

双臂电桥 实验报告

(中国科学技术大学 李若贤 安徽合肥 230000)

(指导老师:梁燕)

摘要 本文使用双臂电桥测量了铜棒和铝棒的电阻率,得到的结果分别为 $7.82(4) \times 10^{-8} \Omega \cdot m$ 和 $3.60 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$,计算了铜棒电阻率测量中的不确定度,对实验细节进行了分析并提出了提高精度的方法,证明了双臂电桥在低电阻测量的有效性.

关键词 双臂电桥 四端接法 低电阻测量

1. 引言 [1]

对低电阻(小于 1Ω)的准确测量是许多电子学相关行业的一个重要课题.在测量低电阻时,由于导线电阻和接触点引入的附加电阻通常超过 0.1Ω ,这类附加效应已不可忽视.为了解决这一问题,双臂电桥(亦称开尔文电桥)应运而生,它专门针对低电阻测量的特点设计,能够有效消除附加电阻带来的影响,适用于精确测量 10^{-5} 至 $10^2\Omega$ 范围内的电阻值.本实验展示了四端接法的必要性与双臂电桥的应用,在掌握原理的基础上,用双臂电桥测量金属材料的电阻率.

2. 实验仪器与原理 [2]

2.1 实验仪器

QJ36 型双臂电桥(0.02 级); 高精度直流稳压电源; 直流复射式检流计(AC15/4 或/6 型); 低电阻四端测试架; 待测铜棒,铝棒各一根; 电流表(5A); 千分尺; 电路元件(限流电阻; 双刀双掷换向开关; 标准电阻(0.001Ω , 0.01 级); 超低电阻连接线(小于 0.001Ω); 导线等)

2.2 实验原理

传统的伏安法二端接法如下图所示,在待测电阻 R_x 的阻值较小时(如 1Ω),考虑到连接电流表、毫伏表与待测电阻的导线电阻及各接点处的接触电阻, R_{x1}, R_{x2} 与毫伏表分流仍可以忽略,但是不能再忽略接触电阻 R_{ix1} 与 R_{ix2} 的影响了.实际测得的电阻是 $R_x + R_{ix1} + R_{ix2}$.

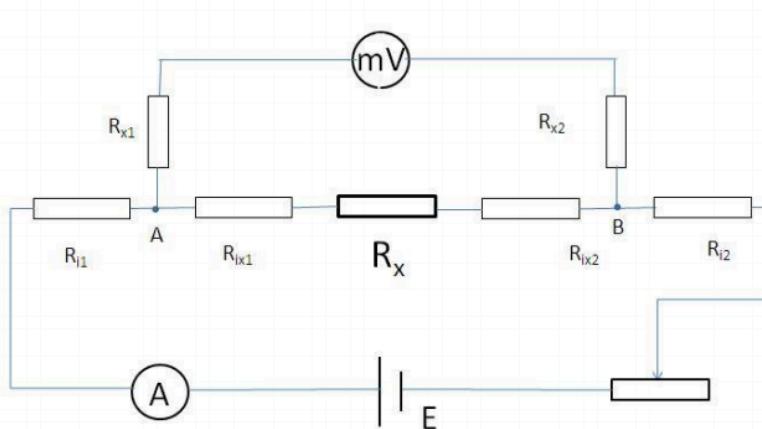


图 1 伏安法测电阻的等效电路图

为了解决这个问题,采用低电阻的四端接法,使得电流从外侧的 A,D 端流入流出,待测电压为低电阻内侧的 B,C 端的压降,这样就能够较为精确地测量低电阻 R_x 的值.

