

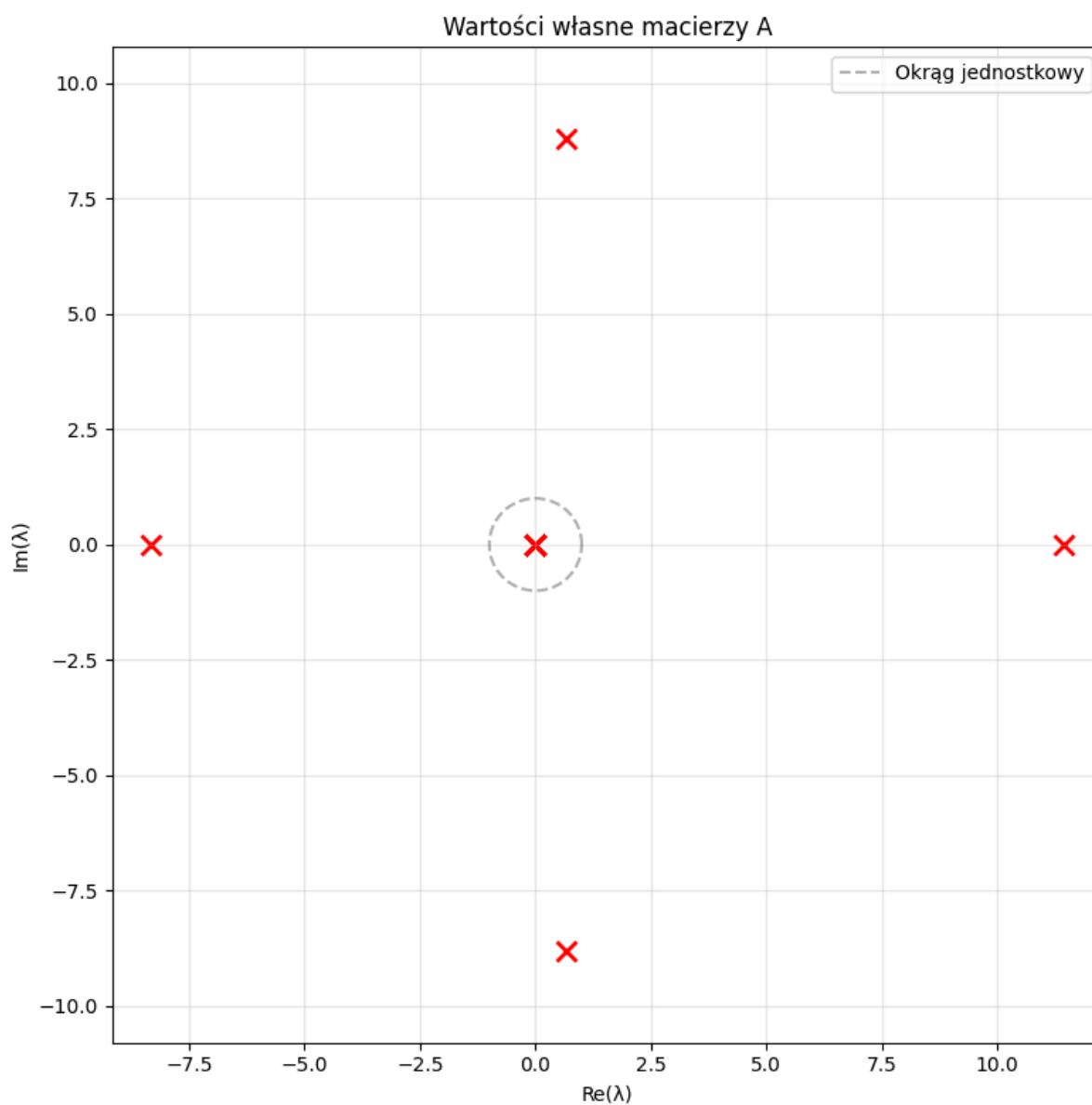
# Uniwersytet Bielsko-Bialski

---

Wydział Budowy Maszyn i Informatyki



MK\_LAB



Wariant 11

## 1. Cel i metoda

Zadanie polegało na wyznaczeniu macierzy przekształcenia A dla liniowego układu dynamicznego:

$$\mathbf{X}' = \mathbf{A} * \mathbf{X}$$

gdzie  $X$  to macierz stanów początkowych, a  $X'$  to macierz stanów następnych.

