำหนดหรือรอบการคำนวณมีจำนวนมากกว่าที่กำหนดไว้(หรือค่าที่ได้ลู่ออก)

• สรุป(แนวความคิดหาผลเฉลยของสมการโดยระเบียบวิธีเซแคนต์)

1. กำหนดจุด  $x_0$  และ  $x_1$ , ค่าคลาดเคลื่อน,  $f(x)$  และให้  $i = 1$
2. หาจุด  $x_{i+1}$  หาได้จาก  $x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$ , เมื่อ  $i = 1, 2, 3, \dots$
3. คำนวณหาค่าคลาดเคลื่อน แล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าคลาดเคลื่อนที่กำหนดไว้
  1. ถ้าค่าคลาดเคลื่อนที่คำนวณมีค่าน้อยกว่าค่าคลาดเคลื่อนที่กำหนด เราจะได้ค่าประมาณค่าผลเฉลย ( $x_i$ )
  2. ถ้าค่าคลาดเคลื่อนที่คำนวณมีค่ามากกว่าค่าคลาดเคลื่อนที่กำหนด ให้กลับไปทำข้อที่ 2 โดยเพิ่มค่า  $i = i + 1$

- ตัวอย่างที่ 1 จงหารากสมการ  $f(x) = 5x^3 - 4x + 1$  โดยระเบียบวิธีเซแคนต์ (Secant Method) ให้จุดเริ่มต้น  $x_0 = -3$  และ  $x_1 = -2$  และกำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ( $\epsilon_{abs}$ ) เท่ากับ 0.1

วิธีทำ

จากโจทย์จะได้ว่า  $x_0 = -3, x_1 = -2, f(x) = 5x^3 - 4x + 1, \epsilon_{abs} = 0.1$

รอบที่ 1 ( $i=1$ );

$$1. x_0 = -3, x_1 = -2, f(x) = 5x^3 - 4x + 1, \epsilon_{abs} = 0.1, i = 1$$

$$2. \text{ จาก } x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \text{ ทำการหาค่า } x_2 \text{ จะได้}$$

$$x_2 = \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \Rightarrow = -2 - \frac{[5(-2)^3 - 4(-2) + 1][-2 - (-3)]}{[5(-2)^3 - 4(-2) + 1] - [5(-3)^3 - 4(-3) + 1]} \text{ ดังนั้น}$$

$$x_2 = -1.65934$$

$$4. \text{ คำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ } \epsilon_{abs} = |x_2 - x_1| \Rightarrow = |-1.65934 - (-2)| = 0.340659,$$

$$\epsilon_{abs} > \epsilon_{abs}$$

รอบที่ 2 ( $i=2$ );

$$1. x_1 = -2, x_2 = -1.65934, i = 2$$

$$2. \text{ หาค่า } x_3 \text{ จะได้}$$

$$x_3 = \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} \Rightarrow = \frac{[5(-1.65934)^3 - 4(-1.65934) + 1][-1.65934 - (-2)]}{[5(-1.65934)^3 - 4(-1.65934) + 1] - [5(-2)^3 - 4(-2) + 1]}$$

$$\text{ดังนั้น } x_3 = -1.33133$$

$$4. \text{ คำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์}$$

$$\epsilon_{abs} = |x_3 - x_2| \Rightarrow = |-1.33133 - (-1.65934)| = 0.328014, \epsilon_{abs} > \epsilon_{abs}$$

รอบที่ 3 (i=3);

1.  $x_2 = -1.65934, x_3 = -1.33133, i = 3$

2. หาค่า  $x_4$  จะได้

$$x_4 = \frac{f(x_3)(x_3 - x_2)}{f(x_3) - f(x_2)} \Rightarrow = \frac{[5(-1.33133)^3 - 4(-1.33133) + 1][(-1.33133 - (-1.65934))]}{[5(-1.33133)^3 - 4(-1.33133) + 1] - [5(-1.65934)^3 - 4(-1.65934) + 1]}$$

ดังนั้น  $x_4 = -1.14689$

4. คำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์

$$\epsilon_{abs} = |x_4 - x_3| \Rightarrow = |-1.14689 - (-1.33133)| = 0.184436, \epsilon_{abs} > \epsilon_{abs}$$

รอบที่ 4 (i=4);

