Praca Domowa Termodynamika i Fizyka Statystyczna R 2021/2022

Kacper Cybiński

12 maja 2022

1 Zadanie 2

Jeden mol gazu doskonałego o znanej wartości C_V przeszedł ze stanu opisanego parametrami p_0, V_0 do stanu o objętości $V_1 = 2V_0$. Przemiana była prowadzona z zachowaniem równości $p^2V = \text{const.}$ Wyznacz wykonaną pracę, ciepło wymienione z otoczeniem oraz zmianę energii wewnętrznej gazu.

2 Rozwiązanie

Praca wykonana w trakcie przemiany jest dana wzorem:

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} pdV$$

W trakcie przemiany zachowana jest wartość p^2V, a więc także wartość $p\sqrt{V}$. Stąd można napisać:

$$W = -\int_{V_0}^{V_1} p\sqrt{V}\frac{dV}{\sqrt{V}} = -\int_{V_0}^{V_1} p_0\sqrt{V_0}\frac{dV}{\sqrt{V}}$$
$$W = -2p_0\sqrt{V_0}\left(\sqrt{V_1} - \sqrt{V_0}\right) = -2p_0V_0(\sqrt{2} - 1)$$

Policzmy teraz zmianę energii wewnętrznej:

$$\Delta U = \int_{T_0}^{T_1} c_V dT = c_V\left(T_1 - T_0\right) = \frac{C_V}{R}\left(2p_1V_0 - p_0V_0\right)$$

Wiadomo że $p_1^2V_1 = p_0^2V_0$, a stąd dostać można $p_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}p_0$. Podstawiając tę zależność do wzoru na zmianę energii wewnętrznej dostajemy:

$$\Delta U = \frac{C_V}{R}p_0V_0(\sqrt{2} - 1)$$

Dostarczone ciepło wyznaczyć można z pierwszej zasady termodynamiki:

$$Q = \Delta U - W = \frac{C_V}{R}p_0V_0(\sqrt{2} - 1) + 2p_0V_0(\sqrt{2} - 1) = p_0V_0(\sqrt{2} - 1)\left(\frac{C_V + 2R}{R}\right)$$