



تمرین سری اول

مهلت تحویل: جمعه ۱۸ اسفند

آمار توصیفی

پرسش ۱

در هر کدام از موارد زیر مشخص کنید آیا نمونه گیری تصادفی، به طور مناسبی انجام شده است یا خیر؟ در هر مورد دلیل خود را توضیح دهید.

۱. بعضی از رستوران ها بعد از ارسال سفارش خود از طریق اسنپ فود، با مشتریان خود تماس می گیرند و از آنها می خواهند نظر خود را در اپلیکیشن ثبت کنند. بنابراین می توان به نظرات در این اپلیکیشن اطمینان کرد.

۲. تعداد ثبت نامی ها در درس دکتر شهشهانی 32 از 50 نفر است؛ در حالی که این تعداد برای درس ریاضی ۲ دکتر پورنکی 241 از 241 نفر است. بنابراین می توان نتیجه گرفت دکتر پورنکی محبوب تر از دکتر شهشهانی است.

پرسش ۲

در این سوال فرض کنید مد یکتا است.^۱

(آ) مفهوم چولگی^۲ را توضیح دهید.

(ب) در توزیع هایی که دارای چولگی به چپ می باشند رابطه ی میان مد، میانه و میانگین چگونه است؟ از روی نمودار توضیح دهید. (نیازی به اثبات نیست)

(پ) می دانیم برای یک نمونه گیری، ضریب چولگی پیرسون، انحراف معیار و میانگین داده ها به ترتیب برابر 0.32، 6.5 و 29.6 هستند. مد و میانه نمونه را به دست آورید. ضریب چولگی اول و دوم پیرسون را یکسان فرض کنید.

پرسش ۳

در یک نمونه گیری از قد دانشجویان دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شریف، داده های زیر جمع آوری شده اند:

165, 166, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 173, 175, 176, 176, 180,

181, 181, 182, 182, 183, 184, 185, 185, 185, 187, 189, 191, 193

(آ) با در نظر گرفتن 165 به عنوان مینیم مقدار و طول دسته ها برابر 5، هیستوگرام فراوانی تجمعی این داده ها را رسم کنید. می توانید از کتابخانه های Python و R نیز استفاده کنید.

(ب) میانگین و میانه را به دست آورید. (راجع به نحوه به دست آوردن میانگین و میانه توضیحات مربوطه را ارائه دهید. نیازی به نوشتن محاسبات نیست.)

(پ) میانگین های ریشه ای مرتبه r ام برای $r = -1, 1, 2$ و میانگین هندسی را به دست آورده و بررسی کنید که رابطه ی بین آنها مطابق با آنچه در کلاس درس ثابت شده است سازگار است؟ برای به دست آوردن این مقادیر می توانید از کتابخانه های python و R استفاده کنید.

پرسش ۴

اگر F تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی پیوسته X باشد و $A = \{x | F(x) = \frac{1}{2}\}$ ، درمورد درستی یا نادرستی عبارات زیر اظهار نظر کنید و دلایل خود را ذکر کنید.

۱. میانگین توزیع حتما عضوی از A است.
۲. میانه توزیع حتما عضوی از A است.
۳. تنها در توزیع‌های متقارن هردوی میانگین و میانه عضو A هستند.

احتمال

پرسش ۵

فرض کنید E و F دو پیشامد ناسازگار^۳، از یک آزمایش S باشند. نشان دهید که اگر آزمایش‌های مستقل S انجام شوند، احتمال اینکه E قبل از F رخ دهد برابر است با

$$\frac{P(E)}{P(E) + P(F)}$$

که $P(E)$ و $P(F)$ احتمال رخ دادن پیشامدهای E و F هستند.

پرسش ۶

دسته‌ای مرتب از n کارت با شماره‌های ۱ تا n داریم. فرض کنید احتمال رخ دادن هر کدام از این $n!$ جایگشت آن باهم برابر باشند. شما باید حدس بزنید در جایگاه i ام ($i = 1, \dots, n$) چه کارتی قرار دارد. فرض کنید N تعداد حدس‌های درست شما باشد.

(آ) فرض کنید هیچ اطلاعاتی از کارت‌ها و جایگشت آن‌ها ندارید. نشان دهید در این حالت با هر استراتژی‌ای که عمل کنید، $E(N) = 1$.

(ب) حال فرض کنید بعد از هر حدس شما از کارت جایگاه i ام، شماره کارت برای شما فاش می‌شود. در این حالت بهترین استراتژی برای ماکسیم کردن N چیست؟ نشان دهید در این حالت $E(N) \approx \log(n)$

پرسش ۷

غیر تحویلی

Consider the following game played with an ordinary deck of 52 playing cards: The cards are shuffled and then turned over one at a time. At any time, the player can guess that the next card to be turned over will be the ace of spades; if it is, then the player wins. In addition, the player is said to win if the ace of spades has not yet appeared when only one card remains and no guess has yet been made. What is a good strategy? What is a bad strategy?

^۳exclusive