

# Tutorato Architettura degli Elaboratori Modulo 2

## Lezione 3

Davide Cecchini

14 Aprile 2022

### 1 Gerarchie di Memoria

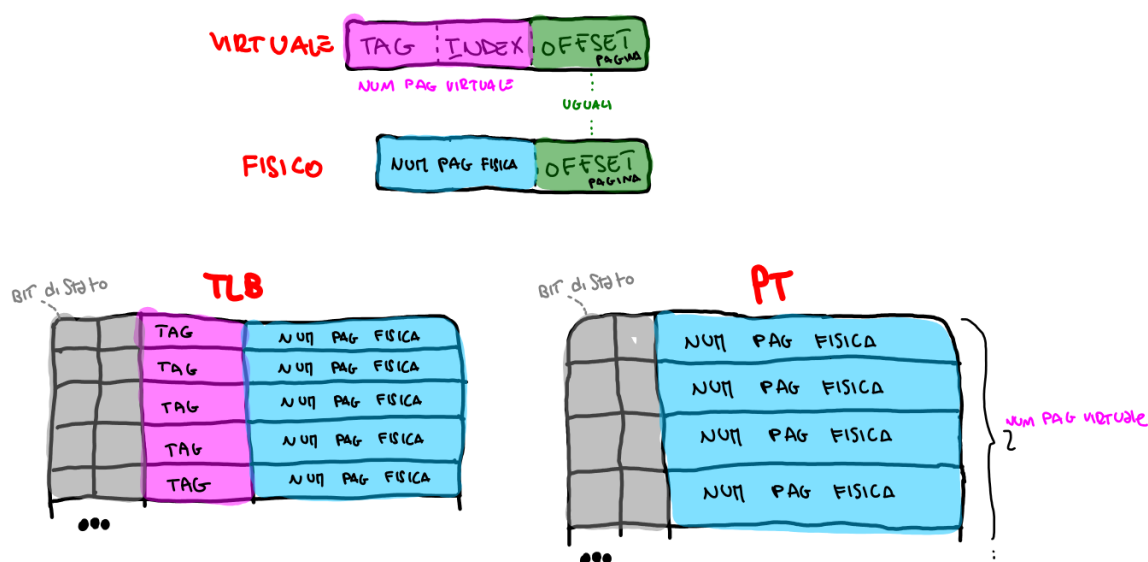


Figure 1: Remainder organizzazione.

### Esercizio 1

Si consideri un sistema di memoria virtuale paginata con indirizzo virtuale di 32 b e indirizzo fisico di 27 b. Il sistema comprende una TLB 4-way associative, con 512 ingressi totali (blocchi), e TAG di 13 b. Calcolare la *PageSize* (1). Infine, la cache del sistema è 8-way associative, la parte dati è 1 MB, e il *BlockSize* è di 16 B. Calcolare TAG e l'INDEX (2).

### Soluzione

- Essendo la TLB una 4-way associative abbiamo che  $\#linee = 512/4 = 128 = 2^7$ , di conseguenza sappiamo che per indicizzare la TLB occorrono 7 bit che andremo a prendere dall'indirizzo virtuale. Avremmo quindi che la quantità di bit di OFFSET dell'indirizzo virtuale sarà:  $32 - 13 - 7 = 12$ . Con 12 bit possiamo dunque indicizzare  $2^{12}$  Byte di conseguenza la *PageSize* sarà 4KB.
- Per calcolare l'INDEX dobbiamo sapere il numero di linee ( $\#linee$ ) della cache. Per fare questo prima dobbiamo ricavare  $\#blocchi = 1MB/16B = 2^{20}/2^4 = 2^{16}$ . Ora possiamo ricavare  $\#linee$  come segue:

$$assoc. = \#blocchi / \#linee$$

$$8 = 2^{16} / x$$

$$x \cdot 2^3 = 2^{16}$$

$$x = 2^{13}$$

Questo significa che abbiamo bisogno di 13 bit di **INDEX** per indicizzare la cache. Sapendo che la dimensione dell' **OFFSET** sono 4 bit (dimensione blocco 16 Byte), possiamo ricavare anche la dimensione **TAG** come segue:  $27 - 13 - 4 = 10$ .

