

# Esercizi per il corso di Probabilità e Statistica

## Foglio 4: Variabili casuali – Soluzioni

### Domanda 1

Un'urna contiene tre palline numerate da 1 a 3. Si estraggono con reinserimento due palline e sia  $X$  la variabile aleatoria che indica la differenza in modulo dei numeri estratti. Si determini:

- (a) La funzione di probabilità di  $X$ , con relativa rappresentazione grafica
- (b)  $\mathbb{P}[X \leq 2]$  e  $\mathbb{P}[2 \leq X < 5]$

**Soluzione:** 1

- (c)  $\mathbb{P}[X < 2]$

**Soluzione:** 7/9

- (d)  $\mathbb{P}[2 \leq X < 5]$

**Soluzione:** 2/9

### Domanda 2

Il numero giornaliero di interruzioni dei servizi di rete ha la seguente distribuzione di probabilità

x	0	1	2
P(x)	0.7	0.2	0.1

Una piccola azienda di commercio online stima che, ad ogni interruzione, perde 500\$. Trovare la funzione di probabilità (con relativa rappresentazione grafica) delle perdite giornaliere dovute alle interruzioni di rete che subisce questa azienda.

### Domanda 3

Sia data una variabile aleatoria  $X$  la cui funzione di densità è  $f(x) = ke^{-|x|}$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$ .

- (a) Determinare la costante di normalizzazione  $k$ .

**Soluzione:**  $k = 1/2$

- (b) Calcolare  $\mathbb{P}[X \leq x]$  per un qualsiasi valore di  $x \in \mathbb{R}$ .

### Domanda 4

Determinare il valore di  $k$  per cui le seguenti funzioni sono delle densità:

- (a)  $f(x) = k \sin(x)$ ,  $0 < x < \pi/4$ ;

**Soluzione:**  $k = 2/(2 - \sqrt{2})$

(b)  $f(x) = k, x \in (-1, 1);$

**Soluzione:**  $k = 1/2$

(c)  $f(x) = kx^2, x \in (-k, k);$

**Soluzione:**  $k = \sqrt[4]{3/2}$

(d)  $f(x) = 2k|1 - x|, x \in (-k, k).$

**Soluzione:**  $k = 1/2$

### Domanda 5

$X$  indica la vita in ore di una lampadina ed è distribuita secondo la densità

$$f(x) = c/x^2 \mathbf{I}_{(100, +\infty)}(x).$$

(a) Trovare il valore di  $c$  per cui questa funzione è una densità di probabilità

**Soluzione:**  $c = 100$

(b) Calcolare  $\mathbb{P}[X > 500]$

**Soluzione:**  $P[X > 500] = 1/5$