**问题1 聘用问题**

某服务部门一周中每天需要不同数目的雇员，周一到周四每天至少需要50人，周五至少需要80人，周六和周日至少需要90人，规定应聘者需连续工作5天，试确定聘用方案。

表1 聘用方案

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 周一 | 周二 | 周三 | 周四 | 周五 | 周六 | 周日 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 50 | 50 | 50 | 50 | 80 | 90 | 90 |

**1.符号说明**

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 说明 |
|  | 数量为个人在周一至周日中第i天开始上班 |
|  | 每周当天工作的总人数 |
|  | 周一至周日每天所需要上班的人数 |

**2.问题分析**

约束1：周一到周四每天至少需要50人，周五至少需要80人，周六和周日至少需要90人;

约束2：规定应聘者工作为连续的5天；

**3.模型建立**

目标函数：使得聘用总人数最少

一周内每天工作的总人数应该是：如果应聘者工作连续的5天中包括这一天，那么所有符合条件的应聘者的人数的总和就是当天工作的总人数:

当天工作的总人数应该大于等于当天所需要的人数:

工作人数为整数:

数学模型：

**4.结果分析**

表2 聘用结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 周一 | 周二 | 周三 | 周四 | 周五 | 周六 | 周日 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |
|  |  | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |  |
|  |  |  | 40 | 40 | 40 | 40 | 40 |
|  | 3 |  |  | 3 | 3 | 3 | 3 |
|  | 40 | 40 |  |  | 40 | 40 | 40 |
|  | 3 | 3 | 3 |  |  | 3 | 3 |
|  | 4 | 4 | 4 | 4 |  |  | 4 |
|  | 50 | 51 | 51 | 51 | 87 | 90 | 90 |

lingo代码：

model:

min=x1+x2+x3+x4+x5+x6+x7;

x7+x6+x5+x4+x1>50;

x7+x6+x5+x1+x2>50;

x7+x6+x1+x2+x3>50;

x7+x1+x2+x3+x4>50;

x1+x2+x3+x4+x5>80;

x2+x3+x4+x5+x6>90;

x3+x4+x5+x6+x7>90;

@gin(x1);

@gin(x2);

@gin(x3);

@gin(x4);

@gin(x5);

@gin(x6);

@gin(x7);

End

**问题2 投资问题**

某银行经理计划用一笔资金进行为期20年的有价证券的投资，可供购进的证券以及其信用等级、到期年限、收益如下表所示。按照规定，市政证券的收益可以免税，其它证券的收益需按50%的税率到期一次性纳税。此外还有以下要求：

①政府及代办机构的证券总共至少要购进400万元；

②所购证券的平均信用等级不超过1.49，信用等级数字越小，信用程度越高；

③可重复投资，收益可以进行投资。当证券到期后，本金和收益只要能够投资就一定要进行再次投资。但是要求所购所有证券的平均到期限不超过5年，以此鼓励购买短期证券。

若该经理有1000万元资金，应如何投资？

表1 证券投资

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 证券编号 | 证券种类 | 信用等级 | 到期年限 | 到期税前总收益（%） |
| A | 市政 | 2 | 9 | 52.49 |
| B | 代办机构 | 2 | 15 | 100.00 |
| C | 政府 | 1 | 4 | 16.99 |
| D | 政府 | 1 | 3 | 11.84 |
| E | 市政 | 5 | 2 | 7.12 |

1. **符号说明**

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 说明 |
|  | 第i年对第j种证券的投资金额 |
|  | 第j种证券的收益率 |
|  | 第j种证券的税率 |
|  | 第j种证券的信用等级 |
|  | 第j种证券的到期年限 |

1. **问题分析**

表2 投资年份

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A（9年） | | B（15年） | | C（4年） | | D（3年） | | E（2年） | |
|  | 可以购买的年份 | 结存后可以继续投资的年份 | 可以购买的年份 | 结存后可以继续投资的年份 | 可以购买的年份 | 结存后可以继续投资的年份 | 可以购买的年份 | 结存后可以继续投资的年份 | 可以购买的年份 | 结存后可以继续投资的年份 |
| 1 | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  |
| 2 | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  |
| 3 | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE | TRUE |
| 4 | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 5 | TRUE |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 6 | TRUE |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 7 | TRUE |  |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 8 | TRUE |  |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 9 | TRUE |  |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 10 | TRUE | TRUE |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 11 | TRUE | TRUE |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 12 | TRUE | TRUE |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 13 |  | TRUE |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 14 |  | TRUE |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 15 |  | TRUE |  |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 16 |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 17 |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 18 |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE | TRUE |
| 19 |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE |  | TRUE | TRUE | TRUE |
| 20 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

约束1：证券编号E为最短到期年限2年，

1.1最后一次投资的年份有两年：包括在19和20年份收益的投资的本息；

1.2首次本金投资的年份有两年，最早的收益发生在第3年；

约束2：总金额有1000万资金；

约束3：年初投资总额是上一年到期本金与收益之和；

约束4：有些不能年份投资为零；

约束5：政府及代办机构的证券总共至少要购进400万元；

约束6：所购证券的平均信用等级不超过1.49；

约束7：所购所有证券的平均到期限不超过5年；

约束8：纳税规定上市政证券的收益可以免税，其它证券的收益需按50%的税率到期一次性纳税；

1. **模型建立**

目标函数：每种证券最后一次投资的本利的总和。证券编号E为最短到期年限2年，所以最后一次投资的年份有两年：包括在19和20年份收益的投资的本息：

首次本金投资的年份有两年，最早的收益发生在第3年：

收益年份不在20年内收不到钱，不进行投资：

年初的投资总额是 上一年到期本金与利益之和：

政府及代办机构的证券总共至少要购进400万元:

所购证券的平均信用等级不超过1.49:

所购所有证券的平均到期限不超过5年:

数学模型：

s.t

1. **结果分析**

表3 投资方案

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D | E |
| 1 | 707.7289 |  |  |  | 292.2711 |
| 3 | 313.0808 |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  | 1079.216 |  |
| 12 | 446.0281 |  |  | 31.38878 |  |
| 14 |  |  | 1170.895 |  |  |
| 15 |  |  |  | 33.247 |  |
| 18 |  |  |  | 1305.578 |  |

Lingo代码：

model:

sets:

zq/1..5/:a,b,r,c;

sj/1..19/:;

link(sj,zq):x;

endsets

data:

a=2 2 1 1 5;

b=9 15 4 3 2;

r=0.5249 1 0.1699 0.1184 0.072;

c=0 0.5 0.5 0.5 0;

enddata

max=@sum(link(i,j)|i#ge#(20-b(j))#and#i#le#(21-y(j)):x(i,j)+ x(i,j)\*r(j)\*(1-t(j)));

@sum(link(i,j)|i#ge#1#and#i#le#2:x(i,j))=1000;

@for(link(i,j)|i#gt#(21-b(j)):x(i,j)=0);

@for(sj(i)|i#ge#3:@sum(zq(j):x(i,j))=@sum(zq(j)|i#ge#(b(j)+1):(x(i-b(j),j)+x(i-b(j),j)\*r(j)\*(1-c(j)))));

@sum(link(i,j)|j#ge#2#and#j#le#4:x(i,j))>400;

@sum(link(i,j):x(i,j)\*a(j))/@sum(link(i,j):x(i,j))<1.49;

@sum(link(i,j):x(i,j)\*b(j))/@sum(link(i,j):x(i,j))<5;

End