Aproksymacja Średniokwadratowa z bazą Hermite’a

Kamil Fryszkowski
Oskar Biwejnis

I
Opis Teoretyczny:

Wielomian Hermite’a stopnia n+1 określa się następującym wzorem:

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x),$$

Przy warunkach początkowych (base case):

$$H_0(x) = 1,$$
$$H_1(x) = 2x.$$

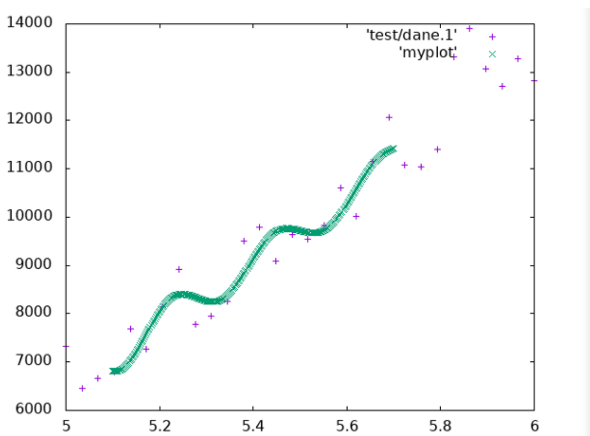
II
Opis wywołania programu:

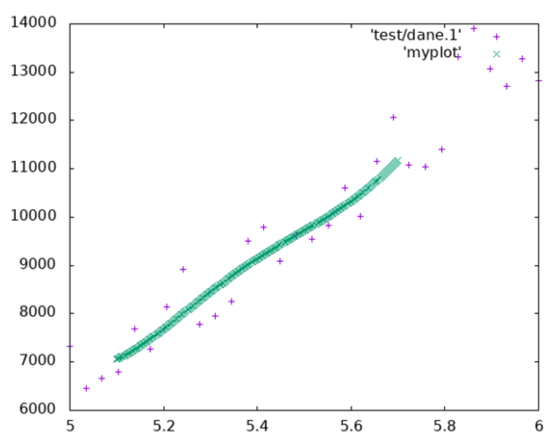
Wywołanie programu niczym nie różni się od wywołania aproksymator_na_bazie.c załączonego w archiwum lmp10.tgz.

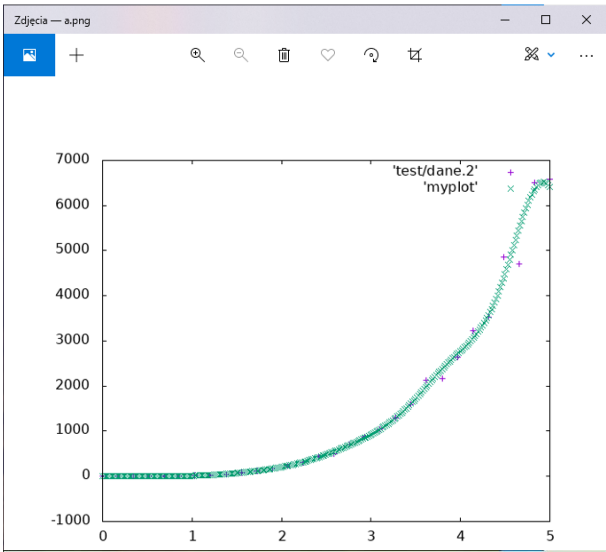
III
Testy rozwiązania dla różnych danych i porównanie z aprox:

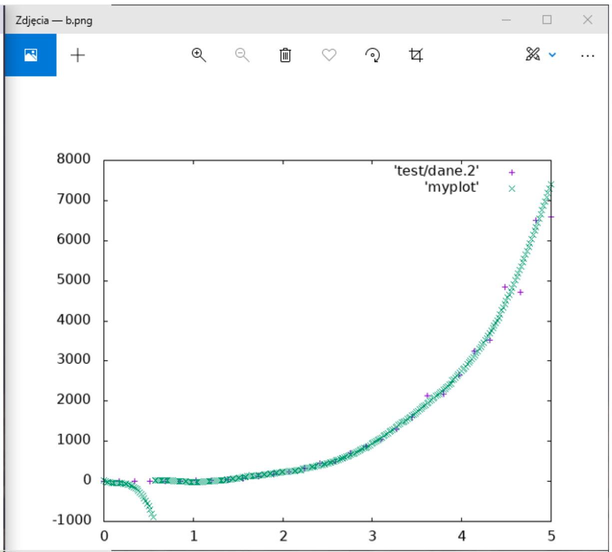
a.png został stworzony używając aprox’a (lewa strona)
b.png został stworzony używając hermite’a (prawa strona)