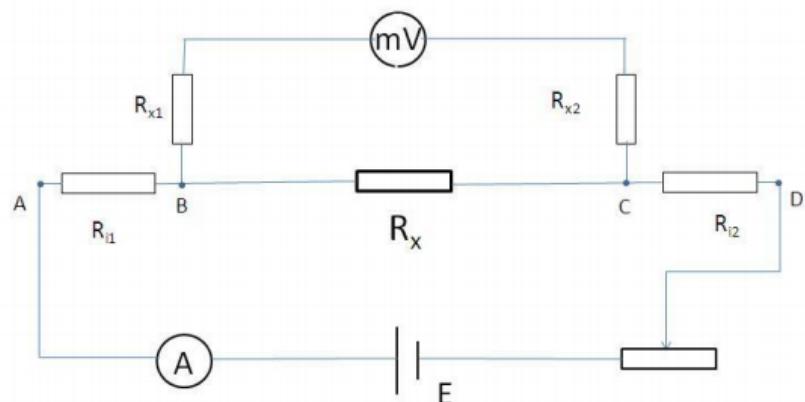


图 2 四端接法等效电路图

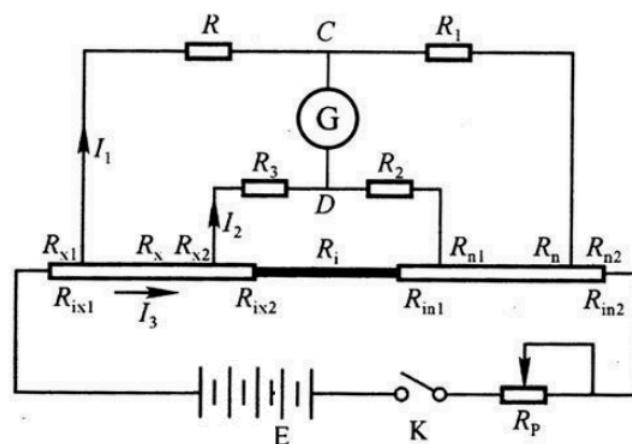


图 3 双臂电桥电路图

将四端接法运用到电桥法上,就得到双臂电桥.如图,由基尔霍夫定律:

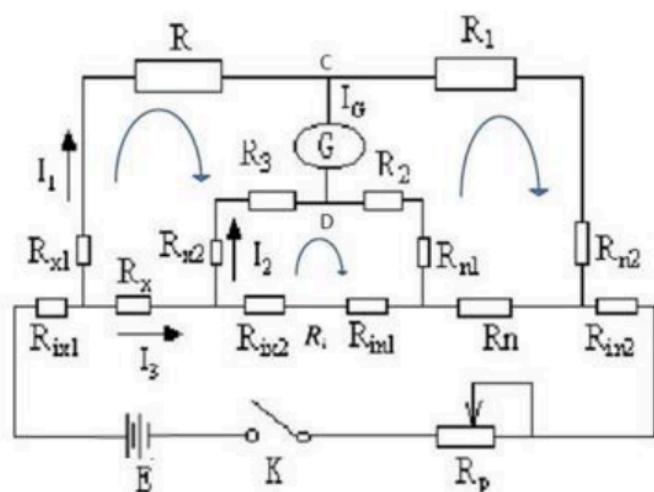


图 4 双臂电桥等效电路图

$$\begin{cases} I_1 R = I_3 R_x + I_2 R_3 \\ I_1 R_1 = I_3 R_n + I_2 R_2 \\ (I_3 - I_2) R_i = I_2 (R_2 + R_3) \end{cases}$$

当电桥平衡,且附加电阻 R_i 可以忽略不计时,有

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R}$$

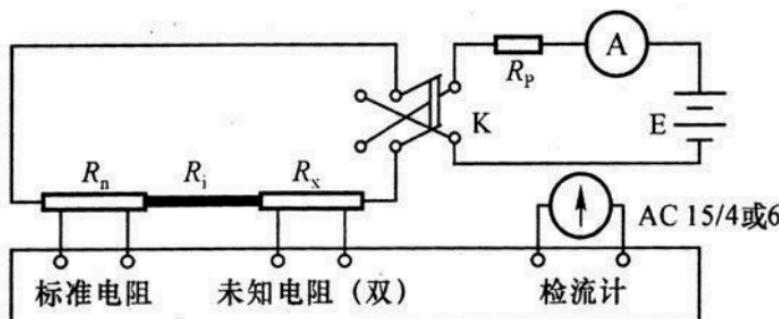
$$R_x = \frac{R}{R_1} \cdot R_n$$

通过使用较粗的超低电阻导线,可以使得 R_i 忽略不计($R_i < 0.001\Omega$). 调节开关使得电桥平衡,则可以求出金属棒的电阻 R_x ,进而求出其电阻率.

3. 实验过程

1. 用双臂电桥测量铜棒的电阻率

- 将铜棒安装在四端测试架上,按图 5 接线. 调节待测铜棒长度为 30cm. 将桥臂电阻 R_1, R_2 均设置为 1000Ω .



QJ 36 双臂电桥

图 5 双臂电桥接线图

- 调节 R 使检流计指示为 0,读出此时 R 的电阻值. 利用双刀双掷开关换向,反向再调平,并记录 R 值.
- 如步骤 2,正反向测量 3 组数据. 一组数据测量结束后,改变待测低电阻和标准电阻的电压头、电流头接线处的接触状态.
- 多次测量铜棒直径 D: 在未知电阻 R_x 测量区域,在不同的位置和方位测 6 次,求均值,计算电阻率及不确定度.

