

### Foglio di Esercizi 1 – Numeri complessi

**SUGGERIMENTO GENERALE:** spesso conviene portare il numero complesso dato nella forma algebrica  $z = a + ib$ , ma NON SEMPRE. La forma trigonometrica potrebbe essere conveniente negli esercizi che richiedono potenze e radici.

**Esercizio 1.** Determinare parte reale e parte immaginaria dei seguenti numeri complessi:

1.1  $z = \frac{i-4}{2i-3}$

1.2  $z = \frac{3+2i}{i-2}$

1.3  $z = \frac{i+1}{i-1}$

**Esercizio 2.** Scrivere in forma algebrica i seguenti numeri complessi:

2.1  $z = \frac{(2+i)(1-i)}{3-2i}$

2.2  $z = \frac{1}{i(3+2i)}$

2.3  $z = \frac{(\sqrt{3}+i\sqrt{2})^3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}i}$

2.4  $z = (\sqrt{2}-1) - i(1-\sqrt{2}i)$

2.5  $z = (3+i)(3-i) \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{10}i \right)$

2.6  $z = \frac{1}{(1-i)(2-i)(3-i)}$

2.7  $z = \overline{(1-i)^3}$

**Esercizio 3.** Calcolare modulo e argomento dei seguenti numeri complessi:

3.1  $z = -3i$ ;  $z = -5$ ;  $z = -\sqrt{3} + i$

3.2  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$

3.3  $z = \frac{1-i}{1+i}$

3.4  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$

**Esercizio 4.** Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi:

4.1  $z = -1 + \sqrt{3}i$ ;  $z = 3 + 3i$ ;  $z = 2i$

4.2  $z = \sqrt{3} + i$ ;  $z = \sqrt{3} - i$ ;  $z = -8$

4.3  $z = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$

4.4  $z = -\frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{2}i$

$$4.5 \quad z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$4.6 \quad z = \frac{1}{3+3i}$$

$$4.7 \quad z = \frac{4i}{\sqrt{3}+i}$$

$$4.8 \quad z = (1+i)(2-2i)$$

**Esercizio 5.** Calcolare:

$$5.1 \quad \left( \frac{1-i}{1+i} \right)^3$$

$$5.2 \quad (1-i)^{11}$$

**Esercizio 6.** Calcolare  $z^2, z^6$  e  $z^{22}$  per i seguenti numeri complessi

$$6.1 \quad z = -\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{i}$$

$$6.2 \quad z = \frac{1+i}{2-2i},$$

**Esercizio 7.** Calcolare le seguenti radici e rappresentarle sul piano complesso:

$$7.1 \quad (1 - \sqrt{3}i)^{1/2}$$

$$7.2 \quad \sqrt[4]{-2}$$

$$7.3 \quad \sqrt[5]{-i}$$

$$7.4 \quad \sqrt[3]{1+i}$$

$$7.5 \quad \left( \frac{-2}{1-\sqrt{3}i} \right)^{1/4}$$

$$7.6 \quad \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^{1/4}$$

$$7.7 \quad \text{Le radici cubiche di } -1$$

**Esercizio 8.** Risolvere le seguenti equazioni:

$$8.1 \quad z^2 + 1 = 0$$

$$8.2 \quad z^2 + z + 1 = 0$$

$$8.3 \quad z^2 - (4+i)z + 4 + 2i = 0$$

$$8.4 \quad z^2 = 3 - 4i$$

$$8.5 \quad (z-2)^3 = -i$$

$$8.6 \quad z^6 - 8z^3 + 9 = 0$$

$$8.7 \quad z\bar{z} - z + i = 0$$

$$8.8 \quad (z+i)^2 = (\sqrt{3}+i)^3$$

$$8.9 \quad (z - 2i)^4 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$$

(Suggerimento: trovare le radici quarte del membro di destra).

$$8.10 \quad z^5 + (1 + i)z = 0 \quad (\text{Suggerimento: raccogliere } z \text{ e risolvere l'equazione risultante trovando le radici quarte}).$$

**Esercizio 9.** Sapendo che  $z_1 = i$  è radice del polinomio

$$z^3 - iz^2 + z - i,$$

trovare le altre (due) radici. Trovare poi tutte le soluzioni dell'equazione:

$$z^6 - iz^4 + z^2 - i = 0$$