OPRACOWANIE ZAGADNIEŃ NA EGZAMIN DYPLOMOWY

SPIS TREŚCI

1 ZAGADNIENIA OBEJMUJĄCE PODSTAWOWE TREŚCI PROGRAMOWE KIERUNKU STUDIÓW FIZYKA TECHNICZNA DO EGZAMINU DYPLOMOWEGO NA STUDIACH II STOPNIA

1.1 *Ruch w mechanice newtonowskiej i relatywistycznej*

1 Zasada dynamiki Newtona:

I zasada dynamiki Newtona zakłada istnienie inercjalnego układu odniesienia. Układ inercjalny to taki, w którym cząstka nie podlegająca oddziaływaniu z otoczeniem, spoczywa lub porusza się po prostej ze stałą predkością (układy inercjalne poruszają się ruchem jednostajnym lub spoczywają względem siebie).

2 Zasada dynamiki Newtona:

W inercjalnym układzie odniesienia jeśli siły działające na ciało nie rownoważą się ($\vec{F_w} \neq 0$) to ciało porusza się z przyśpieszeniem wprost proporcjonalnym do siły wypadkowej, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała:
$\vec{a} = \frac{1}{m} * \vec{F_w}$
$\vec{F_w} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$
Pierwsza zasada dynamiki Newtona jest szczególnym przypadkiem drugiej zasady dynamiki Newtona (gdy $\vec{F_w} = 0$).

3 Zasada dynamiki Newtona:

Oddziaływania ciał są zawsze wzajemne. Jeżeli ciało A działa na ciało B siła $\vec{F}$ (akcja), to ciało B działa na ciało A siłą o takiej samej wartości i kierunku, lecz przeciwnym zwrocie (reakcja).

Szczególna teoria względności

1 postulat:

We wszystkich układach inercjalnych prawa fizyki są jednakowe (zasada względności).

2 postulat:

Dla wszystkich obserwatorów inercjalnych prędkość światła w próżni (c) jest taka sama i nie zależy od prędkości źródła światła.

Powyższe postulaty Einsteina prowadzą do tranformacji Lorentza:
Rozważmy układ K oraz układ K′ poruszający się względem K z predkością v_x wzdłuż osi OX (dla t = t′ = 0 początki układów współrzednych 0_K i $0_{K'}$ pokrywają się), wtedy:
$t' = \gamma(t - \frac{v_x x}{c^2})$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_x^2}{c^2}}}$
$x' = \gamma(x - v_x t)$, y′=y, z′=z

Konsekwencje szczególnej teorii względności:

- Względność jednoczesności - dwa zdarzenia określone przez jednego obserwatora jako jednoczesne, mogą nie być jednoczesne dla innego obserwatora.
- Dylatacja czasu - czas, jaki mija pomiędzy dwoma zdarzeniami, nie jest jednoznacznie określony, lecz zależy od ruchu obserwatora (paradoks bliźniąt).
- Relatywistyczne składanie prędkości.
- Masa jest równoważna energii $E = mc^2$.
- Ciała bezmasowe poruszają się z prędkością c, dla ciał z niezerową masą niemożliwe jest osiągnięcie prędkości c.
- Skrócenie Lorentza.

1.2 *Zasady zachowania i symetrie w fizyce*

Jeśli układ posiada pewną symetrię, oznacza to, że równania opisujące ten układ nie zmieniają swojej postaci po dokonaniu przekształceń symetrii.

Dyskretne przekształcenia symetrii to takie, których nie można sparametryzować np.

- Teoria grup i symetrii translacyjnej dla sieci periodycznej w kryształach.
- Symetria permutacyjna funkcji falowej dla układu wielu ciał - związana z nierozróżnialnością cząstek elementarnych (zamiana miejscami cząstek układu nie zmiłaby równań opisujących układ).
- Symetria zwierciadlana **P** związana z przekształceniem odbicia przestrzennego (zmiana znaków składowych przestrzennych wektorów na przeciwne).
- Odwracalność w czasie **T** (zmiana znaku czasu w równaniach).
- Parzystość ładunkowa **C** (zmiana znaku ładunku).

Elektromagnetyzm, grawitacja i oddziaływania silne są niezmiennicze względem każdej z ostatnich trzech wymienionych symetrii (CPT) osobno, jednakże w przypadku oddziaływań słabych niezmienniczość jest zachowana tylko w przypadku łącznego ich działania CPT (rozpad β łamie symetrie P i C, ale zachowuje połączoną symetrie CP, która dla odmiany jest łamana w przypadku rozpadu mezonów K).

Symetrie związane z ciągłymi przekształceniami są bezpośrednio związane z istnieniem zasad zachowania - związek ten opisuje twierdzenie Noether. Zgodnie z tym twierdzeniem, z daną symetrią układu jest związanych tyle praw zachowania, ile ciągłych rzeczywistych parametrów potrzebnych jest do sparametryzowania odpowiadających tej symetrii przekształceń np.

