BD 2 - Forme Normali

Luca Cosmo

Università Ca' Foscari Venezia

Università
Ca'Foscari
Venezia

Introduzione

L'obiettivo delle forme normali è garantire che uno schema sia di buona qualità e viene spesso ottenuto tramite un processo di normalizzazione basato su una decomposizione dello schema di partenza.

Proprietà Desiderabili

1. Uno schema in forma normale non deve contenere anomalie
2. Il processo di normalizzazione deve preservare i dati
3. Il processo di normalizzazione deve preservare le dipendenze

Le due forme normali di maggior interesse sono:

- Boyce-Codd Normal Form (BCNF)
- Terza Forma Normale (3FN)

Vedremo che in generale **non possiamo** garantire tutte e tre le proprietà!

Forma Normale di Boyce-Codd (BCNF)

Definition (BCNF)

Uno schema di relazione $R(T, F)$ è in BCNF sse per ogni dipendenza funzionale $X \to Y \in F$ tale che $Y \not\subseteq X$ si ha che X è una superchiave.

Verificare se uno schema è in BCNF ha perciò costo polinomiale.

Example

Articolo	Magazzino	Quantita	Indirizzo
Flauto	Roma	10	Via Cavour, 7
Oboe	Roma	5	Via Cavour, 7
Arpa	Torino	1	Via Mazzini, 11

$R = \{\text{Articolo, Magazzino, Quantità, Indirizzo}\}$
$F = \{\text{Articolo Magazzino} \to \text{Quantita}, \text{Magazzino} \to \text{Indirizzo}\}$

Dipendenze Anomale

Una dipendenza che viola BCNF è detta anomala. Nel nostro esempio abbiamo una dipendenza anomala Magazzino $\rightarrow$ Indirizzo.

Articolo	Magazzino	Quantità	Indirizzo
Flauto	Roma	10	Via Cavour, 7
Oboe	Roma	5	Via Cavour, 7
Arpa	Torino	1	Via Mazzini, 11

Tale dipendenza anomala evidenzia che lo schema mescola informazioni relative ai magazzini con altre indipendenti relative agli articoli.

Riuscite ad individuare delle anomalie pericolose in questo esempio?

Conversione in BCNF

L'algoritmo di conversione in BCNF è anche detto algoritmo di analisi, perché decompone lo schema originale fino a normalizzazione.

Sia $R(T, F)$ lo schema di partenza:

1. Se $R(T, F)$ è già in BCNF, ritorna $\{R(T, F)\}$
2. Altrimenti seleziona $X \to Y \in F$ che viola BCNF. Calcola gli insiemi di attributi $T_1 = X_F^+$ e $T_2 = X \cup (T \setminus T_1)$
3. Calcola le proiezioni $F_1 = \pi_{T_1}(F)$ e $F_2 = \pi_{T_2}(F)$
4. Decomponi ricorsivamente $R_1(T_1, F_1)$ e $R_2(T_2, F_2)$ in ρ_1 e ρ_2.
5. Ritorna la loro unione $\rho_1 \cup \rho_2$.

Conversione in BCNF: Esempio (1/3)

Si consideri Telefoni($\{$Prefisso, Numero, Località$\}$, F) con:

$$F = \{\text{Prefisso Numero} \rightarrow \text{Località}, \text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\}.$$

La dipendenza Località $\rightarrow$ Prefisso viola BCNF, dato che:

$$\{\text{Località}\}_F^+ = \{\text{Località}, \text{Prefisso}\}.$$

Applicando l'algoritmo di conversione in BCNF, abbiamo:

- $R_1(\{\text{Località}, \text{Prefisso}\}, F_1)$ con F_1 da calcolare per proiezione
- $R_2(\{\text{Località}, \text{Numero}\}, F_2)$ con F_2 da calcolare per proiezione

Conversione in BCNF: Esempio (2/3)

Dato $F = \{\text{Prefisso Numero} \rightarrow \text{Località}, \text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\}$, calcoliamo la sua proiezione per $R_1(\{\text{Località}, \text{Prefisso}\})$:

- $\{\text{Località}\}_F^+ = \{\text{Località}, \text{Prefisso}\}$, da cui Località $\rightarrow$ Prefisso $\in F_1$
- $\{\text{Prefisso}\}_F^+ = \{\text{Prefisso}\}$, da cui nessuna nuova dipendenza

Calcoliamo poi la sua proiezione per $R_2(\{\text{Località}, \text{Numero}\})$:

- $\{\text{Località}\}_F^+ = \{\text{Località}, \text{Prefisso}\}$, da cui nessuna nuova dipendenza
- $\{\text{Numero}\}_F^+ = \{\text{Numero}\}$, da cui nessuna nuova dipendenza

Abbiamo quindi $F_1 = \{\text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\}$ e $F_2 = \emptyset$.

