

Funzioni

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \mapsto y = f(x)$$

"esiste un
sob"

f funzione se $\forall x \in A \exists! y \in B$
tale che $y = f(x)$

$A = \text{dominio di } f$, $B = \text{codominio}$

$$f: D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} \nearrow x \mapsto y = f(x) \in \mathbb{R}$$

Grafico di f

$$G(f) = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x \in D) \wedge (y = f(x)) \}$$

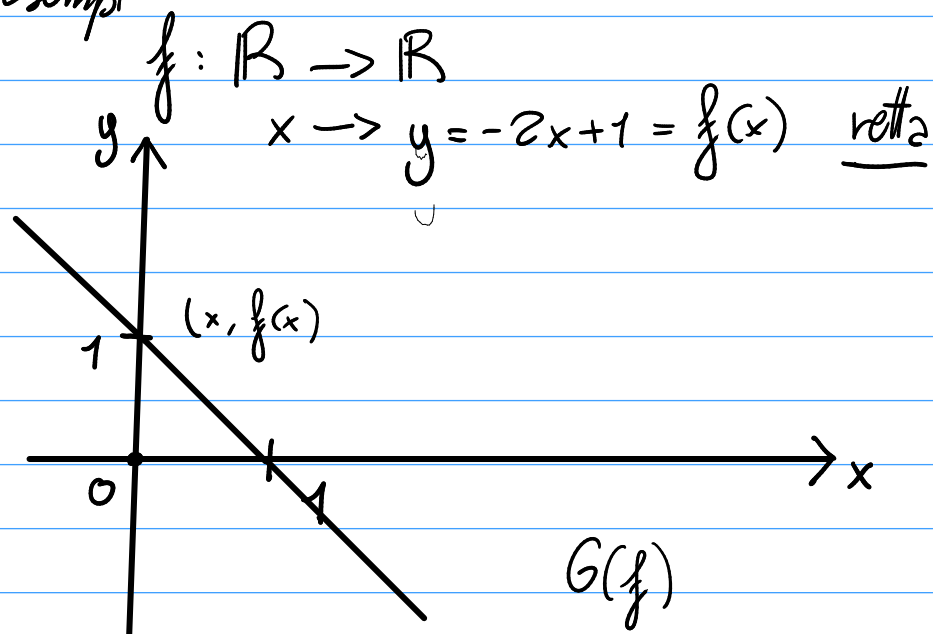
$G(f) \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R} \Rightarrow G(f) = \text{sottoinsieme del piano cartesiano}$

Immagine di f

$$\text{Im}(f) = f(D) = \{ y \in B \mid \exists x \in D \text{ tale che } y = f(x) \}$$

$$\text{Im}(f) \subseteq B \text{ (codominio)}$$

esempi

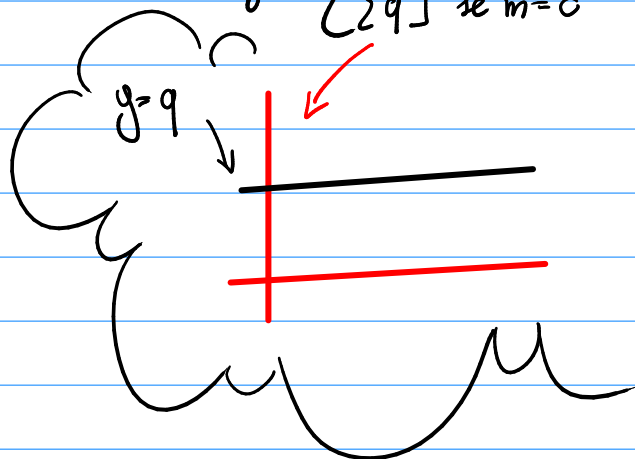


$\text{Im}(f) = \mathbb{R} \rightarrow$ corrisponde ai valori di y corrisposti a $f(x)$,
 tutti quanti!

Retta f

coefficiente
 \downarrow angolare
 $y = mx + q$ \leftarrow retta
 intercetta

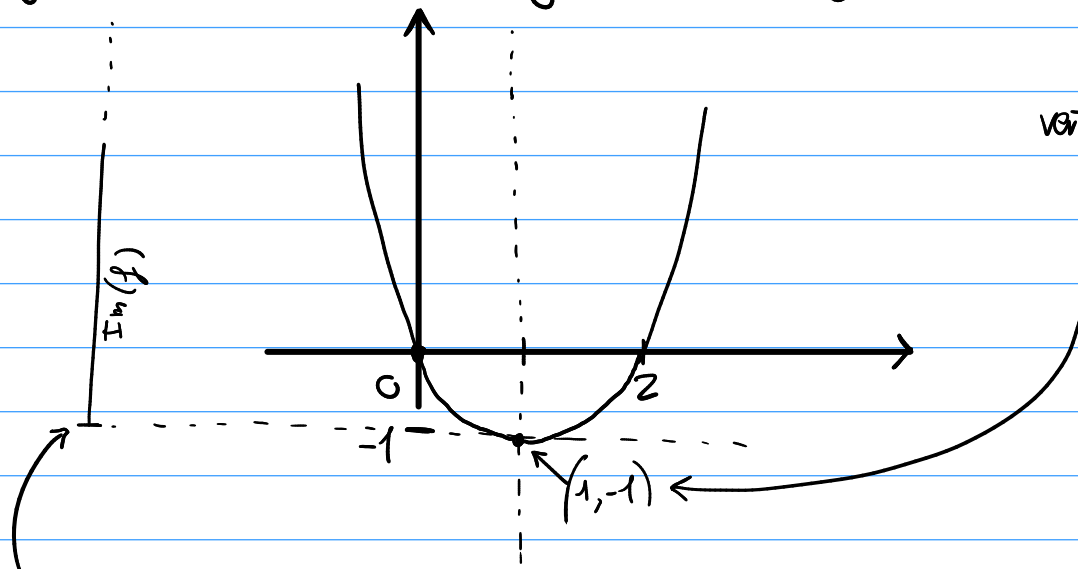
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{Im}(f) = \begin{cases} \mathbb{R} & \text{se } m \neq 0 \\ \{q\} & \text{se } m = 0 \end{cases}$