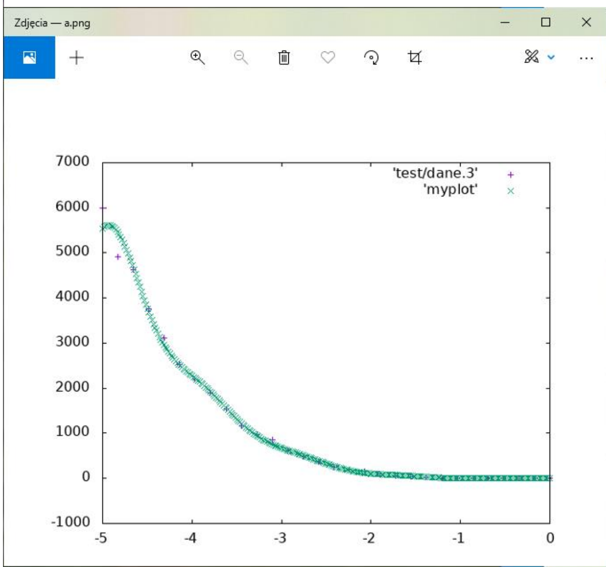
1. Dane losowane przy pomocy dołączonego gen.c

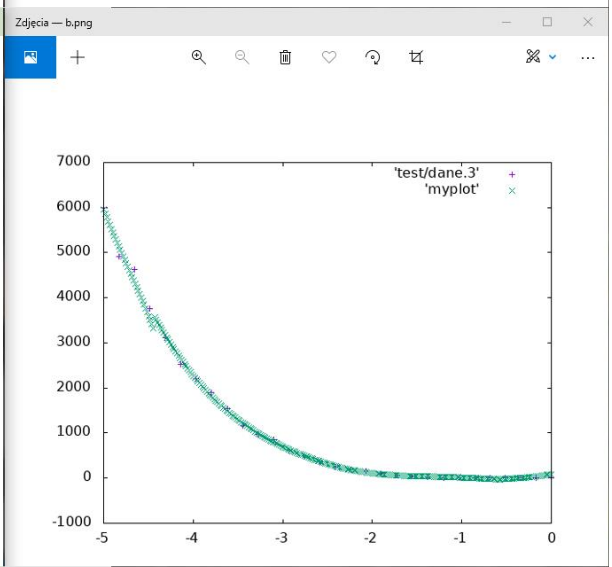


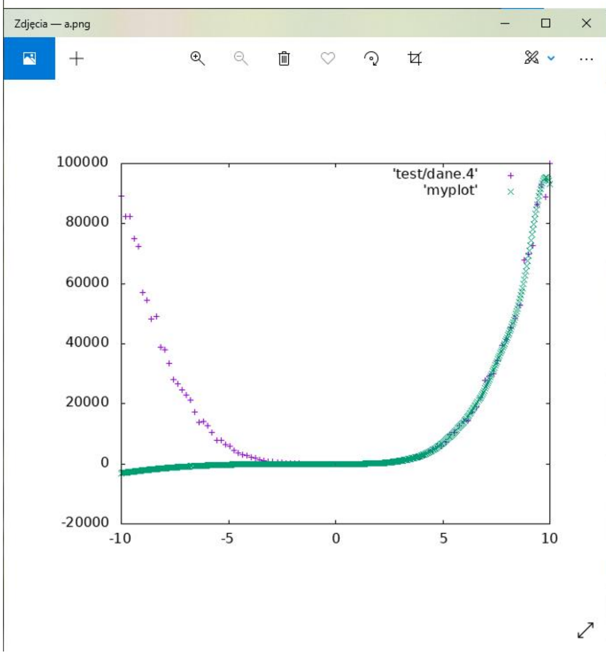


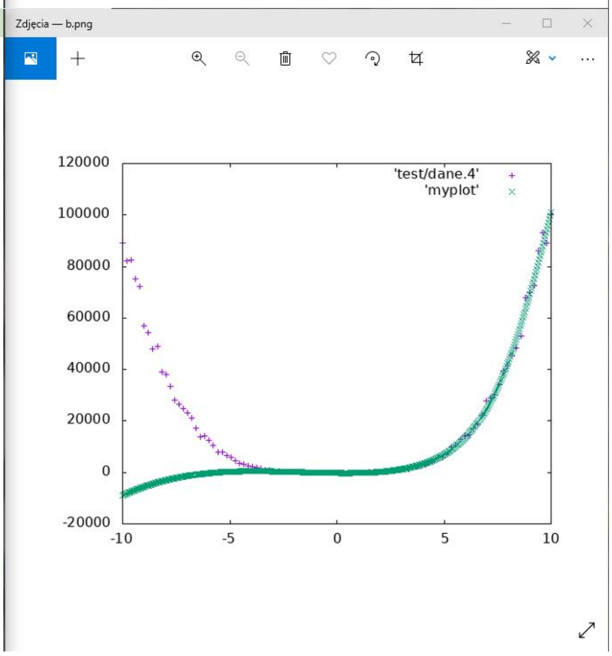

Zdjęcia — a.png
'test/dane.2'
'myplot'
7000 6000 5000 4000 3000 2000 1000 0 -1000
