Diese Übungen sollen am **26. November 2019** in den Übungsgruppen vorgestellt werden. Die Aufgaben, die Sie bereit sind in den Übungen an der Tafel zu präsentieren, müssen in TUWEL bis zum **25. November 2019 um 23:30 Uhr** angekreuzt werden.

---

(1) ***t*-Test (mit R)** Zwei Informatiker haben ein Spiel entwickelt, bei dem ein BMX-Fahrer einen Parcours durchfahren muss. Es geht darum möglichst viel Strecke zu machen. Sie interessieren sich nun dafür wie viele Meter ein Laie, der das Spiel zum ersten mal spielt, im Schnitt zurück legt. Dazu lassen Sie das Spiel von einigen Probanden Probe spielen und notieren die gemachten Meter. Die Ergebnisse sind in Datei `dist.Rdata` abgelegt.

Testen Sie die Nullhypothese dass, die mittlere zurück gelegte Distanz 550 Meter beträgt anhand eines zweiseitigen t-Tests zum Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$.

Gehen Sie dazu wie folgt vor.

(a) Stellen Sie die Daten in einem Histogramm dar. Verteilen sie sich näherungsweise glockenförmig? (Falls Sie sich nicht mehr erinnern.)

(b) Berechnen Sie die t-Statistik (ohne `t.test()`)

(c) Berechnen Sie den p-Wert (ohne `t.test()`). Lehnen Sie die Nullhypothese ab?

(d) Interpretieren Sie Ihr Ergebnis

(e) Führen Sie den Test nun mittels `t.test()` durch und vergleichen Sie die Ergebnisse

(2) **Absurdität des Testens**
Es sei die gleiche Situation wie in der vorherigen Aufgabe "***t*-Test (mit R)**" gegeben, nur dass zusätzlich noch dreimal so viele Probanden gespielt haben. Die gesamten Daten sind in der Datei `dist_more.Rdata` abgelegt.

(a) Führen Sie den t-Test durch. Wie entscheiden Sie hier?

(b) Stellen sie die Daten aus `dist.Rdata` sowie `dist_more.Rdata` in zwei Histogrammen untereinander dar (`par(mfrow=c(2,1))`). Markieren Sie je den Mittelwert und den Standardfehler des Mittelwerts, sowie den Wert 550 Meter.

(c) Diskutieren Sie, was Ihre Grafik in Hinblick auf die Ausgänge der Tests aussagt.

(3) ***t*-Test (ohne R)**
Im Kontext eines t-Tests sei $\bar{x} = 2.05$, $s^2 = 4$, $n = 16$ und $H_0 : \mu = 1$. Die Werte der Verteilungsfunktion F der $t(n)$-Verteilung sind

t	-2.300	-2.200	-2.100	-2.000	-1.900	-1.800
$F(t)$ (für $n = 15$)	0.018	0.022	0.027	0.032	0.038	0.046
$F(t)$ (für $n = 16$)	0.018	0.021	0.026	0.031	0.038	0.045

Wie entscheiden Sie

(a) bei einem rechtsseitigen Test zum Niveau 5%?

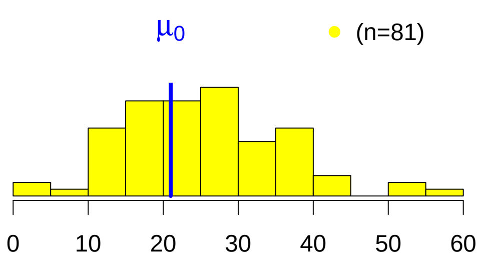
(b) bei einem rechtsseitigen Test zum Niveau 1%?
(c) bei einem linksseitigen Test zum Niveau 5%?
(d) bei einem beidseitigen Test zum Niveau 5%?

(Nutzen Sie nur obige Informationen)

(4) **Approximatives Konfidenzintervall**
Es werden regelmäßig Nachrichten von einem bestimmten Sender zu einem Empfänger geschickt. Stichprobenartig wurde für einzelne Nachrichten die Zeit des Transfers gemessen und in der Datei `wartezeiten.Rdata` abgelegt.

(a) Stellen Sie die Daten im Histogramm dar. Verteilen sie sich annähernd glockenförmig?
(b) Konstruieren Sie ein approximatives 99%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert und plotten Sie es in die Grafik.
(c) Ein Ingenieur behautet, im Schnitt benötigen die Nachrichten 1.5 Sekunden für den Transfer. Sprechen die Messdaten dafür?

(5) **Konfidenzintervall naiv**
Konstruieren Sie anhand folgender Grafik ein approximatives 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert durch naive Schätzungen. Nutzen Sie, dass das 97.5%-Quantil q der Standardnormalverteilung etwa 2 ist. Äußern Sie sich hinsichtlich μ_0.



(6) **Aussagen zum Konfidenzintervall**
Es sei $I = (\bar{X}+q_{\alpha/2}\cdot SEM, \bar{X}+q_{(1-\alpha/2)}\cdot SEM)$ ein Student'sches $(1-\alpha)$-Konfidenzintervall für den Erwartungswert, wobei q_α das α-Quantil der $t(n)$-Verteilung bezeichne. Kommentieren Sie folgende Aussagen:

(a) Zum Niveau $\alpha = 10\%$ ist I kleiner als zum Niveau $\alpha = 5\%$
(b) Die Stichprobengröße ist $n-1$
(c) Bei Verdopplung des Stichprobenumfangs halbiert sich die Breite des Konfidenzintervalls
(d) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Erwartungswert links von I liegt ist höchstens α
(e) Falls I den Erwartungswert überdeckt, dann ist die Nullhypothese nicht signifikant

(7) **Simulation des Zentralen Grenzwertsatzes**
Simulieren Sie den Zentralen Grenzwertsatz am Beispiel der Poissonverteilung:
Es seien $X_1, \ldots, X_n$ u.i.v. Zufallsvariable und $X_1 \sim Poi(1)$. Stellen Sie für $n \in \{2, 5, 50\}$ je 10000 Realisierungen des reskalierten Mittelwerts

$$\frac{\bar{X} - \mathbb{E}[X_1]}{\sqrt{\mathbb{V}ar(X_1)/n}}$$

in einem Histogramm (mit Fläche 1) dar. Zeichnen Sie jeweils die Dichte der Normalverteilung ein. Hilfreich: `replicate()`. Kommentieren Sie die Grafik.