Parabola f

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow y = x^2 - 2x = f(x)$$



asse simmetria (---)

$$x(x-2) \rightarrow x_0 = 1$$

$$x(x-2) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

$$(x_1 + x_2) / 2 = 1$$

vertice = 1 sostituito
alla x

$$1(1-2) = -1$$

vertice = (1, -1)

$$I_m(f) = [-1, +\infty[$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0 \rightarrow (\text{caso generale di parabola})$$

$$I_m(f) \begin{cases} [y_v, +\infty[& \text{se } a > 0 \\]-\infty, y_v] & \text{se } a < 0 \end{cases}$$

Trovare coord. vertice

$$\text{vertice } (x_v, y_v)$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} \rightarrow \text{asse simmetria}$$

$$y_v = f(x_v)$$

Controimmagine

dominio ricade

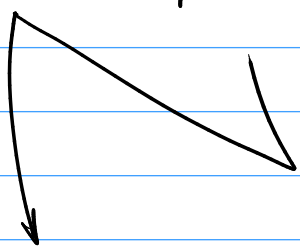
$$f: D \subseteq \mathbb{R} \rightarrow B \subseteq \mathbb{R}$$

$$f^{-1}(C) = \{x \in D \mid f(x) \in C\}$$

$(C \subseteq B)$ $f^{-1}(C) \subseteq D$

altro foglio

usiamo la parabola di cui sopra per fare i calcoli



$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto y = x^2 - 2x = f(x)$$

$$f^{-1}(\{0\}) = \{0, 2\}$$

$$f^{-1}(\{-1\}) = \{1\}$$

$$f^{-1}(\{-2\}) = \emptyset$$

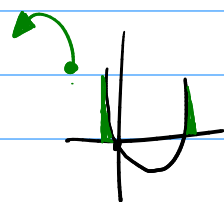
$$f^{-1}([-2, 3[) =]-1, 3[$$

$$f^{-1}(]0, 3]) = [-1, 0[\cup]2, 3]$$

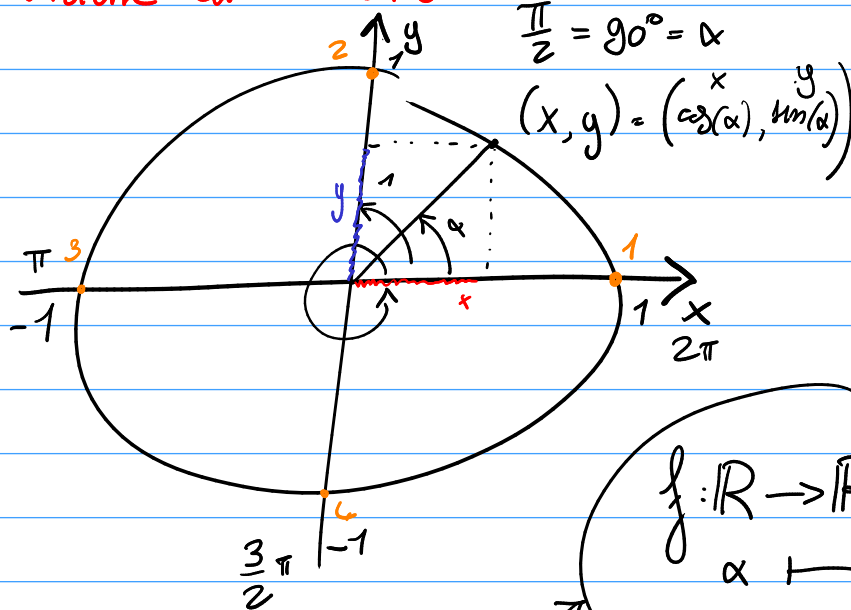
controimmagine
= valori di x che y !!

$$f^{-1}(C) \subseteq D$$

\uparrow
 y !!



Funzione di Seno



$$x^2 + y^2 = 1$$

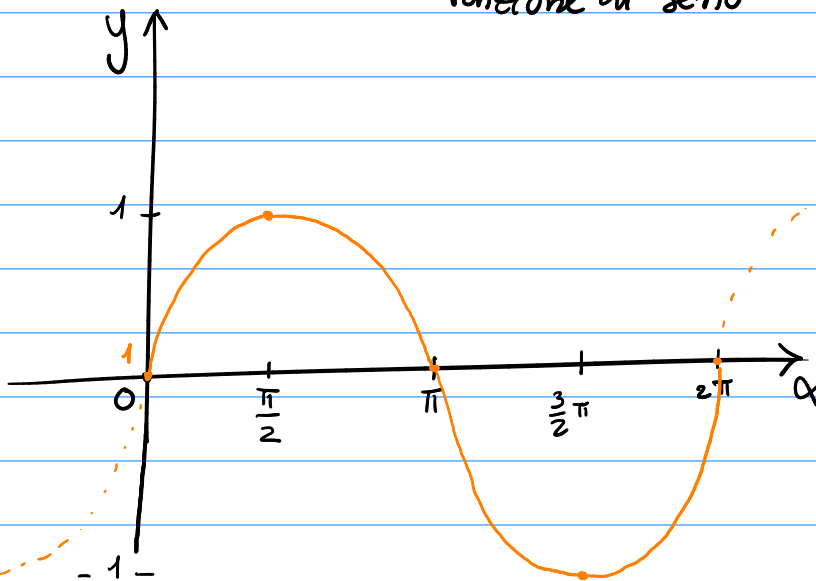
$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\alpha \mapsto y = \sin(\alpha)$$

genera
funzione di seno

$G(f)$ = è periodica!
periodo
di 2π
(1 giro)



contro immagine di 0?

$$f^{-1}(\{0\}) = \{0, \pi, 2\pi, 3\pi, -\pi, -2\pi, \dots\} = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

$$f^{-1}(\{1\}) = \{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$$

\downarrow y non è mai -2!

$$f^{-1}([-2, 1]) = \mathbb{R} \quad f^{-1}(\{-2\}) = \emptyset$$

$$f: D \subseteq \mathbb{R} \mapsto B \subseteq \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = f(x)$$