0 1 2 3 4 5

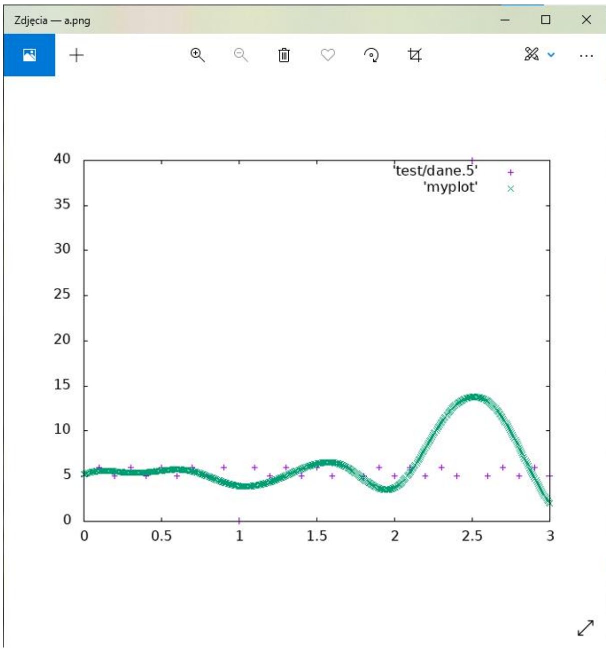

Zdjęcia — b.png
'test/dane.2'
'myplot'
8000 7000 6000 5000 4000 3000 2000 1000 0 -1000
0 1 2 3 4 5

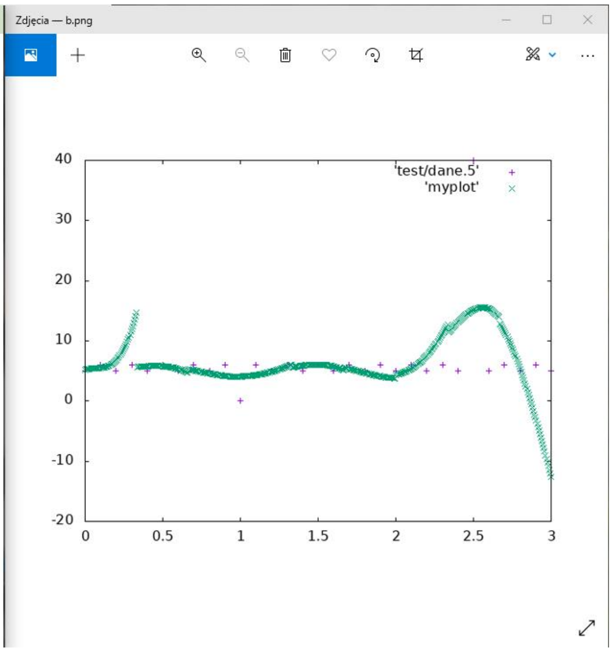

Zdjęcia — a.png
'test/dane.3'
'myplot'
7000 6000 5000 4000 3000 2000 1000 0 -1000
-5 -4 -3 -2 -1 0