## Esercizio 2

Considerare un sistema di memoria virtuale paginata, con dimensione dell'indirizzo virtuale di 40 bit. Assumere che la Page Table (PT) abbia dimensione 128 MB e che ogni entry includa 4 bit di stato (valid, dirty, protezione, uso). Rispetto ad una dimensione di pagina (*PageSize*) di 16 KB:

1. Calcolare la dimensione dell'indirizzo fisico.
2. Calcolare la dimensione (in bit) di una TLB con 256 blocchi, rispetto sia ad un grado di associatività 4, e sia nel caso sia una cache diretta.

## Soluzione

1. Con una dimensione delle pagine di 16 KB ossia  $2^4 \cdot 2^{10}$  Byte, avremo 14 bit di **OFFSET** per l'indirizzo virtuale. Possiamo quindi ricavare i restanti bit del numero della pagina virtuale  $40 - 14 = 26$ . Ora possiamo ricavare la dimensione dell'indirizzo fisico, sfruttando il fatto che il numero delle linee della PT sarà  $2^{26}$ . In particolare avremo:

$$128MB = 2^{26} \cdot (4 + x)$$

$$2^7 \cdot 2^{20} \cdot 2^3 = 2^{26} \cdot (4 + x)$$

$$2^{30} = 2^{26} \cdot (2^2 + x)$$

$$2^{30} = 2^{28} + 2^{26}x$$

$$2^{30} - 2^{28} = 2^{26}x$$

$$2^4 - 2^2 = x$$

$$x = 16 - 4 = 12$$

Abbiamo, dunque, che la dimensione del numero della pagina fisica è 12 bit. A questi 12 bit aggiungiamo l'**OFFSET** dell'indirizzo virtuale per ottenere la grandezza totale dell'indirizzo fisico, ossia:  $14 + 12 = 26$  bit.

2. Considerando una TLB 4-way associative con 256 blocchi, abbiamo :

$$assoc. = \#blocchi / \#linee$$

$$4 = 256 / x$$

$$2^2 = 2^8 / x$$

$$x = 2^6 = 64$$

Il numero di linee sono  $2^6$  dunque servono 6 bit di **INDEX** del numero della pagina virtuale per indicizzare la TLB. Ora possiamo ricavare la dimensione del **TAG** dai  $40 - 14$  bit del numero della pagina virtuale nel seguente modo:  $26 - 6 = 20$  bit. La dimensione della TLB si ricava come segue:  $256 \cdot (20 + 4 + 12) = 9216$  bit

Rispetto invece una TLB diretta abbiamo che il numero di linee sarà uguale al numero di blocchi ossia 256, che sono indirizzabili con 8 bit. Avremmo quindi una dimensione del **TAG** di  $40 - 14 - 8 = 18$  bit. La dimensione della TLB si ricava come segue:  $256 \cdot (18 + 4 + 12) = 8704$  bit.

### Esercizio 3

Considerare una memoria virtuale paginata con indirizzo virtuale di 36 bit, e *PageSize* uguale a 4 KB. Supporre inoltre di avere una TLB associativa a 4 vie, che contiene 1024 blocchi. Rispetto a tale TLB, la linea 10 della TLB è composta come segue:

<b>Via 0</b>	TAG=0x8ff0	Num Pag Fisica=0x00ab0
<b>Via 1</b>	TAG=0x88ff	Num Pag Fisica=0x0ff00
<b>Via 2</b>	non valida	-
<b>Via 3</b>	TAG=0xaa01	Num Pag Fisica=0x0ab22

1. Trovare la traduzione (indirizzo fisico) dell'indirizzo virtuale 0x88ff0a001.
2. Data una cache associativa a 2 vie, composta da  $8 \cdot 1024$  blocchi, block size uguale a 16 Byte, scomporre l'indirizzo fisico individuato in precedenza in TAG, INDEX e OFFSET.