- iniettiva se $\forall y_0 \in B$ esiste al più un $x_0 \in D: f(x_0) = y_0$
- suriettiva se $\forall y_0 \in B$ esiste almeno un $x_0 \in D: f(x_0) = y_0$
- biettiva se $\forall y_0 \in B$ esiste un unico $x_0 \in D: f(x_0) = y_0$

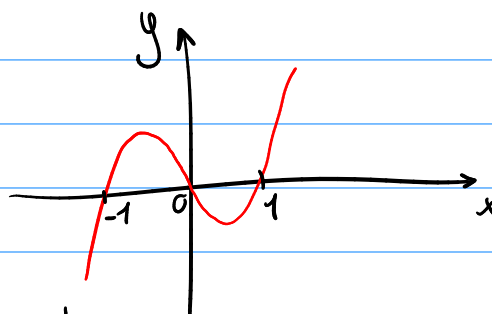
Esempi:

• $y = x$ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ biettiva

• $y = x^2$ $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{no iniettiva } (f(-1) = f(1)) \\ \rightarrow \text{no suriettiva } (f^{-1}(-1) = \emptyset) \end{array} \right.$

• $y = 3x^2 - x$
 $= x(x^2 - 1)$

$\hookrightarrow G(f) \rightarrow$



no iniettiva \nearrow non unico valore
 sì suriettiva

• $y = \sqrt{x}$ $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ iniettiva, no suriettiva

a) f è iniettiva $\stackrel{\text{"se e solo se"}}{\iff}$ dati $x_1, x_2 \in D$ tali che $f(x_1) = f(x_2)$
 allora $x_1 = x_2$

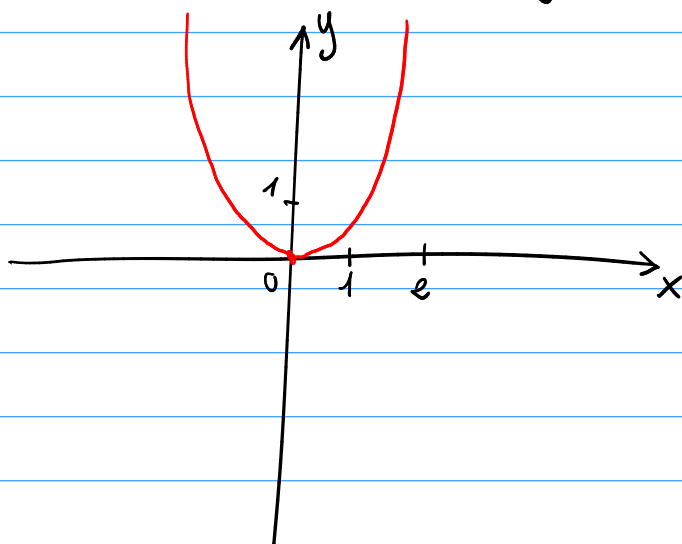
b) f è iniettiva \iff dati $x_1, x_2 \in D$ tali che $x_1 \neq x_2$
 allora $f(x_1) \neq f(x_2)$