Zdjęcia — b.png
'test/dane.3'
'myplot'
7000 6000 5000 4000 3000 2000 1000 0 -1000
-5 -4 -3 -2 -1 0


Zdjęcia — a.png
'test/dane.4'
'myplot'
100000 80000 60000 40000 20000 0 -20000
-10 -5 0 5 10

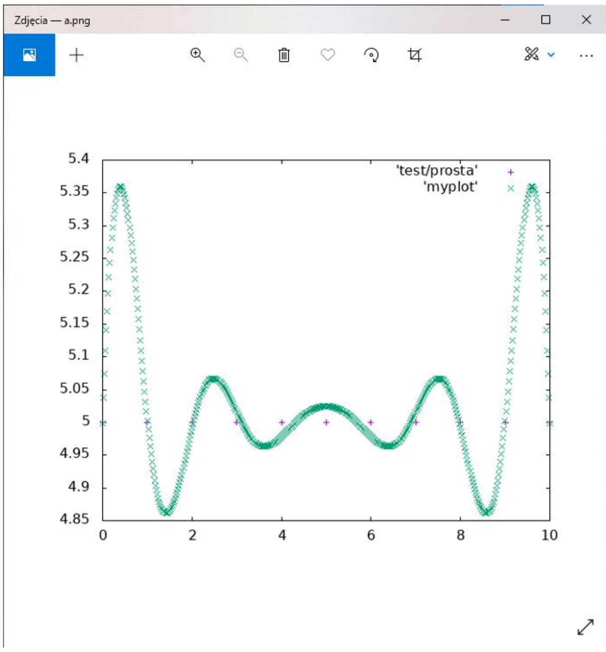

Zdjęcia — b.png
'test/dane.4'
'myplot'
120000 100000 80000 60000 40000 20000 0 -20000
-10 -5 0 5 10

