

Надёжность - свойство системы сохранять заданный уровень производительности

N - число ЭМ в системе

$\Omega(k)$ - производительность ВС, в которой k исправных ЭМ

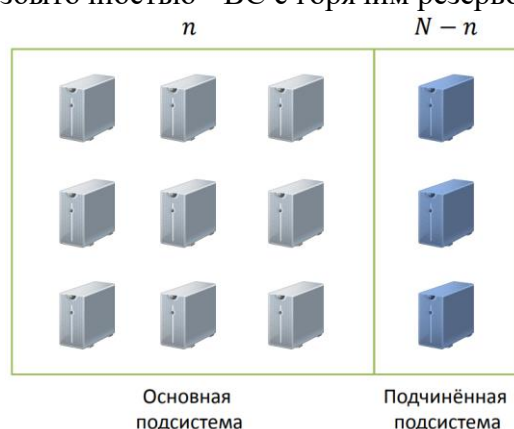
λ - интенсивность потока отказов (любой из N машин)

λ^{-1} - среднее время безотказной работы одной ЭМ (средняя наработка до отказа ЭМ)

μ - интенсивность восстановления - среднее число машин резерва, включаемых в единицу времени одним ВУ в состав ВС вместо отказавших ЭМ

$1/\mu$ - время, затраченное на обнаружение неисправной ЭМ + её восстановление

ВС со структурной избыточностью - ВС с горячим резервом



$\xi(t)$ - число исправных машин в момент времени t

$P_j(i, t)$ - вероятность того, что в системе, начавшей функционировать в состоянии $i \in E_0^N$, в момент t будет $j \in E_0^N$ исправных машин

Показатели надёжности ВС в переходном режиме:

- Функция надёжности $R(t)$
- Функция восстановимости $U(t)$
- Функция готовности $S(t)$

Функция надёжности (учёт отказов) – вероятность того, что производительность ВС, начавшей функционировать в состоянии i ($n \leq i \leq N$) на промежутке времени $[0, t)$ равна производительности основной подсистемы

$$R(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \Omega(\tau) = A_n n \omega | n \leq i \leq N\}$$

Очевидно, что $R(0) = 1, R(+\infty) = 0$

Функция восстановимости (восстановление без учета отказов) - вероятность того, что в системе, имеющей начальное состояние ($0 \leq i < n$) на заданном промежутке времени, кол-во исправных ЭМ восстановлено до числа n

$$U(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \Omega(\tau) = 0 | 0 \leq i < n\}$$

$$U(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) < n | 0 \leq i < n\}$$

Очевидно, что $U(0) = 0, U(+\infty) = 1$

Функция готовности (учет отказов с восстановлением) – вероятность того, что в момент времени t число исправных ЭМ в системе с начальным состоянием ($0 \leq i < N$) не меньше n (числа машин основной подсистемы)

$$S(t) = P\{\xi(t) \geq n | i \in E_0^N\}$$

$$0 < S(+\infty) < 1$$

$$S(0) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leq i \leq N \\ 0, & \text{если } 0 \leq i < n \end{cases}$$

для невосстанавливаемых ВС $R(t) = S(t)$

Мини-итоги:

- **Функция надёжности** характеризует способность ВС обеспечить требуемую производительность на промежутке времени $[0, t)$
- **Функция готовности** - способность ВС обеспечить требуемую производительность в момент времени t
- **Функция восстанавливаемости** - возможности системы к восстановлению – приобретению требуемого уровня производительности после отказа всех избыточных машин и части машин основной подсистемы

Оперативные показатели надёжности ВС в стационарном режиме

Для стационарного режима (при длительной эксплуатации) ВС, показатели $R(t)$ и $S(t)$ не информативны, т.к. при $t \rightarrow \infty$ все ЭМ «когда-нибудь выйдут из строя», а система восстановления «когда-нибудь их восстановит»

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = 1$$

Функция $R^*(t)$ – вероятность того, что производительность системы, которая в начальный момент времени находится в состоянии i ($n \leq i \leq N$), с заданной вероятностью P_i , равна на промежутке времени $[0, t)$ производительности подсистемы

$$R^*(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) \geq n | P_i, i \in E_n^N\}$$

Функция $U^*(t)$ – вероятность того, что в ВС, находящейся в начальный момент времени в состоянии i ($0 \leq i < n$), с вероятностью P_i , на промежутке времени $[0, t)$ будет восстановлен уровень производительности основной подсистемы

$$U^*(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) < n | P_i, 0 \leq i < n\}$$

Функция готовности, введённая для переходного режима, может быть использована и в стационарном режиме работы ВС

Показатели надёжности для **переходного режима** позволяют определить:

- Сможет ли пользователь успешно решить свою задачу до отказа системы
- Как быстро можно ожидать восстановления требуемого уровня производительности, если в момент поступления задачи производительность ВС низка

- Будет ли ВС иметь необходимую производительность в момент поступления задачи в систему

Показатели надёжности для **стационарного режима** позволяют определить:

- Могут ли быть решены поступающие задачи, если система длительно эксплуатируется. Иначе, могут ли быть решены задачи, если в момент их поступления достоверно неизвестно, в каком состоянии находится система
- Насколько быстро можно ожидать восстановления требуемой производительности, если ВС длительно эксплуатируется
- Будет ли система иметь необходимую производительность в любой момент поступления задачи, если она уже достаточно долго находится в эксплуатации

Мультипрограммный – режим ВС, в котором параллельно решаются несколько задач, путем разбиения ВС на подсистемы

- Количество подсистем = количество программ
- Количество ЭМ в подсистеме = количество ветвей в параллельной программе

Живучие вычислительные системы

До этого момента рассматривались системы, в которых отказ одной ЭМ основной подсистемы приводил к состоянию отказа всей ВС. Теперь же с отказом ЭМ меняется (увеличивается) время выполнения программы

Живучесть – способность ВС в любой момент задействовать производительность всех исправных ресурсов (ЭМ) для решения задач

Живучесть достигается при решении программ с любым [переменным] рангом (числом параллельных ветвей) $1 \leq r \leq N$, N – общее число ЭМ в системе

Пусть задача может быть запущена на числе ЭМ от n до N (т.е. задача имеет переменный ранг $r \in \{n, n + 1 \dots N\}$). Величина n – *нижняя граница работоспособности ЭМ*

Анализ живучести ВС сводится к анализу монопрограммного режима. Т.е. подсистема рассматривается как самостоятельная система

Виды живучести вычислительной системы:

- **Потенциальная живучесть** ВС – не учитывает особенности структуры сети, связывающей элементарные машины
- **Структурная живучесть** – учитывает топологический вид сети межмашинных связей и надежность компонентов этой сети

Восстанавливающая – система, производящая в ВС ремонтные работы. Состоит из m вычислительных устройств ($1 \leq m \leq N$), каждое из которых в любой момент времени может производить ремонт только одной ЭМ

Адаптирующиеся – программы, в которых автоматически устанавливается число ветвей, равное числу работоспособных машин по ходу решения задачи

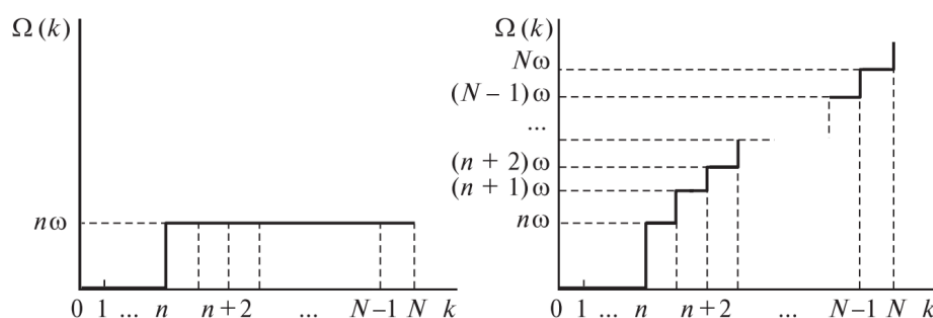
Под живой ВС понимается конфигурация из N ЭМ, в которой:

- Указано минимальное число n работоспособных машин, обеспечивающих производительность ВС не ниже требуемой
- Реализована возможность решения задач, представленных адаптирующимися параллельными программами
- Отказы любых ЭМ (до $N - n$) и восстановления отказавших машин приводят только к увеличению или уменьшению времени реализации параллельной программы
- При изменении состояния k , производительность подчиняется закону:

$$\Omega(k) = A_k \Delta(k - n) \varphi(k, \omega)$$

Вычислительное ядро составляют все $k \in \{n, n + 1 \dots N\}$ исправных ЭМ

- В живой системе нет резервирования, простоев исправных машин. Все участвуют в выполнении ветвей параллельной программы
- Отказы ЭМ не приводят к отказу системы в целом. При выходе из строя сохраняется возможность продолжения вычислений на всех исправных ЭМ
- Производительность живой ВС напрямую зависит от количества исправных ЭМ в ней



Производительность вычислительных систем
 a – ВС со структурной избыточностью, b – живучие ВС

Реконфигуратор – устройство, возвращающее исправные или восстановленные ЭМ в состав вычислительной системы

Функции реконфигуратора:

- исключение из вычислительного ядра отказавших ЭМ и включение в него машин после их восстановления
- формирование вычислительного ядра из оставшихся работоспособных ЭМ и вновь отремонтированных машин
- преобразование адаптирующейся параллельной программы с целью достижения соответствия между количеством её ветвей и количеством машин ядра

- вложение преобразованной программы в ядро с новой структурой и организации её выполнения

Показатели живучести ВС должны учитывать, что при решении задач используются все исправные ЭМ, число которых не постоянно

Качество функционирования живучих ВС характеризуется:

- функцией **потенциальной живучести** $N(i, t)$ – средняя производительность ВС, начальное состояние $i \in E_0^N$
- функцией **занятости восстанавливающей системы** $M(i, t)$ – средняя загруженность восстанавливающей системы, начальное состояние $i \in E_0^N$
- вектор-функциями $R(t), U(t), S(t)$ – обобщения функций надежности, восстановимости и готовности

