

EXAMEN
Élément de Calculs Scientifiques
L3 SI
Durée : 02 H 00

EXERCICE 1 :

Soit la différence centrée : $f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$.

1. Obtenir l'ordre de cette approximation en utilisant les développements de Taylor appropriés (conserver les termes jusqu'au degré 7 dans les développements de Taylor de façon à en déduire les 2 premiers termes de l'erreur).
2. Utiliser cette formule de différence pour obtenir une approximation de $f''(2,0)$ pour la fonction tabulée suivante, en prenant d'abord $h = 0,2$ et ensuite $h = 0,1$.

| x | f(x) |
|-----|------------|
| 1,8 | 1,5877867 |
| 1,9 | 1,6418539 |
| 2,0 | 1,6931472 |
| 2,1 | 1,7419373 |
| 2,2 | 1,78884574 |

3. À partir des 2 approximations obtenues dans la deuxième question, obtenir une nouvelle approximation de $f''(2,0)$ qui soit plus précise. Préciser l'ordre de cette nouvelle approximation.
4. Évaluer $\int_{2,2}^{1,8} f(x)dx$ par la méthode des trapèzes et préciser l'ordre de chaque approximation obtenue.

EXERCICE 2 :

Donner l'ordre des formule suivantes :

1. $f^{(4)}(x) = \frac{f(x+2h) - 4f(x+h) + 6f(x) - 4f(x-h) + f(x-2h)}{h^4}$.
2. $f'(x) = \frac{3f(x) - 4f(x-h) + f(x-2h)}{2h}$.

EXERCICE 3 :

Comparer les résultats par les méthodes de Simpson 1/3 et de rectangle de l'intégrale numérique de la fonction $f(x) = e^{-2x^2}$ sur l'intervalle $[0;1]$. On prendra 3 intervalles cela veut dire qu'il faut 4 points de collocation.