1.  $x_3 = -1.33133, x_4 = -1.14689, i = 3$

2. หาค่า  $x_5$  จะได้

$$x_5 = \frac{f(x_4)(x_4 - x_3)}{f(x_4) - f(x_3)} \Rightarrow = \frac{[5(-1.14689)^3 - 4(-1.14689) + 1][(-1.14689 - (-1.33133))]}{[5(-1.14689)^3 - 4(-1.14689) + 1] - [5(-1.33133)^3 - 4(-1.33133) + 1]}$$

ดังนั้น  $x_5 = -1.04438$

4. คำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์

$$\epsilon_{abs} = |x_4 - x_3| \Rightarrow = |-1.04438 - (-1.14689)| = 0.102514, \epsilon_{abs} > \epsilon_{abs}$$

รอบที่ 5 (i=5);

1.  $x_4 = -1.14689, x_5 = -1.04438, i = 3$

2. หาค่า  $x_6$  จะได้

$$x_6 = \frac{f(x_5)(x_5 - x_4)}{f(x_5) - f(x_4)} \Rightarrow = \frac{[5(-1.04438)^3 - 4(-1.04438) + 1][(-1.04438 - (-1.14689))]}{[5(-1.04438)^3 - 4(-1.04438) + 1] - [5(-1.14689)^3 - 4(-1.14689) + 1]}$$

ดังนั้น  $x_6 = -1.00742$

4. คำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์

$$\epsilon_{abs} = |x_6 - x_5| \Rightarrow = |-1.00742 - (-1.044376)| = 0.036957, \epsilon_{abs} < \epsilon_{abs}$$

$\therefore$  ค่า  $x = -1.00742$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x) = 0$  หรือ รากของสมการ คือ  $x = -1.00742$  โดยมีความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์น้อยกว่า 0.1



- ตัวอย่างที่ 2 จงหารากสมการ  $f(x) = e^x \sin(x) - 1$  โดยระเบียบวิธีเซแคนต์ (Secant Method) ให้จุดเริ่มต้น  $x_0 = 0.5$  และ  $x_1 = 0.55$  และกำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ( $\epsilon_{rel-percent}$ ) เท่ากับ 1 %

วิธีทำ

จากโจทย์จะได้ว่า  $x_0 = 0.5, x_1 = 0.55, f(x) = e^x \sin(x) - 1, \epsilon_{rel-percent} = 1 \%$

รอบที่ 1 ( $i=1$ );

$$1. x_0 = 0.5, x_1 = 0.55, f(x) = e^x \sin(x) - 1, \epsilon_{rel-percent} = 1 \%, i = 1$$

$$2. \text{จาก } x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \text{ ทำการหาค่า } x_2 \text{ จะได้}$$

$$x_2 = \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \Rightarrow = \frac{e^{0.55} \sin(0.55) - 1][0.55 - 0.5]}{[e^{0.55} \sin(0.55) - 1] - [e^{0.5} \sin(0.5) - 1]} \text{ ดังนั้น } x_2 = 0.5907110527956164$$

$$4. \text{คำนวณค่าคลาดเคลื่อน สัมพัทธ์แบบเปอร์เซ็นต์}$$

$$\epsilon_{abs} = \frac{|x_2 - x_1|}{|x_2|} \Rightarrow = \frac{|0.5907110527956164 - 0.55|}{|0.5907110527956164|} \times 100 \% = 6.891872532763024 \%,$$

$$\epsilon_{rel-percent} > \epsilon_{rel-percent}$$

รอบที่ 2 ( $i=2$ );

$$1. x_1 = 0.55, x_2 = 0.5907110527956164, f(x) = e^x \sin(x) - 1, \epsilon_{rel-percent} = 1 \%, i = 1$$

$$2. \text{จาก } x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \text{ ทำการหาค่า } x_3 \text{ จะได้}$$

$$x_3 = \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} \Rightarrow = \frac{e^{0.5907110527956164} \sin(0.5907110527956164) - 1][0.5907110527956164 - 0.55]}{[e^{0.5907110527956164} \sin(0.5907110527956164) - 1] - [e^{0.55} \sin(0.55) - 1]}$$

$$\text{ดังนั้น } x_3 = 0.5884815037767847$$

$$4. \text{คำนวณค่าคลาดเคลื่อน สัมพัทธ์แบบเปอร์เซ็นต์}$$

$$\epsilon_{abs} = \frac{|x_3 - x_2|}{|x_3|} \Rightarrow = \frac{|0.5884815037767847 - 0.5907110527956164|}{|0.5884815037767847|} \times 100 \% = 0.3788647569248754 \%$$

$$\epsilon_{rel-percent} < \epsilon_{rel-percent}$$

$\therefore$  ค่า  $x = 0.5884815037767847$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x) = 0$  หรือ รากของสมการ คือ  $x = 0.5884815037767847$  โดยมีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า 1 %

