

Grupa: 1B

2025/2026

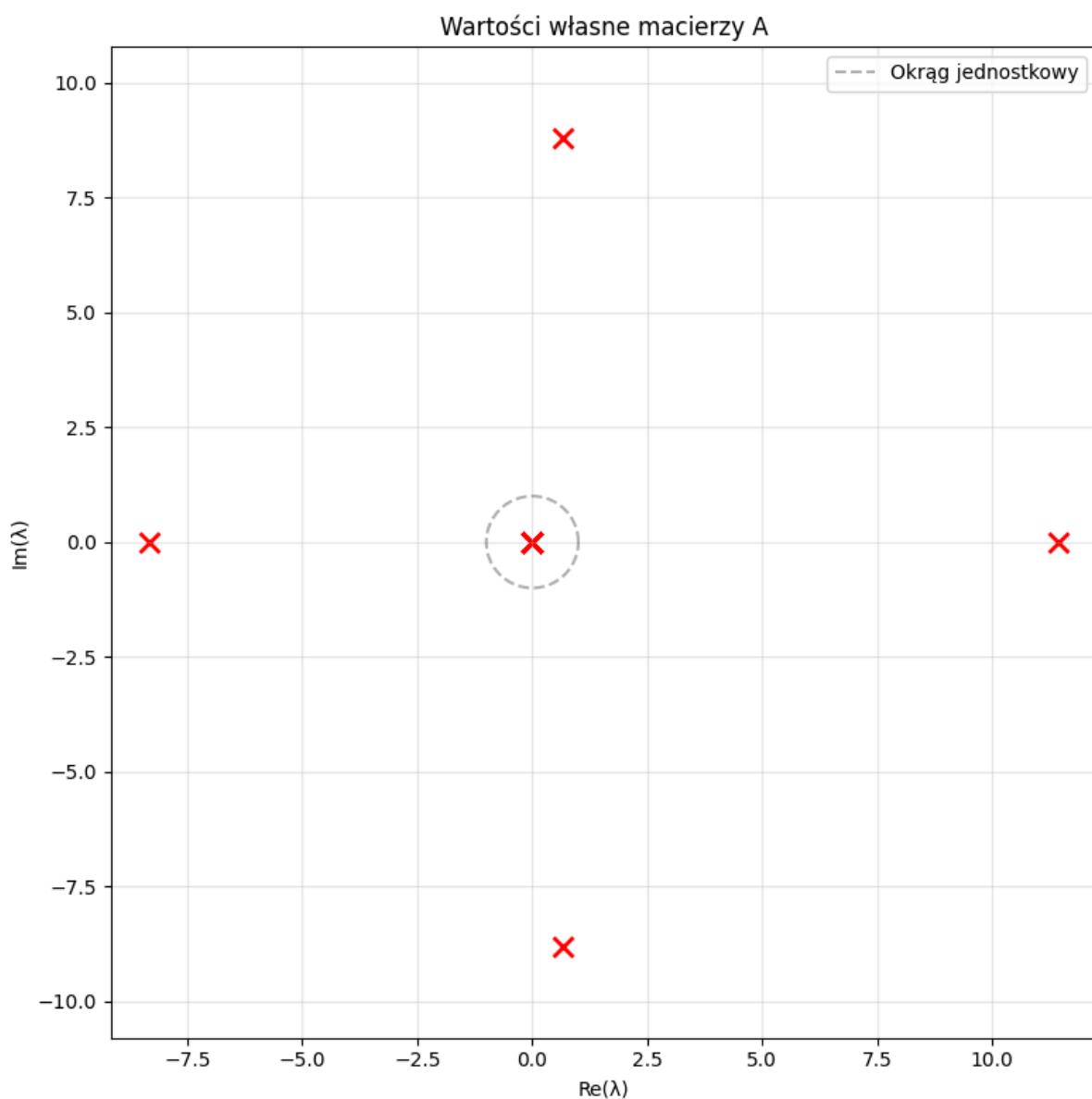
Uniwersytet Bielsko-Bialski

Wydział Budowy Maszyn i Informatyki



MK_LAB

Konrad Bułka



Wariant 11

1. Cel i metoda

Zadanie polegało na wyznaczeniu macierzy przekształcenia A dla liniowego układu dynamicznego:

$$X' = A * X$$

gdzie X to macierz stanów początkowych, a X' to macierz stanów następnych.

