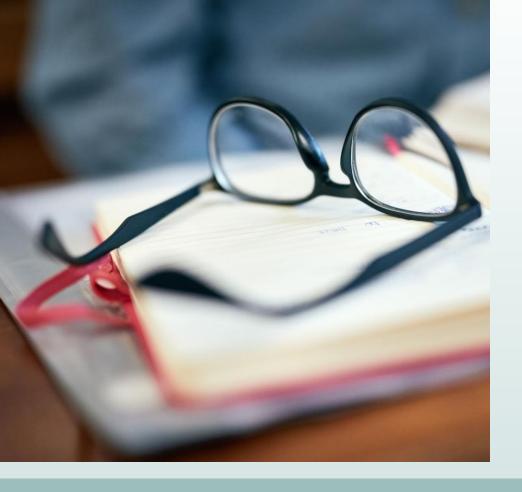


BASIC MATH & STATISTICS (PART I)

พัณณธัญญ์ วิจิตรวงศ์เจริญ



พัณณธัญญ์ วิจิตรวงศ์เจริญ (แอน)

ประวัติการศึกษา

2544 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ภาควิชาอุตสาหการ (IE20, KU61)

2553 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี (MBA Y-Ex 17/1)

ประสบการณ์ทำงาน

2548 -2559 หัวหน้าวิศวกร ฝ่ายควบคุมคุณภาพ บริษัท โตโยต้า มอเตอร์ ประเทศไทย จำกัด

- การควบคุมคุณภาพชิ้นส่วนนำเข้า ส่งออก
- วางแผนและกิจกรรมพัฒนาคุณภาพในโรงงาน
- ควบคุมคุณภาพชิ้นส่วนจากผู้ผลิตชิ้นส่วน

2560 นักเขียน คุณภาพ ยิ่งให้ ยิ่งได้กำไรอย่างยั่งยืน
2561-2562 บรรณาธิการ สนพ.7D Book
2563-ปัจจุบัน วิทยากรอิสระ





สารบัญ

- > Set
- Probability
 - > คุณสมบัติของความน่าจะเป็น
 - **→** Conditional Probability
 - ➤ Bayes' rule
- Statistics
 - > Mean
 - ➤ Variance
 - Measure of position

- Random variables
- Probability Distribution
- ค่าคาดหวังและความแปรปรวน

SET

lyg

SET

SET คือกลุ่มของสิ่งของหรือตัวเลข หรือลักษณะต่างๆ ประกอบด้วยสมาชิกของ SET เรียกว่า element

Set A คือ Set ของนักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์

A = {สมาชิกคือ นักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์}

Set B คือ Set ของเขตต่าง ๆ ในกรุงเทพฯ

B = {สมาชิกคือ เขตต่าง ๆ ในกรุงเทพฯ}

Set C คือ Set ของเหตุการณ์เมื่อโยนลูกเต๋า 1 ลูก

$$C = \{1,2,3,4,5,6\}$$

SAMPLE SPACE

คือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด จากการทดลองสถิติ สัญลักษณ์ **S**

Sample space ของการยิงเป้าด้วยกระสุน 1 ลูก คือ ยิงโดน (1) และ ยิงไม่โดน (0) $S1 = \{0, 1\}$

Sample space ของการยิงเป้าด้วยกระสุน 2 ลูก คือ ยิงโดนทั้งคู่ (2) ยิงโดน 1 ลูก (1) และ ยิงไม่โดนเลย (0) $S2 = \{0, 1, 2\}$

Sample space ของเหตุการณ์จากการโยนลูกเต๋า 2 ลูก แล้วแต้มของลูกเต๋ารวมกันได้ 7

$$S3 = \{ (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \}$$

SUBSET

คือ เซตย่อยที่สมาชิก**ทุกตัว**ในเซตย่อยนั้นๆ เป็นสมาชิกของเซตใหญ่

A เป็น Subset ของ B

 $A \subset B$

A = Sample space ของผลลัพธ์จากการโยนลูกเต๋า

B = เซตของการโยนลูกเต๋าแล้วได้เลขคู่

C = เซตของการโยนลูกเต๋าแล้วได้เลขคี่



 $B \subset A$ $C \subset A$

EVENT

เหตุการณ์ที่สนใจใน Sample space

การทดลองโดยสอบถามแม่บ้าน 3 คน ว่าชอบใช้น้ำยาซักผ้ายี่ห้อ X หรือไม่

Sample Space = {yyy, yyn, yny, ynn, nyy, nyn, nny, nnn}

เหตุการณ์ E ที่แม่บ้านอย่างน้อยสองคนตอบรับ

 $E = \{yyy, yyn, yny, nyy\}$

UNION

เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A หรือ B หรือเป็นสมาชิกทั้งสอง เหตุการณ์

