Università Ca' Foscari Venezia
Corso di Algebra Lineare; Corso di Laurea in Informatica

Foglio di Esercizi 13 –Prova scritta parziale (simulazione seconda parte) – 90 minuti

Esercizio 1. *Sia* $\{e_1, e_2, e_3\}$ *la base canonica di* $V = \mathbb{R}^3$ *e si consideri la trasformazione lineare* $T : V \to V$ *data da*

$$T(e_1) = e_1 - 2e_3, \;\; T(e_2) = e_1 + e_2 - 2e_3, \;\; T(e_3) = 3e_3.$$

(a) *Determinare gli autovalori di* T *e le relative molteplicitá algebriche;*

(b) *determinare gli autospazi;*

(c) *determinare una base di ciascun autospazio;*

(d) *é possibile trovare una base di* V *formata da autovettori di* T *?*

Esercizio 2. *Si consideri il seguente sistema lineare dipendente dal parametro reale* h *:*

$$\begin{cases} hx + y = 1 \\ x + hy = h \\ (1-h)x + y + hz = 0 \\ 2x + (2+h)y + hz = 1 + h. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di h *il sistema*

(a) *ammette soluzioni;*

(b) *ammette* ∞^1 *soluzioni;*

(c) *ammette una sola soluzione.*

Esercizio 3. *Dimostrare che esiste un unico* $k \in \mathbb{R}$ *in corrispondenza del quale la funzione* $T : V \to V$ *, ove* $V = \mathbb{R}^2$ *, tale che*

$$T(1,2) = (3,0), \;\; T(2,4) = (k,0), \;\; T(0,1) = (1,-1/2)$$

é un endomorfismo. Determinare poi la matrice A *associata a* T *rispetto alla base canonica, mostrare che é simmetrica, scrivere esplicitamente la forma quadratica* $q_A(x,y)$ *ad essa associata e infine determinare di che tipo si tratti.*

Esercizio 4. *Sia* M_2 *lo spazio vettoriale delle matrici quadrate di ordine due e sia* M^* *il sottoinsieme di* M_2 *costituito dalle matrici singolari. Si puó affermare che* M^* *sia un sottospazio vettoriale di* M_2 *? Se pensate che lo sia, dovete dimostrarlo, altrimenti producete un controesempio.*