c) f è suriettiva $\iff f(D) = B$

d) biettiva = sia iniettiva sia suriettiva

Restrizioni del dominio

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto y = x^2$$



no iniettiva

no suriettiva

$$\text{Im}(f) = [0, +\infty[$$

$$g: D \mapsto [0, +\infty[\\ x \mapsto y = x^2$$

g biettiva

perché sia
possibile
essere

$$D = [0, +\infty[$$

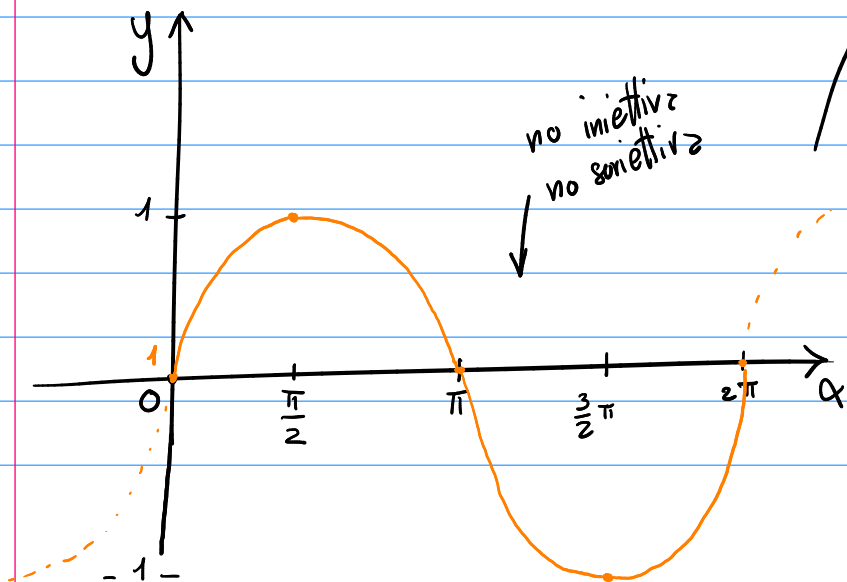
oppure

$$D' =]-\infty, 0]$$

$$g = f|_D$$

si legge
restrizione

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto y = \sin(x)$$



no iniettiva
no suriettiva

$$\text{Im}(f) = [-1, 1]$$

$$g: D \rightarrow [-1, 1] \\ x \mapsto y = \sin(x)$$

$$D = [-\pi/2, \pi/2]$$

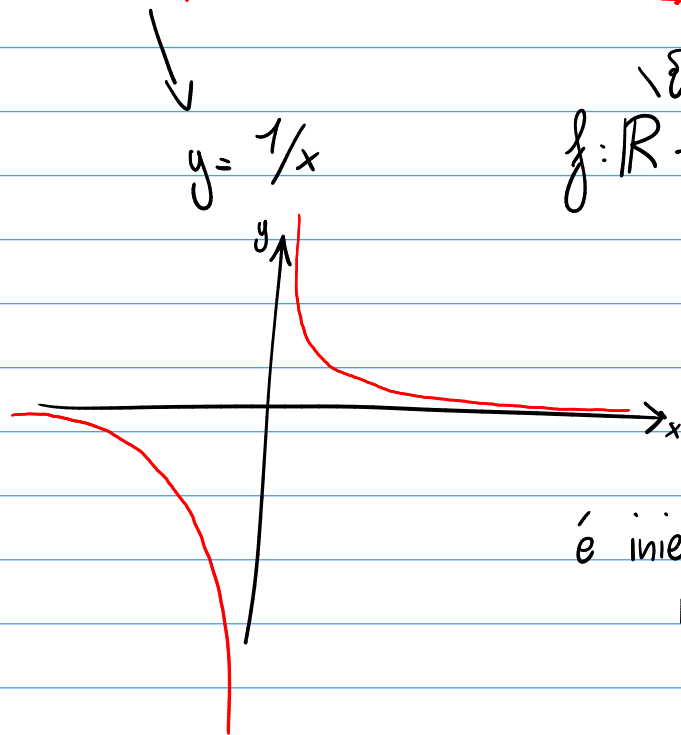
oppure

$$D = [\pi/2, 3\pi/2]$$

$$g = f|_D$$

[se f è monotona (crescente o decrescente (strettamente))
allora f è iniettiva]

esistono però funzioni iniettive non strettamente monotone!



$\setminus \{0\} \rightarrow$ zero è escluso, ovviamente

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

è iniettiva e non
monotona, monotona
solo se guardiamo
una delle due parti

$$f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto f(x)$$

$$g: D_g \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto g(x)$$

somma $h: D_h \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x) + g(x) = h(x)$

$$h = f + g$$

$$D_h = D_f \cap D_g$$

prodotto $h = f \cdot g$ $h: D_g \cap D_f \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto f(x) \cdot g(x) = h(x)$

rapporto $h = f/g$ $D_h = D_f \cap D_g \setminus \{x \in D_g : g(x) = 0\}$

composizione $h = f \circ g$

$$h: D_h \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid (x \in D_g) \wedge (x \in D_f)\}$$

esempio

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt{1-x}$$

$$D_f = [0, +\infty[$$

$$D_g =]-\infty, 1]$$

$$h = f \circ g$$

$$h(x) = (f \circ g)(x)$$

$$= f(g(x))$$

$$D_h: \begin{cases} x \leq 1 \\ \sqrt{1-x} \geq 0 \end{cases}$$

$$= \sqrt{\sqrt{1-x}} = (1-x)^{1/4}$$

$$D_h:]-\infty, 1] \quad (x \leq 1)$$

$$h = g \circ f$$

$$\begin{aligned} h(x) &= (g \circ f)(x) \\ &= g(f(x)) \\ &= \sqrt{1 - \sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$Dh: \begin{cases} x \geq 0 \\ 1 - \sqrt{x} \geq 0 \quad \sqrt{x} \leq 1 \quad 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$Dh: [0, 1]$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

$$Df = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$

$$Dg: [0, +\infty[$$

$$\rightarrow \mathbb{R} = D_{h_1}$$

$$h_1 = g \circ f \rightarrow \sqrt{x^2 + 2} \rightarrow Dh: \begin{cases} x^2 + 2 \geq 0 \text{ sempre vero} \end{cases}$$

$$h_2 = f \circ g \rightarrow x + 2 \rightarrow Dh: \begin{cases} x + 2 > 0 \text{ no zero valore} \\ Dg(x) \end{cases}$$

$$\hookrightarrow [0, +\infty[= D_{h_2}$$

$$f \circ g \neq g \circ f \quad \text{no commutativa}$$

funzione inversa

$$\begin{aligned} f: D &\rightarrow B \\ x &\mapsto y = f(x) \end{aligned}$$

$$D, B \subseteq \mathbb{R}$$

ricordo: f deve essere biettiva

$$\begin{aligned} f^{-1}: B &\rightarrow D \\ x &\mapsto y = f^{-1}(x) \end{aligned}$$

$$\text{tale che } f(y) = x$$

proprietà

1) $f^{-1}(B = D)$ (immagine di f^{-1})

2) $(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = x \quad \forall x \in D$

$f^{-1} \circ f = \text{id}_D$ (funzione identità di D)

3) $(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = x \quad \forall x \in B$

$f \circ f^{-1} = \text{id}_B$

4) f^{-1} biettiva!
 $(f^{-1})^{-1} = f$

esempio

$f(x) = x^3$ $D = \mathbb{R}$

$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto y = f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} = x^{1/3}$

$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = (\sqrt[3]{x})^3 = x^{1/3 \cdot 3} = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$
per esempio

$(f^{-1} \circ f)(x) = \sqrt[3]{x^3} = (x^3)^{1/3} = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

notiamo che

$$(f(x))^{-1} = \frac{1}{f(x)} \neq f^{-1}(x)$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \mapsto x^2$$

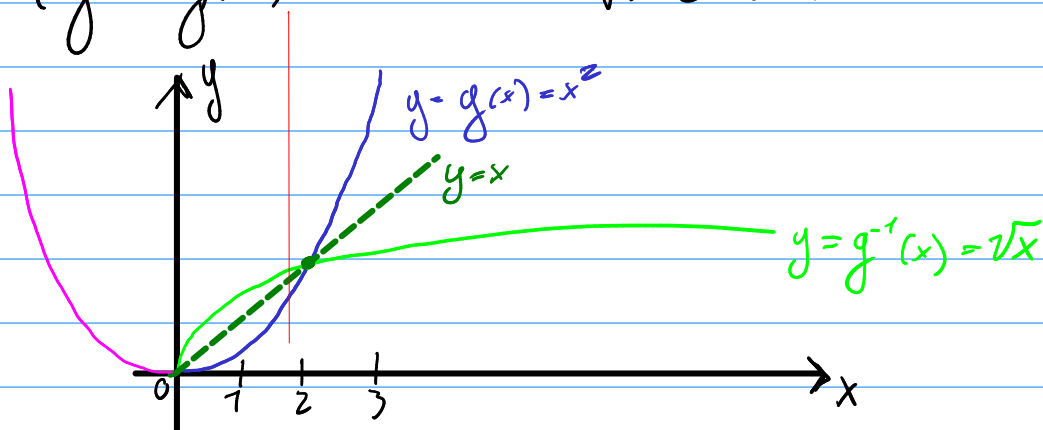
no iniettibile
no biettiva

$$g: [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[\quad \text{biettiva}$$
$$x \mapsto x^2$$

