

Riešenie 1. zadania

ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku nižšie.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

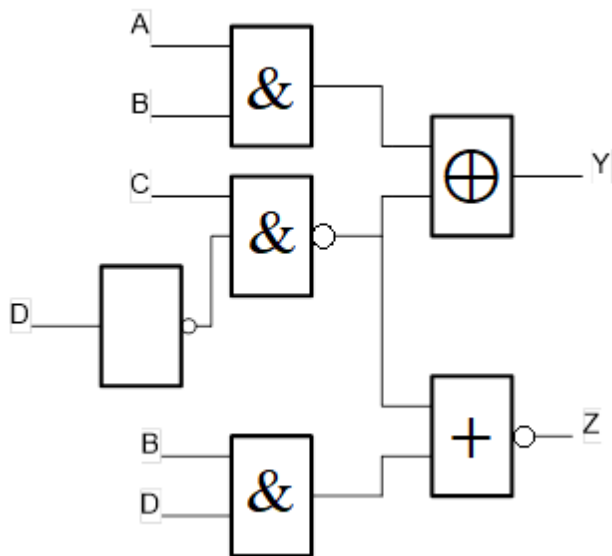
- Odvoďte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

Zadanie 1: AND – NAND – AND – XOR – NOR

1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: AND – NAND – AND – XOR – NOR

AND Funkcia

$$Y = A \cdot B$$



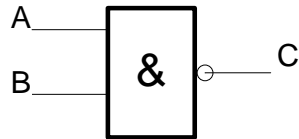
Schéma

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

NAND Funkcia

$$C = \overline{A \cdot B}$$

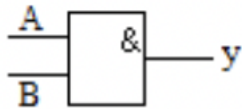


Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

AND Funkcia

$$Y = A \cdot B$$



Schéma

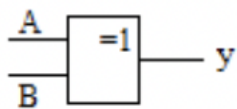
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Tabuľka pravdivostných hodnôt

XOR Funkcia

$$Y = A \oplus B$$

$$Y = \overline{A}B + A\overline{B}$$



Schéma

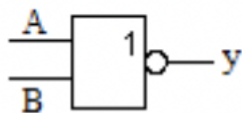
A	B	Y
0	0	0
0	1	1

1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

NOR Funkcia

$$Y = \overline{A + B}$$



Schéma

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

Odvodenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}}$$

$$Z = \overline{\overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \overline{B} \cdot \overline{D}}$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

- | | |
|---|---|
| 1. $A+B = B+A$
$A \cdot B = B \cdot A$ | <i>Komutatívnosť</i> |
| 2. $A+(B+C) = (A+B)+C$
$A \cdot (B \cdot C) = A \cdot (B \cdot C)$ | <i>Asociatívnosť</i> |
| 3. $A+B \cdot C = (A+B) \cdot (A+C)$
$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$ | <i>Distributívnosť</i> |
| 4. $A+A+\dots+A = A$
$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$ | |
| 5. $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ | <i>de Morganové pravidlá</i> |
| 6. $\overline{\overline{A}} = A$
$\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$ | <i>Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii</i> |
| 7. $A + \overline{A} = 1$
$A \cdot \overline{A} = 0$ | <i>Pravidlá o komplemente</i> |
| 8. $A+1 = 1$ | <i>Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1</i> |

$$A \cdot 0 = 0$$

$$9. A + 0 = A$$

$$A \cdot 1 = A$$

$$10. (A + B) \cdot (\bar{A} + \bar{B}) = B$$

$$A \cdot B + \bar{A} \cdot B = B$$

$$11. A + A \cdot B = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$12. A + \bar{A} \cdot B = A + B$$

$$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$$

$$13. A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \bar{A} \cdot C$$

$$(\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{C}) = (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (A + \bar{C})$$

Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1

Pravidlá spojovania

Pravidlá absorpcie

Konsenzus teorem

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:
Funkcia Y:

$$\begin{aligned}
 Y &= \overline{AB} \cdot \overline{CD} + AB \cdot \overline{\overline{CD}} \\
 &= \overline{AB} \cdot \overline{CD} + AB \cdot CD \\
 &= (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + \bar{D}) + ABCD \\
 &= (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + \bar{D}) + ABCD \\
 &= (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + D) + ABCD \\
 &= (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + D) + ABCD \\
 &= (\bar{C} + D) \cdot \bar{A} + (\bar{C} + D) \cdot \bar{B} + ABCD \\
 &= \bar{A}\bar{C} + \bar{A}D + (\bar{C} + D) \cdot \bar{B} + ABCD \\
 &= \bar{A}\bar{C} + \bar{A}D + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}D + ABCD \\
 Y_{DNF} &= \bar{A}\bar{C} + \bar{A}D + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}D + ABCD
 \end{aligned}$$

Pravidlo o dvoj. a viacsobnej negácii
Demorganovo pravidlo
 $\bar{\bar{A}} = A$
Demorganovo pravidlo
Distributivnosť
Distributivnosť
Distributivnosť

Počet použitých logických členov: 10 (4xNOT, 5xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 21 (4 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 4 do AND, 5 do OR)

Funkcia Z:

$$\begin{aligned} Z &= \overline{C D} + B D \\ &= \overline{C D} + (\overline{B} + \overline{D}) \\ &= \cancel{C D \overline{B}} + (\overline{B} + \overline{D}) \\ &= C \overline{B} \overline{D} + \\ &= C \overline{D} \cdot (\overline{B} + \overline{D}) \\ &= \cancel{C \overline{B} \overline{D}} + C \overline{D} \overline{D} \\ &= C \overline{D} \overline{B} + C \overline{D} \\ Z_{DNF} &= C \overline{D} \end{aligned}$$

