n° 1

1. $0 + -^{?}[1-9][0-9]^*$

2. séparateur ,

pas de 0 en tête sauf si $-1 < \quad < 1$

base 10

pas de virgule sur les entiers

$$-^{?}\left([1-9][0-9]^*(,0^*[1-9][0-9]^*)^{?} + 0,0^*[1-9][0-9]^*\right)$$

$$+ \ 0$$

3. cf 2.

4. $[1\text{-}9][0\text{-}9]^*(0+2+4+6+8)0$ ≥ 100

$+\ (\varepsilon+2+4+6+8)0$ < 100

$[1\text{-}9][0\text{-}9]^*\underline{[02468]}0$ 2.1 simplifié

$+\ \underline{[2468]}^?\,0$

n° 2.2

$$-^{?}[0-9],[0-9]^{+}(e-^{?}[0-9]^{+})^{?}$$

un peu bancal

-0,00e00 autorisé

n° 3

$a^* b (ab)^*$

$\not\in$ ε

$\not\in$ aa

$\in$ ab

$a^* (bab)^*$

$\in$ $\not\in$

$\in$

$\not\in$ $\not\supset$

$a (bb)^*$

$\not\in$ ab

c

ab^*

$\in$

car $b^* b^* = b^*$

$a(a+b)^*b$

$\cancel{\varepsilon}$

$a^*(a+b)^*b^*$

ε

$\subset$

ε

car $a \subset a^*$

$b \subset b^*$

$abc + acb$

2 mots

$\not\subset$

$\subset$

$a(b+c)(c+b)$

4 mots

$a^* bc + a^* cb$ $\qquad\qquad$ $a^* (bc + a^* cb)$

$$= a^* bc + \underbrace{a^* a^*}_{a^*} cb$$

égalité

$(abc + acb)^*$ $\qquad\qquad$ $((abc)^* (acb)^*)^*$

égalité

$$(e + f)^* = (e^* f^*)^*$$

$(abc + acb)^+ \qquad\qquad\qquad ((abc)^* (acb)^*)^+$

$\not\ni \qquad \varepsilon \qquad \in \qquad \not\supset$

$\subset \qquad$ car $\quad (abc + acb)$

$\subset (abc)^* (acb)^*$

$(abc + acb)^* \qquad\qquad\qquad (abc\,(acb)^*)^*$

$\varepsilon \qquad acb \qquad \not\in \qquad \not\subset$

$= \left(\underset{\substack{\cup \\ abc}}{(abc)^*} (acb)^* \right)^* \qquad \supset$

$(abc + acb)^*$		$(a(bc)^*(cb)^*)^*$	
$\notin$	$abccb$	$\in$	
$\notin$	a	$\in$	$\not\supset$

$$abc + acb \subset a(bc)^*(cb)^*$$

$\subset$ est préservée par $.$, $*$, $+$

n° 5

notons que ε n'appartient pas nécessairement à

$$\overset{\mathcal{L}_2}{(LM)^* L} \quad \text{et} \quad \overset{\mathcal{L}_3}{L(LM)^*}$$

$$\overset{\mathcal{L}_1}{(L \cup M)^*} \overset{=}{=} \overset{\mathcal{L}_6}{(L^* M^*)^*}$$

$$(e+f)^* = (e^* + f^*)^*$$

donc $\mathcal{L}_8 = \mathcal{L}_1$

$$\begin{aligned}
&(e+f)^* \\
&= (e^* f^*)^* \\
&= (e^{**} f^{**})^* \\
&= (e^* + f^*)^*
\end{aligned}$$

de plus $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_5$

car $(e^* f^*)^* = (e^*(f^*)^*)^*$

$= (e + f^*)^*$

idem $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_4$ $\qquad (e^*)^* = e^*$

et $\mathcal{L}_7$?

$(L^* M^*)^* \supset L^* (M^* L^*)^*$

$\supset (M^* L^*)^*$

et réciproquement

$\mathcal{L}_7 = \mathcal{L}_6 = \mathcal{L}_1$

LM LM L

L ML ML

$\mathcal{L}_2 \neq \mathcal{L}_3$ dans le cas général

$L = \{ l \}$ $\quad$ $lml \in \mathcal{L}_2$

$M = \{ m \}$ $\quad$ $\notin \mathcal{L}_3$

n° 4

1. oui, mais on ne peut pas le prouver actuellement

les langages rationnels sont décidables (prop)

les langages décidables sont stables par $\cap$

$\mathcal{L}_1$ décidé par $\mathcal{A}_1$ algorithme

$\mathcal{L}_2$ $\quad\quad$ $\mathcal{A}_2$

$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$ décidé par $\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2$

$\cup$ $\quad\quad$ $\vee$

${}^c\mathcal{L}_1$ $\quad\quad$ $\neg \mathcal{A}_1$

l'intersection de langages rationnels est décidable

2. $L_1 L_2 = L_3 + L_4$

$L_2 L_1 = L_5 + L_6$

$$\begin{aligned} L_1 \cap L_2 &= (L_3 + L_4) \cap (L_5 + L_6) \\ &= \underbrace{L_3 \cap L_5}_{L'_1} + \underbrace{L_3 \cap L_6}_{L'_2} + \underbrace{L_4 \cap L_5}_{L'_3} \\ &\quad + \underbrace{L_4 \cap L_6}_{L'_4} \end{aligned}$$

trouver des regexps pour tous les L'_i

$\longrightarrow \quad ab(\varepsilon + ab + b^* c^+) + bc^+(\varepsilon + ab + bc^+)$