$$g^{-1}: [0, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[\quad x \mapsto \sqrt{x}$$

$$(g \circ g^{-1})(x) = x \quad \forall x \in [0, +\infty[$$

$$(g^{-1} \circ g)(x) = x \quad \forall x \in [0, +\infty[$$



$$h:]-\infty, 0] \rightarrow [0, +\infty[$$
$$x \mapsto x^2 \quad \text{é biettiva}$$

$$h^{-1}: [0, +\infty[\rightarrow]-\infty, 0]$$
$$x \mapsto -\sqrt{x}$$

$$y = f(x) \quad (x, y) \in G(f)$$

$$f^{-1}(y) = x \quad (y, x) \in G(f^{-1})$$

$$(h \circ h^{-1})(x) = h(h^{-1}(x)) = (-\sqrt{x})^2 = x \quad \forall x \geq 0$$

$$(h^{-1} \circ h)(x) = h^{-1}(h(x)) = -\sqrt{x^2} = -|x| \quad \forall x \leq 0$$

$$|x| = -x \quad \text{per } x \leq 0$$

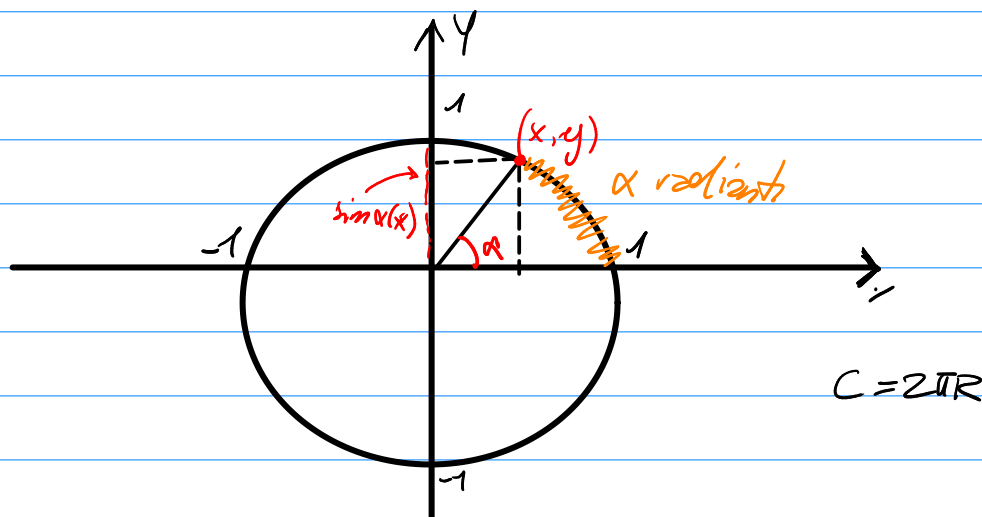
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \sin(x)$$

$$g: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [1, 1] \quad \text{biettiva}$$

$$x \mapsto y = \sin(x)$$

$$g^{-1}: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad x \mapsto y = \sin^{-1}(x) = \arcsin(x)$$



$$(\sin \circ \arcsin)(x) = \sin(\arcsin(x)) = x \quad \forall x \in [-1, 1]$$

$$(\arcsin \circ \sin)(x) = \arcsin(\sin(x)) = x \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

simmetrie

$$f: D \rightarrow \mathbb{R} \quad y = f(x)$$

f è pari

$$\forall x \in D \text{ si ha che } -x \in D \text{ e } f(-x) = f(x)$$

grafico simmetrico rispetto all'asse y

f è dispari

$$\forall x \in D, -x \in D \quad f(-x) = -f(x) \quad \text{simmetrico rispetto all'origine}$$

esempio

$y = x$ dispari

$$y = \cos(x) \quad \text{period}$$

$$y = x^2$$

$y = \sin(x)$ dispari

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

$y = x^2 + x$ ne pări ne
dispari

funzioni periodiche $f: D \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto y = f(x)$

é periódica se $\exists T > 0$ tal que $f(x+T) = f(x) \quad \forall x \in D$

il più piccolo valore di $\gamma > 0$ per cui questa proprietà è soddisfatta è chiamato il periodo di f

$$f(x+2x) = f((x+x)+x) = f(x+x) = f(x)$$

$$f(x-z) = f(x)$$

$y = \sin(x)$ $y = \cos(x)$

period = $2\pi = 2$

$y = \sin(2x)$ periodo? Cerchiamo il più piccolo τ per cui $f(x+\tau) = f(x)$

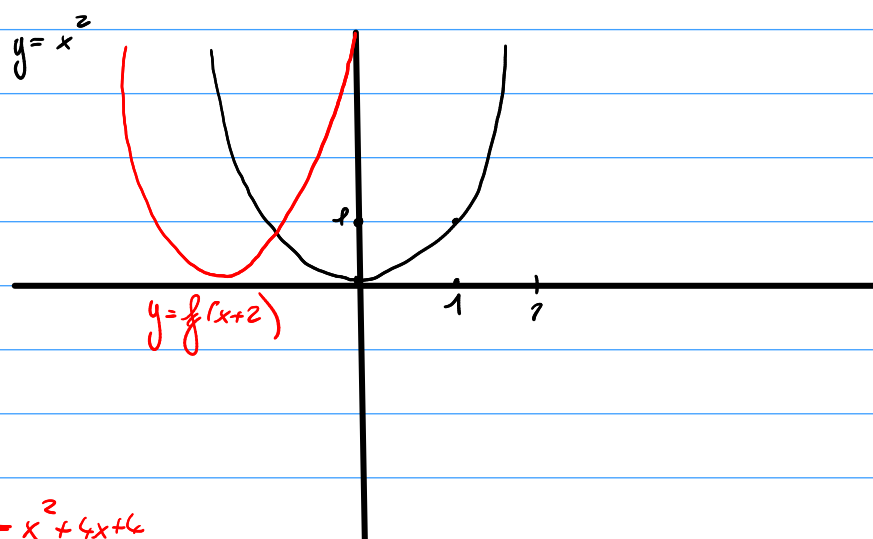
$$f(x+z) = \sin(2(x+z)) = \sin(2x+2z) \quad \begin{matrix} | \\ = 2z = 2\pi \\ z = \pi \end{matrix}$$

