$\sqrt{i} \to \begin{matrix} z_1 \\ z_2 \end{matrix}$ FORMA ALG. $z = x + iy$

FORMA POLARE $z = \rho e^{i\vartheta}$

$z^2 = i \quad z = x+iy \quad (x+iy)^2 = i$

$\sqrt[3]{i} = z \quad z^3 = i \quad (x+iy)^3 = i$

TEOREMA $\sqrt[n]{w} = z \quad w \in \mathbb{C} \quad n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow z^n = w \quad z \in \mathbb{C}$

CI SONO ESATTAMENTE n RADICI DI w

$z_1, z_2, \dots, z_n$

$$\begin{cases} z_k = \sqrt[n]{|w|} \cdot e^{i\vartheta_k} \\ \vartheta_k = \dfrac{\arg(w) + 2k\pi}{n} \end{cases} \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

$e^{i\vartheta_k} = \cos\vartheta_k + i\sin\vartheta_k$

$e^{i\vartheta}$ PERIODICA DI PERIODO 2π

ESEMPI

$W = 1 \in \mathbb{C}$ $\sqrt[4]{1} = z$ $z \in \mathbb{C}$ $n=4$

$z^4 = \underline{1}$

METTERE IN FORMA POLARE $W = 1$

$|W| = 1$ $\theta = 0$

$$\begin{cases} z_k = \sqrt[n]{1} \cdot e^{i\theta_k} = e^{i\theta_k} \\ \theta_k = \frac{2k\pi}{4} \quad k = 0,1,2,3 \end{cases}$$

$\theta_1 = 0$ $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ $\theta_3 = \pi$ $\theta_4 = \frac{3}{2}\pi$

$z_1 = 1$ $z_2 = e^{i\pi/2} = i$ $z_3 = -1$

$z_4 = -i$

$z^4 - 1 = 0$ $\underline{(z^2+1)}(\underline{z^2-1}) = 0$

$\sqrt[3]{1+i} = z$ $W = 1+i$ $n=3$

$z^3 = 1+i$ $|W| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$$W = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \rightarrow e^{i\theta}$$

$|w| = \sqrt{2}$ $\quad ARG(w) = \frac{\pi}{4}$

z_1, z_2, z_3

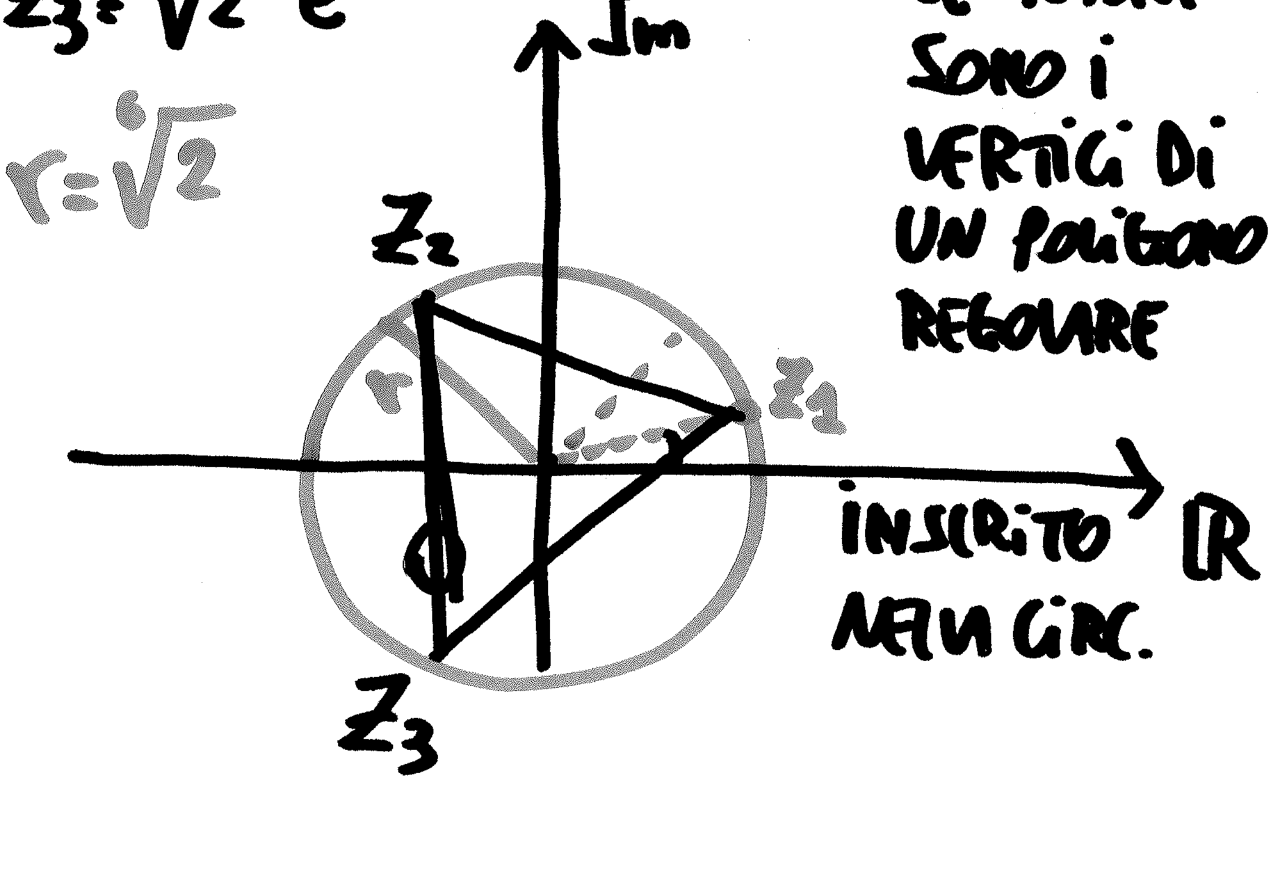
$$\begin{cases} z_k = \sqrt[3]{\sqrt{2}} \cdot e^{i\theta_k} \\ \theta_k = \dfrac{\pi/4 + 2k\pi}{3} \end{cases} \qquad \boxed{k = 0, 1, 2}$$