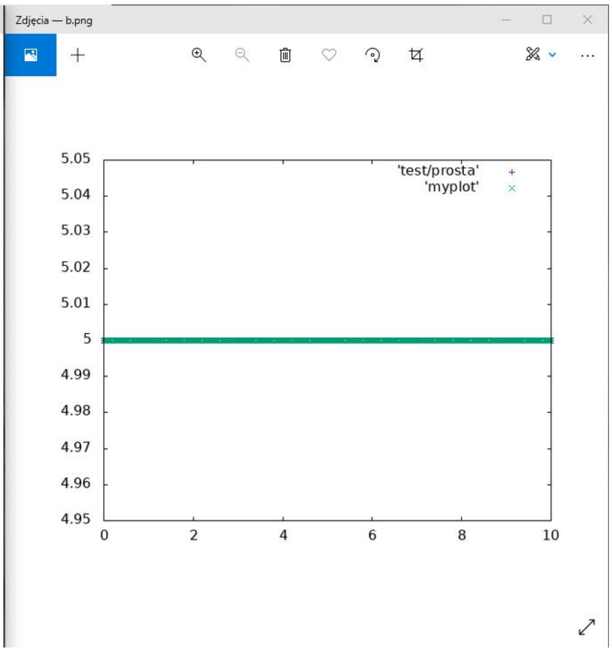




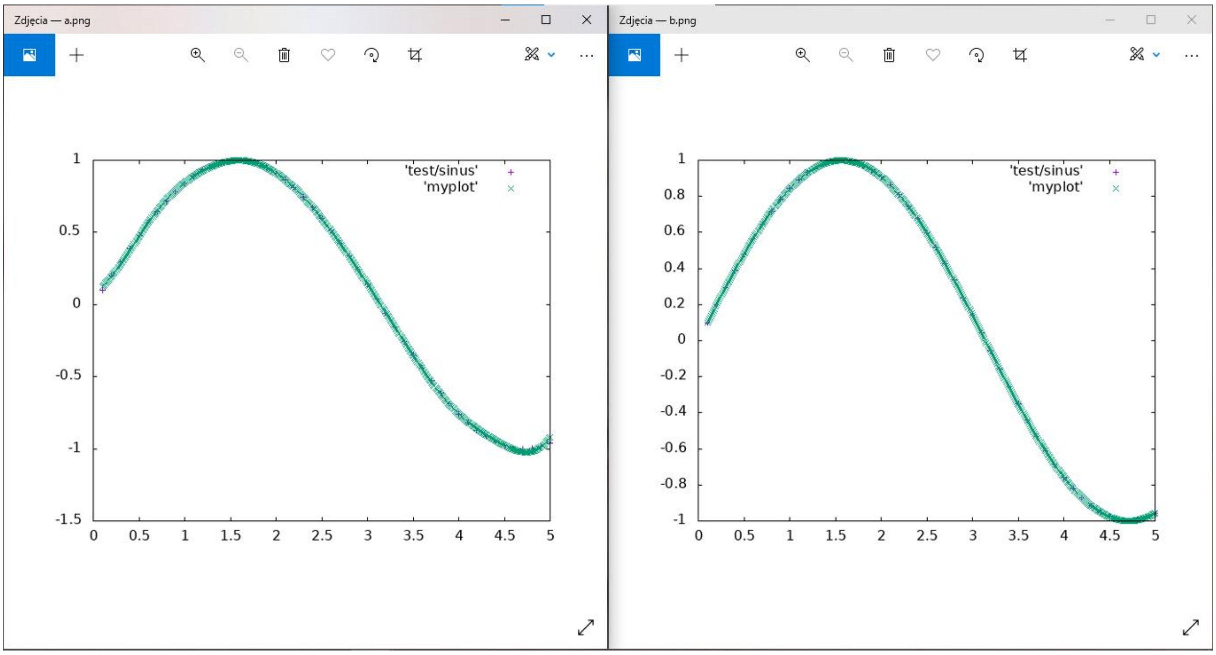
2. Porównanie do funkcji

a) Do prostej $y = 5$

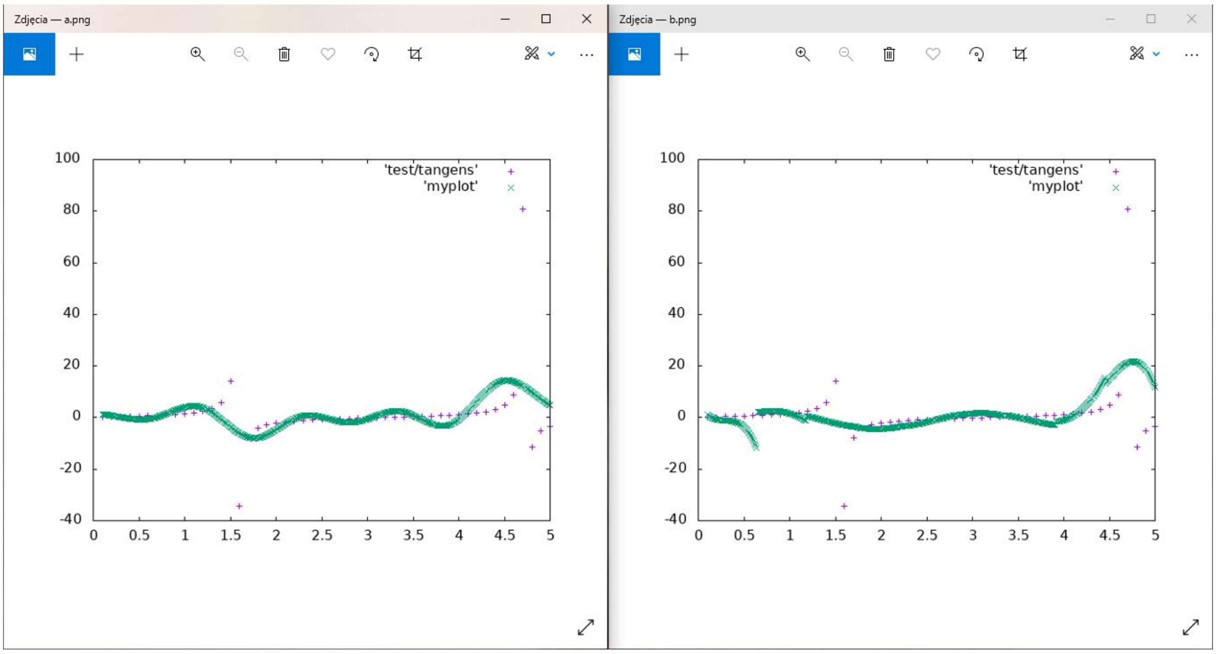




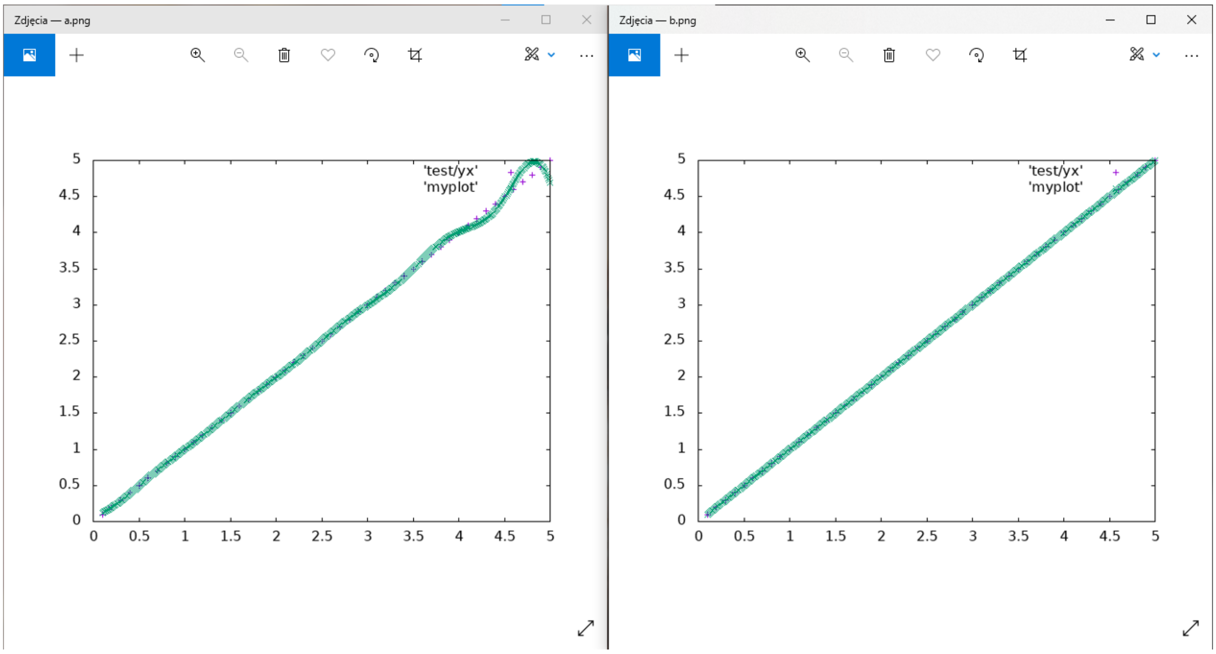
b) Do sinusoidy



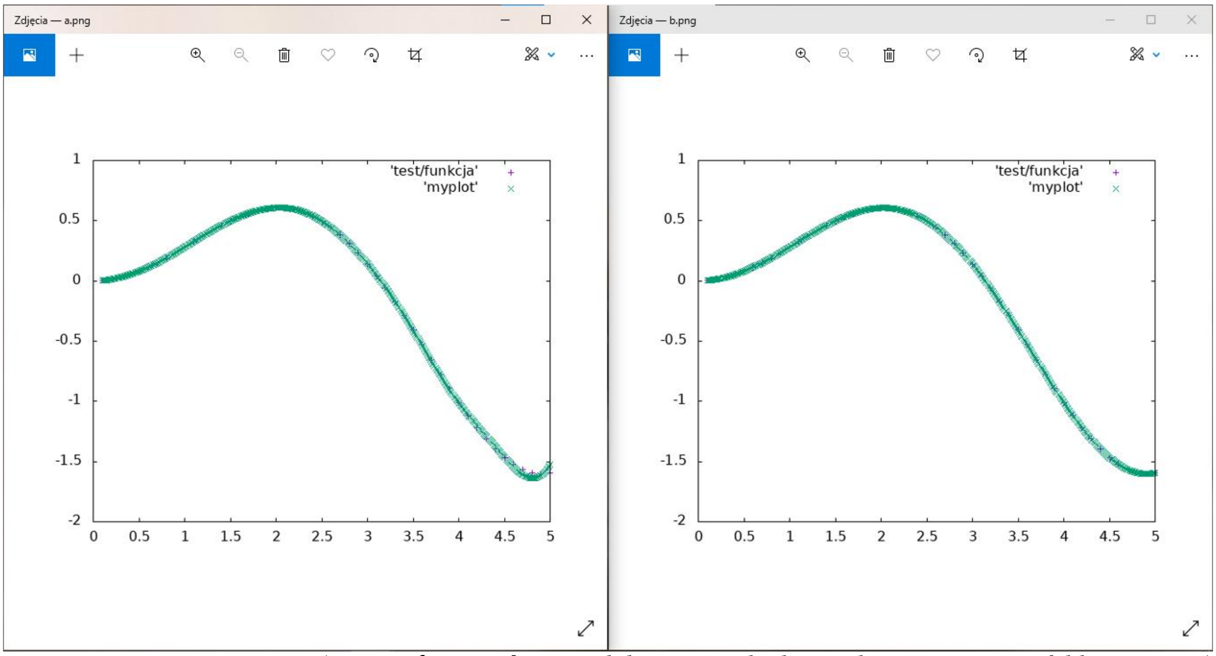
c) Do tangensoidy



d) Do funkcji $f_{(x)} = x$



e) Do funkcji $f_{(x)} = sin(x) \times \frac{x}{3}$



(Dane w formie tekstowej dołączone pod odpowiednimi nazwami w folderze DANE)

IV
Wnioski

Główne przemyślenie, jakie pojawiło się w trakcie testowania, jest takie, że dla różnych danych odpowiednie są różne aproksymacje, np. dla