

# Esercizi per il corso di Probabilità e Statistica

## Foglio 7: Distribuzioni Discrete Parte 2 – Soluzioni

### Domanda 1

Il numero mensile di *shutdown* di un server segue una distribuzione di Poisson, con una media di 0.25 al mese.

- (a) Qual è la probabilità che si verifichino almeno 3 shutdown nel prossimo anno?

**Soluzione:** 0.5768

- (b) Durante il prossimo anno, qual è la probabilità che ci siano almeno 3 mesi (su 12) con esattamente uno shutdown per mese?

**Soluzione:** 0.4228

### Domanda 2

Ad un casello autostradale arriva ogni ora un numero di automobili che segue una distribuzione di Poisson di parametro  $\lambda = 20$ .

- (a) Qual è la probabilità che in un'ora arrivino non più di 7 automobili?

**Soluzione:** 0.000778

- (b) E che il numero di macchine sia compreso fra 6 e 12 (estremi inclusi)?

**Soluzione:** 0.03894

### Domanda 3

In media 1 computer su 800 va in *crash* durante un violento temporale. Si consideri un'azienda con 4000 computer in attività durante un violento temporale.

- (a) Calcolare la probabilità che vadano in crash meno di 10 computer.

**Soluzione:** 0.968

- (b) Calcolare la probabilità che vadano in crash esattamente 10 computer.

**Soluzione:** 0.018

- (c) Calcolare le precedenti probabilità senza usare R.

### Domanda 4

Dopo che un virus ha infettato un sistema informatico, un sistemista controlla lo stato di tutti i file importanti. Ogni file viene danneggiato dal virus con probabilità 0.2 indipendentemente dagli altri files.

- (a) Calcolare la probabilità che almeno 5 dei primi 20 file siano stati danneggiati.

**Soluzione:** 0.3704

- (b) Calcolare la probabilità che il sistemista debba controllare almeno 6 file per trovarne uno danneggiato.

**Soluzione:** 0.3277

### Domanda 5

In una località balneare la probabilità che piova in un qualunque giorno del mese di agosto è 0.05. Assumendo che vi sia indipendenza tra i vari giorni del mese:

- (a) Qual è la probabilità che la prima pioggia del mese si osservi il 15 agosto?

**Soluzione:** 0.0244

- (b) E prima del 15 agosto?

**Soluzione:** 0.5123

- (c) Dato che fino al 10 agosto non ha piovuto, qual è la probabilità che non piova fino al 25?

**Soluzione:** 0.4633

### Domanda 6

Il 40% degli ordini effettuati a una società di e-commerce viene effettuato telefonicamente, mentre il restante 60% viene effettuato online. Gli ordini effettuati per telefono ricevono uno sconto speciale il 29% delle volte, mentre gli ordini effettuati online ricevono uno sconto simile il 26% delle volte. Si considerino 10 ordini scelti a caso.

- (a) Qual è la probabilità che esattamente cinque di questi ordini siano stati effettuati per telefono e abbiano ottenuto uno sconto speciale?

**Soluzione:** 0.002857

- (b) Qual è la probabilità che esattamente cinque di questi ordini abbiano ottenuto uno sconto speciale?

**Soluzione:** 0.0767

- (c) Qual è la probabilità che al massimo cinque di questi ordini abbiano ottenuto uno sconto speciale?

**Soluzione:** 0.97024

### Domanda 7

Sia  $A$  l'area (casuale) del rettangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(0, Y)$ ,  $(2, Y)$  e  $(2, 0)$ . Si calcoli il valore atteso e la varianza di  $A$  se:

- (a)  $Y \sim U(0, 1)$

**Soluzione:**  $\mathbb{E}[A] = 1$ ;  $\text{Var}[A] = 1/3$

- (b)  $Y \sim N(0, 1)$

**Soluzione:**  $\mathbb{E}[A] = 0$ ;  $\text{Var}[A] = 4$

### Domanda 8

Se  $Z \sim N(0, 1)$ , trovare le costanti  $a$  e  $b$  per cui  $P(Z \leq a) = 0.9686$  e  $P(Z \geq b) = 0.1788$ .

**Soluzione:**  $a = 1.86$ ,  $b = 0.92$

### Domanda 9

Se  $X \sim N(3, 5^2)$ , calcolare  $P(4 \leq X \leq 6)$ ,  $P(1 \leq X \leq 5)$ ,  $P(-1 \leq X \leq 2)$ .

**Soluzione:**  $P(4 \leq X \leq 6) = 0.1464$ ,  $P(1 \leq X \leq 5) = 0.3108$ ,  $P(-1 \leq X \leq 2) = 0.2088$

### Domanda 10

Se  $X \sim N(4, 4^2)$ , calcolare la costante  $c$  per cui  $P(|X - 4| \leq c) = 0.9505$ .

**Soluzione:**  $c = 7.84$

### Domanda 11

Sia  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Determinare i valori della media e della varianza di  $X$  sapendo che  $P(X \leq 2.45) = 0.15$  e  $P(X \geq 2.6) = 0.06$ .

**Soluzione:**  $\mu = 2.51$ ,  $\sigma^2 = 0.00336$

### Domanda 12

I diametri delle ruote per bicicletta prodotte da una ditta hanno distribuzione normale con media 58.5 cm e varianza 0.9 cm<sup>2</sup>. Determinare:

- (a) la percentuale di ruote con diametro compreso fra 58.1 cm e 58.8 cm;

**Soluzione:** 28.74%

- (b) la percentuale di ruote con diametro superiore a 58.7 cm, dato che il loro diametro è superiore a 58.5 cm;

**Soluzione:** 83.30%

- (c) la probabilità che su 10 ruote scelte a caso dalla produzione, soltanto una abbia diametro inferiore a 58.3 cm.

**Soluzione:** 0.03265

- (d) La ditta afferma che in un lotto di 20 ruote consegnate ad un costruttore di biciclette, 2 hanno diametro inferiore a 58.3 cm. Calcolare la probabilità che proprio queste due ruote vengano utilizzate per la costruzione della prossima bicicletta.

**Soluzione:** 0.00526

### Domanda 13

Un'azienda può scegliere di acquistare da due fornitori, A e B, un pezzo meccanico che dev'essere lungo 10 cm. La lunghezza del pezzo del fornitore A segue una distribuzione uniforme tra  $10 - d$  cm e  $10 + d$  cm, con  $d$  costante non nota; la lunghezza del pezzo del fornitore B segue invece una distribuzione normale con media 10 cm e varianza 4 cm<sup>2</sup>. La probabilità di scegliere il fornitore A è pari a  $2/3$ .

- (a) Calcolare, in funzione di  $d$ , la probabilità che un pezzo acquistato dall'azienda sia al di fuori dell'intervallo di specifica (9, 11) cm.
- (b) Calcolare per quale valore di  $d$  i due fornitori producono il pezzo con la stessa lunghezza media e la stessa varianza.

**Soluzione:**  $d = 2\sqrt{3}$