

# Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2022/23

## Prima prova intermedia del 10/01/2023

Cognome: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_

E-mail: \_\_\_\_\_

1. Sia  $T$  un albero binario i cui nodi  $x$  hanno i campi **left**, **right** e **key**, dove **key** è un numero intero. L'albero si dice *k-compreso*, per un certo numero naturale  $k$ , se per ogni nodo  $x$  la somma delle chiavi dei nodi dell'albero radicato in  $x$  è compresa tra  $-k$  e  $k$ .
  - a. Scrivere una funzione **efficiente** in C o C++ `k_compreso(u, k)` che dato in input la radice  $u$  di un albero  $T$  e un valore  $k$  verifica se  $T$  è *k-compreso* e ritorna 1 se  $T$  è *k-compreso*, 0 altrimenti.
  - b. Valutare la complessità della funzione, **indicando eventuali relazioni di ricorrenza e la loro risoluzione tramite il metodo di sostituzione**.
  - c. Specificare il linguaggio di programmazione scelto.
2. Dato un vettore  $A$  di  $n$  numeri naturali, scrivere una procedura **efficiente** che ordini  $A$  in modo tale che nel vettore risultante, dati  $i$  e  $j$  con  $1 \leq i \leq j \leq n$ , vale  $\text{mod}(A[i], 3) \leq \text{mod}(A[j], 3)$ , dove  $\text{mod}(x, 3)$  è il resto della divisione di  $x$  per 3.
  - a. Dire se la soluzione proposta è in loco e se è stabile.
  - b. Valutare e giustificare la complessità della procedura proposta.
3. Per un certo problema sono stati sviluppati tre algoritmi risolutivi (dove  $n$  rappresenta la dimensione dei dati di ingresso):
  - L'algoritmo  $A$  scompone il problema in cinque sottoproblemi di dimensioni dimezzate, risolve ricorsivamente ogni sottoproblema e infine combina le soluzioni trovate in tempo lineare
  - L'algoritmo  $B$  risolve ricorsivamente due sottoproblemi di dimensione  $n - 1$  e combina successivamente le soluzioni in tempo costante
  - L'algoritmo  $C$  scompone il problema in nove sottoproblemi di dimensione  $n/3$ , risolve ricorsivamente ogni sottoproblema e infine combina le soluzioni in tempo quadratico

Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, quale dei tre algoritmi è preferibile per input di dimensione sufficientemente grande.