$$\sin(\alpha x) \mapsto \text{período} = \frac{2\pi}{\alpha}$$

$$f(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x) \quad \text{periodica}$$

$$f(x+2\pi) = 2 \sin(x+2\pi) \cdot \cos(x+2\pi) \\ = 2 \sin(x) \cdot \cos(x) = f(x)$$

$$2 \sin(x) \cos(x) = \sin(2x) \quad \text{periodo } \pi$$



$$y = f(x+2) \\ = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

nota:

quando è $+x_0$ abbiamo una traslazione della funzione di $-x_0$

$$y = f(x) + 2 \quad // \text{ traslazione verticale di } y_0, (2 \text{ in questo caso})$$

$$y = a \cdot f(x) \quad a > 1 \\ \hookrightarrow \text{dilatazione di coeff. } a$$

$$0 < a < 1 \rightarrow \text{compressione di coeff. } a$$

$$f(ax) \rightarrow a > 1 = \text{compressione orizz.}$$

$$y = \sin(x)$$

$$y = \sin(2x)$$

invece

$$y = \sin(x/2) \text{ dilatazione}$$

Funzioni elementari

$$f: D \rightarrow B$$
$$x \mapsto x^\alpha$$

$$\alpha \in \mathbb{R}$$

con $\alpha \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ $f(x) = x^n$ $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$

$$= \underset{|}{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}$$

$D = \mathbb{R}$ $\text{Im } f \begin{cases} [0, +\infty[& \text{se } n \text{ é pari} \\ \mathbb{R} & \text{se } n \text{ é dispari} \end{cases}$

perché $\setminus \{0\}$?

$$x^0 = 1 \text{ se } x \neq 0$$

$$1^0 = 1$$

$$0^n = 0$$

$$\text{se } n \neq 0$$

quindi se 0^0 ?

per convenzione

$$0^0 := 1$$

perché un numero $\neq 0$
di 1?

$$\hookrightarrow x^{n+m} = x^n \cdot x^m$$

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

$$\rightarrow 1 = \frac{x^2}{x^2} = x^{2-2} = x^0$$

$x > 0$ e $n < m \in \mathbb{N}$, com'è fatto x^n contro x^m ?

quando $x^n < x^m$? se $x > 1$ es. $2^2 < 2^3$

$x^n > x^m$ invece? se $0 < x < 1$

$$y = f(-x)$$

grafico riflesso rispetto all'asse y

$$y = -f(x)$$

riflessione rispetto origine

$$y = f^{-1}(x)$$

"

"

$$y = x$$

funzioni con polinomi $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

nessuno grado

$$a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$$

$$a_n \neq 0$$

$$x^\alpha$$

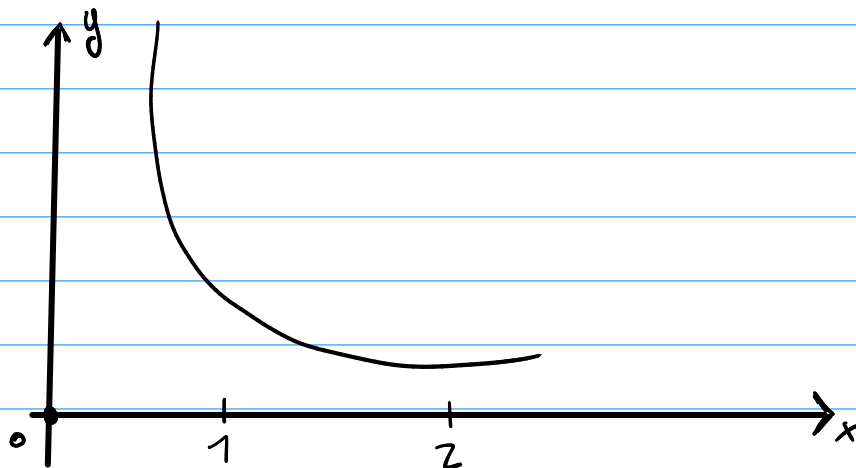
$$\alpha = -n$$

$$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$x^{-n} = 1/x^n$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$I_m = \begin{cases} \mathbb{R} \setminus \{0\} & \text{se } n \text{ é dispari} \\]0, +\infty[& \text{se } n \text{ é pari} \end{cases} \quad]0 \text{ perché } 1/0 = \infty$$



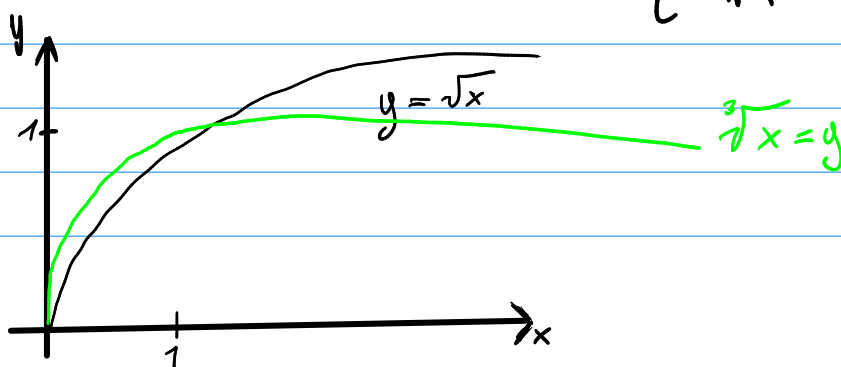
$$y = \frac{1}{x^2}$$

$$\alpha = 1/n$$

$$n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$$

$$D = \begin{cases}]0, +\infty[& n \text{ pari} \\ \mathbb{R} & n \text{ dispari} \end{cases}$$