- ตัวอย่างที่ 3 จงหารากสมการ  $f(x) = e^{-x} - x$  โดยระเบียบวิธีเซแคนต์ (Secant Method) ให้จุดเริ่มต้น  $x_0 = 0.0$  และ  $x_1 = 1.0$  และกำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ ( $\epsilon_{rel-percent}$ ) เท่ากับ 5 %

วิธีทำ

จากโจทย์จะได้ว่า  $x_0 = 0.0, x_1 = 1.0, f(x) = e^{-x} - x, \epsilon_{rel-percent} = 5 \%$

รอบที่ 1 ( $i=1$ );

$$1. x_0 = 0.0, x_1 = 1.0, f(x) = e^{-x} - x, \epsilon_{rel-percent} = 5 \%, i = 1$$

$$2. \text{จาก } x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \text{ ทำการหาค่า } x_2 \text{ จะได้}$$

$$x_2 = \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \Rightarrow = \frac{e^{-1.0} - 1.0}{[e^{-1.0} - 1.0] - [e^{-0.0} - 0.0]} [1.0 - 0.1] \text{ ดังนั้น } x_2 = 0.6126998367802821$$

$$4. \text{คำนวณค่าคลาดเคลื่อน สัมพัทธ์แบบเปอร์เซ็นต์}$$

$$\epsilon_{abs} = \frac{|x_2 - x_1|}{|x_2|} \Rightarrow = \frac{|0.6126998367802821 - 1.0|}{|0.6126998367802821|} \times 100 \% = 63.212055882855765 \%,$$

$$\epsilon_{rel-percent} > \epsilon_{rel-percent}$$

รอบที่ 2 ( $i=2$ );

$$1. x_1 = 1.0, x_2 = 0.6126998367802821, f(x) = e^{-x} - x, \epsilon_{rel-percent} = 5 \%, i = 1$$

$$2. \text{จาก } x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \text{ ทำการหาค่า } x_3 \text{ จะได้}$$

$$x_3 = \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} \Rightarrow = \frac{e^{-0.6126998367802821} - 0.6126998367802821}{[e^{-0.6126998367802821} - 0.6126998367802821] - [e^{-1.0} - 1.0]} [0.6126998367802821 - 1.0] \text{ ดังนั้น } x_3 = 0.5638383891610742$$

$$4. \text{คำนวณค่าคลาดเคลื่อน สัมพัทธ์แบบเปอร์เซ็นต์}$$

$$\epsilon_{abs} = \frac{|x_3 - x_2|}{|x_3|} \Rightarrow = \frac{|0.5638383891610742 - 0.6126998367802821|}{|0.5638383891610742|} \times 100 \% = 8.665860388099505 \%$$

$$\epsilon_{rel-percent} > \epsilon_{rel-percent}$$

รอบที่ 3 ( $i=3$ );

$$1. x_2 = 0.6126998367802821, x_3 = 0.5638383891610742, f(x) = e^{-x} - x, \epsilon_{rel-percent} = 5\%, i = 1$$

$$2. \text{ จาก } x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \text{ ทำการหาค่า } x_4 \text{ จะได้}$$

$$x_4 = \frac{f(x_3)(x_3 - x_2)}{f(x_3) - f(x_2)} \Rightarrow = \frac{e^{-0.5638383891610742} - 0.5638383891610742}{[e^{-0.5638383891610742} - 0.5638383891610742] - [e^{-0.6126998367802821} - 0.6126998367802821]}$$

$$\text{ดังนั้น } x_4 = 0.5671703584197446$$

$$4. \text{ คำนวณค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์แบบเปอร์เซ็นต์}$$

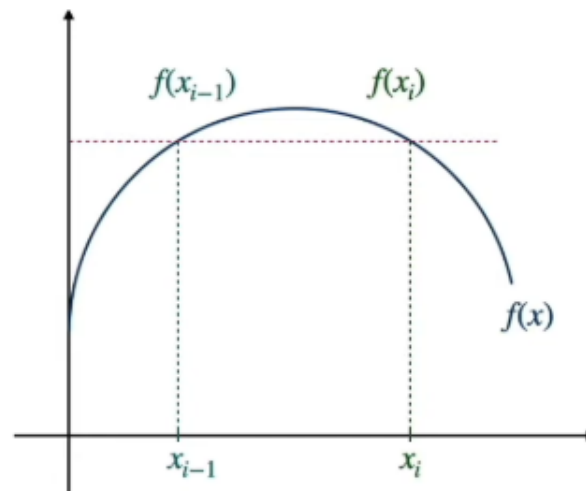
$$\epsilon_{abs} = \frac{|x_4 - x_3|}{|x_4|} \Rightarrow = \frac{|0.5671703584197446 - 0.5638383891610742|}{|0.5671703584197446|} \times 100\% = 0.5874723897690938\%$$

