



مدرس: دکتر جواد ابراهیمی

نظریه زبان‌ها و اتوماتا

تمرین سری یک

شماره دانشجویی: ۱۱۱۱۱۱۱

نام و نام خانوادگی: امیررضا اکبری

پرسش ۱

(آ) به سادگی مشخص است که این عبارت غلط است زیرا شخصی که از این رستوران سفارش داده است یا از قبل سفارش داده بوده که به وضوح راضی بود و مشتری رستوران است و نظر آن مثبت و در غیر این صورت این شخص از طرف شخصی دیگر که سلیقه‌های مشابهی دارند معرفی شده یا خودش در نگاه اول از رستوران راضی بوده که این رستوران را برای سفارش انتخاب کرده و در کل تعداد حالات کمی وجود دارد که شخص نظر منفی داشته باشد و این نمونه گیری به وضوح اریب است.

(ب) این نمونه گیری نیز به دلایل مختلفی که چند نمونه را ذکر خواهم کرد اریب است. یکی اینکه ریاضی دو درسی پایه و اجباری است. یکی دیگر اینکه درس فلسفه ریاضی فقط مربوط به دانشکده ریاضی و همچنین درس اختیاری است در صورتی که ریاضی دو مربوط به کل دانشگاه و اجباری است. یکی دیگر از دلایل این است که برای خیلی از دانشجویان نمره خوب را به سادگی گرفتن ملاک است ولی دکتر شهشهانی استادی سخت گیر است.

پرسش ۲

(آ) از لحاظ مفهومی چولگی به معنای میزان دوری داده‌های پرت است یا به عبارتی علامت آن نشان دهنده راست یا چپ بودن داده‌های دور تر از میانگین یا مد است.

(ب) با توجه به ضریب چولگی اول پیرسن $(\frac{\bar{x}-M}{s})$ چپ بودن چولگی به معنای منفی بودن این عبارت و در نتیجه بزرگ تر بودن مد از میانگین است.

منفی بودن این عبارت نشان دهنده بزرگ تر بودن میانه نسبت به میانگین است. $(\frac{3(\bar{x}-m)}{s})$ از طرف دیگر با توجه به ضریب چولگی دوم پیرسن

پس کفایت نشان دهیم رابطه بین مد و میانه چگونه است از طرف دیگر با توجه به ضریب چولگی گشتاوری منفی بودن چولگی به معنی وجود داده بیشتر داده‌های دور تر از میانگین در سمت چپ میانگین است که این به معنی بزرگ تر بودن بازه

(پ) برابر بودن ضریب اول و دوم پیرسن به ما رابطه زیر را می‌دهند

$$۳۲.۰ = \frac{3(\bar{x}-m)}{s} = \frac{\bar{x}-M}{s}$$

که با قرار دادن میانگین و انحراف معیار به ترتیب داریم:

$$\frac{29.6-M}{6.5} = 0.32$$

$$M = 27.52$$

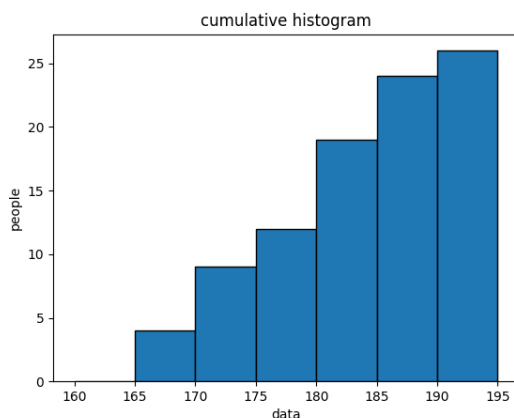
$$\frac{3(29.6-m)}{6.5} = 0.32$$

$$29.6 - m = 0.693$$

$$m = 28.9 \text{ تقریباً}$$

پرسش ۳

(آ)



شکل ۱: نمودار توزیع تجمعی رسم شده توسط python

ب) برای به دست آوردن میانگین کفایت مقدار مرکز دسته ها را محاسبه کنیم و برای هر دسته مقدار مرکز دسته را در فراوانی نسبی دسته ضرب کنیم و در نهایت با هم جمع کنیم.

