

Надежность - свойство системы сохранять заданный уровень производительности

$N$  - число ЭМ в системе

$k$  - состояние ВС, в котором имеется  $k$  исправных ЭМ

$$k \in E_0^N, E_0^N = \{0, 1, 2, \dots, N\}$$

$\Omega(k)$  - производительность ВС, в которой  $k$  исправных ЭМ

$$\Omega(k) = A_k k \omega$$

$\omega$  - показатель производительности ЭМ

$A_k$  - коэффициент

$\lambda$  - интенсивность потока отказов (любой из  $N$  машин)

$\lambda^{-1}$  - среднее время безотказной работы одной ЭМ (средняя наработка до отказа ЭМ)

Отказы устраняются при помощи процедуры восстановления

$m$  - размер восстанавливающей подсистемы ( $1 \leq m \leq N$ )

После отказа ЭМ поступает на восстанавливающее устройство (ВУ) сразу, или в порядке очереди (помещается в очередь на восстановление)

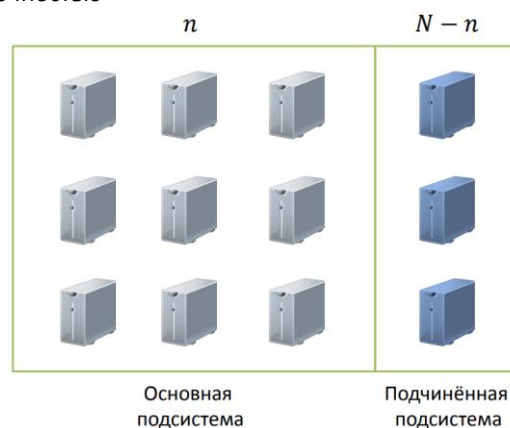
ВУ может быть свободным и занятым восстановлением одной ЭМ

$\mu$  - интенсивность восстановления

$1/\mu$  - время, затраченное на обнаружение неисправной ЭМ + ее восстановление

В системе возможны переходы из состояния  $k$  в состояние  $k - 1$  ( $k \neq 0$ ) или в состояние  $k + 1$  ( $k \neq N$ )

ВС со структурной избыточностью



$n$  - количество ЭМ в основной подсистеме

$(N - n)$  - количество ЭМ во вспомогательной подсистеме, составляющей избыточность

Основная подсистема - предназначена для решения параллельных задач из  $n$  ветвей

Отказавшая ЭМ основной подсистемы может быть заменена исправной ЭМ вспомогательной подсистемы

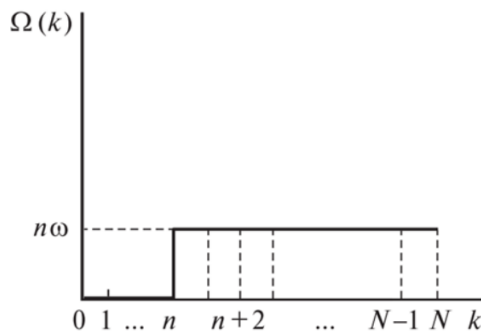


График зависимости производительности от кол-ва работоспособных ЭМ (k) для систем со структурной избыточностью

Т.е. либо заданная производительность поддерживается и равна  $n\omega$ , либо нет, и равна нулю

$\xi(t)$  - число исправных машин в момент времени  $t$

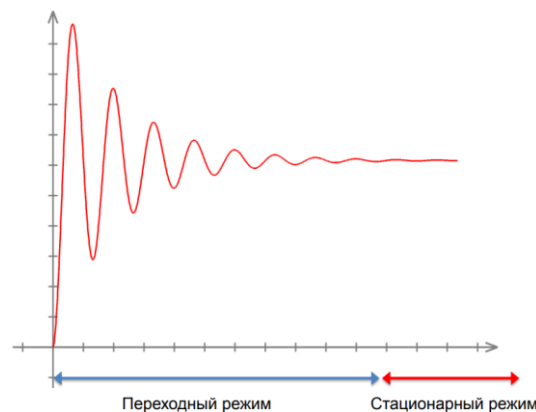
Функция  $\xi(t)$  определяется:

- Начальным состоянием  $I$
- Моментами появления и устранения отказов

Обозначим  $\{P_j(i, t)\}$  распределение вероятностей состояний системы в момент  $t$  при условии, что в начальный момент времени было исправно  $i \in E_0^N$