- Zasada zachowania energii wynika z symetrii związanej z przesunięciem w czasie - niezmienniczości działania S opisującego ruch danego układu od czasu (t - parametr). Jeżeli układ absorbuje lub emituje energie, wówcząs to działanie jest funkcją czasu (t) - odpowiada to w konsekwencji zmianie energii układu.
- Zasada zachowania pędu wynika z symetrii związanej z przesunięciem układu w przestrzeni.
- Zasada zachowania momentu pędu wynika z z symetrii związanej z obrotem układu.
- Zasada zachowania ładunku wyniki z niezmienniczości funkcji falowej elektronu względem transformacji cechowania.

1.3 *Klasyczny i kwantowy oscylator harmoniczny*

Klasyczny oscylator harmoniczny – to ciało o masie m na które działa siła proporcjonalna do wychylenia x ciała od stanu równowagi i mająca przeciwny zwrot:
$\vec{F} = -k\vec{x}$,
gdzie k jest stałą wielkością (tzw. stałą sprężystości). Przykładem oscylatora harmonicznego jest ciało na sprężynie, wykonujące niewielkie drgania od położenia równowagi, co zapewnia słuszność założenia o proporcjonalności siły do wychylenia (dla dużych wychyleń założenie to nie byłoby słuszne). Układ drgający ma energię potencjalną:
$U(\vec{x}) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$,
która jest tym większa, im większe jest rozciągnięcie sprężyny ($\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ jest częstotliwością kołową ruchu drgającego). Energia całkowita układu jest sumą energii kinetycznej i potencjalnej:
$E = \frac{p^2}{2m} + U(x)$,
gdzie $p = mv$ oznacza pęd ciała drgającego w położeniu x. Całkowita energia układu drgającego harmonicznie nie ulega zmianie w czasie, mimo że energia potencjalna zamienia się cyklicznie w energię kinetyczną i odwrotnie, kinetyczna przechodzi w potencjalną.

W mechanice kwantowej do opisu ruchu układów fizycznych stosuje się zamiast równania Newtona równanie Schrödingera. Konkretna jego postać zależy od opisywanej sytuacji fizycznej. Jedną z metod znalezienia postaci równania Schrödingera w konkretnych przypadkach jest tzw. metoda kwantowania, polegająca na zamianie w równaniach ruchu mechaniki klasycznej pędu ciała p na operator pędu $\hat{p}$. Współrzędne położenia ciała, np. x pozostawia się przy tym bez zmian (nadając mu teraz nazwę operatora położenia).

Słuszność tej metody uzasadnia fakt, że otrzymane za jej pomocą równania dają przewidywania zgodne z wynikami eksperymentów. W przypadku ruchu jednowymiarowego operator pędu ma postać:
$\hat{p} = -i\hbar\frac{d}{dx}$

Ponieważ poszukiwany jest opis stanu układu w zależności od współrzędnych x, dlatego trzeba znaleźć jawną postać równania Schrödingera w reprezentacji położeniowej, przy czym dla uproszczenia założymy, że energia układu jest niezmienna. (Podobnie zakłada się, rozwiązując zagadnienie poziomów energetycznych atomu wodoru). Jest to uzasadnione, jeżeli układ drgający pozostaje dłuższy czas w izolacji od otoczenia. Dlatego stosuje się równanie Schrödingera niezależne od czasu:
$\hat{H}\Psi(x,t) = E\Psi(x,t)$,
gdzie E oznacza energię układu. Pozostaje znalezienie jawnej postaci operatora Hamiltona $\hat{H}$. W tym celu do wyrażenia na energię całkowitą E oscylatora klasycznego (patrz wyżej) w miejsce klasycznego pędu p podstawia się operator pędu $\hat{p}$:
$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$.
Podstawiając jawną postać operatora pędu, otrzymuje się ostatecznie:
$\hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$.
Równanie Schrödingera niezależne od czasu przyjmuje więc postać:
$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x) + \frac{1}{2}m\omega^2x^2\psi(x) = E\psi(x)$.
Rozwiązując powyższe równanie otrzymujemy zbiór możliwych stanów stacjonarnych (niezależnych od czasu) układu $\psi_n(x)$, dla n = 0,1,2,... . Stanom własnym odpowiadają wartości własne (energie oscylatora) o następujących wartościach:
$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$, dla n = 0,1,2,... .
Układ kwantowy drgający harmonicznie przyjmuje tylko wyróżnione wartości energii, czym różni się od układu klasycznego (makroskopowego) – ten ostatni może drgać, mając dowolną wartość energii. Ponieważ drgające układy mikroskopowe faktycznie przyjmują dyskretne poziomy energii, widoczne się staje, że teoria Schrödingera dostarcza właściwego ich opisu. Najmniejsza energia drgań nie jest zerowa, gdyż $E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$. Jest to tzw. energia drgań zerowych, która nie jest znana fizyce klasycznej. Istnienie tej energii oznacza, że układ kwantowy nigdy nie może być w absolutnym spoczynku.