### Soluzione

1. Considerando che la *PageSize* è di 4KB ossia  $2^{12}$  Byte, avremmo bisogno di 12 bit di **OFFSET** dell'indirizzo virtuale. Da cui possiamo ricavare il numero di bit del numero della pagina virtuale che sarà  $36 - 12 = 24$  bit. Significa che:

$$\begin{array}{c} \text{NUM\_PG\_VIRT} \\ 0x \quad \overbrace{88ff0a} \quad \underbrace{001} \\ \text{OFFSET} \end{array}$$

Sapendo inoltre che la TLB è una 4-way associative con 1024 blocchi, avremmo bisogno di  $\log_2(1024/4) = 8$  bit per indicizzare la TLB. Questo significa che le altre cifre esadecimali si dividono come segue:

$$\begin{array}{c} \text{INDEX} \\ 0x \quad \overbrace{88ff} \quad \overbrace{0a} \quad \underbrace{001} \\ \text{TAG} \quad \text{OFFSET} \end{array}$$

L'INDEX ci dice che la linea da considerare nella TLB è la numero 0x0a =  $10_{10}$  che corrisponde esattamente a quella data dal problema. Notiamo ora che il TAG corrisponde alla via 1 della tabella, possiamo dunque prendere il numero della pagina fisica corrispondente 0x0ff00 e aggiungere i bit restanti dell'OFFSET (che vengono direttamente ricopiati dall'indirizzo virtuale). Abbiamo dunque che l'indirizzo fisico corrispondente saranno 32 bit ( $20 + 12$ ) composti come segue: 0x0ff00001.

2. Ora consideriamo la cache di sistema, sapendo che il block size è 16 Byte sappiamo che avremo 4 bit di **OFFSET** dell'indirizzo fisico. I bit di **INDEX** saranno dati da  $\log_2((8 \cdot 1024)/2) = 12$  bit. Infine il TAG sarà  $32 - 12 - 4 = 16$ bit. Scomponendo l'indirizzo fisico precedente, otteniamo:

$$\begin{array}{c} \text{INDEX} \\ 0x \quad \overbrace{0ff0} \quad \overbrace{000} \quad \underbrace{1} \\ \text{TAG} \quad \text{OFFSET} \end{array}$$

### Esercizio 4

Considerare una memoria virtuale paginata con indirizzo virtuale di 32 bit. Supporre che ogni pagina contenga 2048 Byte, che l'indirizzo fisico sia anch'esso di 32 bit, e che i tre bit più significativi di ogni entry della Page Table (PT) corrispondano alla tripla: (valid, dirty, reference). Rispondere ai seguenti quesiti:

1. Calcolare il numero di ingressi e dimensione della PT.

2. Considerare la seguente porzione della PT (il numero a sinistra indica l'indice della entry):

<b>0</b>	0x080000
<b>1</b>	0xa1a940
<b>2</b>	0xe2b000

...

Facendo riferimento a queste prime tre entry della PT, quali sono le pagine fisiche allocate (ovvero, quali sono i numeri di pagina fisica corrispondenti)?

3. Usando le informazioni del punto precedente, tradurre (e scrivere in esadecimale) il seguente indirizzo virtuale in indirizzo fisico: 0x00000aff.
4. Considerare che ogni blocco della TLB è di 5 Byte. Qual è dimensione della TAG e il numero di linee della TLB?

### Soluzione

1. Avendo ogni pagina 2048 Byte sappiamo che l'OFFSET è composto da  $\log_2(2048) = \log_2(2^{11}) = 11$  bit. Di conseguenza il numero della pagina virtuale sarà composto da  $32 - 11 = 21$  bit, con il quale possiamo calcolare il numero degli ingressi della PT che sarà  $2^{21}$ . Sapendo che l'indirizzo fisico è anch'esso composto da 32 bit possiamo togliere i bit di OFFSET che sono 11 (corrispondono a quelli dell'indirizzo virtuale) e avremmo 21 bit del numero dell'indirizzo fisico. Possiamo ora calcolare la grandezza della PT moltiplicando per ogni ingresso i bit di stato più i bit del numero della pagina fisica, ovvero  $2^{21} \cdot (3 + 21) = 2^{21} \cdot (3 \cdot 2^3) = 3 \cdot 2^{24} = 6MB$ .
2. Ricordiamoci che i tre bit più significativi all'interno della PT appartengono ai bit di stato. Di conseguenza abbiamo:

<b>0</b>	000 0 1000 0000 0000 0000 0000
<b>1</b>	101 0 0001 1010 1001 0100 0000
<b>2</b>	111 0 0010 1011 0000 0000 0000

...