AUB

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

INTERSECTION

เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A และ B

$A \cap B$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{4, 5\}$$

COMPLEMENT

เหตุการณ์ที่อยู่ใน Sample Space แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ A

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$

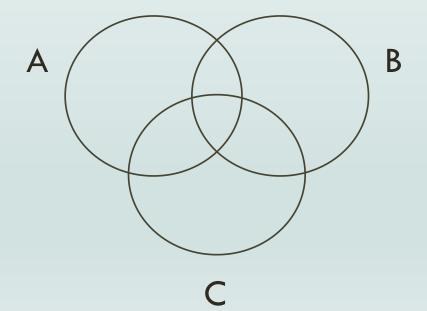
$$A = \{1, 6, 7, 8\}$$

 $B = \{1, 2, 3, 8\}$

VENN DIAGRAM

แผนภาพที่แสดงลักษณะความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ต่างๆใน

Sample Space



Probability Probability Probability

โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์หนึ่ง ๆ หรือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์นั้น กับจำนวนสมาชิกที่เป็นไปได้ของเหตุการณ์ทั้งหมด

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E = P(E)

$$P(E) = \frac{n}{N}$$

E แทนเหตุการณ์ที่สนใจ

n แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ **E**

N แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ทั้งหมด (All Possible Outcome Or Sample Space)



ลูกเต๋าหนึ่งลูก มี 6 หน้า

จำนวนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ = 6

จำนวนเหตุการณ์ที่สนใจ ทอยได้ 1 แต้ม = 1

โอกาสที่จะเกิดการทอยได้ 1 แต้ม = 1/6

การทดลองโดยสอบถามแม่บ้าน 3 คน ว่าชอบใช้น้ำยาซักผ้ายี่ห้อ X หรือไม่

Sample Space = $\{yyy, yyn, yny, ynn, nyy, nyn, nny, nnn\}$

เหตุการณ์ E ที่แม่บ้านอย่างน้อยสองคนตอบรับ $E = \{yyy, yyn, yny, nyy\}$

$$P(E) = \frac{4}{8} = 0.5$$

คุณสมบัติของความน่าจะเป็น

มีค่า ตั้งแต่ 0 - 1 เท่านั้น

ผลรวมของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ทั้งหมดมีค่า = 1

$$P(S)=1, P(\emptyset)=0$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots P(A_n)$$

โยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน

Sample Space =
$$(1,1)$$
, $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(1,5)$, $(1,6)$,..... $(6,1)$, $(6,2)$, $(6,3)$, $(6,4)$, $(6,5)$, $(6,6)$

เซตเหตุการณ์จากการโยนลูกเต๋า 2 ลูก แล้วแต้มของลูกเต๋ารวมกันได้ 7

$$E = \{ (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \}$$

ความน่าจะเป็นของแต่ละผลลัพธ์
$$=\frac{1}{36}$$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่แต้มรวมกันได้ $7=rac{6}{36}$

CONDITIONAL PROBABILITY ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

P (A B) คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เมื่อมีเหตุการณ์ B เกิดขึ้น

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B)$$
$$= P(B|A).P(A)$$

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (CONDITIONAL PROBABILITY)

ตัวอย่าง ในการทดลองคุณภาพยาลดไขมันในเส้นเลือด กับคนไข้ 1000 คน ได้ผลดังนี้

ยาลดไขมันในเส้น เลือด	ไขมันลดลง	ไขมันไม่ลด	รวม
ยี่ห้อ A	360	40	400
ยี่ห้อ B	280	20	300
ยี่ห้อ C	240	60	300
รวม	880	120	1,000

A แทนเหตุการณ์ที่คนไข้ไขมันลดลง

B แทนเหตุการณ์ที่คนไข้ใช้ยายี่ห้อ C

P(A) แทนความน่าจะเป็นที่คนไข้ไขมันลดลง

P(B) แทนความน่าจะเป็นที่คนไข้ใช้ยายี่ห้อ C

P(A B) คือ ความน่าจะเป็นที่คนไข้ไขมันลดลงจากการใช้ยายี่ห้อ C

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A) = \frac{880}{1000} = 0.88$$

$$P(B) = \frac{300}{1000} = 0.3$$

$$P(A \cap B) = \frac{240}{1000} = 0.24$$

$$P(A|B) = \frac{0.24}{0.3} = 0.8$$





Gambler's fallacy
ความหลงผิดของนักพนัน

ถ้าเหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกัน

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A)$$
$$= P(A).P(B)$$

ตัวอย่าง : ดึงไพ่ 4 ใบ ออกจากสำรับ 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ A ทั้ง 4 ใบ



