

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

**Цель работы:** изучить методы решения транспортной задачи.

**Программная обеспечение:** PyCharm, Python 3.8 (библиотеки `scipy`, `cvxopt`), Jupyter notebook, MS Word.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомьтесь с теорией по теме «Линейное программирование. Транспортная задача».

2. Выберите свой вариант задания согласно правилу:  $1 + (N-1) \% 12$ , где  $N$  – номер студента по списку,  $\%$  - операция между двумя целыми числами, результатом которой является остаток.

3. Разработайте алгоритм решения задач в том числе с использованием библиотек `cvxopt` и `scipy`.

4. Отладьте разработанную программу и покажите результат работы программы преподавателю.

5. Составьте отчет по лабораторной работе и предоставьте его преподавателю в электронном виде.

Если работа выполнялась в среде Jupyter notebook, то на проверку необходимо сдать файл, в котором проводились расчеты (с расширением `.ipynb`). Если работа выполнялась в PyCharm, то необходимо сделать скриншоты и составить отчет в формате `docx`.

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие сведения:

- титульный лист с указанием номера варианта задания;
- формулировка задачи;
- листинг разработанной программы с подробными комментариями;
- экономико-математическую модель транспортной задачи;
- результаты работы программы;
- выводы.

6. Устно отчитайте лабораторную работу, ответив на предложенные преподавателем вопросы из раздела «Контрольные вопросы».

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

### ЗАДАНИЕ

Разработать алгоритм получения опорного плана методом северо-западного угла и минимального тарифа. Найти опорные планы, используя данные алгоритмы, транспортной задачи в соответствии со своим вариантом. В ответе должен быть план перевозок и значение целевой функции. Записать экономико-математическую модель транспортной задачи.

Получить оптимальное решение транспортной задачи симплексным методом, используя библиотеки `scipy` или `cvxopt`. Сравнить с опорным планом. Сделать вывод.

#### Вариант 1

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	2 x <sub>11</sub>	6 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	400
A <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	3 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	60
A <sub>3</sub>	7 x <sub>31</sub>	6 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	130
Потребности	210	50	120	210	

#### Вариант 2

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	4 x <sub>12</sub>	2 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	500
A <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	40
A <sub>3</sub>	2 x <sub>31</sub>	3 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	360
Потребности	250	350	100	200	

#### Вариант 3

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7 x <sub>11</sub>	4 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	440
A <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	200
A <sub>3</sub>	8 x <sub>31</sub>	6 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	7 x <sub>34</sub>	30
Потребности	250	140	120	160	

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

### Вариант 4

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
А <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	3 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	9 x <sub>14</sub>	110
А <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	5 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	8 x <sub>24</sub>	150
А <sub>3</sub>	4 x <sub>31</sub>	7 x <sub>32</sub>	2 x <sub>33</sub>	7 x <sub>34</sub>	360
Потребности	210	100	100	210	

### Вариант 5

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
А <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	7 x <sub>12</sub>	2 x <sub>13</sub>	2 x <sub>14</sub>	200
А <sub>2</sub>	1 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	1 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	230
А <sub>3</sub>	1 x <sub>31</sub>	1 x <sub>32</sub>	7 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	270
Потребности	110	90	350	150	

### Вариант 6

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
А <sub>1</sub>	2 x <sub>11</sub>	6 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	5 x <sub>14</sub>	310
А <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	3 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	240
А <sub>3</sub>	7 x <sub>31</sub>	6 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	130
Потребности	210	100	160	210	

### Вариант 7

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
А <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	4 x <sub>12</sub>	9 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	610
А <sub>2</sub>	1 x <sub>21</sub>	9 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	260
А <sub>3</sub>	2 x <sub>31</sub>	3 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	300
Потребности	520	350	100	200	

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

### Вариант 8

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	7 x <sub>11</sub>	4 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	100
A <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	400
A <sub>3</sub>	8 x <sub>31</sub>	6 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	7 x <sub>34</sub>	200
Потребности	120	210	150	220	