Demorganovo pravidlo
Pravidlo o viacsobnej negácii
Distributivnosť
Pravidlo 4b
Absorbčné pravidlo

Počet použitých logických členov: 2 (1xNOT, 1xAND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 3 (1 do NOT, 2 do AND)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 11

Počet vstupov pre logickú funkciu: 23

3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

Funkcia Y

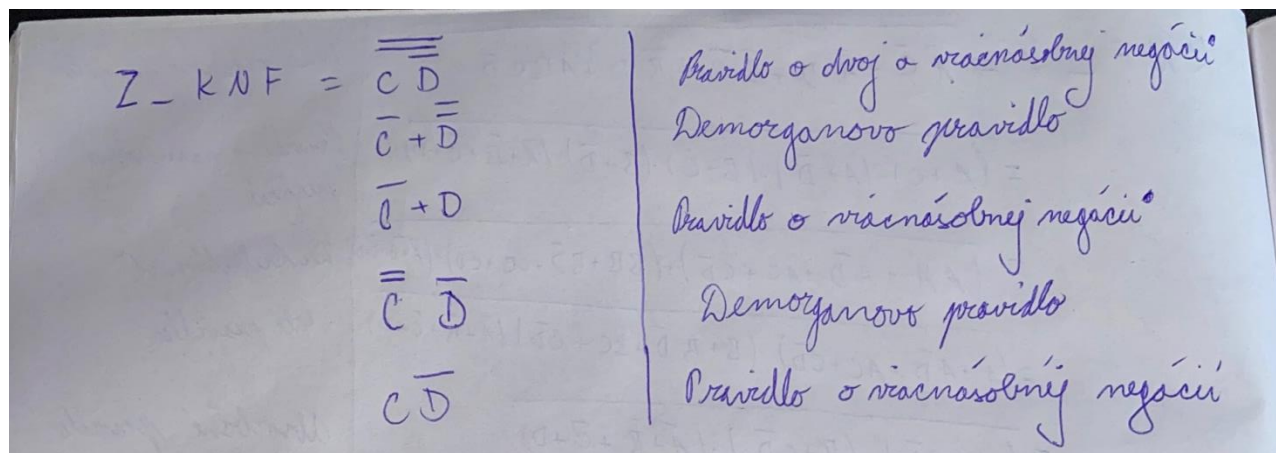
$$\begin{aligned}
 KNF - Y &= \overline{A} \overline{C} + \overline{A} D + \overline{B} \overline{C} + \overline{B} D + A B C \overline{D} \\
 &= (\overline{A} + C) \cdot (\overline{A} + \overline{D}) \cdot (\overline{B} + C) \cdot (\overline{B} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= (\overline{A} \overline{A} + \overline{A} \overline{D} + A C + C \overline{D}) \cdot (\overline{B} \overline{B} + \overline{B} \overline{D} + B C + C \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= (\overline{A} + \overline{A} \overline{D} + A C + C \overline{D}) \cdot (\overline{B} + \overline{B} \overline{D} + B C + C \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= (\overline{A} + C \overline{D}) \cdot (\overline{B} + C \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= (\overline{A} \overline{B} + A C \overline{D} + \overline{B} C \overline{D} + C \overline{D} \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= (\overline{A} \overline{B} + A C \overline{D} + \overline{B} C \overline{D} + C \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= (\overline{A} \overline{B} + C \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + D) \\
 &= \overline{A} \overline{A} \overline{B} + \overline{A} \overline{B} B + A \overline{B} \overline{C} + A B D + \overline{A} C \overline{D} + \overline{B} C \overline{D} + \overline{A} C \overline{D} + \overline{B} C \overline{D} \\
 &= \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} \overline{B} D + \overline{A} C \overline{D} + \overline{B} C \overline{D} \\
 Y_{KNF} &= (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{C} + D) \cdot (\overline{B} + \overline{C} + D)
 \end{aligned}$$

De Morganovo pravidlo
Pravidlo o viacnásobnej negácii
Distributivnosť
4. pravidlo
Absorbčné pravidlo
4. pravidlo, komutatívnosť
Distributivnosť
Pravidlo o komplemente
Pravidlo spójovania
Absorbčné pravidlo
De Morganovo pravidlo

Počet použitých logických členov: 9 (4xNOT, 1xAND, 4xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 20 (4 do NOT, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 4 do AND)

Funkcia Z



Počet použitých logických členov: 2 (1xNOT, 1xAND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 3 (1 do NOT, 2 do AND)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 10

Počet vstupov pre logickú funkciu: 22

5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		C			
		D			
A	B	1	1	1	0
		1	1	1	0
		0	0	0	1
		1	1	1	0
Y					

		C			
		D			
A	B	0	0	0	1
		0	0	0	1
		0	0	0	1
		0	0	0	1
		Z			

Zhodnotenie:

Zo schémy som vyjadril funkcie Y a Z, ktoré sme následne vhodnými pravidlami upravili do základného tvaru. Tvar, ktorý nám vyšiel sa nazýva DNF tvar obvodu. Pomocou pravidla dvojitej negácie a následnou úpravou využitím Demorganových pravidiel a pravidiel absorpcie, distributivnosti a pravidla dvojitej negácie som sa dopracoval ku požadovanému KNF tvaru pre obe funkcie. Pri riešení som najviac využíval absorbčné pravidlo, Demorganové pravidlá a pravidlá dvojitej negácie. Vyriešené rovnice som nahral do programu Logisim a overil si tým ich správnosť riešenia. Dopracoval som sa ku tvrdeniu, že funkciu Y je z hľadiska menšieho počtu logických členov lepšie realizovať pomocou KNF. Funkciu Z je z hľadiska menšieho počtu logických členov prijateľnejšie realizovať pomocou DNF.

