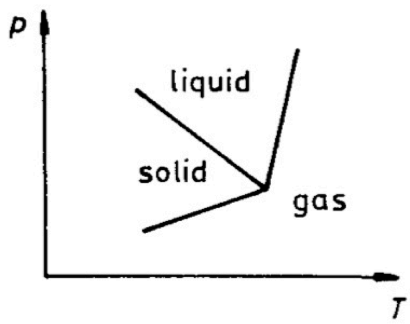
Praca Domowa Termodynamika i Fizyka Statystyczna R 2021/2022

Kacper Cybiński

26 maja 2022

1 Zadanie 1s

1. Amerykańscy naukowcy z instytutu Totally Reliable University of Middle Pennsylvania donieśli o wytworzeniu interesującego materiału *greatamericanum*, którego diagram fazowy naszkicowano poniżej.



Jak widać z obrazka, wzdłuż linii współistnienia faz zachodzi związek

$$0 < \left(\frac{dp}{dT}\right)_{sg} < -\left(\frac{dp}{dT}\right)_{sl} < \left(\frac{dp}{dT}\right)_{lg} .$$

Czy możemy wierzyć tym doniesieniom?

2 Rozwiązanie

Wiadomo, że $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T}$ można zapisać jako $\frac{Q}{T\Delta v}$, gdzie Q to ciepło przemiany, T to temperatura przemiany. Po dłuższym wpatrywaniu się w rysunek wywnioskować można, że ciepła każdej z przemian będą większe od 0. Podobnie temepratury przemiany będą większe od 0. Skoro, tak to na podstawie nierówności podanych w treści zadania wywnioskować można, że dla Δv spełnione są nierówności:

$$\Delta v_{sg} > 0$$
$$\Delta v_{sl} < 0$$
$$\Delta v_{lg} > 0$$

Dla wygody wprowadźmy oznaczenia $A = \frac{Q_{sg}}{T_{sg}}, B = \frac{Q_{sl}}{T_{sl}}, C = \frac{Q_{lg}}{T_{lg}}$. Wówczas nierówności z treści zadania zapisać można jako:

$$0 < \frac{A}{\Delta v_{sg}} < -\frac{B}{\Delta v_{sl}} < \frac{C}{\Delta v_{lg}}$$

Dostajemy stąd układ 3 nierówności, których prawdziwość chcemy sprawdzić.

$$\frac{A}{\Delta v_{sg}} < -\frac{B}{\Delta v_{sl}}$$
$$\frac{A}{\Delta v_{sg}} < \frac{C}{\Delta v_{lg}}$$
$$-\frac{B}{\Delta v_{sl}} < \frac{C}{\Delta v_{lg}}$$

Przekształćmy te nierówności:

$$A\Delta v_{sl} > -B\Delta v_{sg}$$
$$C\Delta v_{sg} > A\Delta v_{lg}$$
$$-B\Delta v_{lg} > C\Delta v_{sl}$$

Dodając stronami 1 i 3 nierówność oraz 2 i 3 dostajemy nierówności:

$$(A + B - C)\Delta v_{sl} > 0$$
$$(A + B - C)\Delta v_{lg} < 0$$

Wynika z tego, że zachodzi $A + B - C < 0$. Dodajmy teraz stronami 1 i 2 nierówność. Dostajemy z tego:

$$A\left(-\Delta v_{sl} + \Delta v_{lg}\right) < (B + C)\Delta v_{sg}$$
$$A\left(\Delta v_{sl} - \Delta v_{lg}\right) + (B + C)\Delta v_{sg} > 0$$

Ale wiemy, że $A < -B + C$, a stąd:

$$(-B + C)\left(\Delta v_{sl} - \Delta v_{lg}\right) + (B + C)\Delta v_{sg} > A\left(\Delta v_{sl} - \Delta v_{lg}\right) + (B + C)\Delta v_{sg} > 0$$

$$2B\Delta v_{lg} + 2C\Delta v_{sl} > 0$$
$$\frac{C}{\Delta v_{lg}} < -\frac{B}{\Delta v_{sl}}$$

Co jest sprzeczne z początkowymi nierównościami. Wynika stąd, że taka substancja nie może istnieć.