$$x^\alpha \quad \alpha \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \quad \alpha = p/q$$

$$f(x) = x^{p/q} = \sqrt[q]{x^p}$$

Dominio $[0, +\infty[$ se $\alpha > 0$
 oppure
 $]0, +\infty[$ se $\alpha < 0$

generalmente, non sempre

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} = x^{2/3}$$

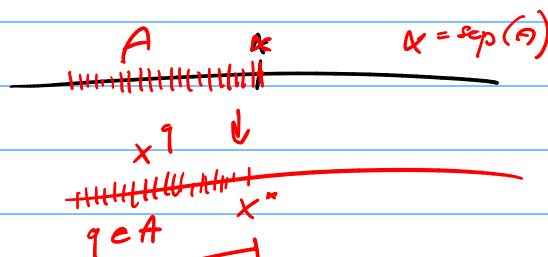
\downarrow
 $D = \mathbb{R}$

come quindi definiremo x^α generale, con $\alpha \in \mathbb{R}$?

prendiamo l'insieme $A = \{q \in \mathbb{Q} : q \leq \alpha\}$

$$\alpha = \sup(A) \leftarrow \text{sempre!}$$

$$\underline{x > 1} \longrightarrow x^\alpha = \sup \{x^q \mid q \in \mathbb{Q}, q \leq \alpha\}$$



$$0 < x < 1 \quad x^\alpha = \inf \{x^q \mid q \in \mathbb{Q}, q \leq \alpha\}$$

funzione esponenziale

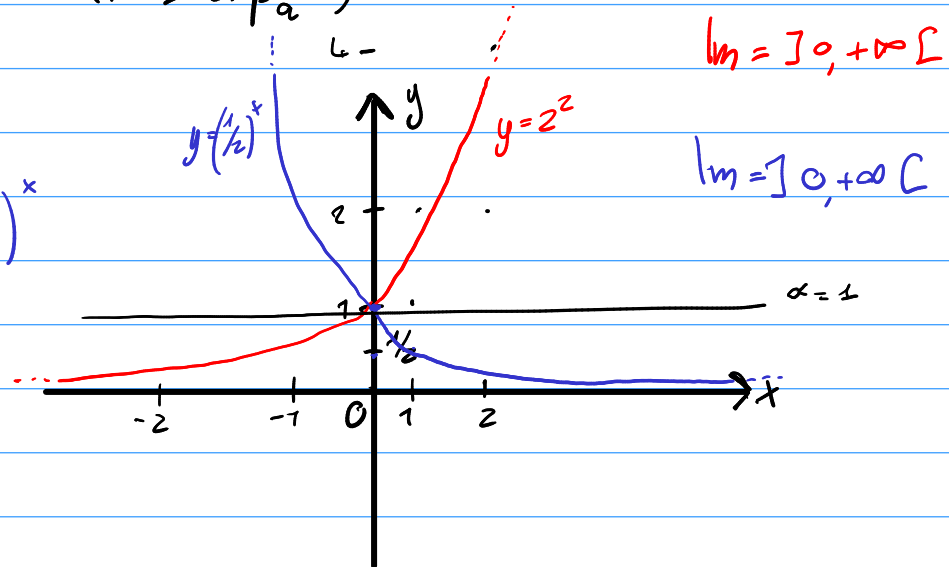
fissiamo $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$

$$\exp_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \exp_a(x) = a^x$$

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



$$\exp_a(x) > 0 \quad \forall a > 0, x \in \mathbb{R}$$

$\exp_a(x)$ strettamente crescente se $a > 1$, invece

se $0 < a < 1$ $\exp_a(x)$ è strettamente decrescente

$$17 \sqrt{2^{x+1}} > 34 \sqrt[3]{4^{x-3}}$$

$$17 \cdot 2^{x+1/2} > 34 \cdot 2^{\frac{2x-6}{3}}$$

$$17 \cdot 2^{x+1/2} > 34 \cdot 4^{x-3/3}$$

$$17 \cdot 2 \cdot 2^{x+3/6}$$

$$\downarrow$$

$$(2^2)^{x-3/3}$$

$$17 \cdot 2^{\frac{x+1}{2}} > 17 \cdot 2^{\frac{2}{3}x - 2 + 1}$$

$$\frac{3-4}{6}x > -\frac{3}{2} \quad \frac{x+1}{2} > \frac{2}{3}x - 2 + 1$$

$$\downarrow$$

$$-\frac{1}{6}x > -\frac{3}{2} \quad \rightarrow x < 9$$

$$34 \left(\frac{3}{5} \right)^x < 25 \left(\frac{9}{25} \right)^x + 9$$

$$34 \left(\frac{3}{5} \right)^x < 25 \left(\frac{3}{5} \right)^{2x} + 9$$

pongo $t = \left(\frac{3}{5} \right)^x$

$$34t < 25t^2 + 9$$

$$0 < 25t^2 - 34t + 9$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{34 \pm \sqrt{34^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9}}{50}$$

$$\frac{34 \pm \sqrt{256}}{50}$$

se è giusto,
divento

$$\begin{array}{r} 11 \\ 34 \cdot \\ 34 \cdot \\ \hline 1364 \\ 1080 = \\ \hline 1156 \end{array} \quad 900$$

$$25 \cdot 9 = 225$$

$$\begin{array}{r} 225 \cdot 4 \\ 225 \cdot 4 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$t_{1,2} = \frac{9}{25}$$

$$0 < t < \frac{9}{25} \quad \vee \quad t > 1$$

$$0 < \left(\frac{3}{5} \right)^x < \frac{9}{25} \quad \vee \quad \left(\frac{3}{5} \right)^x > 1$$

$$x > 2 \quad \vee \quad \left(\frac{3}{5} \right)^x > \left(\frac{3}{5} \right)^0$$

perché
 $\left(\frac{3}{5} \right)^x < 1$

$$x < 0$$

sol: $]-\infty, 0[\quad \vee \quad]2, +\infty[$

logarithmi

fissiamo $a \in \mathbb{R}, a > 1 \vee 0 < a < 1$ why?

