

Esercizi del corso
Algebra Lineare
Secondo semestre 2024/2025
Foglio 8: Soluzione di sistemi lineari

Esercizio 1 (Soluzione di sistemi lineari)

Risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x + y + z &= 1 \\ 4x - y + z &= -5 \\ y - x + 2z &= 5 \end{cases}$$

Esercizio 2 (Soluzione di sistemi lineari)

Risolvere il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &= -1 \\ -x_1 - 5x_2 + 3x_3 &= -3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ 3x_1 + x_3 + 5x_4 &= -1 \end{cases}$$

Esercizio 3 (Soluzione di sistemi lineari)

Risolvere, al variare di $m \in \mathbb{R}$, il seguente sistema:

$$\begin{cases} mx + (m - 1)y &= m + 2 \\ (m + 1)x - my &= 5m + 3 \end{cases}$$

Esercizio 4 (Soluzione di sistemi lineari)

Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{cases} x + z &= 2 \\ 2x - y + kz &= 1 \\ (1 + k)x - ky + z &= 2 \end{cases}$$

ammette un'unica soluzione. Per tali valori, se esistono, determinare l'unica soluzione del sistema.

Esercizio 5 (Soluzione di sistemi lineari)

Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema

$$\begin{cases} -x + ky + 2z & = 1 \\ -kx + y + (1+k)z & = 2 \\ y + z & = 2 \end{cases}$$

non ammette soluzioni.

Esercizio 6 (Soluzione di sistemi lineari)

Considerare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il seguente sistema di tre equazioni e quattro incognite:

$$\begin{cases} x - 2y - z & = 0 \\ kx - ky + w & = 0 \\ y + kz + w & = 0 \end{cases}$$

- (a) Determinare, al variare di $k \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del sistema.
- (b) Per questi valori di k , se ce ne sono, trovare la (o le infinite) soluzioni.
- (c) Ripetere l'esercizio considerando questa volta il vettore di termini noti $b = (1, 1, 1)$.

Esercizio 7 (Sistemi lineari)

Studiare il numero di soluzioni del seguente sistema (senza risolverlo)

$$\begin{cases} x + 2y + z & = 1 \\ 2y & = -2 \\ x - 2y + z & = 2. \end{cases}$$

Esercizio 8 (Soluzione di sistemi lineari)

Studiare il numero di soluzioni del seguente sistema (senza risolverlo)

$$\begin{cases} x - y + w & = 1 \\ z - w & = -1 \\ x - y + 2z - w & = 1 \end{cases}$$

Esercizio 9 (Sistemi lineari)

Considerare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, il sistema

$$\begin{cases} x + (a - 1)y + (2 - a)z &= 0 \\ x + ay + 2z &= 0 \\ x + (a - 2)y + (2 - 2a^2)z &= 0. \end{cases}$$

- (a) Determinare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, il numero di soluzioni del sistema.
- (b) Per questi valori di a , se ce ne sono, trovare la (o le infinite) soluzioni.
- (c) Ripetere l'esercizio considerando questa volta il vettore di termini noti $b = (a + 5, 4, 6)$.