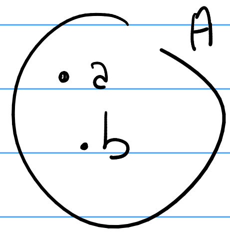
Insiemistica



$A = \{a, b\}$

$a \in A \Rightarrow$ si dice appartiene

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \Rightarrow$ si dice infiniti elementi $= \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2 \cdot m, m \in \mathbb{N}\}$

$\mathbb{N}$ = insieme numeri naturali

tale che

$\emptyset = \{\ \} \Rightarrow$ si dice insieme vuoto

$B = \{b\}$ $B \subseteq A \Rightarrow B$ é contenuto in A (sottoinsieme)

$B \subseteq A \rightarrow \forall x \in B \Rightarrow x \in A$

"per ogni" "implica"

• $A \subseteq A$; $\emptyset \subseteq A$ sempre vere come deduzioni

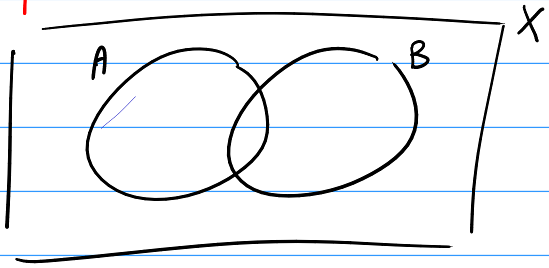
inclusione propria $B \subset A$ $(B \neq A)$

$\hookrightarrow \underbrace{(\forall x \in B \Rightarrow x \in A)}_{\text{sottoinsieme di } A} \wedge (\exists y \in A \mid y \notin B)$

"E, logico" esiste non appartiene ad

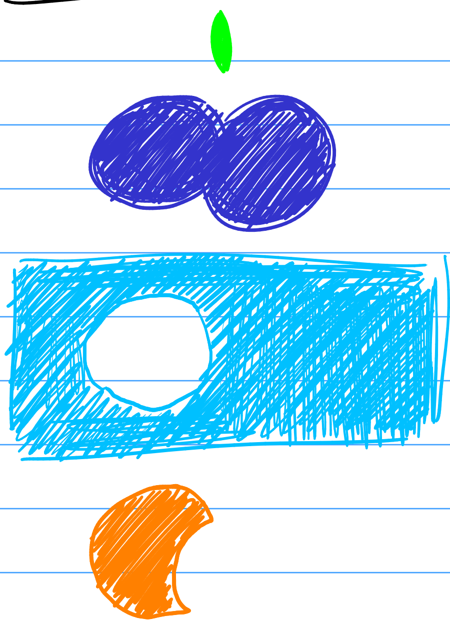
$A = B \rightarrow$ stessi elementi, per cui $(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$

Operazioni tra insiemi



"oppure, or logico"

- unione $A \cup B = \{x \in X \mid x \in A \vee x \in B\}$
- intersezione $A \cap B = \{x \in X \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- complementare $A^c = \{x \in X \mid x \notin A\}$
- differenza $A \setminus B = \{x \in X \mid x \in A \wedge x \notin B\}$



prodotto cartesiano

$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$

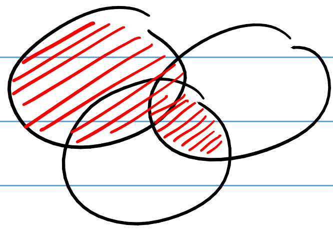
(l'ordine importa per a, b

$(a,b) \neq (b,a)$)

Proprietà degli insiemi

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$



Se $A \cup B = A$

allora possiamo

dire che $B \subseteq A$

$\hookrightarrow$ dimostrazione = dimostro per assurdo che esiste un $b \in B$ tale che $b \notin A$

Formule di de Morgan

1) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ 2) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

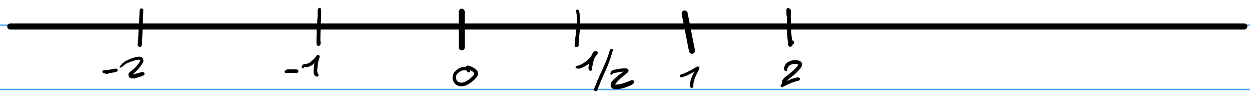
Insiemi di numeri

naturali $\Rightarrow \mathbb{N} \Rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$

interi $\Rightarrow \mathbb{Z} \Rightarrow \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

razionali $\Rightarrow \mathbb{Q} \Rightarrow \{p/q \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$

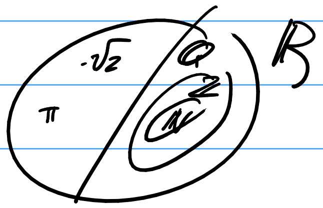
↳ parte decimale finita o periodica



$\sqrt{3}, \pi, e \Rightarrow$ non appartengono ai numeri razionali (qui sopra)

irrazionali $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \{\pi, e, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \dots\}$

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\}$ ↳



non lo reputo importante

assiomi dei numeri reali

(dimostrazione che $\mathbb{R}$ è l'unico insieme che soddisfa tutti gli assiomi, dim. che $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \wedge \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$)

dimostriamo che $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

dimostrazione per assurdo:

- assumiamo che $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$ $\quad \sqrt{2} = p/q \quad , p, q \in \mathbb{N}$

$$q\sqrt{2} = p \Rightarrow 2 \cdot q^2 = p^2$$

(continuazione assioma)

$12 = 2^2 \cdot 3 \quad 100 = 2^2 \cdot 5^2 \quad 11 = 11^1 \cdot 2^0$