基本数值计算方法

第8周习题

更新时间： 2020.04.23

作业要求

1. 请在下周五(2020.04.30)之前在Canvas平台上交作业。 小组作业只需交一份。
2. 脚本文件的要求：
   a) 首行加入注释：用途，作者，日期， 输入变化和输出变量的简要说明
   b) 程序主体的首行加入： clear all; close all; clc
   c) 在程序中加入对变量及算符的注释
   d) 等号两端加入空格。
3. 电子版文件名(若包含多个源文件，请放置在一个目录下后打包成一个文件)格式：第n周作业_姓名_学号.xxx, 或第n周小组作业_小组k.xxx.

小组作业

1. 已知连续函数$f(x)$在$x=-1,0,2,3$处的值分别是$-4,-1,0,3$，
   (1) 应用牛顿插值法中对差商得定义， 手算完成以下表格，

x_i	y_i	**1st**	**2nd**	**3rd**

(2) 修改样本文件 `NewtonInterp.m`，使之能够如下图格打印出以上表格内容， 并且核对以上手算结果是否正确?

```
Table =
    1.0000    1.0000         0         0         0         0         0
    1.2000    0.8333    0.9750         0         0         0         0
    1.4000    0.7143    0.9786    0.9720         0         0         0
    1.6000    0.6250    0.9813    0.9723    0.9713         0         0
    1.8000    0.5556    0.9833    0.9726    0.9713    0.9710         0
```

(3) 编写若干行代码求得$f(1.5)$的近似值.

2. 请阅读参考文献中关于埃特金插值部分(Aitken interpolation method). 埃特金插值方法最显著的两个特点是:
   - 不计算多项式插值中有关多项式的系数， 只是计算插值的结果， 因此埃特金表格上所有数值都是插值的结果。
   - 由此可以估算结果的收敛情况， 使得误差小于预先设置的误差.
     以下是实现埃特金插值方法的代码

```
function [Q R] = aitken(x,y,xval)
% Aitken's method for interpolation.
% Example call: [Q R] = aitken(x,y,xval)
% x and y give the table of values.
% Parameter xval is the value of x at which interpolation is required.
% Q is interpolated value,
% R gives table of intermediate results.
n = length(x); P = zeros(n);
P(1,:) = y;
for j = 1:n-1
    for i = j+1:n
        P(j+1,i) = (P(j,i)*(xval-x(j))-P(j,j)*(xval-x(i)))/(x(i)-x(j));
    end
end
Q = P(n,n); R = [x.' P.'];
```

   (1) 测试以上代码： 利用埃特金插值法重新求解习题1(3), 采用三阶多项式插值的结果是否相同?
   (2) 产生一组函数$f(x)=x^{1.4}-\sqrt{x}+1/x-100$在 `x=20:2:30` 处的函数值。 利用埃特金插值法求解在$f(x)$在区间$[20,30]$上的根。
3. 判断下列哪些函数是否是三次样条?

$$(1)\quad f(x)=\begin{cases}\dfrac{19}{2}-\dfrac{81}{4}x+15x^2-\dfrac{13}{4}x^3, & 1\le x\le 2\\ -\dfrac{77}{2}+\dfrac{207}{4}x-21x^2+\dfrac{11}{4}x^3, & 2\le x\le 3\end{cases}$$

$$(2)\quad f(x)=\begin{cases}11-24x+18x^2-4x^3, & 1\le x\le 2\\ -54+72x-30x^2+4x^3, & 2\le x\le 3\end{cases}$$

$$(3)\quad f(x)=\begin{cases}13-31x+23x^2-5x^3, & 1\le x\le 2\\ -35+51x-22x^2+3x^3, & 2\le x\le 3\end{cases}$$

4. 用$f(x)=1/(1+x^2)$产生一组数据$x=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$.
   (1) 求解紧压三次样条， 其中$p=0.1$, $q=-0.1$， 参考讲义, 给出求解参数a_i,b_i,c_i,d_i的过程和结果。
   (2) 根据(1)的结果求$x=1.5$处的插值， 并与理论值比较。
   (3) 如果$p=0.2$, $q=-0.2$， 结果会有什么不同?
5. 用$f(x)=\sin^2(\pi x/2)$产生一组数据 `x=-1:0.2:1` .
   (1) 使用Matlab内置的多项式拟合函数 `polyfit` 对数据进行二次和四次多项式拟合， 请图示你的结

果.

(2) 使用Matlab内置的三次样条插值函数 `spline` 对数据插值计算， 请图示你的结果并与(1)比较。

提示：Matlab内置三次样条插值函数 `spline` 的基本使用举例

```
x = 0:4; y = [3 1 0 2 4];
p = spline(x,y)
c = p.coefs
xval = 1.5; yval = spline(x,y,xval)
```

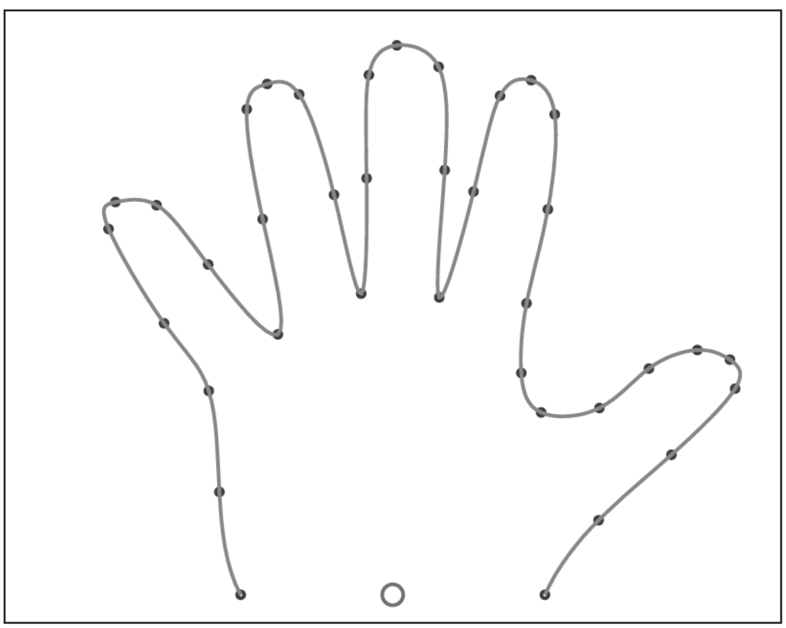
6. 输入以下代码

```
figure('position',get(0,'screensize'))
axes('position',[0 0 1 1])
[x,y] = ginput;
```

你把手放在屏幕上， 通过鼠标在五个手指边缘取若干个点获得坐标， 打入Enter终止。 你也可以设计其他方法取点。

(1) 将你的数据存储至文件。

(2) 从该文件读出数据， 使用分段三阶多项式插值画出你的手， 你的结果应当相似下图。请分别采用Matlab内置函数 `spline` 和 `pchip` 计算并比较结果。



提示： 你也可以使用Matlab内置函数`interp1`中不同的插值方法计算， 请讨论结果。