ตัวอย่าง : ดึงไพ่ 4 ใบ ออกจากสำรับ 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ A ทั้ง 4 ใบ

คืนไพ่ในสำรับ

$$P(A1 \cap A2 \cap A3 \cap A4) = P(A1).P(A2).P(A3).P(A4)$$

$$= \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} \times \frac{4}{52}$$

$$= \frac{1}{28,561}$$

ไม่คืนไพ่ในสำรับ

$$P(A1 \cap A2 \cap A3 \cap A4) = P(A1).P(A2|A1)).P(A3|A1 \cap A2).P(A4|A1 \cap A2 \cap A3)$$

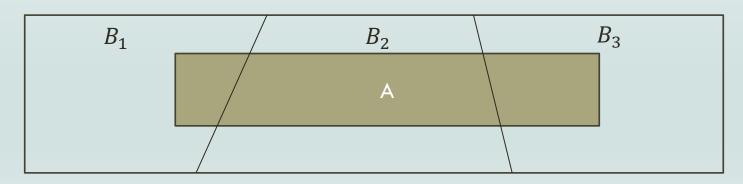
$$= \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{2}{50} \times \frac{1}{49}$$

$$= \frac{1}{270,725}$$

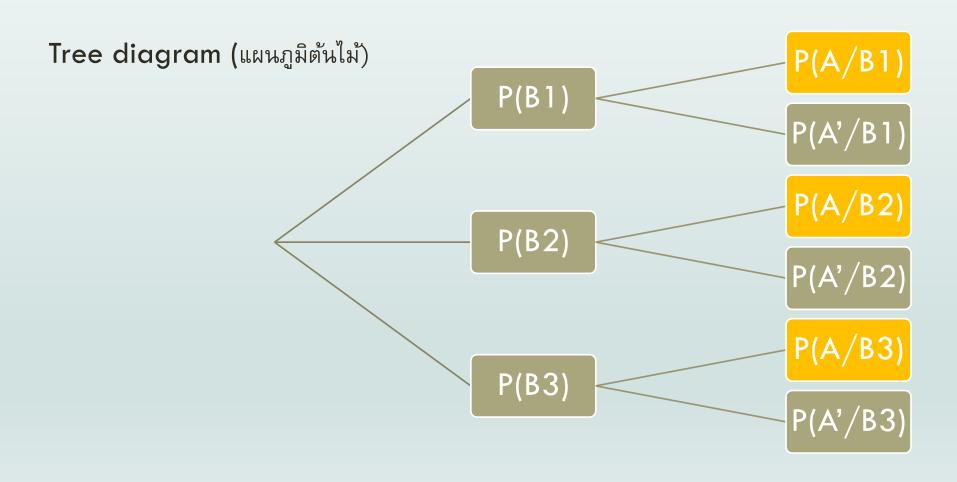
ความน่าจะเป็นที่จะเกิด เหตุการณ์ 🗛 จากการเลือกเหตุการณ์หลายๆทาง

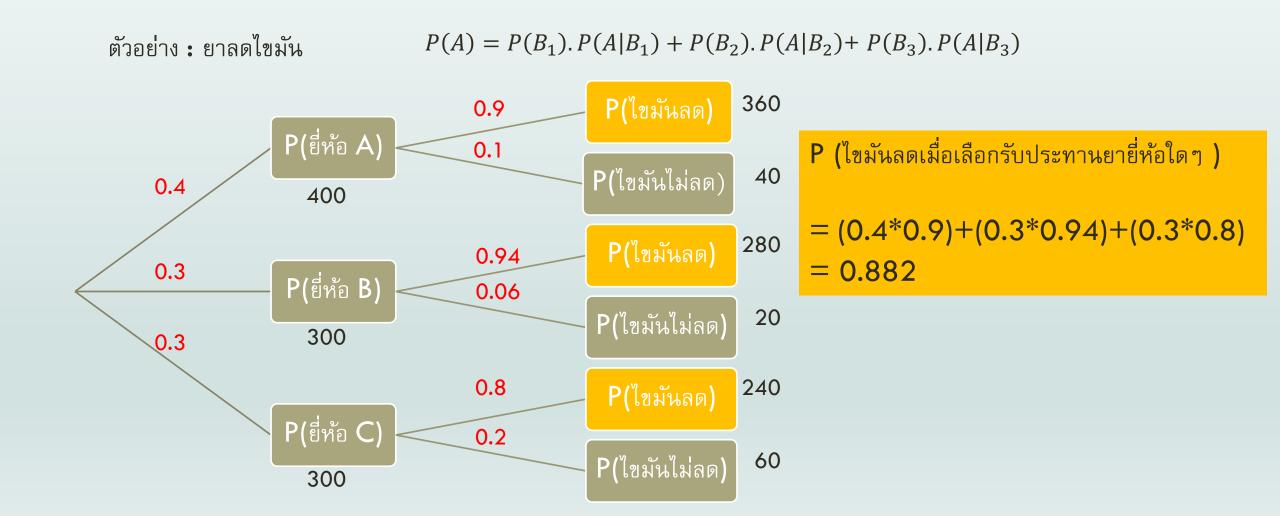
$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(B_i).P(A|B_i)$$