1.4 *Fizyczna treść równań Maxwella i równania falowego.*

$$
\begin{aligned}
&1)\ \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon};\\
&2)\ \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{\partial\Phi_B}{\partial t};\\
&3)\ \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0;\\
&4)\ \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu I + \mu\varepsilon\frac{\partial\Phi_E}{\partial t}
\end{aligned}
$$

(a) Postać całkowa.

$$
\begin{aligned}
&1)\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon};\\
&2)\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t};\\
&3)\nabla\cdot\vec{B} = 0;\\
&4)\nabla\times\vec{B} = \mu\vec{j} + \mu\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}.
\end{aligned}
$$

(b) Postać różniczkowa.

Rysunek 1: Równania Maxwella.

Rysunek 1 przedstawia równania Maxwella, gdzie:
ϱ - gęstość ładunku,
ε - przenikalność dielektryczna,
μ - przenikalność magnetyczna,
$\vec{j}$ - gęstość prądu,
Φ_B- strumień indukcji magnetycznej,
Φ_E- strumień natężenia pola elektrycznego,
$\nabla * \vec{F} = \frac{\partial F_x(x,y,z)}{\partial x} + \frac{\partial F_y(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\partial F_z(x,y,z)}{\partial z}$ - dywergencja pola wektorowego $\vec{F} = [F_x, F_y, F_z]$,
$\nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = (\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z})\mathbf{i} + (\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x})\mathbf{j} + (\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y})\mathbf{k}$ - rotacja pola wektorowego $\vec{F}$.

Sens fizyczny praw Maxwella:

1) Prawo Gaussa dla elektryczności - źródłem pola elektrycznego są ładunki, a strumień tego pola przez dowolną powierzchnię zamkniętą zależy tylko od ładunku zamkniętego przez tę powierzchnię.

2) Prawo Faradaya - zmiana strumienia indukcji magnetycznej przez powierzchnię zamkniętej pętli powoduje powstanie w tej pętli siły elektromotorycznej indukcji (SEM), a kierunek płynącego prądu jest taki, żeby przeciwdziałać zmianom powodującym indukcję (reguła Lenza).

3) Prawo Gaussa dla magnetyzmu - nie istnieją ładunki magnetyczne, a strumień pola magnetycznego przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest równy 0.

4) Prawo Ampere'a - zmienne pole elektryczne i płynący prąd powodują powstanie pola magnetycznego.

Dla fali elektromagnetycznej w próżni wektory $\vec{E}$ i $\vec{B}$ drgają w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych i dla fali rozchodzącej się w kierunku osi x możemy przyjąć taki układ odniesienia aby wektor $\vec{E}$ drgał w kierunku osi y a wektor $\vec{B}$ w kierunku osi z. Zatem wektory $\vec{E}$ i $\vec{B}$ mają tylko po jednej składowej:
$\vec{E} = [0, E, 0]$,
$\vec{B} = [0, 0, B]$.
Liczmy rotację wektorów $\vec{E}$ i $\vec{B}$ (wykorzystując fakt, że nasza fala jest falą płaską i pola $\vec{E}$ i $\vec{B}$ zmieniają się tylko względem współrzędnej x, czyli że $\frac{\partial E}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial B}{\partial y} = 0$):
$\nabla \times \vec{E} = \mathbf{k}\frac{\partial E}{\partial x}$,
$\nabla \times \vec{B} = -\mathbf{j}\frac{\partial B}{\partial x}$.

Korzystając z równań Faradaya oraz Ampera w postaci różniczkowej otrzymujemy (poszukujemy równania dla fal elektromagnetycznych rozchodzących się w próżni gdzie nie będą występowały prądy przewodzenia, czyli $\vec{j}$ = 0):
$\mathbf{k}\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mathbf{k}\frac{\partial B}{\partial t}$,
$\mathbf{j}\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0\epsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\mathbf{j}\mu_0\epsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$.
W efekcie dostajemy układ dwóch równań:
$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$,

$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$.

Równania falowe dla $\vec{E}$ i $\vec{B}$ będą miały identyczną postać. Jeżeli zdecydujemy się szukać równania dla $\vec{E}$, to eliminujemy z naszego układu równań $\vec{B}$ przez utworzenie pochodnych mieszanych $\vec{E}$ względem x i t. Różniczkujemy zatem pierwsze równanie po x, a drugie po t (jeśli chcemy szukać równania dla $\vec{B}$ eliminujemy w ten sam sposób z naszych równań $\vec{E}$):
$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B}{\partial t \partial x}$,
$\frac{\partial^2 B}{\partial t \partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$.
Z powyższego układu równań otrzymujemy poszukiwane równanie falowe dla pola $\vec{E}$:
$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$
Znając ogólną postać równania falowego dla fali rozchodzącej się z predkością v w kierunku osi x:
$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 0$
otrzymujemy związek pomiędzy prędkością światła w próżni (c) a wartościami przenikalności elektrycznej i magnetycznej próżni:
$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$.
Rozwiązanie równania falowego dla pola $\vec{E}$ ma postać:
$\vec{E} = \vec{E_0} \sin(kx - \omega t)$,
gdzie: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = ck$.

2 SPECJALNOŚĆ: EKSPLORACJA DANYCH I MODELOWANIE INTERDYSCYPLINARNE