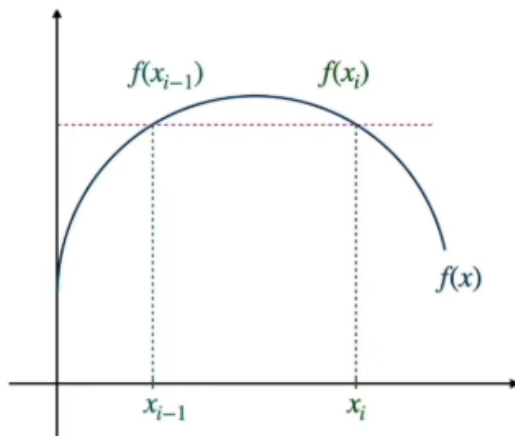
$$\epsilon_{rel-percent} < \epsilon_{rel-percent}$$

$\therefore$  ค่า  $x = 0.5671703584197446$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x) = 0$  หรือ รากของสมการ คือ  $x = 0.5671703584197446$  โดยมีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า 5 %

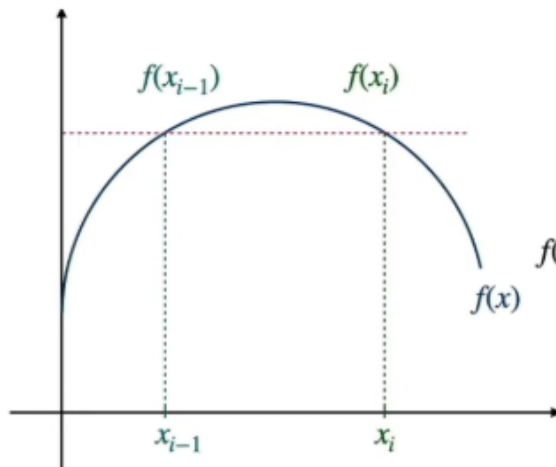
#### • ข้อสังเกต

1. การประมาณค่ารากของสมการอาจจะเกิดการลู่เข้าและลู่ออก ขึ้นอยู่กับการเลือกจุดเริ่มต้น ( $x_{i-1}, x_i$  เมื่อ  $i = 1, 2, \dots$ ) และลักษณะของฟังก์ชันด้วย
2. ระเบียบวิธีนี้สามารถหารากของสมการได้โดยไม่ต้องทำการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
3. ถ้าในระหว่างการคำนวณพบว่า  $f(x_{i-1}) = f(x_i)$  จะไม่สามารถคำนวณหารากต่อได้ เนื่องจากตัวส่วนจะมีค่าเป็นศูนย์ แสดงดังภาพ





$$x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$



$$x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) \Rightarrow f(x_i) - f(x_{i-1}) = 0$$

$$x_{i+1} = \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{0}$$

### Programming(Python)

ทำการเขียนขั้นตอนวิธีสำหรับระเบียบวิธีเซแคนต์ได้ดังนี้

Input:  $x_0, x_1, f(x), \epsilon$

Output:

- รอบที่(i),  $x_{i-1}, x_i, x_{i+1}$ , ค่าคลาดเคลื่อน ( $\epsilon$ )
- ค่าประมาณของรากสมการ  $x$  (final) หรือข้อความแสดงความล้มเหลวในการดำเนินการ

Algorithm: function SecantMethod(x0, x1, f, esp)

1. i = 0, checkError = 1, xOld1 = x0, xOld2 = x1, xNew = 0

2. While checkError > esp

$$x_{\text{New}} = x_{\text{Old2}} - \frac{f(x_{\text{Old2}})(x_{\text{Old2}} - x_{\text{Old1}})}{f(x_{\text{Old2}}) - f(x_{\text{Old1}})}$$