ตัวอย่าง



$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3)$$





Thomas Bayes ค้นพบสูตรนี้ในปี 1763

ประยุกต์ใช้ใน

- วงการยาและเภสัชวิทยา
- การเงิน เช่น แบบจำลองความเสี่ยงของการกู้ยืมเงิน
- คาดการณ์ความสำเร็จของการลงทุน

Q&A

Statistics

สถิติ คือ การหาคำตอบที่เป็นตัวแทนในสิ่งที่เราอยากรู้

ใครรวยกว่ากัน

ชื้อโทรศัพท์มือถือยี่ห้อไหน คุ้มค่าที่สุด

นักกีฬาคนไหนเป็นผู้เล่นที่ดีที่สุดในฤดูกาลนี้

สินค้าของเรามีอายุการใช้งานยาวนานกว่าคู่แข่งหรือไม่

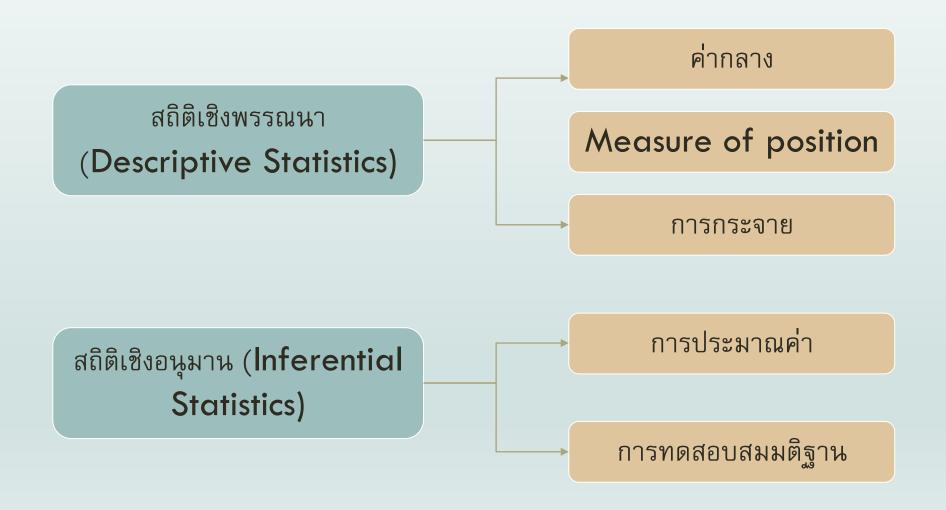
สินค้าตัวไหนขายดีที่สุด





ข้อมูลยิ่งมาก ยิ่งไม่ชัด

- สรุปย่อข้อมูลจำนวนมหาศาล
- เพื่อให้ตัดสินใจได้ดีขึ้น
- รู้จักแบบแผนเพื่อแก้ปัญหาและพัฒนา
- ประเมินประสิทธิผลของโครงการต่างๆ



