

Probabilità e Statistica [CT0111]  
Corso di Laurea triennale in Informatica, a.a. 2023/24

Isadora Antoniano Villalobos  
Esame A, 12 gennaio 2024

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Matricola: \_\_\_\_\_ Firma: \_\_\_\_\_

**ISTRUZIONI: DA LEGGERE CON ATTENZIONE!**

Questo compito è composto di **5 domande**, per un totale di **30 punti** e dura complessivamente **90 minuti**.

**Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.** Qualora si avesse bisogno di più spazio, sarà possibile continuare sulla prima e ultima pagina, indicandolo chiaramente.

Si richiede una traccia dello svolgimento di ogni esercizio e dei calcoli effettuati per rispondere alle domande. La sostituzione del calcolo e/o risposta numerica con un opportuno comando di R è consentita senza penalizzazione, soltanto dove indicato esplicitamente. Utilizzare almeno 4 decimali di precisione per tutti i calcoli numerici.

È consentito il solo uso della calcolatrice, della tavola della distribuzione Normale presente nel sito Moodle del corso e di un foglio A4 (entrambi lati) con formule e annotazioni. Non sono ammessi appunti, libri ed esercizi svolti.

**Il compito non sarà corretto se ci sono informazioni mancanti: Cognome, Nome, Matricola o Firma**

Question:	1	2	3	4	5	Total
Points:	5	4	6	6	9	30
Score:						

**Domanda 1** (5 punti)

Per ognuna delle 5 domande a scelta, leggere attentamente e selezionare un'unica risposta, indicandola chiaramente. Le giustificazioni non sono richieste e, se fornite, non verranno valutate (quindi non perdere tempo).

(a) Se  $X \sim \text{Exp}(4)$  e  $Y \sim \text{Exp}(5)$ , si può affermare che:

- i)  $E[Y] = 1/5$
- ii)  $E[X - Y] = 1/4 - 1/5$
- iii)  $\text{Var}[Y] < \text{Var}[X]$
- iv) Tutte le precedenti.
- v) Nessuna delle precedenti.

(b) Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

i)

$$\sum_{x=0}^{100} \binom{100}{x} x 0.2^x 0.8^{(100-x)} = 20.$$

ii)

$$\int_0^{\infty} e^{-8} \frac{8^x}{x!} dx = 1.$$

iii)

$$\sum_{x=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} = 1.$$

- iv) Tutte le precedenti.
- v) Nessuna delle precedenti.

(c) Se  $X_1, \dots, X_{30}$  sono variabili casuali indipendenti con distribuzione Normale di media  $\mu = 2$  e varianza  $\sigma^2 = 9$ , quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

- i)  $E[\bar{X}] < E[X_1]$
- ii)  $E[\bar{X}] = 30$
- iii)  $\text{Var}(\bar{X}) = 9$
- iv)  $P(\bar{X} = 2) = 0.5$
- v)  $P(\bar{X} > 2) = 0.5$

(d) Se  $A$  e  $B$  sono due eventi indipendenti, quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

- i) Nessuna delle successive.
- ii)  $\mathbb{P}[A \cup B] \leq \mathbb{P}[A]$
- iii)  $\mathbb{P}[A \cap B] = \mathbb{P}[A]\mathbb{P}[B]$
- iv)  $\mathbb{P}[A \cap B] \geq \mathbb{P}[B]$
- v)  $\mathbb{P}[A \cup B] = \mathbb{P}[A] + \mathbb{P}[B]$

- (e) Secondo un sondaggio, in un certo paese, il 80% delle persone di almeno 28 anni di età ha completato 3 anni di università. Si scelgono a caso 6 individui di almeno 28 anni di età. La probabilità che esattamente 2 di loro **non** abbiano completato 3 anni di università è:

- i) 0.0154
- ii) 0.2458
- iii) 0.04
- iv) 0.64
- v) Nessuna delle precedenti.

**Domanda 2** (4 punti)

Si spieghi il concetto di mediana, e si fornisca un esempio della sua utilità.



- (c) Se un cliente sceglie a caso il suo primo fornitore, qual è la probabilità che dopo il primo rinnovo rimanga con lo stesso?

**Domanda 4** (6 punti)

La lunghezza,  $X$  dei cavi caricabatteria prodotti da una ditta seguono una distribuzione normale con media 300 cm e varianza ignota. Si sa, inoltre, che ogni cavo risulta difettoso con probabilità 0.09.

- (a) Si consideri una variabile casuale  $Z$  con distribuzione normale standard e si trovi il valore di  $z$  per il quale  $\mathbb{P}[Z < z] = 0.9495$

- (b) Quanto vale la varianza di  $X$  se con una probabilità pari a 0.9495 la lunghezza di un cavo scelto a caso è minore di 301.64 cm?

- (c) Qual è la probabilità che in una scatola con 20 cavi, almeno 5 di essi siano difettosi?  
 È possibile sostituire la risposta numerica con un opportuno comando di R.

**Domanda 5** (9 punti)

La seguente tabella corrisponde alla distribuzione di probabilità congiunta del numero di automobili ( $X$ ) e del numero di autobus ( $Y$ ) che svoltano a sinistra, in una intersezione, ad ogni ciclo del semaforo.

		Y		
		0	1	2
X	0	0.150	0.100	0.065
	1	0.125	0.095	0.060
	2	0.150	0.060	0.045
	3	0.075	0.045	0.030

- (a) Qual è la probabilità che esattamente due automobili e un autobus svoltino a sinistra durante un ciclo del semaforo?

- (b) Si calcoli la probabilità che durante un ciclo del semaforo svoltino a sinistra lo stesso numero di autobus e di automobili.
- (c) Qual è la probabilità che esattamente due automobili svoltino a sinistra durante un ciclo del semaforo? E la probabilità che svolti a sinistra esattamente un autobus?
- (d) Le due variabili sono indipendenti? Giustificare adeguatamente la risposta.



- (e) Sapendo che durante un certo ciclo di semaforo svoltano a sinistra due automobili, qual è la probabilità che svolti anche un autobus (durante lo stesso ciclo)?

- (f) Sapendo che durante un certo ciclo di semaforo svoltano a sinistra due automobili, qual è il numero atteso di autobus che svoltano a sinistra (durante lo stesso ciclo)?