funkcji, dużo lepiej wychodzi aproksymacja średniokwadratowa na bazie wielomianów Hermita, niż za pomocą zespołu funkcji bazowych opisanych przez dr. Chwieja (wyjątkiem jest tutaj tangens).

Kolejna rzecz, jaką udało się zauważyć, jest to, że wartość `APPROX_BASE_SIZE` ma wpływ nie tylko na dokładność (im mniejsza wartość tym większy błąd), ale także na „przerywanie" funkcji aproksymowanej („przerywanie", czyli zjawisko które widać w funkcji z pliku dane.5 gdzie na początku funkcja chwilowo idzie do góry, a następnie ponownie wraca „na odpowiednie tory"). Otóż, im mniejsza wartość `APPROX_BASE_SIZE` tym rzadziej zdarzają się takie przerwania.

V
Błędy

Poza hermit.c i Makefile nie zostały edytowane żadne inne pliki. Kilkakrotnie zdarzyło się, że rekurencja została błędnie, co powodowało segfaulty, ale po kilku próbach udało się uzyskać takie same wyniki, jak te przeprowadzone na kartce (mowa tutaj o pochodnych, których poprawność sprawdzana była w ten sposób: licząc te same pochodne dla n E {1,2,3,4,5} i x=1 na kartce, porównywane były wyniki programu i na kartce. Czasami wyniki wychodziły rozbieżne, a czasami występowały problemy z pamięcią, jednak w końcu udało się dojść do odpowiedniej postaci)