### Вариант 9

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	3 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	1 x <sub>14</sub>	180
A <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	1 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	8 x <sub>24</sub>	150
A <sub>3</sub>	4 x <sub>31</sub>	7 x <sub>32</sub>	2 x <sub>33</sub>	7 x <sub>34</sub>	300
Потребности	210	100	210	110	

### Вариант 10

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	3 x <sub>12</sub>	2 x <sub>13</sub>	2 x <sub>14</sub>	260
A <sub>2</sub>	1 x <sub>21</sub>	5 x <sub>22</sub>	1 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	320
A <sub>3</sub>	1 x <sub>31</sub>	4 x <sub>32</sub>	7 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	310
Потребности	210	140	450	90	

### Вариант 11

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	2 x <sub>11</sub>	6 x <sub>12</sub>	1 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	410
A <sub>2</sub>	3 x <sub>21</sub>	2 x <sub>22</sub>	9 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	120
A <sub>3</sub>	7 x <sub>31</sub>	6 x <sub>32</sub>	3 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	160

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
Потребности	210	150	120	210	

### Вариант 12

Поставщики	Потребители				Запасы
	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	В <sub>3</sub>	В <sub>4</sub>	
A <sub>1</sub>	5 x <sub>11</sub>	4 x <sub>12</sub>	9 x <sub>13</sub>	3 x <sub>14</sub>	160
A <sub>2</sub>	1 x <sub>21</sub>	1 x <sub>22</sub>	4 x <sub>23</sub>	5 x <sub>24</sub>	350
A <sub>3</sub>	2 x <sub>31</sub>	3 x <sub>32</sub>	1 x <sub>33</sub>	2 x <sub>34</sub>	330
Потребности	170	350	120	200	

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Пример 1.** Решить транспортную задачу симплексным методом,

Поставщики	Потребители			Запасы
	B1	B2	B3	
A1	3	5	1	700
A2	7	8	2	600
A3	10	3	4	300
Потребности	850	320	430	

Экономико-математическая модель:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 700 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 600 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 300 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 850 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 320 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 430 \\ x_{ij} \geq 0, i = 1, 3, j = 1, 3 \end{cases}$$

$$F(X) = 3x_{11} + 5x_{12} + x_{13} + 7x_{21} + 8x_{22} + 2x_{23} + 10x_{31} + 3x_{32} + 4x_{33} \rightarrow \min$$

Воспользуемся модулем linprog библиотеки SciPy

```

main.py ×
1  #Загрузка необходимого модуля
2  from scipy.optimize import linprog
3  #Ввод стоимости перевозки одной единицы продукции
4  c=[3,5,1,7,8,2,10,3,4]
5  A_ub=[[1,1,1,0,0,0,0,0,0],
6       [0,0,0,1,1,1,0,0,0],
7       [0,0,0,0,0,0,1,1,1]]
8  #Запасы поставщиков
9  b_ub=[700, 600, 300]
10 A_eq=[[1,0,0,1,0,0,1,0,0],
11        [0,1,0,0,1,0,0,1,0],
12        [0,0,1,0,0,1,0,0,1]]
13 #Потребности потребителей
14 b_eq=[850, 320, 430]
15 #Решение задачи симплексным методом
16 print(linprog(c,A_ub, b_ub, A_eq, b_eq, method="simplex"))
17

```

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

```

con: array([0., 0., 0.])
fun: 5070.0
message: 'Optimization terminated successfully.'
nit: 12
slack: array([0., 0., 0.])
status: 0
success: True
x: array([700., 0., 0., 150., 20., 430., 0., 300., 0.])