$P_j(i, t)$  - вероятность того, что в системе, начавшей функционировать в состоянии  $i$ , в момент  $t$  будет  $j$  исправных машин

$P_j(i, t)$  - показатель, характеризующий поведение ВС в **переходном режиме функционирования**



Нич не понял, но оч интересно:

При  $i \neq j, i, j \in E_0^N$  имеет место:

$$P_j(i, 0) = 0, P_i(i, 0) = 1$$

Нетрудно показать, что распределение  $\{P_j\} (j \in E_0^N)$ , где

$$P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} P_j(i, t); \quad \sum_{j=0}^N P_j = 1$$

не зависит от начального состояния  $i \in E_0^N$

Следовательно,  $P_j (j \in E_0^N)$  - **показатель надёжности для стационарного** (или установившегося) режима работы ВС.

Показатели надежности ВС в переходном режиме:

- Функция надежности  $R(t)$
- Функция восстановимости  $U(t)$
- Функция готовности  $S(t)$

**Функция надёжности** (учет отказов) – вероятность того, что производительность ВС, начавшей функционировать в состоянии  $i$  ( $n \leq i \leq N$ ) на промежутке времени  $[0, t)$  равна производительности основной подсистемы

$$R(t) = P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \Omega(\tau) = A_n n \omega | n \leq i \leq N\}$$

, где  $\Omega(\tau)$  - производительность системы в момент времени  $\tau$

**Иначе** - вероятность того, что в системе, начавшей функционировать с  $i$  ( $n \leq i \leq N$ ) исправными ЭМ, на промежутке времени  $[0, t)$  будет не менее  $n$  исправных машин

Очевидно, что  $R(0) = 1, R(+\infty) = 0$

**Функция восстановимости** (восстановление без учета отказов) - вероятность того, что в ВС, имеющей начальное состояние  $i$  ( $0 \leq i \leq n$ ), на промежутке времени  $[0, t)$  будет восстановлен уровень производительности, равный производительности основной подсистемы

$$U(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \Omega(\tau) = 0 | 0 \leq i < n\}$$

$$U(t) = 1 - P\{\forall \tau \in [0, t) \rightarrow \xi(\tau) < n | 0 \leq i < n\}$$

**Если по-типу:** то это вероятность, что в системе на заданном промежутке времени, элементарные машины восстановлены до числа  $n$ , или система имеет производительность  $n$  ЭМ. Как понимаю - это характеристика показывает, что подсистема восстановления вернет в строй неисправные машины, чтобы количество исправных ЭМ в основной подсистеме составляло  $n$ , без учета новых отказов

Очевидно, что  $U(0) = 0, U(+\infty) = 1$

**Функция готовности** (учет отказов с восстановлением) – вероятность того, что производительность системы, начавшей функционировать в состоянии  $i \in E_0^N$ , равна в момент времени  $t$  производительности основной подсистемы

$$S(t) = P\{\Omega(t) = A_n n \omega | i \in E_0^N\}$$

**Иначе** - вероятность того, что в момент времени  $t$  число исправных ЭМ в системе с начальным состоянием  $i \in E_0^N$  не меньше  $n$  (числа машин основной подсистемы)

$$S(t) = P\{\xi(t) \geq n | i \in E_0^N\}$$

**Из определения:**

$$0 < S(+\infty) < 1$$

$$S(0) = \begin{cases} 1, & \text{если } n \leq i \leq N \\ 0, & \text{если } 0 \leq i < n \end{cases}$$

для невосстанавливаемых ВС  $R(t) = S(t)$

На практике вместо  $R(t)$  и  $U(t)$  используют матожидание (среднее время) безотказной работы и «среднее время восстановления»

$$\theta = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad T = \int_0^{\infty} t dU(t)$$

Мини-итоги:

- **Функция надежности** характеризует способность ВС обеспечить требуемую производительность на промежутке времени  $[0, t)$
- **Функция готовности** - способность ВС обеспечить требуемую производительность в момент времени  $t$
- **Функция восстанавливаемости** - возможности системы к восстановлению – приобретению требуемого уровня производительности после отказа всех избыточных машин и части машин основной подсистемы

Когда  $n$  становится равно  $N$  (нет резервов / избыточности), то при отказе ЭМ, она поступает на систему восстановления, и только после этого вернется в строй. Т.е. нет возможности подменить ЭМ (рассматривается горячий резерв)

Вычислительные системы со структурной избыточностью имеют горячий резерв!

В лабораторной 1 исследование системы в переходном режиме