2. checkError = Calculate error

3. i = i + 1

4. Print Output

5. xOld1 = xOld2, xOld2 = xNew

6. If i = 10000 then

1. Print(Can not find roots of equation)

2. checkError = 0

3. Return xNew

## Demo

```
def SecantMethod(x0, x1, f, esp):
    i = 0
    xOld1 = x0
    xOld2 = x1
    checkError = 1
    while checkError > esp:
        xNew = xOld2 - (f(xOld2)*(xOld2 - xOld1)) / (f(xOld2) - f(xOld1))
        checkError = abs(xNew - xOld2)
        i = i + 1
        print("i = ", i)
        print("xOld1 = ", xOld1)
        print("xOld2 = ", xOld2)
        print("xNew = ", xNew)
        print("Error = ", checkError)
        print("-----")
        xOld1 = xOld2
        xOld2 = xNew
    if i == 10000:
        print("Can not find root of equation")
        checkError = 0
    return xNew
```

```
if __name__ == "__main__":
    x0 = 1
    x1 = 2
    esp = 0.000001
    f = lambda x: x
    rootEquation = SecantMethod(x0, x1, f, esp)
    print("Root of equation is ", rootEquation)
```

```

import math as m

def SecantMethod(x0, x1, f, esp):
    i = 0
    xOld1 = x0
    xOld2 = x1
    checkError = 1000
    while checkError > esp:
        xNew = xOld2 - (f(xOld2)*(xOld2 - xOld1)) / (f(xOld2) - f(xOld1))
        checkError = (abs(xNew - xOld2) / abs(xNew)) * 100
        i = i + 1
        print("i = ", i)
        print("xOld1 = ", xOld1)
        print("xOld2 = ", xOld2)
        print("xNew = ", xNew)
        print("Error = ", checkError)
        print("-----")
        xOld1 = xOld2
        xOld2 = xNew
    if i == 10000:
        print("Can not find root of equation")
        checkError = 0

if __name__ == "__main__":
    x0 = 0.5
    x1 = 0.55
    esp = 1
    f = lambda x: (m.e**x)*(m.sin(x)) - 1
    rootEquation = SecantMethod(x0, x1, f, esp)
    print("Root of equation is ", rootEquation)

```

Excel

$\sin(x) = x^2$  เมื่อ  $x > 0$   
 กำหนดช่วง  $[0.75, 1.00]$   
 กำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ( $\varepsilon_{abs}$ ) = 0.001

สมการคือ

$$\sin(x) = x^2 \text{ เมื่อ } x > 0$$

ตัวแปรได้แก่

$x_0 = 0.75$

$x_1 = 1.00$

error = 0.001

$f(x_0) = \text{SIN}(\text{ช่อง\_}x_0) - (\text{ช่อง\_}x_0^2)$

$f(x_1) = \text{SIN}(\text{ช่อง\_}x_1) - (\text{ช่อง\_}x_1^2)$

$(x_1 - x_0) = \text{ช่อง\_}x_1 - \text{ช่อง\_}x_0$

$x(i+1) = \text{ช่อง\_}x_1 - ( (\text{ช่อง\_}fx_1 * \text{ช่อง\_ผลต่างข้างบน}) / (\text{ช่อง\_}fx_1 - \text{ช่อง\_}fx_0) )$

check error = ABS( (ช่อง\_x\_new - ช่อง\_x1) / ช่อง\_x\_new )

check ro =IF(ช่อง\_error <= \$K\$14, TRUE)

|    | A        | B               | C              | D       | E        | F | G | H | I     | J          |
|----|----------|-----------------|----------------|---------|----------|---|---|---|-------|------------|
| 25 |          |                 |                |         |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
| 26 |          |                 |                |         |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
| 27 |          |                 |                |         |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
| 28 |          |                 |                |         |          |   |   |   | error | 0.00       |
| 29 | Secant   | round 1         | round 2        | round 3 | round 4  |   |   |   |       |            |
| 30 | f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| 31 | f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| 32 | (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| 33 | x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| 34 | error    | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| 35 | check ro | FALSE           | FALSE          | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |            |
| 36 |          |                 |                |         |          |   |   |   |       |            |

