

Esercizi del corso  
**Algebra Lineare**  
Secondo semestre 2024/2025  
**Foglio 1: Numeri Complessi**

**Esercizio 1 (Parte reale ed immaginaria) .....**

Determinare parte reale e parte immaginaria dei seguenti numeri complessi:

(a)  $z = \frac{i-4}{2i-3}$

(b)  $z = \frac{3+2i}{i-2}$

(c)  $z = \frac{i+1}{i-1}$

**Esercizio 2 (Forma algebrica) .....**

Scrivere in forma algebrica i seguenti numeri complessi:

(a)  $z = \frac{(2+i)(1-i)}{3-2i}$

(e)  $z = (3+i)(3-i) \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}i\right)$

(b)  $z = \frac{1}{i(3+2i)}$

(f)  $z = \frac{1}{(1-i)(2-i)(3-i)}$

(c)  $z = \frac{(\sqrt{3}+i\sqrt{2})^3}{\sqrt{2}-\sqrt{3}i}$

(d)  $z = (\sqrt{2}-1) - i(1-\sqrt{2}i)$

(g)  $z = \overline{(1-i)^3}$

**Esercizio 3 (Forma polare) .....**

Calcolare modulo e argomento dei seguenti numeri complessi:

(a)  $z = -3i; \quad z = -5; \quad z = -\sqrt{3} + i$

(c)  $z = \frac{1-i}{1+i}$

(b)  $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$

(d)  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$

**Esercizio 4 (Forma trigonometrica) .....**

Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi:

(a)  $z = -1 + \sqrt{3}i; \quad z = 3 + 3i; \quad z = 2i$

(e)  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

(b)  $z = \sqrt{3} + i; \quad z = \sqrt{3} - i; \quad z = -8$

(f)  $z = \frac{1}{3+3i}$

(c)  $z = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$

(g)  $z = \frac{4i}{\sqrt{3}+i}$

(d)  $z = -\frac{5}{2}\sqrt{3} - \frac{5}{2}i$

(h)  $z = (1+i)(2-2i)$

---

**Esercizio 5 (Potenze I) .....**

Calcolare:

- (a)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$
- (b)  $(1-i)^{11}$

**Esercizio 6 (Potenze II) .....**

Calcolare  $z^2$ ,  $z^6$  e  $z^{22}$  per i seguenti numeri complessi:

- (a)  $z = -\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{i}$
- (b)  $z = \frac{1+i}{2-2i}$ ,

**Esercizio 7 (Radici) .....**

Calcolare le seguenti radici e rappresentarle sul piano complesso:

- (a)  $(1 - \sqrt{3}i)^{1/2}$
- (b)  $\sqrt[4]{-2}$
- (c)  $\sqrt[5]{-i}$
- (d)  $\sqrt[3]{1+i}$
- (e)  $\left(\frac{-2}{1-\sqrt{3}i}\right)^{1/4}$
- (f)  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{1/4}$
- (g) Le radici cubiche di  $-1$

**Esercizio 8 (Soluzione di equazioni I) .....**

Risolvere le seguenti equazioni:

- (a)  $z^2 + 1 = 0$
- (b)  $z^2 + z + 1 = 0$
- (c)  $z^2 - (4+i)z + 4 + 2i = 0$
- (d)  $z^2 = 3 - 4i$
- (e)  $(z-2)^3 = -i$
- (f)  $z^6 - 8z^3 + 9 = 0$
- (g)  $z\bar{z} - z + i = 0$
- (h)  $(z+i)^2 = (\sqrt{3}+i)^3$
- (i)  $(z-2i)^4 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$  (Suggerimento: trovare le radici quarte del membro di destra).
- (j)  $z^5 + (1+i)z = 0$  (Suggerimento: raccogliere  $z$ , risolvere trovando le radici quarte).

**Esercizio 9 (Soluzione di equazioni II) .....**

Sapendo che  $z_1 = i$  è radice del polinomio

$$z^3 - iz^2 + z - i,$$

trovare le altre (due) radici. Trovare poi tutte le soluzioni dell'equazione:

$$z^6 - iz^4 + z^2 - i = 0.$$