



مدرس: دکتر محمد هادی مستفید

آمار و کاربردها

تمرین سری یک

شماره دانشجویی: ۴۰۱۱۰۰۰۷۱

نام و نام خانوادگی: کژال باغستانی

پرسش ۱

q۱ is it j lkdjf;lak hiiiiiii

پرسش ۲

(آ

$$a = A[n/2]$$

$$b = B[n/2]$$

ابتدا a و b را با هم مقایسه میکنیم فرض کنیم b بزرگ تر باشد این یعنی $\frac{n}{2}$ عضو بزرگ تر از b در آرایه A قرار دارد (تمام اعضای بعد از a و در خود آرایه B نیز تمام اعضای بعد از b از آن بزرگ ترند پس میانه قطعا کوچک تر مساوی b است و میتوانیم نصفه دوم آرایه B را دور بریزیم از طرفی دیگر با همین استدلال میانه حتما بزرگ تر از a است پس حالا میتوانیم نیمه اول آرایه A را نیز دور بریزیم حالا کافیت میانه را برای دو آرایه هر کدام به طول $\frac{n}{2}$ حل کنیم (چون تعداد اعضای بزرگ تر و کوچک تر از میانه که دور ریخته شدند برابرند پس میانه دقیقا میانه اعضای باقی مانده است). پس رابطه بازگشتی ما به صورت زیر است:

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$$

که طبق قضیه مستر برابر با $O(\log n)$ است.
 (ب) فرض کنیم $m > n$ باشد ادعا میکنم $\frac{m-n}{2}$ اول و $\frac{m-n}{2}$ اخر از آرایه به طول m میانه نیست و میتوان آنها را حذف و میانه را برای دو آرایه به طول n حل کرد با اثبات این ادعا با کمک قسمت قبل $O(\log a)$ میتوان میانه را پیدا کرد که $a = \min(m, n)$ است.
 برهان.

$$a = B\left[\frac{n-m}{2}\right]$$

$$b = B\left[m - \frac{n-m}{2}\right]$$

تعداد اعضای بزرگ تر از a برابر با $m - \frac{m-n}{2}$ است که برابر است با $\frac{n+m}{2}$. از طرفی دیگر میانه کل این $m+n$ عضو برابر با عضو $\frac{n+m}{2}$ ام است. پس میانه بزرگ تر مساوی a است. به همین طریق میانه کوچک تر مساوی b است و میتوان اعضای بزرگ تر از b و کوچک تر از a را دور ریخت و ادعا ثابت میشود.

تمرین سری یک-۱

پرسش ۳

ایده اصلی این سوال استفاده از ضرب چند جمله ای است. ابتدا روی آرایه n مدیر عامل پیمایش میکنیم و اگر چرب زبانی او i واحد بود جمله x^i را به چند جمله ای مدیران اضافه میکنیم پس در نهایت به چند جمله ای به صورت $\sum_{i=1}^m a_i x^i$ که a_i نشان دهنده تعداد افراد با چرب زبانی i واحد است. همین روند را پی گرفته و برای سرمایه گذاران چند جمله ای $\sum_{i=1}^m b_i x^i$ را تشکیل میدهیم که در آن b_i نشان دهنده تعداد سرمایه گذاران با چرب زبانی i است. حالا برای مثال سرمایه گذاری با چرب زبانی i و مدیر عاملی با چرب زبانی j زمان $i + j$ با هم صحبت میکنند که اگر عملیات $x^i \times x^j$ را انجام دهیم توان بدست آمده همان زمان صحبت این دو نفر است و ضریب آن نشان دهنده تعداد مکالماتیست که این مجموع خاص را به ما میدهند. حالا میدانیم با تبدیل FFT میتوانیم ضرب چند جمله ای را $O(n \log n)$ که n ماکسیمم درجه آن است انجام دهیم. و از آنجایی که ماکسیمم درجه این چند جمله ای ها $2m$ است میتوان $O(m \log m)$ این ضرب را انجام داد و در ابتدا برای تشکیل چند جمله ای روی آرایه n عضوی افراد $O(n)$ طول کشید. پس زمان کل الگوریتم $O(n + m \log m)$.