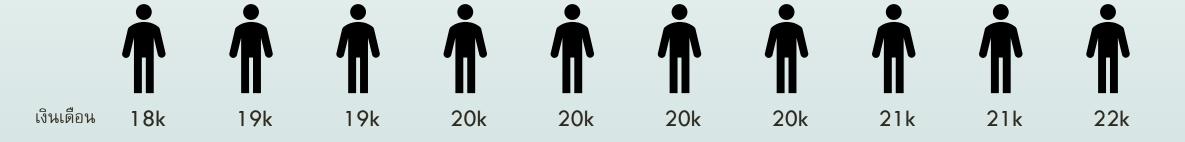
MEAN

ค่ากลาง หรือ ค่าเฉลี่ย เป็นตัวแทนของข้อมูลเพื่อสรุปเรื่องราวของข้อมูลนั้นๆ



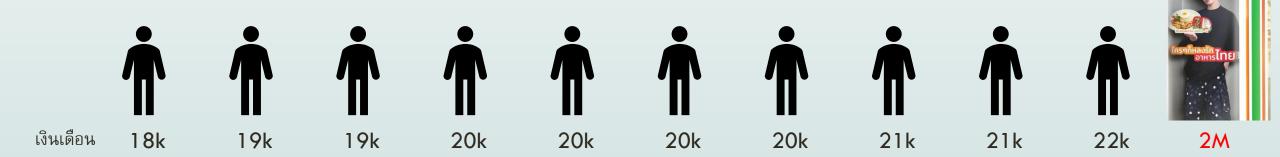
Mean = ค่าเฉลี่ยเงินเดือน = 20k

MEAN



Median = มัธยฐาน= 20k

MEAN



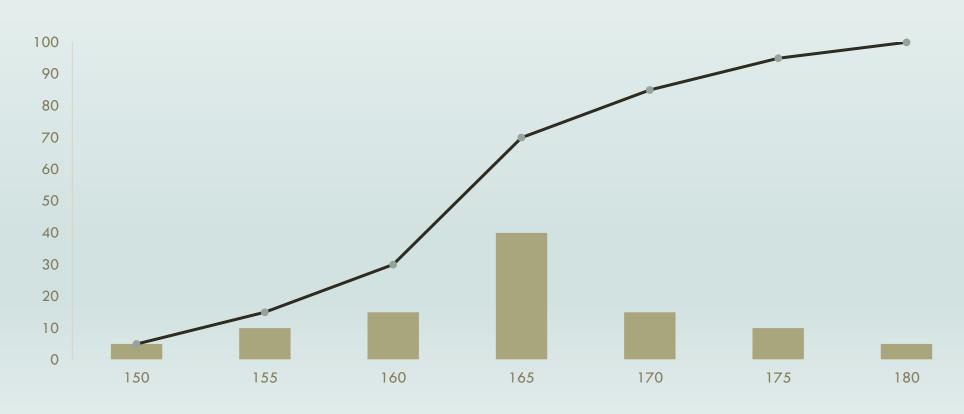
Mean = 360k

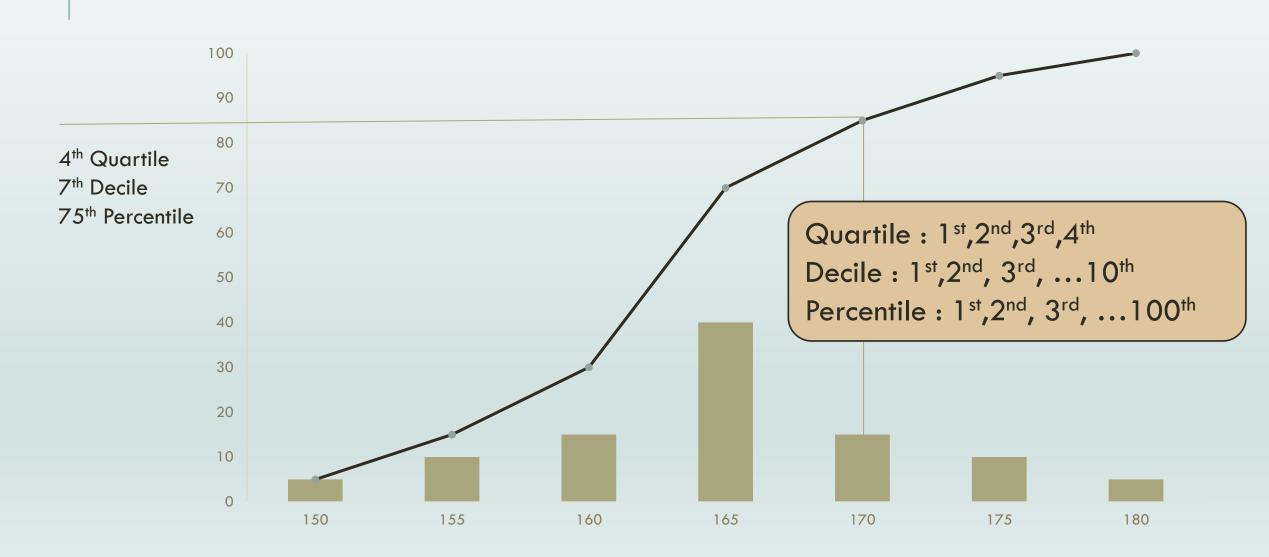
Median = 20k

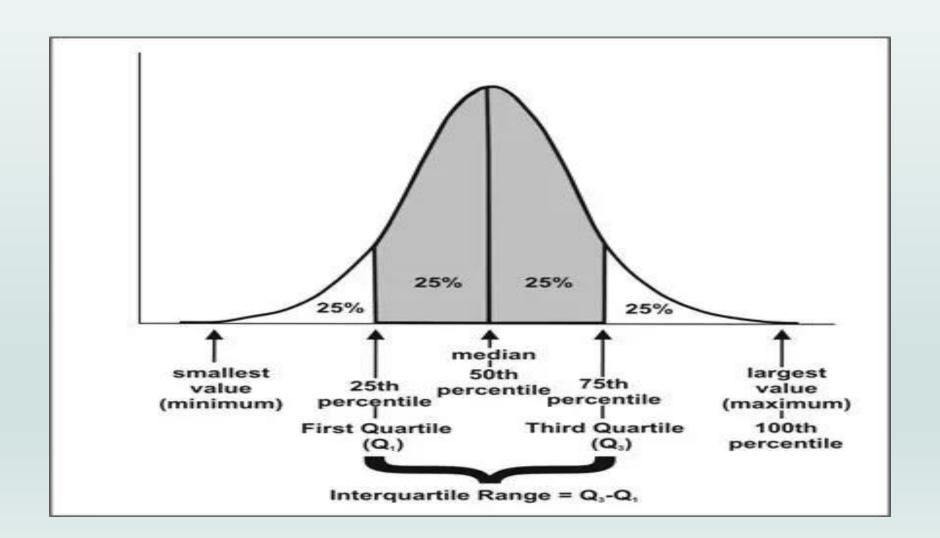
Mode = 20k

ใช้ค่าไหน????

ผู้หญิงสูง 170 cm เตี้ย หรือ สูง?



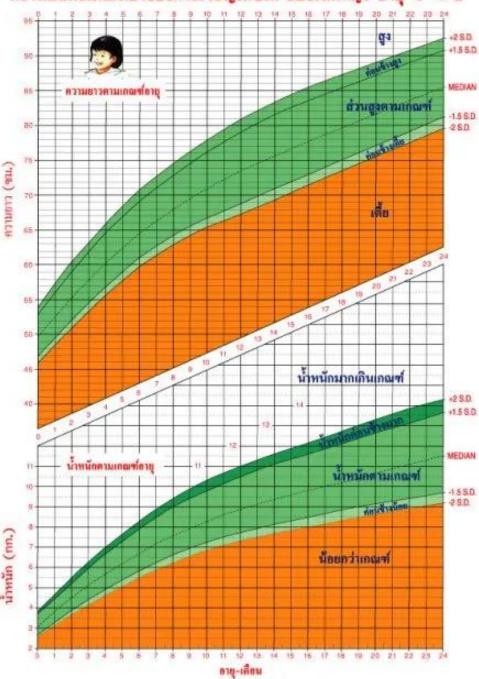






กราฟแสดชเกณฑ์อ้างอิชการเจริญเติบโต ของเพศหญิง อายุ 0-2 ปี +35.0. 87H +2 S.D. +1.59.0. น้ำหนักตามเกณฑ์ความยาว 80 MEDIAN สมส่วน C.urs) (su.) 1,58.0 (uur) -2 S.D. น้ำหนัก New 583 50 40 manuscra (am.) น้ำหนัก (nn.) วิธีการส่วนกราฟ น่าหนักตามเกณฑ์ทาย