ANNEE 2022-2023
UFR-MI
Licence 3
.
.

TD1 : Programmation linéaire

.
Exercice 1
Une fermière veille à ce que ses poulets absorbent chaque jour au moins 24 unités de fer et 8 unités de vitamines. Le maïs procure 2 unités de fer et 5 unités de vitamines. Une nourriture à base d'os procure 4 unités de fer et 1 unité de vitamines. Le millet procure 2 unités de fer et 1 unité de vitamine. Comment cette fermière devra-t-elle mélanger ces trois aliments de façon à satisfaire au moindre coût les exigences d'ingestion quotidiennes de ces poulets, sachant que les trois aliments coûtent respectivement 4000, 2000 et 6000 unités monétaires. Formuler seulement le problème à résoudre.
.
Exercice 2
Un atelier de finition d'une entreprise fabrique des pièces mecaniques de deux types : A et B, à partir des pièces que lui fournit l'atelier de moulage ; ces pièces brutes permettent la fabrication de l'un ou l'autre des types A et B, indifféremment. La capacité journalière de production de l'atelier de moulage est de 130 unités. Ces pièces moulées subissent ensuite, dans l'atelier de finition, un usinage et un traitement thermique. L'usinage d'une pièce de type A nécessite 2 heures de travail sur machine, celui d'une pièce de type B nécessite 3 heures. Le traitement thermique demande 3 heures pour une pièce de type A et 1 heure pour une pièce de type B. Les disponibilités en main d'oeuvre sont telles que 340 heures-machine peuvent être effectuées à l'usinage et 290 heures au traitement thermique, chaque jour. Après fabrication, les pièces sont ensuite vérifiées. Compte tenu de effectifs des vérificateurs, 90 pièces de type A et 100 de type B peuvent être vérifiées par jour. L'entreprise commercialise ces pièces : la marge unitaire sur coût variable pour les pièces de type A est évaluée au trois quarts de celle relative au pièces de type B qui est 2000F Ecrire le programme linéaire permettant de déterminer un programme journalier optimal de fabrication pour l'atelier de finition.

Exercice 3
On considère trois centrales électriques de capacités de production 700, 400 et 500 megawat. Ces centrales desservent deux villes dont les besoin en

électricité sont de 800 megawat chacune. Chaque centrale peut fournir toute ou une partie de sa production à chacune des villes.
Les coûts d'achéminement (par megawat) dans le reseau électrique sont donnés dans le tableau suivant :

	Central 1	Central 2	Central 3
Ville 1	20	15	10
Ville 2	25	10	15

Le problème est de subvenir aux besoin des villes à moindre coûts. Modéliser sous forme d'un programme linéaire (On ne cherchera pas à resoudre le problème).
.

Exercice 4
Un fabricant de gravier produit deux catégories : du gravier grossier et du gravier fin. Le gravier grossier nécessite 2 heures de broyage, 5 heures de criblage et de 8 heures de séchage, tandis que le gravier fin nécessite 6 heures de broyage, 3 heures de criblage et 2 heures de séchage. Le fabricant dispose de 36 heures pour le broyage, de 30 heures pour le criblage et de 40 heures pour le séchage. La marge de profit est de 4000 FCFA par unité de gravier grossier et de 5000 FCFA par unité de gravier fin. Le fabricant désire maximiser sa marge bénéficiaire.
Modéliser sans resoudre le problème sous forme d'un programme linéaire.

Exercice 5
Une exploitation agricole décide de consacrer au maximum 16 hectares à la culture des céréales C_1, C_2, C_3, C_4, C_5
Elle doit pour cela utiliser trois types d'engrais : e_1, e_2, e_3 qu'elle ne possède qu'en quantités limitées (8 pour e_1, 4 pour e_2, et 9 pour e_3)
Les années précedentes ont montré que les quantités d'engrais nécéssaires par hectare de culture des différentes céréales sont les suivantes.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
e_1	1	1	0	2	0
$e2$	1	0	2	0	0
e_3	0	2	0	0	1

De plus, l'agriculteur est en droit d'attendre pour l'année prochaine, au vu des récoltes précédentes et du marché actuel, un bénéfice moyen net par

hectare de 3 pour $C_1, 4$ pour $C_2, 1$ pour $C_3, 7$, pour C_4 et 2 pour C_5.
Dans ces conditions, déterminer le programme linéaire conduisant à une exploitation optimale de cette activité.

