

Podstawy R: operacje na wektorach atomowych

Zadanie 1.1 [MG] Dla danego wektora liczbowego:

```
set.seed(123)
x <- round(rnorm(20, 0, 1), 2)
```

wykonaj następujące operacje.

1. Wypisz na konsolę wszystkie wartości ze zbioru $[-2, -1] \cup [1, 2]$.
2. Wypisz na konsolę liczbę oraz frakcję wszystkich wartości nieujemnych.
3. Wyznacz średnią arytmetyczną wartości bezwzględnych elementów.
4. Wyznacz wartość najbliższą i najdalszą od 0 (zachowując jej znak).
5. Wyznacz wartość najbliższą i najdalszą od 2 (zachowując jej znak).
6. Wypisz na konsolę wektor powstały w wyniku przekształcenia liniowego wartości z \mathbf{x} na przedział $[0, 1]$ (najmniejsza wartość staje się równa 0, a największa 1).
7. Utwórz wektor napisów \mathbf{y} o długości takiej samej, jaką ma \mathbf{x} , dla którego y_i przyjmuje wartość "nieujemna", jeśli x_i jest nieujemne oraz "ujemna" w przeciwnym przypadku.
8. Utwórz wektor napisów \mathbf{y} o długości takiej samej, jaką ma \mathbf{x} , dla którego y_i przyjmuje wartość "mały", jeśli $x_i < -1$, "średni", dla $|x_i| \leq 1$ oraz "duży" w przeciwnym przypadku.
9. Utwórz wektor liczbowy \mathbf{y} o długości takiej samej, jaką ma \mathbf{x} , dla którego y_i przyjmuje wartość $k + 1/2$ wtedy i tylko wtedy, gdy $x_i \in [k, k + 1)$, gdzie $k \in \mathbb{Z}$ (prosty histogram).

Zadanie 1.2 [MG] Mamy dane dwa wektory liczbowe \mathbf{x} i \mathbf{y} tej samej długości równej n . Wypisz na ekran (1 wiersz kodu) wartość współczynnika korelacji r Pearsona, będącego miarą liniowej zależności między poszczególnymi parami obserwacji (x_i, y_i) dla $i = 1, \dots, n$.

$$r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \frac{y_i - \bar{y}}{s_y},$$

gdzie \bar{x}, \bar{y} oznaczają średnią arytmetyczną, a s_x, s_y – odchylenie standardowe, odpowiednio, wektorów \mathbf{x} i \mathbf{y} . Warto zauważyć, że $r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in [-1, 1]$. W celach testowych użyj następujących wektorów:

```
# a
x <- rnorm(20, 0, 1); y <- 10*x+2
# b
x <- rnorm(20, 0, 1); y <- -4*x+1
# c
x <- rnorm(2000, 0, 1); y <- rnorm(2000, 5, 2)
```

Zadanie 1.3 [MG] Mamy dane dwa wektory liczbowe \mathbf{x} i \mathbf{y} tej samej długości równej n . Wyznacz wartość próbkowego estymatora współczynnika korelacji rangowej Spearmana danego wzorem:

$$\varrho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)},$$

gdzie $d_i = R(\mathbf{x})_i - R(\mathbf{y})_i$, $i = 1, \dots, n$, oraz $R(\mathbf{x})_i$ oznacza rangę (zob. `?rank`) i -tej obserwacji z \mathbf{x} .

Zadanie 1.4 [MG] Dla danego wektora liczbowego \mathbf{x} o nieparzystej długości n i wartości $k \leq \frac{n-1}{2}$ wyznacz tzw. średnią k -winsorowską, tj. średnią arytmetyczną z wektora \mathbf{x} , w którym k najmniejszych i k największych elementów zostaje zastąpionych przez, odpowiednio, $(k+1)$ -szą wartość najmniejszą i największą.

Zadanie 1.5 [JL] Napisz funkcję `factorial2()`, która dla danej liczby całkowitej nieujemnej n wyznaczy wartość $n!$. Napisz także funkcję `factorial_stirling()`, która zwraca przybliżoną wartość silni według wzoru Stirlinga:

$$n! \approx \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}.$$

Dla $n = 5, 10, 15$ policz względny błąd przybliżenia. Porównaj także uzyskane wyniki z tymi, które generowane są przy użyciu wbudowanej funkcji `factorial()`.

Zadanie 1.6 [MG] Wartość funkcji {arcus sinus} można wyznaczać z jej rozwinięcia w szereg Taylora:

$$\arcsin x \simeq \sum_{n=0}^m \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1)} x^{2n+1},$$

gdzie $x \in (-1, 1)$ i $m \in \mathbb{N}$. Dla danego x oraz $m = 10, 100, 1000$ wyznacz różnicę między powyższym przybliżeniem a wartością, którą zwraca wybudowana funkcja `asin()`.

Zadanie 1.7 [BT] Dany jest wektor liczb całkowitych x o elementach ze zbioru $\{0, 1, \dots, 9\}$ oraz wektory napisów:

```
top <- c(" _"," "," _"," _"," _"," _"," _"," _"," _"," _"," _"," _")
mid <- c("|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|")
bot <- c("|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|","|_|")
```

Napisz kod, który kolejne cyfry z x wypisze na konsoli w „kalkulatorowym” stylu. Na przykład:

```
f(c(4,2,1))
```

```
  _
|_|_|_|
||_|_|
```