Diese Übungen sollen am **7. Jänner 2020** in den Übungsgruppen vorgestellt werden. Die Aufgaben, die Sie bereit sind in den Übungen an der Tafel zu präsentieren, müssen in TUWEL bis zum **6. Jänner 2020 um 23:30 Uhr** angekreuzt werden.

---

(1) **Einstichproben-Test für Anteile (mit R)**
Sie sind auf einem Jahrmarkt und ein Losbudenbebetreiber behautet jedes zweite Los sei ein Gewinn. Sie beobachten da das Treiben rund um den Losbudenstand eine Weile und zählen dass von 58 verkauften Losen 17 ein Gewinn waren. Lässt Sie diese Beobachtung an der Behauptung zweifeln?

(a) Berechnen Sie den P-Wert im Rahmen des (zweiseitigen) Einstichproben-Tests für Häufigkeiten

(b) Was würden Sie dem Losbudenbesitzer auf dieser Basis antworten?

(2) **Einstichproben-Test für Anteile (ohne R)**
Im Kontext der Einstichprobensituation für Häufigkeiten sei die beobachtete relative Häufigkeit $h = 1/2$. Die Nullhypothese sei $H_0 : p = 0.4$ und der durchzuführende (approximative) Test sei zweiseitig. Beantworten Sie die folgenden Fragen, indem Sie nur die unterere Tabelle nutzen, welche die α-Quantile q_α der $N(2, 1)$-Verteilung angibt.

α	0.01	0.05	0.1	0.2	0.5
q_α	-0.32	0.36	0.72	1.16	?

(a) Was ist der Wert des Fragezeichens in der Tabelle?

(b) Wird für $n = 49$ die Nullhypothese auf dem 10%-Niveau abgelehnt?

(c) Wird für $n = 144$ die Nullhypothese auf dem 3%-Niveau abgelehnt?

(3) **Zweistichproben-Test für Anteile (mit R)**
In einer Umfrage wurden Studierende zum Ausgang einer Prüfung befragt. Hat der regelmäßige Besuch der entsprechenden Veranstaltung einen Einfluss auf das Bestehen der Prüfung? In der Datei `Umfrage.Rdata` sind die Ergebnisse der Umfrage hinterlegt (1 = bestanden / 0 = durchgefallen). Testen Sie die Nullhypothese, dass der Besuch der Veranstaltung keinen Effekt auf den Ausgang der Prüfung hat.

(a) Stellen Sie die Anteile an bestandenen Prüfungen in einem barplot dar, und zwar abhängig davon, ob die Veranstaltung regelmäßig besucht wurde. Zeichnen Sie die Standardfehler ein

(b) Kommentieren Sie ihre Grafik

(c) Testen Sie obige Nullhypothese auf dem 5% mit einem zweiseitigen Test zum Vergleich von zwei Häufigkeiten

(d) Interpretieren Sie Ihr Ergebnis

(4) **Welche Aussage ist korrekt?**
In der Situation des Zweistichproben-Tests für Anteile wurde die Nullhypothese, dass die Populationsanteile gleich sind, auf dem 3%-Niveau nicht verworfen. (Die Stichprobengrößen seien groß, in dem Sinne dass die Normalapproximation sinnvoll ist.) Kommentieren Sie folgende Aussagen.

(a) Die beiden beobachteten relativen Häufigkeiten unterscheiden sich nicht
(b) Die relativen Häufigkeiten in beiden Gruppen sind genau dann gleich, wenn die absoluten Häufigkeiten gleich sind
(c) Die Teststatistik war größer als das 95%-Quantil der $N(0,1)$-Verteilung
(d) Hätten wir rechtsseitig getestet, so wäre (c) wahr
(e) Das 99%-Konfidenzintervall überdeckt die null
(f) Die Nullhypothese ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 97% richtig
(g) Falls die Nullhypothese zutrifft, so ist die Wahrscheinlichkeit den α-Fehler nicht zu begehen größer als 99%

(5) **Schätzer für die Varianz**
Es seien $Y_1, \ldots, Y_n$ unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariable mit Varianz σ^2. Der kanonische Schätzer für σ^2 ist die Stichprobenvarianz

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{Y})^2.$$

Es sei nun $Y_1 \sim ber(p)$ und H die relative Häufigkeit der Erfolge. In diesem Spezialfall haben wir σ^2 durch $H(1-H)$ geschätzt. Ist dieser Schätzer 'weit entfernt' von S^2? Genauer: Drücken Sie S^2 durch $H(1-H)$ aus.

(6) **Binomialtest**
Es sei $n = 225$ und $Y_1, \ldots, Y_n$ seien unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariable mit $Y_1 \sim ber(p)$. Angenommen Sie finden für eine Realisierung der Zufallsvariablen genau 60 mal den Ausgang 0. Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : p = 2/3$ mit einem rechtsseitigem Test zum Niveau $\alpha = 5\%$. Nutzen Sie als Teststatistik die absolute Häufigkeit (der 1er)

$$A := \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

(a) Wie verteilt sich A unter H_0?
(b) Was ist der Wert der Teststatistik a basierend auf der Realisierung?
(c) Geben Sie den P-Wert an
(d) Formulieren Sie ein Ergebnis
(e) Führen Sie den Einstichproben-Test für Anteile (z-Statistik) durch und vergleichen Sie den P-Wert mit dem aus (c)

Tipp: R-Befehl `pbinom()`

(7) **Simulation der Überdeckungswahrscheinlichkeit**
Simulieren Sie die Überdeckungswahrscheinlichkeit des Einstichproben-Konfidenzintervall für Häufigkeiten - Hält das Konfidenzintervall was es verspricht?
Es seien $Y_1, \ldots, Y_n$ unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariable mit $Y_1 \sim ber(p)$. Approximieren Sie in 10000 Simulationen die Überdeckungswahrscheinlichkeit des 95%-Konfidenzintervalls, d.h. simulieren Sie den Anteil der Überdeckungen des Parameters p. Dabei sei

(a) $n = 45$ und $p = 4/9$
(b) $n = 10$ und $p = 1/10$
(c) Stellen Sie die simulierten relativen Häufigkeiten aus (a) und (b) je in einem Histogramm dar und kommentieren Sie die simulierten Überdeckungswahrscheinlichkeiten

Tipp: R Befehl `rbinom()` und z.B. `ifelse()`