Università Ca' Foscari Venezia
Corso di Algebra Lineare; Corso di Laurea in Informatica

Foglio di Esercizi 11 – Studio applicazioni lineari con determinante e teorema orlati

Si raccomanda di risolvere i seguenti esercizi con il solo ausilio della funzione determinante ed eventualmente con il teorema degli orlati.

Esercizio 1. *Sia* $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ *l'applicazione lineare defnita dalla seguente matrice (rispetto alle basi canoniche):*

$$A = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 & 1 \\ k-1 & -1 & 0 & 1 \\ 2k & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Stabilire per quali $k \in \mathbb{R}$ *l'applicazione* T *é*

- *iniettiva;*
- *suriettiva;*
- *invertibile;*
- *tale che la dimensione di* $ker(T)$ *sia uno.*

Esercizio 2. *Sia* $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ *l'applicazione lineare definita dalla seguente matrice (rispetto alle basi canoniche):*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si richiede di:

- *scrivere la legge esplicita* $T(x, y, z, w)$ *;*
- *determinare dimensione ed una base di* $Ker(T)$ *.*

Esercizio 3. *Sia* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *l'applicazione lineare definita dalla seguente matrice (rispetto alle basi canoniche):*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Dato il vettore $u = (1, -2) \in \mathbb{R}^2$ *, determinare* $T^{-1}(u)$ *. L'applicazione* T *é invertibile?*

Esercizio 4. *Si consideri, al variare di* $\alpha \in \mathbb{R}$ *l'applicazione lineare* $T_\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *tale che*

$$T_\alpha \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + (2-\alpha)y + z \\ x - y + z \\ x - y + (4-\alpha)z \end{pmatrix}$$

- *Scrivere la matrice* A_α *associata a* T_α *rispetto alla base canonica*
- *Determinare per quali* $\alpha \in \mathbb{R}$ *l'applicazione* T_α *è iniettiva.*
- *Determinare per quali* $\alpha \in \mathbb{R}$ *l'applicazione* T_α *è suriettiva.*
- *Determinare per quali* $\alpha \in \mathbb{R}$ *il vettore* $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \in Im(T_\alpha)$.
- *Determinare* $Ker(T_1)$.