ความมาวดามเกณฑ์ชาย น้ำหนักตามเกณฑ์ความขวว แสดงการเจริญเติบโดด้านน้ำหนัก และอาการเจริญเติบโลล้าแลวามสูง แสดงความล้วน-แอม สูตาสุดานกมาเดาทำอยู่ชื่อคโด แล้วได้ซึ่งเดาแกมาตั้งว่าตางกับตามสาร สุดราบอาการแบบเหตรรษฐ์ที่จุดให กับหวับเกียวคนารเพื่อใหม่แ แล้วให้ขึ้นพายแบวที่จร่าตรงกับน้ำหนัก ที่จุดใด อ่านแอดาเมกณฑ์น้ำหนักนั้น ที่จุดใด อำรายอาณาการที่กวามการนั้น : ที่จุดโดย้านผลตามเกเมท์นั้น : ช้วน bennument apregrammed น้ำหนักมหาศินภาพที่ น้ำหากักต้องจ้างมาก กับร้อง ค้าม สมสัวน ค่องร้างและ คอม ก่องเรียกคือ เพื่อ น้ำหน้าตามเกมท์ ต่อนจ้างก็จะ น้อยกว่าเกมท์

กราฟแสดงเกณฑ์อ้างอิงการเจริญเดิบโต ของเพศหญิง อายุ 0-2 ปี



รักบุต : กรมอบเมือ กระพรวงศาธารอยุร พ.ศ. 2542 เกลท์ด้วยวิธ น้ำหนัก ส่วนสูง และเกรียร์โดการะโดยนากระยงประชาชนโทย อายุ 1 โน – 10 ปี