$\theta_1 = \frac{\pi}{12}$ $\quad \theta_2 = \frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi = \frac{3}{4}\pi$

$\theta_3 = \frac{\pi}{12} + \frac{8}{3}\pi = \frac{17}{12}\pi$

$z_1 = \sqrt[6]{2} \cdot e^{i\pi/12}$ $\quad z_2 = \sqrt[6]{2}\, e^{i\frac{3}{4}\pi}$

$z_3 = \sqrt[6]{2}\, e^{i\frac{17}{12}\pi}$



LE RADICI SONO I VERTICI DI UN POLIGONO REGOLARE INSCRITTO NELLA CIRC.

EQUAZIONI IN CAMPO COMPLESSO

1° TIPO

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0$$

$a_1, \dots, a_n \in \mathbb{C}$ EQ. ALG. DI GRADO n

EQUAZIONE ALGEBRICA DI GRADO n

$z^2 + 1 = 0 \qquad z \in \mathbb{C}$

$n = 2$

$a_2 = 1 \quad a_1 = 0 \quad a_0 = 1$

$x^2 + 1 = 0 \qquad x \in \mathbb{R}$

NON CI SONO SOLUZIONI

$\to z^2 = -1 \qquad z_1 = i \quad z_2 = -i$

GAUSS DIMOSTRÒ CHE L'EQ. ALG. DI GRADO n HA ESATTAMENTE n SOLUZIONI

2° TIPO

$$z^2 + i\,\mathrm{Im}(z) + 2\bar{z} = 0 \qquad z \in \mathbb{C}$$

$$\boxed{z = x + iy}$$

$$\bar{z} = x - iy$$

$$\mathrm{Im}(z) = y$$

$$(x+iy)^2 + iy + 2(x-iy) = 0$$

$$x^2 - y^2 + 2ixy + iy + 2x - 2iy = 0$$

$$x^2 - y^2 + 2x + i(2xy + y - 2y) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 2x = 0 \\ 2xy + y - 2y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 - y^2 + 2x = 0 \\ 2xy - y = 0 \end{cases}$$

$$y(2x-1) = 0$$

① $y = 0$

② $2x - 1 = 0$

① $y = 0 \rightarrow$ NELLA 1° EQ. $x^2 + 2x = 0$

$$x(x+2) = 0 \quad \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$(0,0)=z_1 \quad (-2,0)=z_2$

2 $x=\frac{1}{2} \rightarrow 1^\circ$ EQ.

$$\frac{1}{4}-y^2+1=0 \quad y^2=\frac{5}{4} \quad y=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$z_3=\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \quad z_4=\left(\frac{1}{2},+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

x CASA $\quad z^6+2z^3+2=0$

— · —

$z\cdot\bar{z}-z+i=0$ — NO SOLUZIONI !!!

$z\in\mathbb{C}$

$z=x+iy$

$$(x+iy)(x-iy)-(x+iy)+i=0$$

$$x^2+y^2-x-iy+i=0$$

$$x^2+y^2-x+i(1-y)=0$$

$$\begin{cases} x^2+y^2-x=0 \\ 1-y=0 \rightarrow y=1 \end{cases}$$

$$x^2-x+1=0$$

$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{-3}}{2}$$

NON HA SOL.

