



تمرین سری دوم

مهلت تحویل: سه شنبه ۲۹ اسفند

پرسش ۱

فرض کنید X یک متغیر تصادفی نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد. فرض کنید $Y = \frac{X-\mu}{\sigma}$.
 (آ) نمودار QQ-plot را برای این دو متغیر تصادفی رسم کنید.
 (ب) با در نظر گرفتن $\mu = 4$ و $\sigma = 2$ ، نمودار QQ-plot را برای 1000 داده تصادفی با استفاده از کتابخانه‌های Python یا R رسم کنید.

پرسش ۲

(آ) قانون اعداد بزرگ قوی را بیان کنید و مثالی از کاربرد آن ارائه دهید.
 (ب) تفاوت صورت قوی و ضعیف این قانون را توضیح دهید و صورت ضعیف آن را اثبات کنید. (راهنمایی: از نابرابری چبیشف استفاده کنید)
 (پ) با استفاده از کتابخانه‌های Python و R، یک نمونه تصادفی از توزیع Uniform از بازه ۱ تا ۱۰۰ تولید کرده و قانون اعداد بزرگ را برای میانگین نمونه بررسی کنید.

پرسش ۳

(آ) قضیه حد مرکزی را بیان کنید.
 (ب) مشابه قسمت آخر سوال قبل، با نمونه‌گیری تصادفی از توزیع Uniform و گرفتن میانگین با سایز نمونه ثابت و افزایش دفعات نمونه‌گیری به همراه رسم هیستوگرام مراحل، درستی قضیه حد مرکزی را بررسی کنید.

پرسش ۴

یک سکه سالم 3 بار پرتاب شده است. قرار دهید:

X = تعداد شیرها در دو پرتاب اول

Y = تعداد شیرها در دو پرتاب آخر

Z = تعداد شیرها در کل پرتاب‌ها

(آ) آیا X و Y مستقل‌اند؟ کوواریانس بین آن‌ها را محاسبه کنید.
 (ب) برای هر کدام از متغیرهای تصادفی X, Y, Z ، توزیع، میانگین و واریانس متغیر را پیدا کنید.

پرسش ۵

فردی یک سکه را مرتباً پرتاب می‌کند تا زمانی که یک دنباله ۳ تایی از شیرهای متوالی ظاهر شود. فرض کنید که هر پرتاب، به طور مستقل از پرتاب‌های دیگر با احتمال p شیر بیاید. متوسط تعداد پرتاب‌های لازم را تعیین کنید.