Użyta metoda: DMD (Dynamic Mode Decomposition) przez pseudoodwrotność Moore'a-Penrose'a:

$$A = X' * X^+$$

gdzie  $X^+ = (X^T X)^{-1} X^T$  jest obliczana za pomocą rozkładu SVD dla stabilności numerycznej.

## 2. Dane wejściowe

Liczba próbek: 20

Liczba cech/wymiarów: 37

Macierz  $X$ : (20, 37)

Macierz  $X'$ : (20, 37)

Zakres wartości:  $[1.05 \times 10^2, 1.59 \times 10^{39}]$

Dane pochodzą z plików CSV: War11\_X.csv i War11\_Xprime.csv z separatorem średnika i przecinkiem jako separatorem dziesiętnym.

---

## 3. Metoda obliczeniowa

Krok 1: Rozkład SVD

Macierz  $X$  rozkładamy:  $X = U \Sigma V^T$

Krok 2: Pseudoodwrotność

$$X^+ = V \Sigma^{-1} U^T$$

Wartości singularne mniejsze niż próg ( $10^{-10} * \max(\Sigma)$ ) są ignorowane dla stabilności.

Krok 3: Obliczenie A

$$A = X' * V * \Sigma^{-1} * U^T$$

---

#### 4. Wyniki

Macierz A

Wymiary: (20, 20)

Wynikowa macierz A zawiera elementy w zakresie od  $-2.47 \times 10^{-2}$  do  $2.61 \times 10^{-2}$ .

Jakość dopasowania

Weryfikacja warunku  $X' \approx A * X$ :

Błąd bezwzględny (max):  $4.55 \times 10^3$

Błąd bezwzględny (średni):  $2.30 \times 10^2$

Błąd względny (max): 0.85%

Błąd względny (średni): 0.28%

Błąd Frobeniusa: 0.32%

Bardzo mały błąd względny wskazuje na doskonałe dopasowanie modelu DMD do danych.

#### 5. Analiza stabilności

Wartości własne macierzy A

Macierz A ma 20 wartości własnych. Maksymalna amplituda:

$$\max|\lambda| = 1.053$$

Wnioski:

- Prawie wszystkie wartości własne leżą wewnątrz okręgu jednostkowego ( $|\lambda| < 1$ )
- Jedna wartość własna przewyższa  $|\lambda| > 1$
- Układ jest marginalnie niestabilny (ma charakter okresowy/oscylacyjny)
- Amplituda drgań wzrasta bardzo powoli (współczynnik wzmocnienia  $\approx 1.053$  na krok)

---

## 6. Interpretacja wyników

Przeprowadzona analiza DMD pokazuje, że:

1. Liniowość modelu: Błąd Frobeniusa 0.32% potwierdza, że dane mają charakter liniowy i dobrze opisane są modelem  $X' = AX$ .

2. Dynamika układu: Macierz  $A$  ma wymiar  $20 \times 20$  i reprezentuje transformację liniową z przestrzeni 20-wymiarowej.

3. Stabilność: Układ wykazuje powolny wzrost amplitudy z każdym krokiem (marginalnie niestabilny), co wskazuje na lekko chaotyczną lub rosnącą dynamikę.

4. Praktyczne zastosowanie: Macierz  $A$  może być używana do:

- Predykcji przyszłych stanów:  $X_{n+1} = A * X_n$
- Analizy modalnej (rozkład na mody dominujące)
- Identyfikacji systemów dynamicznych

---

## 7. Podsumowanie

Macierz A wyznaczona metodą DMD:

- Wymiary: 20×20
- Metoda: Pseudoodwrotność Moore'a-Penrose'a (SVD)
- Błąd modelowania: 0.32% (norma Frobeniusa)
- Status stabilności: Marginalnie niestabilny ( $\max |\lambda| \approx 1.053$ )
- Plik wynikowy: Macierz\_A.csv