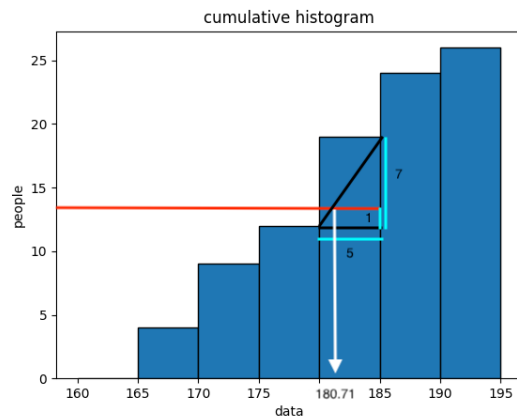
$$\bar{X} = \frac{4*167.5+5*172.5+3*177.5+7*182.5+5*187.5+2*192.5}{26} = 179.423$$

حالا برای پیدا کردن میانه کفایت با بینیم در نمودار کدام دسته است که دسته قبل از آن کمتر از ۱۳ و دسته بعد از آن بیشتر از ۱۳ فراوانی تجمعی دارد. که با توجه به شکل دسته ۱۸۰ تا ۱۸۵ دسته مورد نظر ماست که ابتدای دسته ۱۲ و انتهای آن ۱۹ است و با قضیه تالس به سادگی مشخص میشود که اگر یک خط از نقطه (۱۲، ۱۸۰) و (۱۹، ۱۸۵) رد کنیم در نقطه $180 + \frac{5}{7}$ یعنی تقریباً ۱۸۰.۷۱ میانه ما به دست می آید. که نسبت تالس به صورت زیر است:

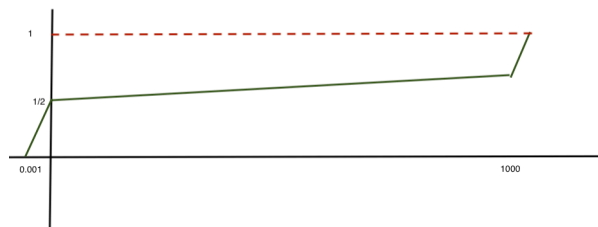
پرسش ۴

آ) کفایت یک مثال نقض از توزیعی بیاورم که میانگین آن (که برای توزیع پیوسته به صورت امید ریاضی تعریف میشود) جایی باشد که تابع توزیع آن برابر با یک دوم نشود. برای مثال در شکل زیر تنها نقطه ای که $F(x)$ برای آن برابر با یک دوم میشود صفر است اما به وضوح امید ریاضی یا همان میانگین این نمودار بزرگ تر از صفر است.
 ب) اگر میانه توزیع را برای حالت پیوسته تعریف کنیم نقطه ای در تابع چگالی که در آن انتگرال قبل و بعد از آن برابر با یک دوم میشود این دقیقاً تعریفی هست که در صورت سوال گفته شده و میانه در آن می افتد.
 پ) برای این قسمت کفایت یک توزیع نامتقارن ارایه دهیم که هر دوی میانه و میانگین عوض این مجموعه باشند.

تمرین سری یک-۲



شکل ۲: پیدا کردن میانه در نمودار هیستوگرام به کمک روش تالس



شکل ۳: مثال نقض برای قسمت آ سوال چهار

پرسش ۵

$$e = P(E)$$

$$f = P(F)$$

$$s = P((F \cup E)^c) = 1 - e - f$$

با تعریف احتمالات بالا و فرض مستقل بودن آزمایش‌ها، احتمال رخ دادن E قبل از F برابر است با مجموع تمام حالت‌هایی که مجموعه‌ای از آزمایش رخ داده و نه F و نه E رخ داده است و در آخرین آزمایش E رخ داده است. از آنجایی که این پیشامدها اشتراکی ندارند، احتمال اجتماع آنها جمع احتمالاتشان است. بنابراین:

$$P(E \text{ قبل } F) = \sum_{i=0}^n (s^i \times e) = e \times \sum_{i=0}^n (s^i)$$

که یک سری هندسی است و جمع آن به صورت زیر حساب می‌شود:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(1 - (s^n))}{1 - s} \right) = \frac{1}{1 - 1 + e + f}$$

در نتیجه داریم:

$$P(E \text{ قبل } F) = \frac{e}{f + e} = \frac{P(E)}{P(E) + P(F)}$$

پرسش ۶