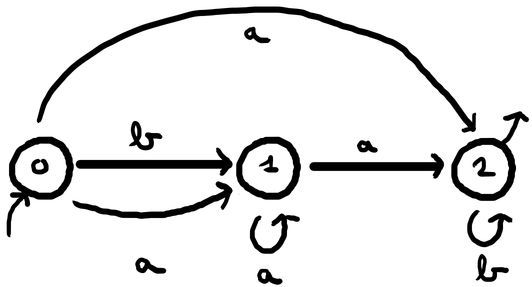
n° 2

1. d'abord éliminer les ε - transitions

	1	2 = 1
0	0 1	0 1
1	1	1
2	2	2

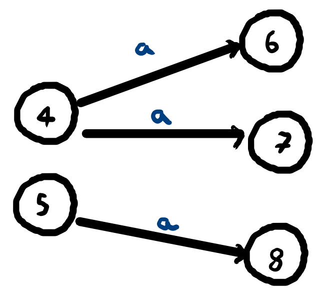
	a	b
0		1
1	1, 2	
2		2



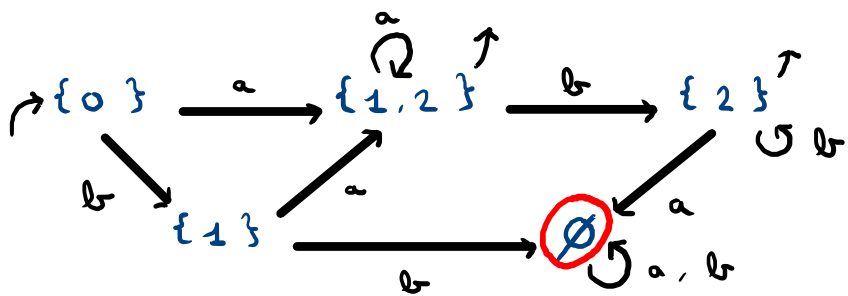
il faut déterminiser

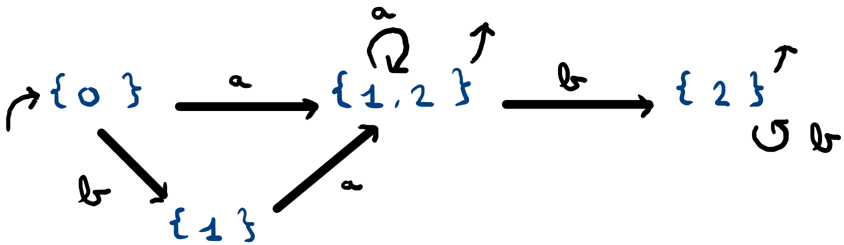
$\{4\} \xrightarrow{a} \{6, 7\}$

$\{4, 5\} \xrightarrow{a} \{6, 7, 8\}$



	a	b
$I = \{0\}$	$\{1, 2\}$	$\{1\}$
$\{1, 2\}$	$\{1, 2\}$	$\{2\}$
$\{1\}$	$\{1, 2\}$	$\emptyset$
$\{2\}$	$\emptyset$	$\{2\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$





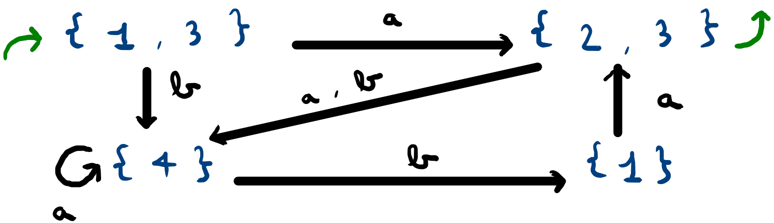
émondé

$\varnothing$ est un état puit : une fois entré on y reste

$\varnothing$ n'est jamais acceptant

2.

	a	b
$\{1, 3\}$	$\{2, 3\}$	$\{4\}$
$\{\underline{2}, 3\}$	$\{4\}$	$\{4\}$
$\{4\}$	$\{4\}$	$\{1\}$
$\{1\}$	$\{2, 3\}$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$



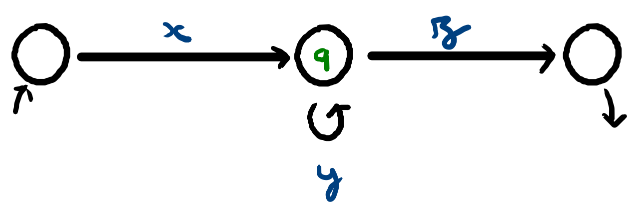
3.