Użyta metoda: DMD (Dynamic Mode Decomposition) przez pseudoodwrotność Moore'a-Penrose'a:

$$A = X' * X^+$$

gdzie $X^+ = (X^T X)^{-1} X^T$ jest obliczana za pomocą rozkładu SVD dla stabilności numerycznej.

2. Dane wejściowe

Liczba próbek: 20

Liczba cech/wymiarów: 37

Macierz X : (20, 37)

Macierz X' : (20, 37)

Zakres wartości: [1.05 x 10^2, 1.59 x 10^39]

Dane pochodzą z plików CSV: War11_X.csv i War11_Xprime.csv z separatorem średnika i przecinkiem jako separatorem dziesiętnym.

3. Metoda obliczeniowa

Krok 1: Rozkład SVD

Macierz X rozkładamy: $X = U \Sigma V^T$

Krok 2: Pseudoodwrotność

$$X^+ = V \Sigma^{-1} U^T$$

Wartości singularne mniejsze niż próg ($10^{-10} * \max(\Sigma)$) są ignorowane dla stabilności.

Krok 3: Obliczenie A

$$A = X' * V * \Sigma^{-1} * U^T$$

4. Wyniki

Macierz A

Wymiary: (20, 20)

Wynikowa macierz A zawiera elementy w zakresie od -2.47×10^{-2} do 2.61×10^{-2} .

Jakość dopasowania

Weryfikacja warunku $X' \approx A * X$:

Błąd bezwzględny (max): 4.55×10^3

Błąd bezwzględny (średni): 2.30×10^2

Błąd względny (max): 0.85%

Błąd względny (średni): 0.28%

Błąd Frobeniusa: 0.32%

Bardzo mały błąd względny wskazuje na doskonałe dopasowanie modelu DMD do danych.

5. Analiza stabilności

Wartości własne macierzy A

Macierz A ma 20 wartości własnych. Maksymalna amplituda:

$$\max|\lambda| = 1.053$$

Wnioski:

- Prawie wszystkie wartości własne leżą wewnątrz okręgu jednostkowego ($|\lambda| < 1$)
- Jedna wartość własna przewyższa $|\lambda| > 1$
- Układ jest marginalnie niestabilny (ma charakter okresowy/oscylacyjny)
- Amplituda drgań wzrasta bardzo powoli (współczynnik wzmacnienia ≈ 1.053 na krok)

6. Interpretacja wyników

Przeprowadzona analiza DMD pokazuje, że:

1. Liniowość modelu: Błąd Frobeniusa 0.32% potwierdza, że dane mają charakter liniowy i dobrze opisane są modelem $X' = AX$.
2. Dynamika układu: Macierz A ma wymiar 20×20 i reprezentuje transformację liniową z przestrzeni 20-wymiarowej.
3. Stabilność: Układ wykazuje powolny wzrost amplitudy z każdym krokiem (marginalnie niestabilny), co wskazuje na lekko chaotyczną lub rosnącą dynamikę.
4. Praktyczne zastosowanie: Macierz A może być używana do:
 - Predykcji przyszłych stanów: $X_{n+1} = A * X_n$
 - Analizy modalnej (rozkład na mody dominujące)
 - Identyfikacji systemów dynamicznych

7. Podsumowanie

Macierz A wyznaczona metodą DMD:

- Wymiary: 20×20
- Metoda: Pseudoodwrotność Moore'a-Penrose'a (SVD)
- Błąd modelowania: 0.32% (norma Frobeniusa)
- Status stabilności: Marginalnie niestabilny ($\max |\lambda| \approx 1.053$)
- Plik wynikowy: Macierz_A.csv