.

Exercice 6

une entreprise possède deux usines U_1 et U_2. L'usine U_1 dispose de 500 unités d'un certain produit et l'usine U_2 dispose de 300 unités du même produit. L'entreprise a trois clients : C_1, C_2 et C_3 dont la demande pour ce produit est : 100 unités pour le client C_1, 200 unités pour le client C_2 et 300 unités pour le client C_3. Les coûts unitaires de transport(en milliers de Fcfa) sont résumés dans le tableau suivant :

	C_1	C_2	C_3
U_1	20	10	30
U_2	30	20	20

Etablir un programme linéaire pour un plan de distribution optimal.

.

Exercice 7

Une usine fabrique des bicyclettes et des scooters. Chaque produit passe à travers deux centres de cachines. Le premier centre dispose d'un maximum de 120heures et le second d'un maximum de 180 heures. La construction d'une bicyclette nécéssite 6 heurs dans le premier centre et 3 heures dans le second. La construction d'un scooter nécessite 4 heures dans le premier centre et le scond. Sachant que le profit par bicyclette est de 45 fcfa et celui d'un scooter 55 fcfa, combien de chaque produit doit construire pour maximiser son profit.
1) Modéliser ce problème en programmation linéaire.
2) Resoudre alors ce programme par la méthode des " tableaux simplexe."

Exercice 8

Une entreprise dispose de trois usines (Usine 1, Usine 2, Usine 3) et de trois points de vente (A, B, C). Le directeur veut réduire le coût des transports des produits achéminés des usines aux points de vente. Les données relatives à ce problème s'expriment comme suit :

.

Offre des Usines :	Usine 1 :	200
	Usine 2 :	150
	Usine 3 :	300

.

Demandes des points de vente :	A :	150
	B :	200
	C :	200

Coût de transport par unité :

Usine	A	B	C
1	10	7	8
2	15	12	9
3	7	8	12

Modeliser sans resoudre en une programmation linéaire ce problème. .

Exercice 9

Resoudre en utilisant la méthode des "tableaux simplexe".

$$1)\begin{cases} Min\ Z = -45x_1 - 55x_2 \\ 6x_1 + 4x_2 \leq 120 \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 180 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \qquad 2)\begin{cases} MinZ = -3x_1 + 2x_2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

.

Exercice 10

Resoudre ces systèmes en utilisant la méthode des "deux phases du simplexe" ou la méthode du grand "M".

$$1)\begin{cases} MaxZ = 2x_1 + x_2 + 3x_3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \qquad 2)\begin{cases} MinZ = 5x_1 - 3x_2 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

.

Exercice 11

Resoudre ces systèmes en utilisant la méthode du grand "M" ou la méthode des "deux phases du simplexe" .

$$1)\begin{cases} MaxZ = 5x_1 + 2x_2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 70 \\ -x_1 \leq -30 \\ -x_1 - x_2 \geq -10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \qquad 2)\begin{cases} MaxZ = 3x_1 - x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 \geq 10 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + 3x_3 \leq 8 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

.

Exercice 12

On donne le système suivant

$$Maxz = 3x_1 + 4x_2 + x_3$$

$$(s/c)\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq \frac{8}{3} \\ . \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq \frac{7}{3} \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1) Pour chacune des solutions $x* = (1, 0, \frac{1}{4})^t$ et $y* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})^t$ vérifier si elle est réalisable ? justifer votre reponse.
2) Resoudre ce système en utilisant la méthode des tableaux simplexe en "deux phases ".
.

Exercice 13

Résoudre par les méthodes de grand "M" ou la méthode des "deux phases du simplexe" les programmes linéaires suivants :

$$1) \begin{cases} MaxZ = x_2 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 9 \\ 5x_1 + 2x_2 = 8 \\ 3x_1 - x_2 \leq 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad 2) \begin{cases} MinZ = 1000x_1 + 1200x_2 \\ 10x_1 + 5x_2 \leq 200 \\ 2x_1 + 3x_2 = 60 \\ x_1 \leq 12 \\ x_2 \geq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$