```

Таким образом, стоимость перевозки составляет 5070 руб.  
План перевозки:

$$X = \begin{pmatrix} 700 & 0 & 0 \\ 150 & 20 & 430 \\ 0 & 300 & 0 \end{pmatrix}$$

## Пример 2. Решить задачу, рассмотренную в примере 1 с использованием библиотеки cvxopt

```

1 from cvxopt.modeling import variable, op
2
3 x = variable(9, 'x')
4
5 z = (3 * x[0] + 5 * x[1] + 1 * x[2] + 7 * x[3] + 8 * x[4] + 2 * x[5] + 10 * x[6] + 3 * x[7] + 4 * x[8])
6 m1 = (x[0] + x[1] + x[2] <= 700)
7 m2 = (x[3] + x[4] + x[5] <= 600)
8 m3 = (x[6] + x[7] + x[8] <= 300)
9 m4 = (x[0] + x[3] + x[6] == 850)
10 m5 = (x[1] + x[4] + x[7] == 320)
11 m6 = (x[2] + x[5] + x[8] == 430)
12 x_non_negativ = (x >= 0)
13 problem = op(z, [m1, m2, m3, m4, m5, m6, x_non_negativ])
14 problem.solve(solver='glpk')
15 print(problem.status)
16 print(x.value)
17 print(problem.objective.value())

```

```

GLPK Simplex Optimizer, v4.65
15 rows, 9 columns, 27 non-zeros
   0: obj =  0.000000000e+00 inf =  1.600e+03 (3)
   5: obj =  7.170000000e+03 inf =  0.000e+00 (0)
* 11: obj =  5.070000000e+03 inf =  0.000e+00 (0)
OPTIMAL LP SOLUTION FOUND
optimal
[ 7.00e+02]
[ 0.00e+00]
[ 0.00e+00]
[ 1.50e+02]
[ 2.00e+01]
[ 4.30e+02]
[ 0.00e+00]
[ 3.00e+02]
[ 0.00e+00]

[ 5.07e+03]

```

Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте понятие транспортной задачи. Запишите экономико-математическую модель транспортной задачи. Какие практические задачи могут приводить к модели «транспортная задача»?
2. Закрытая и открытая транспортная задача. Как преобразовать открытую транспортную задачу в закрытую.
3. Деление переменных на основные и неосновные. Чему равен ранг системы ограничений транспортной задачи?
4. Методы нахождения первоначального плана перевозки. Какой план перевозки является допустимым?
5. Критерий оптимальности транспортной задачи. Экономический смысл оценок при неосновных переменных целевой функции.
6. Что такое потенциал? Теорема о потенциалах.
7. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов. Циклы пересчета в транспортной задаче.



Дисциплина	Исследование операций
Направление подготовки:	09.03.04 Программная инженерия
Лабораторная работа №5	

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Конспекты лекций.
2. Исследование операций в экономике : учебник для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449715>.
3. Документация по библиотеке scipy // URL: <https://docs.scipy.org/>.
4. Документация по библиотеке cvxopt // URL: <https://cvxopt.org/>.

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

5. Хилл, К. Научное программирование на Python / К. Хилл ; перевод с английского А. В. Снастина. — Москва : ДМК Пресс, 2021. — 646 с. — ISBN 978-5-97060-914-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/241031>.
6. Тарасов, В. Н. Методы оптимизации : учебник / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева. — Самара : ПГУТИ, 2020. — 282 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/>.
7. Основы научных расчётов на языке программирования Python : учеб. пособие / С. А. Хайбрахманов. — Челябинск : Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2019. — 96 с.
8. Полупанов, Д. В. Программирование в Python 3 : учебное пособие / Д. В. Полупанов, С. Р. Абдюшева, А. М. Ефимов. — Уфа : БашГУ, 2020. — 164 с. — ISBN 978-5-7477-5230-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179915>.
9. Решение задач вычислительной математики на языке Python: лабораторный практикум : учебное пособие / Е. А. Демчинова, М. С. Красавина, И. Г. Панин, А. С. Чувиляева. — Кострома : КГУ им. Н.А. Некрасова, 2021. — 103 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/177618>.
10. Лесин, В. В. Основы методов оптимизации : учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 344 с. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168975>.
11. Маккинни, У. Python и анализ данных / У. Маккинни ; перевод с английского А. А. Слинкина. — 2-ое изд., испр. и доп. — Москва : ДМК Пресс, 2020. — 540 с. — ISBN 978-5-97060-590-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/131721>.