

Esercizi del corso
Algebra Lineare
 Secondo semestre 2024/2025
Foglio 9: Determinante e inversa

Esercizio 1 (Determinante)

Considerare le matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcolare il determinante di A e B , utilizzando lo sviluppo di Laplace e l'eliminazione di Gauss, verificando che il risultato è lo stesso.
- (b) Calcolare, se possibile, il determinante di A^{-1} e di B^{-1} .

Esercizio 2 (Matrice inversa)

Data

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

calcolarne il determinante e trovare, se esiste, l'inversa A^{-1} . Verificare che $AA^{-1} = I$.

Esercizio 3 (Matrice inversa)

Calcolare il determinante e (se possibile) le inverse delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4 (Regola di Cramer)

Risolvere il seguente sistema lineare usando la regola di Cramer:

$$\begin{cases} x + 7y + 3z &= 6 \\ -x + 2z &= -7 \\ 3x + y + z &= 2. \end{cases}$$

Esercizio 5 (Matrice inversa)

Date le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

calcolare, se possibile, $(AB)^{-1}$ e $(BA)^{-1}$.

Esercizio 6 (Sistemi lineari)

Dopo aver verificato che il seguente sistema ha un'unica soluzione, risolverlo usando la regola di Cramer:

$$\begin{cases} 2x + y + z &= 1 \\ 4x - y + z &= -5 \\ y - x + 2z &= 5. \end{cases}$$