

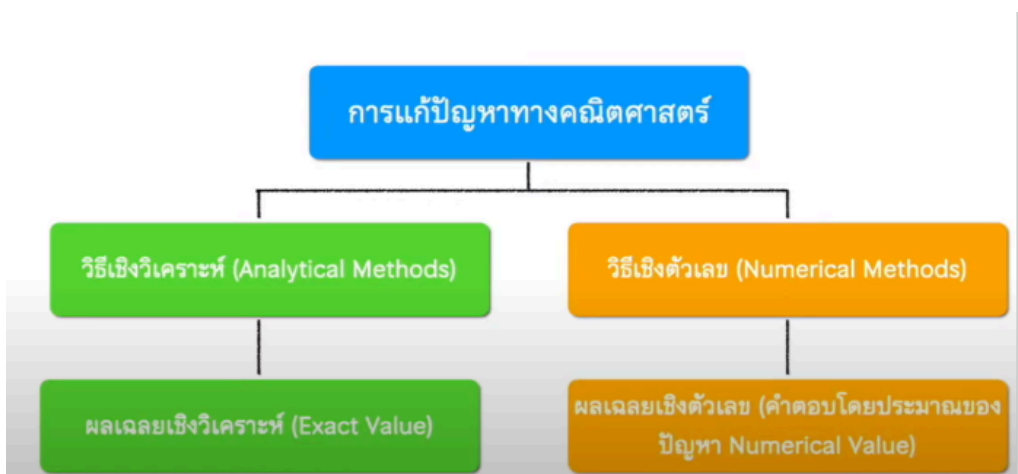
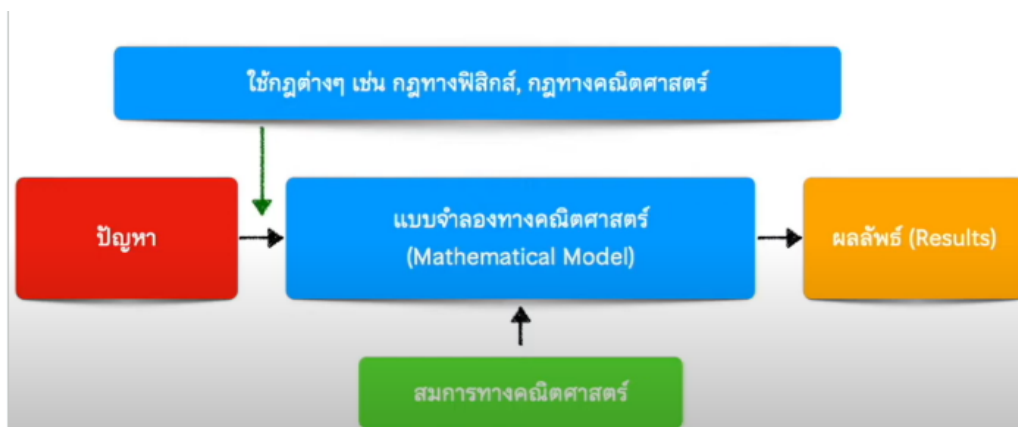
# 1204201-NumericalMethod

วิธีเชิงตัวเลขสำหรับวิทยาการคอมพิวเตอร์(Numerical Methods for Computer Science)

บทนำ \*\*\*\* บทที่ 1 \*\*\*\*

- บทนำวิธีเชิงตัวเลข
- ค่าคลาดเคลื่อนและการคำนวณค่าคลาดเคลื่อน
- ทบทวนพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

- บทนำวิธีคิดเชิงตัวเลข





: สรุปง่ายๆ วิธีคิดเชิงตัวเลขก็คือสมการทางคณิตศาสตร์ที่เราเคยพบเจอมา

- ค่าคลาดเคลื่อนและการคำนวณค่าคลาดเคลื่อน

กำหนดให้

$x$  แทน ค่าแม่นยำหรือค่าจริงของคำตอบ (Exact value)

$\tilde{x}$  แทน ค่าประมาณหรือค่าประมาณของคำตอบ (Approximate value)