รอบที่ 1

|          | A | B                 | C              | D       | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|---|-------------------|----------------|---------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |   |                   |                |         |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |   |                   |                |         |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |   |                   |                |         |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |   |                   |                |         |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   |   | round 1           | round 2        | round 3 | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    |   | =SIN(J26) - J26^2 | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    |   | -0.158529015192   | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  |   | 0.250000000000    | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   |   | 0.857267363       | 0.874068078    | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| error    |   | 0.166497225       | 0.019221289    | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| check ro |   | FALSE             | FALSE          | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |            |

|          | A | B               | C              | D       | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|---|-----------------|----------------|---------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   |   | round 1         | round 2        | round 3 | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    |   | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    |   | =SIN(J27)-J27^2 | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  |   | 0.250000000000  | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   |   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| error    |   | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| check ro |   | FALSE           | FALSE          | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |            |

|          | A | B               | C              | D       | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|---|-----------------|----------------|---------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |   |                 |                |         |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   |   | round 1         | round 2        | round 3 | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    |   | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    |   | -0.158529015192 | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  |   | =J27-J26        | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   |   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| error    |   | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| check ro |   | FALSE           | FALSE          | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |            |

|          | A | B                        | C              | D       | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|---|--------------------------|----------------|---------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |   |                          |                |         |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |   |                          |                |         |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |   |                          |                |         |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |   |                          |                |         |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   |   | round 1                  | round 2        | round 3 | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    |   | 0.11913876               | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    |   | -0.158529015192          | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  |   | 0.250000000000           | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   |   | =J27-(B31*B32)/(B31-B30) | 0.87679        | 0.87673 |          |   |   |   |       |            |
| error    |   | 0.166497225              | 0.019221289    | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| check ro |   | FALSE                    | FALSE          | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |            |

| A        | B                      | C              | D       | E        | F | G | H | I     | J             |
|----------|------------------------|----------------|---------|----------|---|---|---|-------|---------------|
|          |                        |                |         |          |   |   |   | f(x)  | $\sin(x)-x^2$ |
|          |                        |                |         |          |   |   |   | x0    | 0.75          |
|          |                        |                |         |          |   |   |   | x1    | 1.00          |
|          |                        |                |         |          |   |   |   | error | 0.00          |
| Secant   | round 1                | round 2        | round 3 | round 4  |   |   |   |       |               |
| f(x0)    | 0.11913876             | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |               |
| f(x1)    | -0.158529015192        | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |               |
| (x1-x0)  | 0.250000000000         | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |               |
| x(i+1)   | 0.857267363            | 0.874068078    | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |               |
| error    | =ABS(B33-I27)/ABS(B33) |                | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |               |
| check ro | ABS(number)            | FALSE          | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |               |

|          |   |                |         |          |  |  |  |       |               |
|----------|---|----------------|---------|----------|--|--|--|-------|---------------|
|          |   |                |         |          |  |  |  | f(x)  | $\sin(x)-x^2$ |
|          |   |                |         |          |  |  |  | x0    | 0.75          |
|          |   |                |         |          |  |  |  | x1    | 1.00          |
|          |   |                |         |          |  |  |  | error | 0.00          |
| Secant   | round 1   | round 2        | round 3 | round 4  |  |  |  |       |               |
| f(x0)    | 0.11913876  | -0.15852902    | 0.02115 | 0.00295  |  |  |  |       |               |
| f(x1)    | -0.158529015192                                     | 0.02114952929  | 0.00295 | -0.00007 |  |  |  |       |               |
| (x1-x0)  | 0.250000000000                                      | -0.14273263711 | 0.01680 | 0.00272  |  |  |  |       |               |
| x(i+1)   | 0.857267363   | 0.874068078    | 0.87679 | 0.87673  |  |  |  |       |               |
| error    | 0.166497225   | 0.019221289    | 0.00311 | 0.00008  |  |  |  |       |               |
| check ro | =IF(B34<=0.00008, TRUE)                             |                | FALSE   | TRUE     |  |  |  |       |               |
|          | IF(logical_test, [value_if_true], [value_if_false]) |                |         |          |  |  |  |       |               |

## ตอนที่ 2

| A        | B               | C                 | D       | E        | F | G | H | I     | J             |
|----------|-----------------|-------------------|---------|----------|---|---|---|-------|---------------|
|          |                 |                   |         |          |   |   |   | f(x)  | $\sin(x)-x^2$ |
|          |                 |                   |         |          |   |   |   | x0    | 0.75          |
|          |                 |                   |         |          |   |   |   | x1    | 1.00          |
|          |                 |                   |         |          |   |   |   | error | 0.00          |
| Secant   | round 1         | round 2           | round 3 | round 4  |   |   |   |       |               |
| f(x0)    | 0.11913876      | =SIN(I27) - I27^2 | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |               |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929     | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |               |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711    | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |               |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078       | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |               |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289       | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |               |
| check ro | FALSE           | FALSE             | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |               |

