

基本数值计算方法

第14周习题

更新时间： 2020.06.04

作业要求

请于下周五(2020.06.12)之前在Canvas平台上交作业。

小组作业

1. 复习非线性拟合. 阅读以下脚本

```
xm = [ -0.14; 0.22; 0.98; 1.42; 2.00; 2.16; 2.68; 3.28; 3.32 ];
fm = [ 0.01; 0.09; -0.12; 1.14; 2.18; 0.94; 0.18; 0.05; 0.22];

A = max(fm);
x0 = mean(xm);
s = ( max(xm) - min(xm) ) /2;

tol = 1e-6;
err = Inf;

while err > tol

    f = A*exp(-((xm - x0)/s).^2/2);
    d = fm - f;

    z1 = f/A;
    z2 = f.*(xm - x0)/s^2;
    z3 = f.*(xm - x0).^2/s^3;
    Z = [z1 z2 z3];

    da = (Z.'*Z)\(Z.'*d);
    A = A + da(1);
    x0 = x0 + da(2);
    s = s + da(3);

    err = max(abs(da./[A; x0; s]));
end
```

- (1) 以上脚本计算了什么问题？请写出相应的理论函数和结果。
- (2) 请在脚本的分段处添加注释，以增加脚本的可读性。
- (3) 请添写代码以展示结果，不要遗漏图形的标题，坐标轴的标注，理论函数的表达，以及参数值，并且选择合适的坐标取值区间，曲线宽度等。

2. 从Matlab读取数据

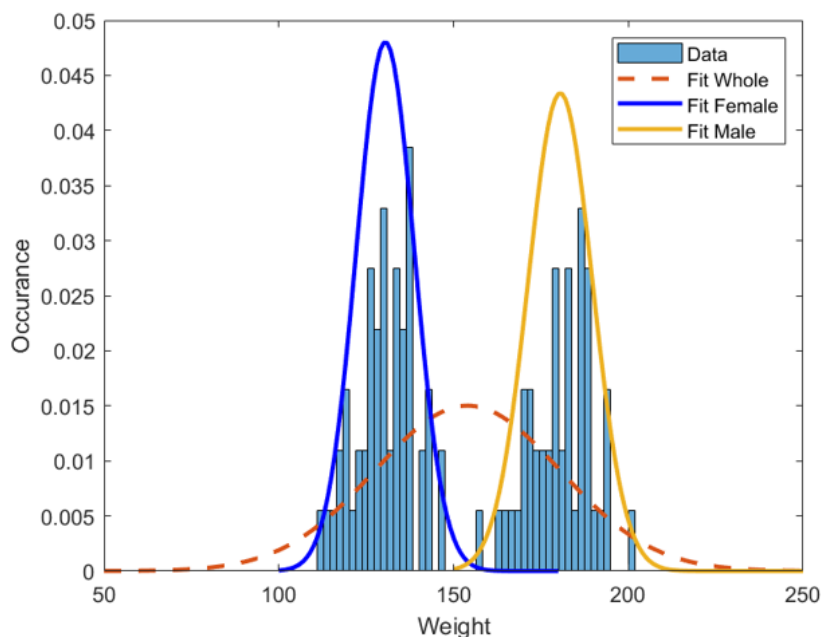
```
load hospital
```

若要获得有关体重的数据，可以采用

```
x = hospital.Weight
```

- (1) 下面图形对男性和女性的体重做了正态分布的拟合。请编写代码，画出体重分布的直方图。
- (2) 请编写代码求得正态分布的相关参数。
- (3) 体重的分布与吸烟有关吗？

提示：请参考matlab内置函数 `fitdist`，或采用题1的方法进行拟合。



3. 随机行走是匈牙利的数学家Polya在1921年最早提出的。请模拟一维粒子的随机行走. 每次走一步，每步向左和向右的概率均为 $1/2$. 另外在点 $x = 0$ 处设置反弹墙，行走至原点后必然改变方向走下一步。在 $x = n$ 处设置吸收墙，行走至此粒子将被吸收，行走结束。

请计算从点 $x = 0$ 开始，平均多少步数后粒子会被吸收？

提示：

- (1) 此题的解析解为 n^2 .
- (2) 以下代码可以模拟左右概率均为 $1/2$ 的一维随机行走：

```

r = rand()
if r < 0.5
    % 向右走
else
    % 向左走
end

```

4. 用舍取法计算积分

$$I = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \cdots \int_0^1 dx_{10} (x_1 + x_2 + \cdots + x_{10})^2$$

(1) $N = 10, 100, 1000, 10000, 100000$. 分别取 $\max(25, \sqrt{N})$ 次计算结果, 每次计算的随机数列的种子不同。

(2) 理论值是 $155/6$. 计算均方差, 绘制均方差 $\sigma(N)$ 和 N 的双对数图, 验证 $\sigma(N) \propto N^{-1/2}$ 。

5. 用平均值法计算积分, 并估计其误差

$$(1) I = \int_0^1 \sqrt{x + \sqrt{x}} dx$$

$$(2) I = \int_0^{5/4} \int_0^{5/4} \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy$$

$$(3) I = \int_0^{7/10} \int_0^{4/5} \int_0^{9/10} \int_0^1 \int_0^{11/10} \sqrt{6 - x^2 - y^2 - z^2 - u^2 - w^2} dx dy dz dy dw$$

6. 设辅助函数 $w(x) = e^{-ax}$, 采用重要抽样法计算

$$\int_0^\pi \frac{dx}{x^2 + \cos^2 x}$$

选择合适的 a , 使得计算结果的均方差最小。