Conversione in BCNF: Esempio (3/3)

Abbiamo decomposto Telefoni($\{$Prefisso, Numero, Località$\}$, F) con:

$$F = \{\text{Prefisso Numero} \rightarrow \text{Località}, \text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\}$$

nei seguenti schemi:

- $R_1(\{\text{Località}, \text{Prefisso}\}, \{\text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\})$
- $R_2(\{\text{Località}, \text{Numero}\}, \emptyset)$

Entrambi gli schemi sono in BCNF, ma è andata perduta la dipendenza funzionale Prefisso Numero $\rightarrow$ Località!

Proprietà

La conversione in BCNF non garantisce la preservazione delle dipendenze!

Perdita di Dipendenze

Cosa succede se proviamo ad inserire (049, 513227, Este)?

Prefisso Numero $\rightarrow$ Località
Località $\rightarrow$ Prefisso

Prefisso	Numero	Località
041	422865	Venezia
041	463212	Venezia
049	513227	Padova

Località $\rightarrow$ Prefisso

Prefisso	Località
041	Venezia
049	Padova

Numero	Località
422865	Venezia
463212	Venezia
513227	Padova

Correttezza della Conversione in BCNF

L'algoritmo di conversione in BCNF **termina** quando non ci sono più dipendenze anomale. Per garantire che ciò avverrà, dimostriamo che tutti gli schemi con solo due attributi sono in BCNF.

Consideriamo $R(\{A, B\}, F)$ e sia $X \to Y \in F$. Dimostriamo che in nessun caso viene violata BCNF:

1. Se $X = \{A\}$, ho due casi. Se $B \notin Y$, allora $Y \subseteq X$ e la dipendenza è banale. Se invece $B \in Y$, allora X è una superchiave.
2. Se $X = \{B\}$, il caso è simmetrico al precedente.
3. Se $X = \{A, B\}$, allora $Y \subseteq X$ e la dipendenza è banale.

La Conversione in BCNF Preserva i Dati

Preservazione dei Dati

La conversione in BCNF preserva i dati (segue dimostrazione).

Supponiamo che $R(T, F)$ sia decomposto in $\{R_1(T_1), R_2(T_2)\}$, allora deve esistere $X \to Y \in F$ che viola BCNF. Per costruzione $T_1 = X_F^+$ e $T_2 = X \cup (T \setminus T_1)$.

Osserviamo che $T_1 \cap T_2 = X$. Dato che $X \to X_F^+ \in F^+$, abbiamo che $T_1 \cap T_2 \to T_1 \in F^+$, quindi la decomposizione preserva i dati per il teorema visto nella lezione precedente[1].

Il risultato si può quindi dimostrare per induzione sul numero di passi effettuati dall'algoritmo di conversione in BCNF.

[1] Sia $\rho = \{R_1(T_1), R_2(T_2)\}$ una decomposizione di $R(T, F)$, si ha che ρ preserva i dati sse $T_1 \cap T_2 \to T_1 \in F^+$ oppure $T_1 \cap T_2 \to T_2 \in F^+$.

Proprietà di BCNF

Pregi

+ BCNF garantisce l'assenza di anomalie (no dipendenze anomale)
+ L'algoritmo di conversione in BCNF preserva i dati
+ Verificare se uno schema è in BCNF ha costo polinomiale

Difetti

- L'algoritmo di conversione in BCNF ha costo esponenziale, perchè richiede di calcolare le proiezioni delle dipendenze[2]
- L'algoritmo di conversione in BCNF non preserva le dipendenze nel caso generale

[2] Esistono anche algoritmi di costo polinomiale, ma non sono usati in pratica perché producono schemi eccessivamente decomposti.

Terza Forma Normale (3NF)

Definition (3NF)

Uno schema di relazione $R(T, F)$ è in 3NF sse per ogni dipendenza funzionale $X \to Y \in F$ tale che $Y \not\subseteq X$ si ha che X è una superchiave oppure tutti gli attributi di $Y \setminus X$ sono primi.

Verificare se uno schema è in 3NF ha costo esponenziale, perchè il calcolo degli attributi primi richiede di trovare tutte le chiavi.

Osservazione

Per definizione ogni schema in BCNF è anche in 3NF, ma non viceversa.

Esempio

Si consideri Telefoni($\{$Prefisso, Numero, Località$\}$, F) con:

$$F = \{\text{Prefisso Numero} \rightarrow \text{Località}, \text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\}.$$

Calcoliamo le chiavi, osservando che Numero deve fare parte di tutte:

- $\{\text{Numero}\}_F^+ = \{\text{Numero}\}$
- $\{\text{Numero}, \text{Prefisso}\}_F^+ = \{\text{Numero}, \text{Prefisso}, \text{Località}\}$
- $\{\text{Numero}, \text{Località}\}_F^+ = \{\text{Numero}, \text{Località}, \text{Prefisso}\}$

Dato che $\{$Numero, Prefisso$\}$ e $\{$Numero, Località$\}$ sono chiavi, si ha che ogni attributo è primo e quindi lo schema è in 3NF.