Функция потенциальной живучести ВС

$$\mathcal{N}(i, t) = \bar{\Omega}(i, t) / N\omega$$

- $\bar{\Omega}(i, t)$ – мат. ожидание производительности ВС в момент $t \geq 0$, начальное состояние ВС $i \in E_0^N$
- $N\omega$ – общая производительность всех ЭМ ВС
 - N – общее количество ЭМ в системе
 - ω – показатель производительности одной ЭМ

Функция потенциальной живучести может быть выражена через среднее число работоспособных машин в момент времени $t \geq 0$:

$$\mathcal{N}(i, t) = n(i, t) / N$$

Функция занятости восстанавливающей системы

$$\mathcal{M}(i, t) = m(i, t) / m$$

$m(i, t)$ – мат. ожидание числа занятых ВУ в момент времени $t \geq 0$, начальное состояние ВС $i \in E_0^N$, m – число устройств в восстанавливающей системе

Вектор-функция $R(t)$

$$R(t) = \{R_k(t)\}, \quad k \in E_n^N$$

R_k – вероятность того, что производительность системы, начавшей функционировать в состоянии i , $k \leq i \leq N$, не менее производительности k машин на всем промежутке времени $[0, t)$, $E_n^N = \{n, n + 1, \dots, N\}$

$$R_k(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \Omega(\tau) \geq A_k k \omega \mid k \leq i \leq N\};$$

$$R_k(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) \geq k \mid k \leq i \leq N\},$$

$$R_k(0) = 1, R_k(+\infty) = 0, k \in E_n^N$$

По аналогии с рассмотренными ранее показателями можно рассматривать *вектор среднего времени безотказной работы* (средней наработки до отказа)

$$\Theta = \{\Theta_k\}, \Theta_k = \int_0^{\infty} R_k(t) dt \quad (9)$$

и вектор среднего времени восстановления

$$\mathbf{T} = \{T_k\}, T_k = \int_0^{\infty} t dU_k(t) \quad (10)$$

вычислительной системы, $k \in E_n^N$.

Вектор-функция готовности ВС

$$\mathbf{S}(t) = \{S_k(t)\}, \quad k \in E_n^N \quad (11)$$

где $S_k(t)$ - вероятность того, что в момент времени $t \geq 0$ производительность системы, начавшей работать в состоянии $i \in E_0^N$, не менее производительности k ЭМ:

$$\begin{aligned} S_k(t) &= P\{\Omega(t) \geq A_k k \omega \mid i \in E_0^N\}; \\ S_k(t) &= P\{\xi(t) \geq k \mid i \in E_0^N\}; \\ S_k(0) &= \begin{cases} 1, \text{ если } k \leq i \leq N; \\ 0, \text{ если } 0 \leq i < k; \end{cases} \\ 0 &< S(+\infty) < 1 \end{aligned} \quad (12)$$

Как понимаю – основная суть векторов функций в том, чтобы определить живучесть не только в расчете на базовую производительность, которая предоставляется n машинами, но и потенциальную, с учетом свойств живучей системы (т.к. в вычислениях принимают участие все N исправные ЭМ)

Предельные значения показателей потенциальной живучести ВС и загруженности восстанавливающей системы при $t \rightarrow \infty$ характеризуют потенциальную живучесть в стационарном режиме

Пределы

$$\mathcal{N} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{N}(i, t) \quad (13)$$

$$\mathcal{M} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{M}(i, t) \quad (14)$$

не зависящие от начального состояния $i \in E_0^N$, назовём *коэффициентом потенциальной живучести ВС* и *коэффициентом занятости восстанавливающей системы*. По аналогии с ранее введёнными можно определить вектор-функции оперативной надёжности и восстановимости:

$$\mathbf{R}^*(t) = \{R_k^*(t)\}, \mathbf{U}^*(t) = \{U_k^*(t)\}, \quad k \in E_n^N \quad (15)$$

Совокупность величин $S_k = \lim_{t \rightarrow \infty} S_k(t)$, не зависящих от начального состояния ВС и представленных в виде

$$\mathbf{S} = \{S_k\}, \quad k \in E_n^N \quad (19)$$

Введенные показатели достаточно полно характеризуют поведение ВС в переходном (3-12) и стационарном (13-19) режимах функционирования

По функции потенциальной живучести судят о том:

- Как быстро ВС, начавшая функционировать в одном из состояний перейдет в стационарный режим работы
- Какую производительность в среднем может обеспечить система в любой момент времени или при длительной эксплуатации
- Сколько машин в среднем может быть использовано при решении задачи

По функции занятости восстанавливающей системы:

- За какое время после начала работы ВС наступит установившийся режим восстановления отказавших ЭМ
- Как загружены в среднем восстанавливающие устройства на начальном участке работы и после длительной эксплуатации

Т.о. в живучих ВС обеспечивается **максимум эффективности** использования вычислительных ресурсов при решении сложных задач. В любой момент времени для решения сложных задач привлекаются **все работоспособные ЭМ** (если их число не менее n). Это сокращает время решения сложной задачи, но требует составления специальных программ с информационной избыточностью – **адаптирующихся параллельных программ**.