

Esercizi del corso  
**Analisi Matematica - Mod. 1**  
Primo semestre 2024/2025  
**Foglio 2: Funzioni elementari**

---

**Esercizio 1 (Grafico di funzioni)** .....

Fare gli esercizi 1-6 delle slides (pagine 31-35)

**Esercizio 2 (Funzioni composte e periodiche)** .....

- (a) Siano  $f$  e  $g$  due funzioni, entrambe crescenti o decrescenti. Si dimostri che allora anche la funzione composta  $f \circ g$  è crescente.
- (b) Siano  $f$  e  $g$  due funzioni, entrambe crescenti. Si dimostri che allora anche  $f+g$  è crescente.
- (c) Siano  $f$  e  $g$  due funzioni, entrambe crescenti. Si trovi un esempio in cui  $f \cdot g$  non è crescente.
- (d) Siano  $f$  e  $g$  due funzioni, entrambe periodiche con minimo periodo  $T$ . Si discuta la periodicità delle funzioni  $h_1 = f + g$ ,  $h_2 = f \cdot g$ ,  $h_3 = |f|$ .

**Esercizio 3 (Dominio di funzioni)** .....

Si trovi il dominio delle funzioni seguenti:

- (a)  $f(x) = \log_2(x^2 + 1) + \log_5(x + 2)$  S:  $x \in ] - 2, -1[ \cup ]1, +\infty[$
- (b)  $f(x) = \log_x(x)$  S:  $x \in ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$
- (c)  $f(x) = \log_2\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)$  S:  $x \in ]0, 1[$
- (d)  $f(x) = \log_a\left(\frac{x}{x-1}\right)$  S:  $x \in ] - \infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$

**Esercizio 4 (Proprietà dei logaritmi)** .....

- (a) Verificare che  $(\log_a b) \cdot (\log_b c) \cdot (\log_c a) = 1$ , precisando quali sono le condizioni da imporre sui numeri  $a, b, c$ .
- (b) Verificare che per ogni  $b > 0$  vale  $\log_a b = \log_{\sqrt{a}} b + \log_{\frac{1}{a}} b$ .

---

**Esercizio 5 (Disequazioni)**.....

Risolvere le disequazioni seguenti:

(a)  $\left(\frac{1}{4}\right)^x < 64$   $S : x \in ] -2, +\infty[$

(b)  $\frac{35}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} > 0.7 \cdot 5^x$   $S : x \in ] -\infty, \frac{2}{3}]$

(c)  $9 \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 + 4 \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} \leq 0$   $S : \emptyset$

(d)  $\log(x+5) - \log(4-x) + \log(3x-1) > \log(3x-1) - \log(x+4)$   $S : x \in ] \frac{1}{3}, 4[$

(e)  $\frac{1}{2} \log(-x^2 + 2x) < \log x$   $S : x \in ]1, 2[$

(f)  $\log\left(2 + \frac{1}{x}\right) - \log\left(2 - \frac{1}{x}\right) < \log(2x+1) - \log(1-2x)$   $S : \emptyset$

(g)  $2 \log_{\sqrt{3}}(1-x) - \log_{\sqrt{3}}(3-x) < 2$   $S : x \in \left] \frac{-1-\sqrt{33}}{2}, 1[ \right.$

(h)  $3 \log_5(x-4) > \frac{6}{\log_5(x-4)+1}$   $S : x \in \left] \frac{101}{25}, \frac{21}{5} [ \cup ]9, +\infty[ \right.$