Conversione in 3NF

L'algoritmo di conversione in 3NF è anche detto algoritmo di sintesi, perché basato sulla generazione di nuovi schemi più piccoli.

Sia $R(T, F)$ lo schema di partenza:

1. Costruisci G, una copertura canonica di F
2. Sostituisci in G ciascun insieme di dipendenze $X \to A_1, \ldots, X \to A_n$ con una singola dipendenza $X \to A_1 \ldots A_n$
3. Per ogni $X \to Y \in G$, crea un nuovo schema $S_i(XY)$
4. Elimina ogni schema contenuto in un altro schema
5. Se la decomposizione non contiene alcuno schema i cui attributi costituiscano una superchiave per R, aggiungi un nuovo schema $S(W)$ dove W è una chiave di R (garantisce la preservazione dei dati).

Conversione in 3NF: Esempio

Sia $R(\{A, B, C, D\}, \{AB \to C, C \to D, D \to B\})$, osserviamo che l'insieme delle dipendenze è già in forma canonica. Otteniamo quindi:

- $R_1(\{A, B, C\})$ tramite $AB \to C$
- $R_2(\{C, D\})$ tramite $C \to D$
- $R_3(\{B, D\})$ tramite $D \to B$

Nessuno schema è contenuto in un altro, quindi nessuno di essi viene eliminato. Poichè $\{A, B, C\}$ è una superchiave di R, non è necessario aggiungere altri schemi.

La Conversione in 3NF Preserva i Dati e le Dipendenze

Preservazione delle Dipendenze

E' facile dimostrare che la conversione in 3NF preserva le dipendenze: poichè per ogni $X \to Y \in G$ viene creato uno schema $S_i(XY)$, abbiamo $X \to Y \in \pi_{XY}(G)$, quindi G è contenuto nell'unione delle proiezioni.

Preservazione dei Dati

L'ultimo passo della conversione in 3NF garantisce che la decomposizione contenga almeno uno schema i cui attributi formano una superchiave dello schema iniziale. Poichè la decomposizione preserva le dipendenze, essa deve preservare anche i dati per il teorema visto.

Correttezza dell'algoritmo di conversione in 3NF: non banale (vedi testo)

3NF ed Anomalie

Si consideri Telefoni($\{$Prefisso, Numero, Località$\}$, F) con:

$$F = \{\text{Prefisso Numero} \rightarrow \text{Località}, \text{Località} \rightarrow \text{Prefisso}\}.$$

Abbiamo già visto che lo schema è in 3NF, ma non garantisce l'assenza di anomalie. In particolare, si noti la replicazione del prefisso...

Prefisso	Numero	Località
041	422865	Venezia
041	463212	Venezia
049	513227	Padova

Proprietà

La conversione in 3NF non garantisce l'assenza di anomalie!

Proprietà di 3NF

Pregi

+ L'algoritmo di conversione in 3NF preserva i dati e le dipendenze
+ L'algoritmo di conversione in 3NF ha costo polinomiale, perchè non richiede il calcolo delle proiezioni

Difetti

- Verificare se uno schema è in 3NF ha costo esponenziale, perchè richiede di identificare gli attributi primi
- Uno schema in 3NF può ancora contenere anomalie

Dipendenze Multivalore

Una nuova forma di anomalia non prevenuta neppure da BCNF si può verificare in presenza di attributi multivalore indipendenti. Per esempio la relazione sottostante non ha dipendenze funzionali non banali.

Corso	LibroDiTesto	Docente
Basi di dati	Fondamenti di BD	Cosmo
Basi di dati	Web App Development	Cosmo
Basi di dati	Database Systems	Cosmo
Basi di dati	Fondamenti di BD	Raffaetà
Basi di dati	Web App Development	Raffaetà
Basi di dati	Database Systems	Raffaetà

C'è però una forte ridondanza: se ci sono m docenti ed n libri di testo, si memorizzano $m \times n$ righe.

Dipendenze Multivalore

E' certamente possibile fare meglio, memorizzando solo $m + n$ righe.

Corso	LibroDiTesto
Basi di dati	Fondamenti di BD
Basi di dati	Web App Development
Basi di dati	Database Systems

Corso	Docente
Basi di dati	Cosmo
Basi di dati	Raffaetà

La teoria della normalizzazione è stata perciò generalizzata per rimuovere anche questo tipo di anomalie dovute alle dipendenze multivalore (4NF).

Checkpoint

Punti Chiave

- Conversione in BCNF come tecnica per l'eliminazione di anomalie, che però ha costo esponenziale e può perdere dipendenze
- Conversione in 3NF come alternativa più pratica in molti casi: costo polinomiale e preserva le dipendenze, ma può ammettere anomalie

Materiale Didattico

Fondamenti di Basi di Dati: Sezioni 5.4, 5.5 e 5.7