VARIANCE

การกระจายของข้อมูล คือ การกระจุกตัวอยู่รอบๆ ค่าเฉลี่ย

น้ำหนักตัวเฉลี่ยของผู้โดยสารบนเครื่องบิน 50 คน = 60 kg

ค่าเฉลี่ยเท่ากัน แต่การกระจายไม่เท่ากัน

น้ำหนักตัวเฉลี่ยของนักวิ่งมาราธอน 50 คน = 60 kg



VARIANCE



RANDOM VARIABLE (ตัวแปรสุ่ม)

- ค่าหรือตัวเลขที่ใช้แทนเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากการทดลอง
- แทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษ X, Y

ตัวอย่าง: ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก พร้อม ๆ กัน

ตัวแปรสุ่ม X คือ ลักษณะที่เราต้องการทราบ=> ผลบวกของลูกเต๋า

ผลบวกของลูกเต๋า (x)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ความน่าจะเป็น f(x)	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36

RANDOM VARIABLE (ตัวแปรสุ่ม)

ตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variable)

ประกอบด้วยค่าหรือจำนวนเหตุการณ์จำกัด หรือเป็นจำนวนนับ เช่น จำนวนหน้าของลูกเต๋า จำนวนของเสียที่เกิดในกระบวนการ

ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (Continuous Random Variable)

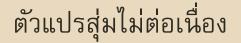
ประกอบด้วยค่าหรือตัวเลขที่ไม่สามารถนับได้ถ้วน เช่น ส่วนสูงเฉลี่ยของพนักงาน , ระดับน้ำในเชื่อนที่วัดได้ หรืออยู่ในรูปช่วงของมูลค่าตัวเลข 2 จำนวน เช่น 1 < X < 10

PROBABILITY DISTRIBUTION (การแจกแจงความน่าจะเป็น)

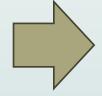
รูปแบบของ ความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่เกิดจากการทดลองใด ๆ ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่ม ทุกค่าของ X เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นต่างๆ กัน

> ค่าที่แสดงว่าค่าของตัวแปรสุ่มค่าหนึ่ง จะมีค่าความน่าจะเป็นเท่าใด เรียกว่า ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็น แทนด้วยสัญลักษณ์ **f(x)**

PROBABILITY DISTRIBUTION (การแจกแจงความน่าจะเป็น)



Discrete



ตาราง กราฟ

ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง

Continuous



ความหนาแน่นของความน่าจะเป็น

(Probability Density Function, p.d.f.)

PROBABILITY DISTRIBUTION

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (Discrete Probability Distribution)

- การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Probability Distribution)
- การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเบอร์นูลี (Bernoulli Probability Distribution)
- การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบทวินาม (Binomial Probability Distribution)
- การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบไฮเปอร์จีออเมตริก (Hypergeometric Probability Distribution)
- การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบพัวซอง (Poisson Probability Distribution)

PROBABILITY DISTRIBUTION

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (Continuous Probability Distribution)

- การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal Probability Distribution)
- การแจกแจงแบบที่(T Probability Distribution)
- การแจกแจงแบบใคสแควร์ (Chi-Square Probability Distribution)
- การแจกแจงแบบเอฟ (F Probability Distribution)

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง (DISCRETE)

ตัวอย่าง: สนใจศึกษาธุรกิจสปาและนวดในจังหวัดนครราชสีมา โดยสนใจ 3 เหตุการณ์ คือเปิดแล้ว

กำไร , ขาดทุน , เท่าทุน

เก็บข้อมูล 100 ร้านเมื่อเปิดกิจการครบ 2 ปีแล้วพบว่า กำไร 45 ร้าน, ขาดทุน 25 ร้าน และเท่าทุน 30 ร้าน

P(A) = ความน่าจะเป็นที่ลงทุนแล้ว<u>กำไร</u>ใน 2 ปี = <math>45/100 = 0.45

P(B) = ความน่าจะเป็นที่ลงทุนแล้วขาดทุนใน 2 ปี = <math>25/100 = 0.25

P(C) = ความน่าจะเป็นที่ลงทุนแล้ว<u>เท่าทุน</u>ใน 2 ปี = <math>30/100 = 0.30

การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง (CONTINUOUS)

ตัวอย่าง

$$f(x) = \begin{cases} 2x & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; other \end{cases}$$