INTRODUZIONE AGLI SPAZI VETTORIALI

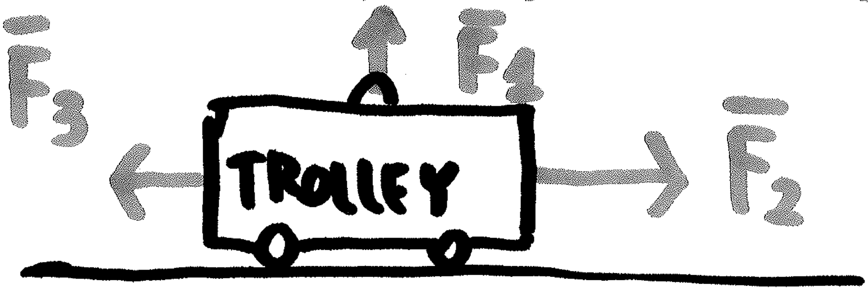
VETTORI (GEOMETRICI o LIBERI)

GRANDEZZE { VETTORIALI → NON BASTA UN NUMERO
SCALARI → HA SOLO BISOGNO DI UN NUMERO

FISICA

$\bar{F}_1$

FORZE NEL PIANO

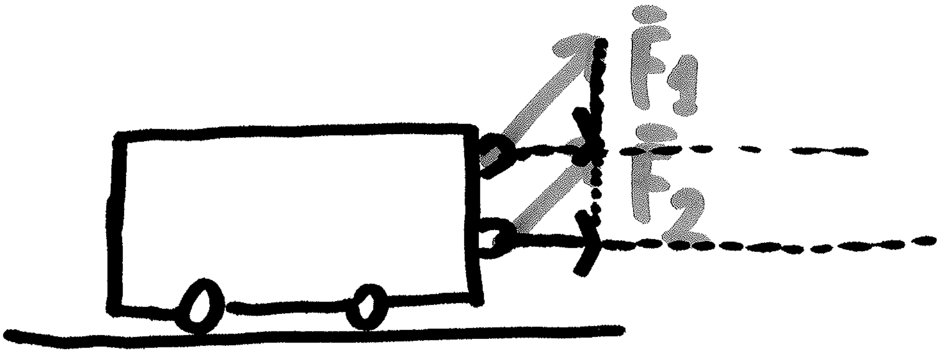


SEGMENTI ORIENTATI GIACCIONO SU RETTE

1) INTENSITÀ MODULO [redacted]
"PARTE SCALARE"

2) DIREZIONE DEL VETTORE
→ RETTA SU CUI GIACE QUEL VETTORE

3) VERSO (DI PERCORRENZA)



VETTORI $\bar{F}_1$ E $\bar{F}_2$ SI DICONO

EQUIPOLLENTI

TUTTI I VETTORI EQUIPOLLENTI

LI RITENIAMO COINCIDENTI

DUE VETTORI SONO EQUIPOLLENTI

- STESSA INTENSITÀ
- DIREZIONI SU RETTE PARALLELE
- VERSO IDENTICO

VETTORI GEOMETRICI (O LIBERI)

A_2 PIANO EUCLIDEO

$\bar{V} \in A_2$ $\bar{V}$ È UN VETTORE DEL PIANO EUCLIDEO

$\bar{0}$ → IL VETTORE NULLO → È L'UNICO VETTORE CHE HA LUNGHEZZA ZERO

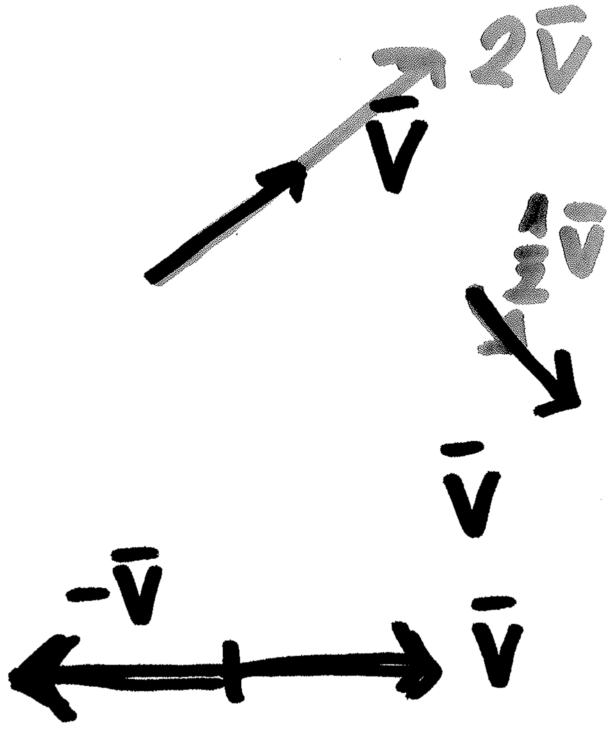
OPERAZIONI CON I VETTORI

① MOLTIPLICAZIONE SCALARE - VETORE

$\bar{v} \in A_2$ $\lambda \in \mathbb{R}$ $|\bar{v}| = v =$ MODULO DI v

$\lambda\bar{v}$ NUOVO VETORE

1) MODULO DI $|\lambda\bar{v}| = \lambda v = |\lambda|\,|\bar{v}|$
2) DIREZ. DI $\lambda\bar{v}$ È LA STESSA DI $\bar{v}$
3) VERSO È LO STESSO SE $\lambda > 0$
   OPPOSTO SE $\lambda < 0$



$2\bar{v}$ $\lambda = 2$

$\frac{1}{2}\bar{v}$ $\lambda = \frac{1}{2}$

$-\bar{v}$ $\lambda = -1$