

问题 1 转运问题

两个工厂 A、B 的产量都是 10 万个，三个仓库 x、y、z，产品都先送到仓库。四个顾客甲、乙、丙、丁， 需求量分别为 3、5、4、5 万个。工厂到仓库、仓库到顾客的运费单价(元/个)如下。求总运费最少的运输方案。

表 1 运输方案表

	A	B	甲	乙	丙	丁
x	4	3	5	7	10	20
y	2	1	9	6	7	15
z	5	2	20	6	7	4

1.符号说明

符号	说明
$x1_{ik}$	第 i 个工厂到第 k 个仓库的数量
$x2_{kj}$	第 k 个仓库到第 j 个客户的数量
d_{ik}	第 i 个工厂到第 j 个仓库的运费单价
e_{kj}	第 j 个仓库到第 k 个客户的运费单价
a_i	第 i 个工厂生产的最大值
c_k	第 k 个顾客所需的需求量

2 . 问题分析

- 运费等于运输量乘单价;
要求从工厂先运到仓库，仓库再运到顾客有以下限制条件:
- 1) A、B 最大产量 10 万个
 - 2) 甲乙丙丁顾客需求为 3、5、4、5 万个
 - 3) 工厂运到仓库的量大于等于仓库运给顾客的量

3 . 模型建立

$$minf = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^3 x1_{ik}d_{ik} + \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^4 x2_{kj}e_{kj}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^3 x1_{ik} < a_i, i = 1,2 \\ \sum_{k=1}^3 x2_{kj} > c_j, j = 1,2,3,4 \\ \sum_{i=1}^2 x1_{ik} > \sum_{k=1}^4 x2_{kj} \\ x1_{ik} \geq 0, x2_{kj} \geq 0 \end{array} \right.$$

4.结果分析

Lingo 代码:

```
model:
sets:
factory/1..2/:a;
storage/1..3/:b;
customer/1..4/:c;
link1(factory,storage):x1,d;
link2(storage,customer):x2,e;
endsets
data:
a=10 10;
c=3 5 4 5;
d=4 2 5
    3 1 2;
e=5 7 10 20
    9 6 7 15
    20 6 7 4;
enddata
[obj]min=@sum(link1:x1*d)+@sum(link2:x2*e);
@for(factory(i):
    @sum(storage(k):x1(i,k))<a(i));
@for(customer(j):
    @sum(storage(k):x2(k,j))>c(j));
@for(storage(k):
    @sum(factory(i):x1(i,k))>@sum(customer(j):x2(k,j)));
end
```

	A	B	甲	乙	丙	丁
x	3	0	3	0	0	0

y	4	5	0	5	4	0
z	0	5	0	0	0	5

运费最少为 128 万元

问题 2 连续投资

连续投资 10 万元

A：从第 1 年到第 4 年每年初要投资，次年末回收本利 1.15

B：第 3 年初投资，到第 5 年末回收本利 1.25，最大投资 4 万元

C：第 2 年初投资，到第 5 年末回收本利 1.40，最大投资 3 万元

D：每年初投资，每年末回收本利 1.11。

求：5 年末总资本的最大值以及投资方案。

1 符号说明

符号	说明
x_{ij}	第 j 年投资到第 i 个项目的金额数
a_j	第 j 个年总资本的数额

2 问题分析

第一年的对每个项目投资数总和等于 10 万元；

往后每一年的总资本是前一年总资本，加投资本息，减投资金额

B 项目最大投资 4 万元，C 项目最大投资 3 万元

3 模型建立

$$\begin{aligned}
 \max C &= 1.15x_{41} + 1.11x_{45} + 1.25x_{23} + 1.40x_{32} \\
 \left\{ \begin{aligned}
 &a_1 = x_{11} + x_{41} = 10 \\
 &a_2 = 1.11x_{41} = x_{12} + x_{32} + x_{42} \\
 &a_3 = 1.15x_{11} + 1.11x_{42} = x_{13} + x_{23} + x_{43} \\
 &a_4 = 1.15x_{12} + 1.11x_{43} = x_{14} + x_{44} \\
 &a_5 = 1.15x_{13} + 1.11x_{44} = x_{45} \\
 &a_6 = 1.15x_{14} + 1.11x_{45} + 1.25x_{23} + 1.40x_{32} \\
 &x_{23} \leq 4 \\
 &x_{32} \leq 3 \\
 &x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

4 结果分析

Lingo 代码：

model：

[obj]max=1.15*x14+1.11*x45+1.25*x23+1.40*x32;

x11+x41=10;
x12+x32+x42=1.11*x41;
x13+x23+x43=1.15*x11+1.11*x42;
x14+x44=1.15*x12+1.11*x43;
x45=1.15*x13+1.11*x44;
x23<=4;
x32<=3;

end

表 2 投资方案

	1	2	3	4	5
A	0	0	0	0	
B			0		
C		0			
D	10	11	12.32100	13.67631	15.18070

5 年末总资本的最大值 16.85058 万元