ผลรวมความน่าจะเป็นของตัวแปรทุกค่าเท่ากับ 1

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(X) = 1$$

ค่าคาดหวัง (Expected Value) คือค่าคาดคะเน หรือค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม

ค่าเฉลี่ย ใช้สัญลักษณ์ μ ค่าคาดคะเน ใช้สัญลักษณ์ $\mathbf{E}(\mathbf{X})$

$$E(X) = \mu = \frac{\sum x}{n} = \sum x \cdot f(x)$$

ความแปรปรวน คือ ค่ากำลังสองของค่าตัวแปรสุ่มที่เบี่ยงเบนออก จากค่าเฉลี่ย

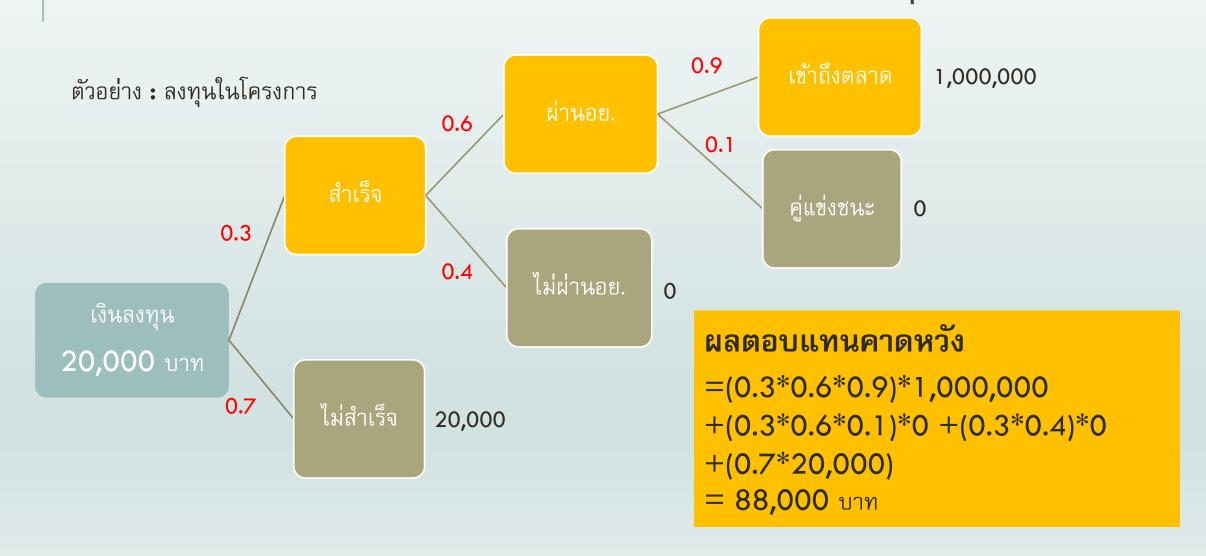
ใช้สัญลักษณ์ σ^2 หรือ Var(X)

$$\sigma^{2} = \frac{\sum (X - \mu)^{2}}{n} = \sum (x - \mu)^{2} f(x)$$

ลงทุนในโครงการวิจัย 20,000 บาท โอกาส 30% ที่จะสำเร็จ ไม่สำเร็จได้เงินคืน ถ้าสำเร็จ โอกาส 60% ที่จะผ่าน อย. ถ้าผ่าน อย. โอกาส 10% ที่จะมีคู่แข่ง ถ้าทุกอย่างผ่าน ได้กำไร 1 ล้านบาท



ควรลงทุนหรือไม่ ??



ตัวอย่าง : การเล่นเกม

ถ้าผู้เล่น ดึงไพ่จากสำรับที่มีไพ่ 52 ใบออกมา

ถ้าเป็น J หรือ Q จะได้รับเงิน 2 บาท

ถ้าเป็น K หรือ A จะได้รับเงิน 5 บาท

ถ้าเกมนี้เป็นเกมที่ยุติธรรม เขาควรจ่ายเงินค่าเกมเท่าใด

เกมที่ยุติธรรม = ค่าคาดคะเนของเงินที่ได้รับต้องเท่ากับค่าคาดคะเนของเงินที่จะต้องจ่าย

$$E(A) = (\frac{4}{52}x2x2) + (\frac{4}{52}x2x5) + (\frac{36}{52}x0) = 1\frac{1}{13}$$

WRAP UP

- > Set
- Probability
 - > คุณสมบัติของความน่าจะเป็น
 - **→** Conditional Probability
 - ➤ Bayes' rule
- Statistics
 - Mean
 - ➤ Variance
 - Measure of position

- Random variables
- Probability Distribution
- ค่าคาดหวังและความแปรปรวน