ค่าคลาดเคลื่อน(Error,  $e$ ) = Exact value - Approximate value

$$e = x - \tilde{x}$$

*Absolute Error,  $e_{abs}$*

*Relative Error,  $e_{rel}$*

$$e_{abs} = |x - \tilde{x}|$$

$$e_{rel} = \frac{|x - \tilde{x}|}{|x|}$$

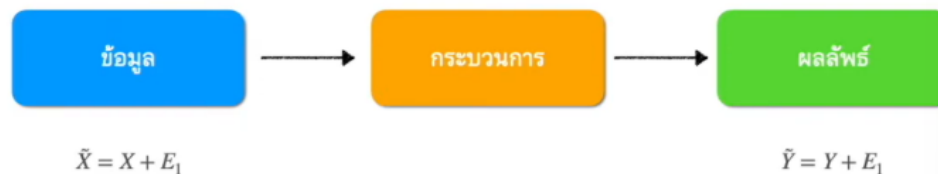
$$e_{rel-percent} = \frac{|x - \tilde{x}|}{|x|} \times 100\%$$

- ที่มาของค่าคลาดเคลื่อน (Source of Error)

Source of Error

- ค่าคลาดเคลื่อนจากโมเดลทางคณิตศาสตร์
- ค่าคลาดเคลื่อนจากการปฏิบัติ
- ค่าคลาดเคลื่อนจากข้อมูลนำเข้า
- ค่าคลาดเคลื่อนจากเครื่องคำนวณ
- ค่าคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย
- ค่าคลาดเคลื่อนจากการปัดเศษ

- ความคลาดเคลื่อนแบบแพร่กระจายและความคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย
  - แบบแพร่กระจาย (Propagation Error)



• ตัวอย่าง กำหนดให้

$X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  แทนเวกเตอร์ของข้อมูลจริง

$\tilde{X} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dots, \tilde{x}_n)$  แทนเวกเตอร์ของข้อมูลนำเข้าที่มีค่าคลาดเคลื่อน

สมมติ  $f$  แทนฟังก์ชันของการคำนวณ

$f(X) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  แทนผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

$f(\tilde{X}) = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dots, \tilde{x}_n)$  แทนผลลัพธ์ที่มีค่าคลาดเคลื่อน

: สรุปง่ายๆ ก็คือค่าคลาดการอะ งงไรมาก (แบบแพร่กระจาย)

- ค่าคลาดเคลื่อนจากการตัดปลาย (Truncation error):
- การใช้อนุกรมแมคคลอริน
  - กำหนดฟังก์ชัน  $f(x)$
  - ต้องการประมาณค่าของฟังก์ชันรอบๆจุด  $x = 0$

*Ex.*

$$f(x) = f(0) + f'(0)\frac{x}{1!} + f''(0)\frac{x^2}{2!} + \cdots + f^{(n)}(0)\frac{x^n}{n!} + \cdots$$

$$f(x) \approx f(0) + f'(0)\frac{x}{1!} + f''(0)\frac{x^2}{2!} + \cdots + f^{(n)}(0)\frac{x^n}{n!}$$

$$f(x) \approx g(x)$$

$$\varepsilon = f(x) - g(x)$$

สูตรของ "แมคคลอริน"

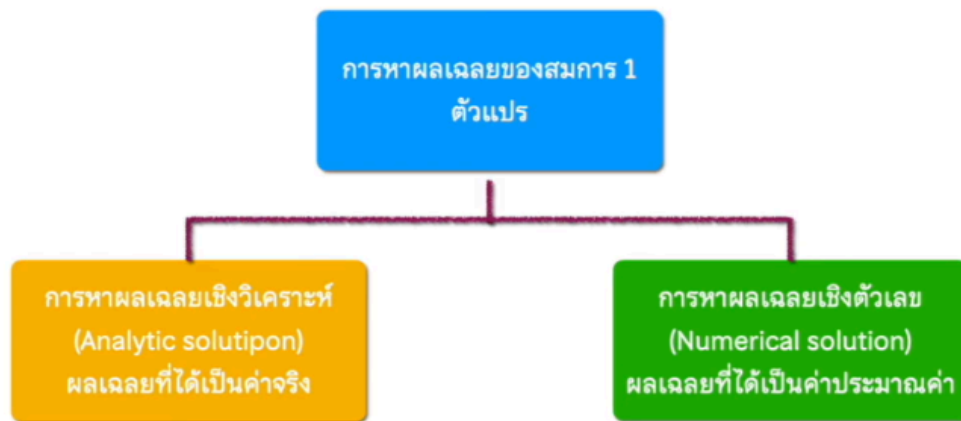
สูตรของ "เทย์เลอร์"