perché basterà
scelgere $a \neq 1$

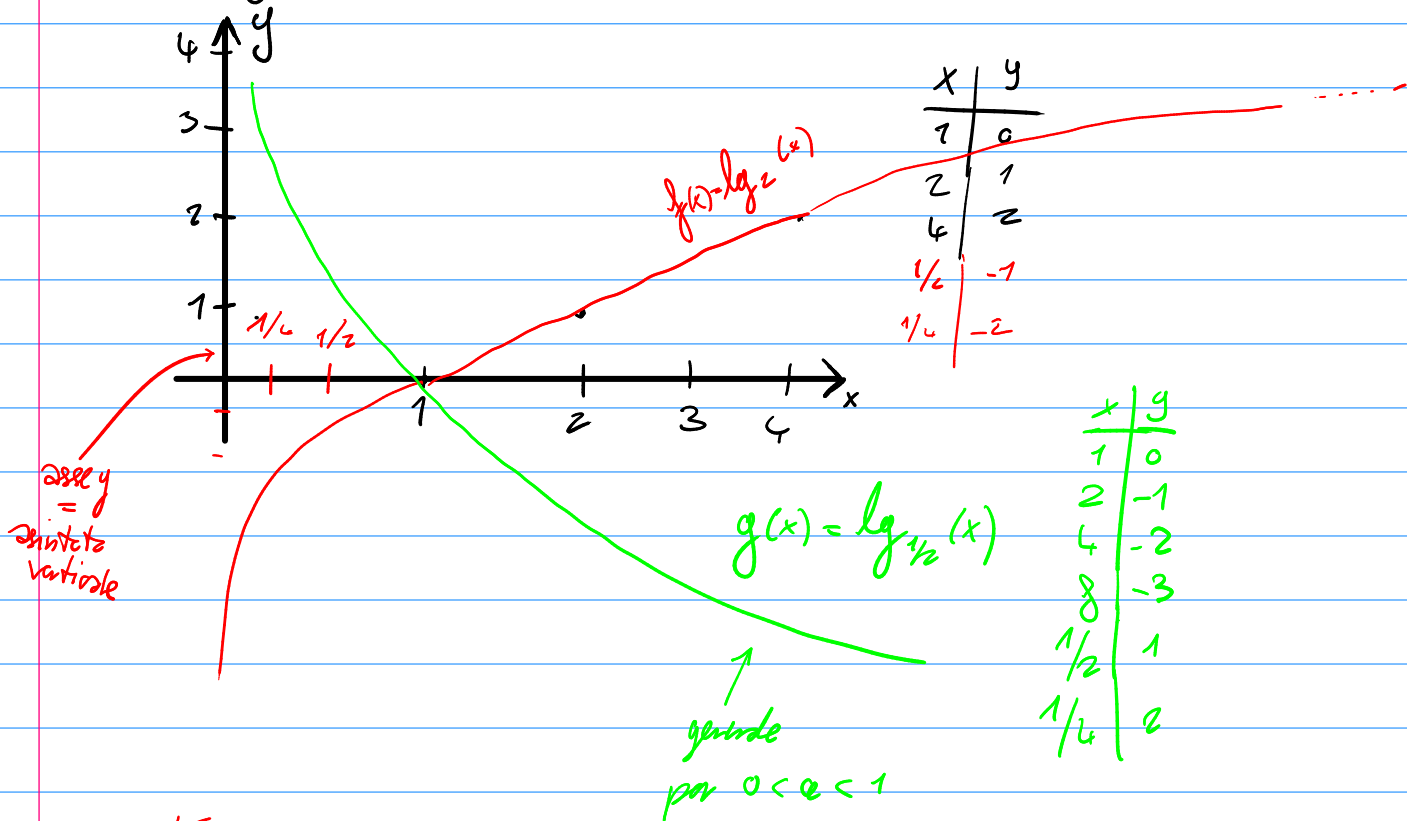
$$\log_a :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = \log_a(x)$$

$$\forall x > 0 \quad y = \log_a(x) \iff a^y = x$$

$$-\log_a(a^x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \exp_a(\log_a(x)) = x \quad \forall x > 0$$

$$f(x) = \log_2(x)$$



proprietà

$$\log_a(1) = 0 \quad \forall a$$

$$\log_a(a) = 1 \quad \forall a$$

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y) \quad \forall x, y > 0$$

ricordo che $x, y > 0$

$$\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y \quad (\text{si può dimostrare, è un teorema})$$

$$\log_a(x^b) = b \cdot \log_a(x) \quad \forall x > 0$$

$$\log_2(x^2) = 2 \log_2(|x|)$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

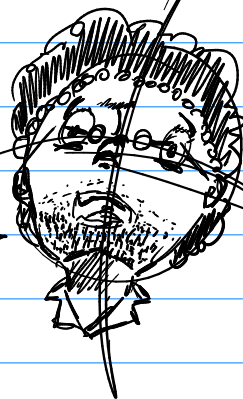
!! occhio ai segni !!

(anche queste con dimostrazione ma sono pigro, non so se)

$$\log_{1/2}(x) = \frac{\log_2(x)}{\log_2(1/2)} = -\log_2(x)$$

$$\log_y(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$$

c'è la
proprietà



$$f(x) = \sqrt{\log_{1/2}(x)} \rightarrow \text{dominio?}$$

$$\begin{cases} \log_{1/2}(x) \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \rightarrow 0 < x \leq 1$$

sol: $]0, 1]$

$$(\log_2(x+5))^2 - \log_2(x+5) - 6 > 0$$

$$\begin{cases} x+5 > 0 \\ x > -5 \end{cases} \quad \text{C.E.} \quad \begin{cases} -5 < x < -\frac{19}{4} \\ x > 3 \end{cases}$$

$$\log_2(x+5) = t$$

$$t^2 - t - 6 > 0$$

$$\frac{+1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$$

$$\frac{+1+5}{2} = 3$$

$$\frac{+1-5}{2} = -2$$

$$t < -2 \wedge t > 3$$

$$\hookrightarrow \log_2(x+5) < -2 \wedge \log_2(x+5) > 3 \rightarrow \left(x < -\frac{19}{4} \wedge x > 3 \right)$$