| A        | B               | C               | D       | E        | F | G | H | I     | J             |
|----------|-----------------|-----------------|---------|----------|---|---|---|-------|---------------|
|          |                 |                 |         |          |   |   |   | f(x)  | $\sin(x)-x^2$ |
|          |                 |                 |         |          |   |   |   | x0    | 0.75          |
|          |                 |                 |         |          |   |   |   | x1    | 1.00          |
|          |                 |                 |         |          |   |   |   | error | 0.00          |
| Secant   | round 1         | round 2         | round 3 | round 4  |   |   |   |       |               |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902     | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |               |
| f(x1)    | -0.158529015192 | =SIN(B33)-B33^2 | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |               |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711  | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |               |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078     | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |               |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289     | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |               |
| check ro | FALSE           | FALSE           | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |               |

| A        | B               | C             | D       | E        | F | G | H | I     | J             |
|----------|-----------------|---------------|---------|----------|---|---|---|-------|---------------|
|          |                 |               |         |          |   |   |   | f(x)  | $\sin(x)-x^2$ |
|          |                 |               |         |          |   |   |   | x0    | 0.75          |
|          |                 |               |         |          |   |   |   | x1    | 1.00          |
|          |                 |               |         |          |   |   |   | error | 0.00          |
| Secant   | round 1         | round 2       | round 3 | round 4  |   |   |   |       |               |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902   | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |               |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929 | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |               |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | =B33-I27      | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |               |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078   | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |               |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289   | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |               |
| check ro | FALSE           | FALSE         | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |               |

| A        | B               | C                        | D       | E        | F | G | H | I     | J             |
|----------|-----------------|--------------------------|---------|----------|---|---|---|-------|---------------|
|          |                 |                          |         |          |   |   |   | f(x)  | $\sin(x)-x^2$ |
|          |                 |                          |         |          |   |   |   | x0    | 0.75          |
|          |                 |                          |         |          |   |   |   | x1    | 1.00          |
|          |                 |                          |         |          |   |   |   | error | 0.00          |
| Secant   | round 1         | round 2                  | round 3 | round 4  |   |   |   |       |               |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902              | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |               |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929            | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |               |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711           | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |               |
| x(i+1)   | 0.857267363     | =B33-(C31*C32)/(C31-C30) | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |               |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289              | 0.00311 | 0.00008  |   |   |   |       |               |
| check ro | FALSE           | FALSE                    | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |               |



| A        | B               | C                      | D       | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|-----------------|------------------------|---------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |                 |                        |         |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |                 |                        |         |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |                 |                        |         |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |                 |                        |         |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   | round 1         | round 2                | round 3 | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902            | 0.02115 | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929          | 0.00295 | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711         | 0.01680 | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078            | 0.87679 | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| error    | 0.166497225     | =ABS(C33-B33)/ABS(C33) | 0.00008 |          |   |   |   |       |            |
| check ro | FALSE           | ABS(number)            | FALSE   | TRUE     |   |   |   |       |            |

### รอบที่ 3

| A        | B               | C              | D                 | E       | F | G | H | I     | J          |
|----------|-----------------|----------------|-------------------|---------|---|---|---|-------|------------|
|          |                 |                |                   |         |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |                 |                |                   |         |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |                 |                |                   |         |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |                 |                |                   |         |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   | round 1         | round 2        | round 3           | round 4 |   |   |   |       |            |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902    | =SIN(B33) - B33^2 |         |   |   |   |       |            |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929  | (SIN(number))^2   | 0.00295 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711 | 0.01680           | 0.00272 |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679           | 0.87673 |   |   |   |       |            |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311           | 0.00008 |   |   |   |       |            |
| check ro | FALSE           | FALSE          | FALSE             | TRUE    |   |   |   |       |            |

| A        | B               | C              | D               | E       | F | G | H | I     | J          |
|----------|-----------------|----------------|-----------------|---------|---|---|---|-------|------------|
|          |                 |                |                 |         |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |                 |                |                 |         |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |                 |                |                 |         |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |                 |                |                 |         |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   | round 1         | round 2        | round 3         | round 4 |   |   |   |       |            |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115         | 0.00295 |   |   |   |       |            |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929  | =SIN(C33)-C33^2 |         |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711 | (SIN(number))^2 | 0.00295 |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679         | 0.87673 |   |   |   |       |            |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311         | 0.00008 |   |   |   |       |            |
| check ro | FALSE           | FALSE          | FALSE           | TRUE    |   |   |   |       |            |