	a	b
$\rightarrow I = \{1\}$	$\{2\}$	$\{1, 4\}$
$\{2\}$	$\{3\}$	$\emptyset$
$\{1, 4\}$	$\{2\}$	$\{1, 4, 5\}$
$\{1, 4, 5\}$	$\{2, 5\}$	$\{1, 4, 5\}$
$\{2, 5\}$	$\{3, 5\}$	$\{5\}$
$\leftarrow \{\underline{3}, 5\}$	$\{3, 5\}$	$\{3, 5\}$
$\leftarrow \{\underline{5}\}$	$\{5\}$	$\{5\}$
$\leftarrow \{\underline{3}\}$	$\{3\}$	$\{3\}$

n° 1

si un NFA à n états accepte un mot w de taille $> n$, le chemin acceptant va passer 2 fois par un même état q

w



donc xy^*z accepté

1. prouvons que L_p ne vérifie pas le

lemme de pompage par l'absurde

soit k sa longueur de pompage

$$w = ({}^k 1)^k \quad \text{pompable}$$

$$w = xyz \quad , \quad xy^*z \subseteq L_p$$

étudions son découpage

- $\underset{x}{(}\,\underbrace{(\,(}_{y}\,(\;1\;)\,\underset{z}{)\,)}\,)$

$w' = xyyz \notin L_n$ car $|w'|_{)} < |w'|_{(}$

- $(\,\underbrace{(\,(\,(\;1}_{y}\;)\,)\,)\,)$

idem

- $((\underbrace{((1)}_{y})))$

$w' = xyyz \notin L_n$ car $|w'|_1 > 1$

- $((((\underbrace{1)))}_{y})$

$w' \notin L_n$ car $|w'|_(< |w'|_)$

- $((((1\underbrace{))}_{y}))$ idem

2. C ne préserve pas la rationnalité

$\forall L,\quad L \subseteq \Sigma^*$ qui est rationnel

même si L ne l'est pas

on peut faire comme 2.

si on admet que l'intersection préserve la

rationnalité ...

$L_e \cap ({}^{*}1)^{*}$ serait rationnel

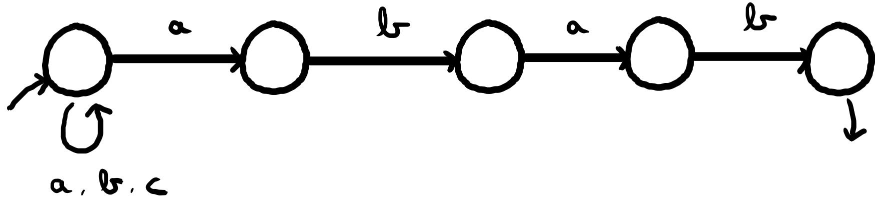
$=$ si

L_n L_e l'était

absurde.

n° 3.1

$(a + b + c)^* abab$



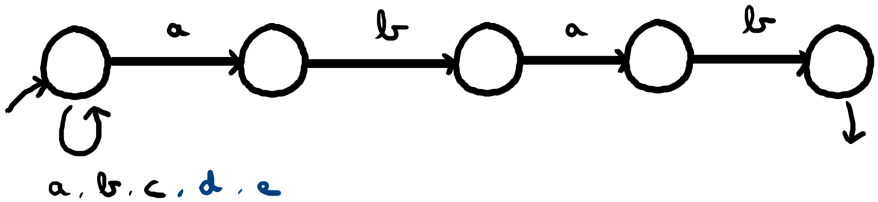
2.

		a	b	c
q_0	$\rightarrow \{0\}$	$\{0, 1\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
q_1	$\{0, 1\}$	$\{0, 1\}$	$\{0, 2\}$	$\{0\}$
q_2	$\{0, 2\}$	$\{0, 1, 3\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
q_3	$\{0, 1, 3\}$	$\{0, 1\}$	$\{0, 2, 4\}$	$\{0\}$
q_4	$\leftarrow \{0, 2, \underline{4}\}$	$\{0, 1, 3\}$	$\{0\}$	$\{0\}$

3. complet par construction

émondé car tous les états sont utiles
car
abab les visite tous et est acceptant

4.



d'où le tableau

		a	b	c, d, e
q_0	$\{0\}$	$\{0, 1\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
q_1	$\{0, 1\}$	$\{0, 1\}$	$\{0, 2\}$	$\{0\}$
q_2	$\{0, 2\}$	$\{0, 1, 3\}$	$\{0\}$	$\{0\}$
q_3	$\{0, 1, 3\}$	$\{0, 1\}$	$\{0, 2, 4\}$	$\{0\}$
q_4	$\{0, 2, \underline{4}\}$	$\{0, 1, 3\}$	$\{0\}$	$\{0\}$

5 b. l'algorithme renvoie le nombre de fois où on a croisé un état final lors de la lecture du mot u

on croise un état final à chaque fois que l'on lit un mot dans Σ^*abab

on calcule le nombre d'occurrences de ce motif

i	q	u_i	c
1	q_0	a	0
2	q_1	b	0
3	q_2	a	0
4	q_3	b	0
5	q_4	a	1
6	q_3	b	1
7	q_4	c	2
8	q_0	fin	2

ababababc

c.   4 opérations par boucle

n boucles

$O(n)$ complexité linéaire

vs naïf en $O(n\,m)$ m taille du motif

regarder chaque lettre du mot

voir si c'est le début du motif

si on inclut la construction de l'automate

$\Theta(2^m + n)$

e. remplacer $q_4 \xrightarrow{a} q_3$

par $q_4 \xrightarrow{a} q_1$

on " relance le calcul " depuis q_0

au lieu de mémoriser le ab du motif abab