ค่าคลาดเคลื่อนจากการปัดเศษและค่าคลาดเคลื่อนจากการคำนวณ

แคลคูลัส (Calculus)

\*\*\*\* บทที่ 2 \*\*\*\*

- การหารากของสมการ (Roots of Equations)
  - สมการ 1 ตัวแปร คือ สมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงการเท่ากันของนิพจน์ ที่มีตัวแปร 1 ตัวแปร เช่น  $3x - 1 = 5$ ,  $2x^2 + 3x = 20 \sin x + 5$
  - รากของสมการ หมายถึง ค่าของตัวแปรต้น (Independent Variable)  $x$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(x)$  มีค่าเท่ากับ 0 หรือค่า  $x$  ที่ทำให้สมการต่อไปนี้เป็นจริง
$$f(x) = 0$$



- ตัวอย่างที่ 1 จากการเก็บข้อมูลในฟาร์มแห่งหนึ่ง พบว่าน้ำหนักวัวกับระยะเวลาการเลี้ยงมีความสัมพันธ์กันดังสมการ  $f(t) = \frac{1500}{1 + 20e^{-0.28t}}$

เมื่อ  $f$  แทนน้ำหนักวัว(กิโลกรัม),  $t$  แทนระยะเวลาการเลี้ยง(สัปดาห์) ถ้าเราต้องการขายวัวที่น้ำหนัก 800 กิโลกรัม เราจะต้องเลี้ยงวัวกี่สัปดาห์

- วิธีทำ แบบที่ 1 (การหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์)

ต้องการน้ำหนักวัว 800 กิโลกรัม ดังนั้น  $f(t) = 800$  แทนในสมการที่กำหนดให้ ได้เป็น

$$\begin{aligned}
 800 &= \frac{1500}{1 + 20e^{-0.28t}} \\
 1 + 20e^{-0.28t} &= \frac{1500}{800} \\
 e^{-0.28t} &= 0.04375 \\
 t &= 11.176
 \end{aligned}$$

ดังนั้นเราจะต้องเลี้ยงวัวประมาณ 11 สัปดาห์

- วิธีทำ แบบที่ 2 (การหาผลเฉลยเชิงตัวเลข)

ต้องการน้ำหนักวัว 800 กิโลกรัม จะได้

$$\text{สมการเป็น } f(t) = 800 - \frac{1500}{1 + 20e^{-0.28t}}$$

เราต้องการหา  $t$  ที่ทำให้ฟังก์ชัน  $f(t) = 0$

ดังนั้นเราจึงแทนค่า  $t$  ตั้งแต่ 1 ถึง 18 ลงใน  
สมการ แล้วทำการวาดกราฟได้ดังภาพ

ทฤษฎีของ “โบลซาโน” (Bolzano’s Theorem).

- ระเบียบวิธีแบ่งกราฟ (Graphical Method)
  - ระเบียบวิธีกราฟเป็นการเขียนกราฟของสมการที่ต้องการหาคำตอบ จากนั้นหาจุดที่เส้นกราฟตัดแกน  $x$  นั่นคือ  $y$  หรือ  $f(x) = 0$  ซึ่งค่า  $x$  ที่จุดเส้นกราฟตัดแกนคือคำตอบของสมการ

ระเบียบวิธีแบ่งครึ่งช่วง (Bisection Method).

\*\*\*\* บทที่ 3 \*\*\*\*

ระเบียบวิธีวางตัวผิดที่ (False Position Method).

ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method).

\*\*\*\* บทที่ 4 \*\*\*\*

ระเบียบวิธีเซแคนต์ (Secant Method).

\*\*\*\* บทที่ 5 \*\*\*\*

รากของระบบสมการ (Root of Systems of Equations).

ระบบสมการเชิงเส้น (System of linear Equations).

ระบบสมการไม่เชิงเส้น (System of Nonlinear Equations).

เมทริกซ์ (Matrix).

กฎของคราเมอร์ (Cramer's Rule).

งานที่ส่ง Lab