| A        | B               | C              | D        | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|-----------------|----------------|----------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |                 |                |          |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |                 |                |          |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |                 |                |          |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |                 |                |          |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   | round 1         | round 2        | round 3  | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115  | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929  | 0.00295  | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711 | =C33-B33 |          |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679  | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311  | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| check ro | FALSE           | FALSE          | FALSE    | TRUE     |   |   |   |       |            |

| A        | B               | C              | D                        | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|-----------------|----------------|--------------------------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |                 |                |                          |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |                 |                |                          |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |                 |                |                          |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |                 |                |                          |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   | round 1         | round 2        | round 3                  | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115                  | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929  | 0.00295                  | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711 | 0.01680                  | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078    | =C33-(D31*D32)/(D31-D30) |          |   |   |   |       |            |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289    | 0.00311                  | 0.00008  |   |   |   |       |            |
| check ro | FALSE           | FALSE          | FALSE                    | TRUE     |   |   |   |       |            |

| A        | B               | C              | D                      | E        | F | G | H | I     | J          |
|----------|-----------------|----------------|------------------------|----------|---|---|---|-------|------------|
|          |                 |                |                        |          |   |   |   | f(x)  | sin(x)-x^2 |
|          |                 |                |                        |          |   |   |   | x0    | 0.75       |
|          |                 |                |                        |          |   |   |   | x1    | 1.00       |
|          |                 |                |                        |          |   |   |   | error | 0.00       |
| Secant   | round 1         | round 2        | round 3                | round 4  |   |   |   |       |            |
| f(x0)    | 0.11913876      | -0.15852902    | 0.02115                | 0.00295  |   |   |   |       |            |
| f(x1)    | -0.158529015192 | 0.02114952929  | 0.00295                | -0.00007 |   |   |   |       |            |
| (x1-x0)  | 0.250000000000  | -0.14273263711 | 0.01680                | 0.00272  |   |   |   |       |            |
| x(i+1)   | 0.857267363     | 0.874068078    | 0.87679                | 0.87673  |   |   |   |       |            |
| error    | 0.166497225     | 0.019221289    | =ABS(D33-C33)/ABS(D33) |          |   |   |   |       |            |
| check ro | FALSE           | FALSE          | ABS(number)            |          |   |   |   |       |            |

### Code Python

$$3. \quad \sin(x) = x^2 \quad \text{เมื่อ } x > 0$$

กำหนดช่วง  $[0.75, 1.00]$

กำหนดค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ( $\varepsilon_{abs}$ ) = 0.001

```
import math

def false_position(a, b, esp):
    # กำหนดค่าเริ่มต้น
    i = 0
    xOld = 0
    checkError = 1000 # ตั้งค่าเริ่มต้นให้สูงเอาไว้เพื่อให้เข้า Loop

    # ฟังก์ชัน f(x) = sin(x) - x^2
    f = lambda x: math.sin(x) - x**2

    print(f"{'Iter':<5} {'a':<12} {'b':<12} {'x_new':<12} {'Error':<12}")
    print("-" * 60)

    while checkError > esp:
        # สูตร False Position
        xNew = ((a * f(b)) - (b * f(a))) / (f(b) - f(a))

        # คำนวณ Error แบบ "สัมบูรณ์" (Absolute Error) ตามโจทย์สั่ง
        # สูตร: |x_new - x_old|
        if i > 0: # รอบแรกยังไม่มี xOld ให้ข้ามการเช็ค Error ไปก่อน
            checkError = abs(xNew - xOld)

        # แสดงผลแต่ละรอบ
        print(f"{'i+1':<5} {'a':.6f} {'b':.6f} {'xNew':.6f} {'checkError':.6f}")

        # เช็คเงื่อนไขเพื่อมีช่วง (Bracket)
        if f(a) * f(xNew) < 0:
            b = xNew # คำตอบอยู่ฝั่งซ้าย (a ถึง xNew)
        else:
```

```

    a = xNew # คำตอบอยู่ฝั่งขวา (xNew ถึง b)

    xOld = xNew # เก็บค่าปัจจุบันไว้เทียบรอบหน้า
    i += 1

    # ป้องกัน Loop ไม่รู้จบ
    if i >= 100:
        print("หาคำตอบไม่เจอใน 100 รอบ")
        break

    return xNew

# -- ส่วนกำหนดค่าเริ่มต้น (Input) ---

a_start = 0.75
b_start = 1.00
tolerance = 0.001 # ค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ที่โจทย์กำหนด

# เรียกใช้ฟังก์ชัน

root = false_position(a_start, b_start, tolerance)

print("-" * 60)
print(f"คำตอบสุดท้ายคือ (Root): {root:.6f}")

```