Come possiamo notare la prima entry ha come bit di validità 0 il che significa che non vi è nessun indirizzo fisico valido. Le altre due invece hanno bit di validità settato a 1, significa che sono validi. I numeri di pagina fisica corrispondenti sono 000011010100101000000 e 000101011000000000000 che in esadecimale su 21 bit corrispondono a 0x01a940 e 0x02b000.

3. Riscriviamo l'indirizzo virtuale 0x00000aff in binario e suddividiamolo:

$$\begin{array}{c} \text{Numero pagina virtuale, 21 bit} \\ \overbrace{0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1}^{\text{Numero pagina virtuale, 21 bit}} \underbrace{010\ 1111\ 1111}_{\text{Offset, 11 bit}} \end{array}$$

Il numero della pagina virtuale su 21 bit ci dice di guardare la posizione 1. Di conseguenza prendiamo i 21 bit del numero dell'indirizzo fisico corrispondente e appendiamo alla fine gli 11 bit di OFFSET:

$$\begin{array}{c} \text{Numero pagina fisica, 21 bit} \\ \overbrace{0\ 0001\ 1010\ 1001\ 0100\ 0000}^{\text{Numero pagina fisica, 21 bit}} \underbrace{010\ 1111\ 1111}_{\text{Offset, 11 bit}} \end{array}$$

Che in esadecimale si traduce in: 0x0d4a02ff.

4. Sapendo che la TLB ha blocchi a 5 Byte ossia  $5 \cdot 2^3 = 40$  bit, togliamo i 21 bit del numero della pagina fisica e i 3 bit di stato per ottenere la dimensione del TAG. Ossia  $40 - 21 - 3 = 16$  bit. Da qui possiamo ricavare l'INDEX ossia  $21 - 16 = 5$  bit. Di conseguenza  $\#linee = 2^5 = 32$ .

## Esercizio 5

Considerare una memoria virtuale con indirizzo virtuale di 32 bit. Supporre che la *PageSize* sia di 2 KB, che l'indirizzo fisico sia di 34 bit, e che gli ingressi della page table abbiano un valid bit come primo bit.

1. Calcolare il numero di ingressi della PT e la dimensione in Byte.
2. Considerando la seguente porzione della PT (il numero a sinistra indica il numero di ingresso):

0	0xa42000
1	0x1ff010
2	0x855000

...

Individuare a quali pagine fisiche si riferiscono primi tre ingressi. Tradurre, usando tali informazioni, l'indirizzo virtuale 0x000016f1 nel corrispondente indirizzo fisico.

3. Sempre riferendoci allo stesso sottosistema di memoria, si consideri l'esistenza di una 2-way associative cache, la cui parte dati è di 1 MB. Se l'INDEX è uguale a 13 bit, qual è la dimensione di ciascun blocco dati? Qual è la dimensione della TAG?

## Soluzione

1. Per calcolare il numero degli ingressi della PT dobbiamo prima sapere il numero di bit che codificano il numero della pagina virtuale. Sappiamo che la *PageSize* è 2KB ossia  $2^{11}$  Byte, occorreranno, dunque, 11 bit di OFFSET. I restanti  $32 - 11 = 21$  bit sono dedicati al numero della pagina virtuale, da cui abbiamo che il numero di entrate della PT sarà  $2^{21}$ .

Per calcolare la dimensione della PT moltiplichiamo il numero delle entry della PT per la grandezza di una entry. La grandezza di una entry è data da 1 bit di stato e i restanti bit del numero della pagina fisica ossia  $34 - 11 = 23$  bit. Avremmo dunque che la dimensione della PT sarà  $2^{21} \cdot (1 + 23) = 2^{21} \cdot (3 \cdot 2^3) = 6$  MB.

2. Per rispondere al secondo punto, è sufficiente controllare se i 3 ingressi sono validi (primo bit) e, in tal caso, eliminare il primo bit per ottenere la pagina corrispondente.

0	1 010 0100 0010 0000 0000 0000
1	0 001 1111 1111 0000 0001 0000
2	1 000 0101 0101 0000 0000 0000

...

Otteniamo che solo la prima e l'ultima entrata sono valide e corrispondono quindi alle pagine fisiche 0x242000 e 0x055000. Il secondo ingresso ha invece bit di validità uguale a zero e non corrisponde di conseguenza a nessun indirizzo fisico.

