

消除拓扑优化中棋盘格式现象的方法 评述

杨凯 高东东 周国栋

山东建筑大学土木工程学院 山东省 250101

摘要: 棋盘格现象是结构拓扑优化中的普遍现象。本文介绍了连续体结构拓扑优化中的棋盘格式现象及其产生的原因,通过对棋盘格式现象认识的深入人们对解决这一问题的提出了各种方法,本文对其中一些代表性方法进行了分析比较。

关键词: 棋盘格, 拓扑优化, 连续体

中图分类号: N945.15 文献标识码: A

引言

结构拓扑优化主要指在特定设计区域内,满足给定约束条件,寻求目标函数最小(或最大)的最优的材料分布形式,以此确定结构中空洞的位置、数量及连接形式[1]。根据处理对象不同主要分为两类,一类是离散体结构拓扑优化,另一类是连续体结构拓扑优化。

棋盘格式是连续体结构拓扑优化中常见的一种现象。本文对棋盘格式出现的原因进行了分析,并对目前解决这一问题的几种常用方法进行了分析比较,通过对方法理论的对比筛选出更方便实用的棋盘格抑制方法。

一、棋盘格式现象简介

在对连续体进行拓扑优化时,我们总希望能获得一个边界清晰、光滑的优化结果,但在实际的优化过程中总会出现棋盘格式现象。所谓棋盘格式,是指结构优化过程中单元材质密度周期性高低分布的一种现象。

二、对棋盘格现象认知的发展

在拓扑优化过程中,无论采用何种参数作为优化设计变量,也无论采用何种优化设计方法,都会出现棋盘格式。在早期结构拓扑优化研究中,有些学者误认为这是一种较为理想的结果。但从制造角度来说,不但加工困难,成本太高,同时不适合应用的实际,也不符合材料的最优分布原则。不是设计者希望得到的结果。归根结底,棋盘格式是拓扑优化数值计算中的一种不稳定现象。流体力学中的 **Stokes** 流问题与其类似,表现为流体压力正负相间分布,而非光滑连续分布。利用有限元方法求解混合变分问题时也有类似的现象[2],在这类问题中棋盘格式的形成是由于违背了所谓的 **Babuska-Brezzi** 条件。

Jog[3]从理论上详细阐述了结构刚性拓扑优化设计时棋盘格式出现的原因,他认为拓扑优化是密度变量 r 和位移变量 u 的混合变分问题,并证明当 r 和 u 采用特定组合时可避免棋盘格式的出现。**Diaz** 和 **Sigmund**[4]指出,拓扑优化时一般采用有限元方法对设计区域进行离散化,正是由于有限元方法引入的数值逼近,从而使棋盘格式排列的材料比其他的排列形式具有更高的“虚拟”刚度,是应变能的稳态极值,并通过对棋盘格的刚度和均匀分布材料的刚度进行对比,给出了数值上的证明。

Sigmund 和 **Petersson**[5]对拓扑优化中出现的各种数值不稳定现象,包括棋盘格式、网格依赖型和局部极值,进行了较为详细的阐述,并对各种解决方法进行了对比。

三、解决棋盘格式现象的方法及比较

近年来,很多学者都致力于棋盘格式问题的解决,提出了一些切实有效的避免棋盘格式的求解策略,大致可分为三类:第一类是后处理方法,采用后处理技术将棋盘格式过滤掉。

第二类方法是采用较为稳定的有限元模型。第三类方法是改变优化目标函数的泛函以使优化过程趋于稳定。

解决棋盘格式最简单的方法是采用高阶有限单元代替低阶有限单元，增加单元自由度，如采用 8 节点或 9 节点单元代替 4 节点单元，Diaz 和 Jog[3,4]的研究表明，对于均匀化方法，这种方法可在很大程度上避免棋盘格式的出现，而对于 SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)方法，只有当惩罚因子足够小时，采用高阶单元才可以避免棋盘格式，但同时也使计算量急剧增加。

为节约计算时间，Kikuchi 等提出用 4 个相邻的单元组成一个“超单元”，并且规定这 4 个单元可采取的组合方式，通过排除可能出现棋盘格式的组合来避免棋盘格式的出现，但这种方法并不能彻底消除棋盘格式。

Haber[6]提出的周长约束法通过限制结构的周长来抑制棋盘格式的出现，其周长为结构内外边界的长度和，但周长的约束值事先难以确定，只能通过试验方法得到，给实际应用带来困难。

Petersson[7]等提出局部梯度约束方法，通过引入局部密度变分的梯度约束，使相邻单元的密度变化相对平缓，从而抑制棋盘格式的出现。

Sigmund[8]提出了基于图像处理技术的“滤波”法，通过调整算法每次循环迭代中的设计灵敏度可以有效地避免棋盘格式的出现，这种方法还可以同时解决网格依赖性问题。

四、结语

棋盘格式是连续体结构拓扑优化中常见的一种现象。对于棋盘格产生的原因，目前尚没有本质上的定论。在拓扑优化中，棋盘格式的出现与所采用的材质设计变量无关，即不论是采用均匀化设计方法还是采用密度法，均会出现棋盘格式。

上述这些方法都能不同程度的解决棋盘格现象，但是不能完全解决，而是在某些程度上减弱了棋盘格现象。拓扑优化方法中渐进结构优化方法相对其它方法，应用概念更简单，可以直接以重量为优化目标，算法通用性好，优化效率高。但棋盘格现象确实该方法在实际工程应用中的一个重点难点，对于解决棋盘格现象的方法研究是今后拓扑优化领域的研究重点。

参考文献

- [1] Bendsoe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in optimal design using a homogenization method[J]. Comp Meth Appl Mech Engng 1988,71:197-224.
- [2] Brezzi F, Fortin M. Mixed and hybrid finite element methods[M]. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1991.
- [3] Jog C S, Harber R B. Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design[J]. Comp Meth Appl Mech Engrg, 1996,130:203-226
- [4] Diaz A R, Sigmund O. Checkerboard patterns in layout optimization[J]. Struct Optim, 1995,10:40-45
- [5] Sigmund O, Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima[J]. Struct Optim, 1998,16:68-75
- [6] Haber R B, Jog C S, Bendsoe M P. A new approach to variable topology, shape design using a constraint on perimeter[J]. Struct Optim, 1996,11:1~12
- [7] Petersson J, Sigmund O. Slope constrained topology optimization[J]. Int J Numer Meth Engng, 1998,41:1417-1434
- [8] Sigmund O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization[J]. Mech Struct Mach, 1997, 25: 495~526.