Scomponiamo l'indirizzo virtuale 0x000016f1 in binario:

$$\begin{array}{c} \text{Numero pagina virtuale, 21 bit} \\ \overbrace{0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001\ 0}^{\text{Numero pagina virtuale, 21 bit}} \underbrace{110\ 1111\ 0001}_{\text{Offset, 11 bit}} \end{array}$$

Il numero della pagina virtuale su 21 bit ci dice di guardare la posizione 2. Di conseguenza prendiamo i 23 bit del numero dell'indirizzo fisico corrispondente e appendiamo alla fine gli 11 bit di OFFSET:

$$\begin{array}{c} \text{Numero pagina fisica, 23 bit} \\ \overbrace{000\ 0101\ 0101\ 0000\ 0000\ 0000}^{\text{Numero pagina fisica, 23 bit}} \underbrace{110\ 1111\ 0001}_{\text{Offset, 11 bit}} \end{array}$$

Che in esadecimale su 34 bit si traduce in: 0x02a8006f1.

3. Se l'INDEX è composto da 13 bit significa che abbiamo  $2^{13}$  linee nella cache. Moltiplicando il numero delle linee della cache per l'associatività otteniamo il numero di blocchi ossia  $2^1 \cdot 2^{13} = 2^{14}$ . Ora possiamo ottenere la dimensione di un blocco dividendo a parte dati per il numero di blocchi ossia  $2^{20}/2^{14} = 2^6$  bit ossia 64 Byte (questo significa anche che il campo OFFSET sarà composto da 6 bit).

Per calcolare la dimensione della TAG ora non ci rimane che rimuovere dal totale dei bit dell'indirizzo fisico i bit di INDEX e OFFSET  $34 - 13 - 6 = 15$  bit.

## Esercizio 6

Supporre di avere un sistema di memoria virtuale paginata, con una TLB 4-way associative di 256 blocchi. Calcolare la dimensione della TAG della TLB, considerando che la dimensione del numero di pagina virtuale è 22 bit (1). Considerando che ogni entry della TLB è grande 34 bit, di cui 2 bit sono Valid e Dirty, e che le pagine hanno dimensione 1 KB, calcolare la dimensione dell'indirizzo fisico (2). Infine, supporre di avere una cache 2-way associative, composta da  $2^{16}$  blocchi. Calcolare la dimensione in Byte della cache (parte dati), considerando che la dimensione della TAG della cache è 7 bit (3).

## Soluzione

1. Abbiamo che il numero di linee che formano la TLB sarà dato da  $256/4 = 2^6 = 64$ , quindi abbiamo bisogno di 6 bit per indicizzare la TLB. Di conseguenza il TAG della TLB sarà dato da  $22 - 6 = 16$  bit.
2. Sapendo che le pagine virtuali hanno dimensione 1KB possiamo ricavare il fatto che serviranno 10 bit di OFFSET per l'indirizzo virtuale e di conseguenza anche quello fisico. Possiamo quindi calcolare la grandezza dell'indirizzo fisico, dapprima calcolando il numero di bit del numero di pagina fisica, ossia  $34 - 2 - 16 = 16$  bit e poi aggiungendoci i 10 bit di offset. Avremmo quindi che la grandezza dell'indirizzo fisico sarà  $16 + 10 = 26$  bit.
3. Dividendo il numero dei blocchi per l'associatività ricaviamo il numero di linee della cache, ossia  $\#linee = 2^{16}/2 = 2^{15}$ . Questo significa che l'indirizzo fisico sarà composto da 15 bit che saranno parte dell'INDEX, sapendo che la parte TAG è di 7 bit possiamo ricavare il numero di bit di OFFSET come segue:  $26 - 7 - 15 = 4$  bit. Ciò significa che i blocchi della cache sono di  $2^4$  Byte, possiamo, dunque, calcolare la dimensione totale della parte dati moltiplicando il numero di blocchi per la loro dimensione, ossia  $2^{16} \cdot 2^4 = 2^{20}$  Byte ossia 1MB.

## Risorse

- Struttura e progetto dei calcolatori - David A. Paterson, John L. Hennessy, Capitolo 5.