2. 用双臂电桥测量 30cm 铝棒的电阻率 ρ .

将铜棒换成铝棒,重复步骤 1 至 4.

4.实验结果与讨论

4.1 实验结果

实验中测得铜棒和铝棒的直径与电阻箱的读数 R 如下表:

螺旋测微器的零点读数: $d_0 = -0.018 \text{ mm}$

直径 d'/mm	1	2	3	4	5	6	平均值
铜棒	4.954	4.945	4.943	4.948	4.937	4.942	4.945
铝棒	4.965	4.959	4.958	4.970	4.958	4.961	4.962

R/Ω 测量方向	1		2		3		平均值
	正向	反向	正向	反向	正向	反向	
铜棒	1217	1193	1216	1193	1216	1193	1205
铝棒	565	544	565	544	566	544	555

经过零点误差修正后,铜棒的直径平均值:

$$d_{\text{Cu}} = d'_{\text{Cu}} - d_0 = 4.963 \text{ mm}$$

铝棒的直径平均值:

$$d_{\text{Al}} = d'_{\text{Al}} - d_0 = 4.980 \text{ mm}$$

于是由

$$\rho \frac{L}{S} = R_x, S = \frac{\pi d^2}{4}, R_x = \frac{R}{R_1} \cdot R_n$$

得到铜棒的电阻率:

$$\rho_{\text{Cu}} = \frac{\pi d_{\text{Cu}}^2}{4L} \cdot \frac{R}{R_1} \cdot R_n = \pi \cdot \frac{(4.963 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.3} \cdot \frac{1205}{1000} \cdot 0.001 \Omega \cdot \text{m} = 7.82 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

铝棒的电阻率:

$$\rho_{\text{Al}} = \frac{\pi d_{\text{Al}}^2}{4L} \cdot \frac{R}{R_1} \cdot R_n = \pi \cdot \frac{(4.980 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.3} \cdot \frac{555}{1000} \cdot 0.001 \Omega \cdot \text{m} = 3.60 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

4.2 不确定度计算

下面讨论结果中铜棒电阻率的标准不确定度.

对于直径 d ,共计测量了 $n_d = 6$ 次,其 A 类标准不确定度为:

$$u_{d1} = \sqrt{\frac{1}{n_d(n_d - 1)} \sum_{i=1}^{n_d} (d_i - \bar{d})^2} = 0.00236\text{mm}$$

取螺旋测微器的最大允差为 $\Delta = 0.004\text{mm}$, 可以认为仪器误差近似服从正态分布, 则 B 类标准不确定度:

$$u_{d2} = \frac{\Delta}{3} = 0.00133\text{mm}$$

直径 d 的总标准不确定度为:

$$u_d = \sqrt{u_{d1}^2 + u_{d2}^2} = 0.00271\text{mm}$$

对于电阻箱读数 R , 共计测量了 $n_R = 6$ 次, 其 A 类标准不确定度:

$$u_{R1} = \sqrt{\frac{1}{n_R(n_R - 1)} \sum_{i=1}^{n_R} (R_i - \bar{R})^2} = 5.22\Omega$$

由双臂电桥的级数 $a = 0.02$, 接触电阻 $b = 0.02\Omega$, 旋钮个数 $n = 6$, R 的最大允差及 B 类标准不确定度:

$$\Delta_R = a\%R + nb = (0.02\% \times 1205 + 6 \times 0.02)\Omega = 0.361\Omega$$

$$u_{R2} = \frac{\Delta_R}{3} = 0.120\Omega$$

于是 R 的总标准不确定度为:

$$u_R = \sqrt{u_{R1}^2 + u_{R2}^2} = 5.22\Omega$$

同理, R_n 和 R_1 的标准不确定度为:

$$u_{Rn} = \frac{1}{3} \times R_n \times a_n \% = \frac{1}{3} \times 0.001 \times 0.01\% = 3.33 \times 10^{-8}\Omega$$

$$u_{R1} = \frac{1}{3} \times R_1 \times a_1 \% = \frac{1}{3} \times 1000 \times 0.02\% = 6.67 \times 10^{-2}\Omega$$

对于 L , 取钢板尺的最大允差 $\Delta_L = 0.12\text{cm}$, 则其标准不确定度:

$$u_L = \frac{\Delta_L}{3} = 0.04\text{cm}$$

由铜棒电阻率的计算公式:

$$\rho_{\text{Cu}} = \frac{\pi d_{\text{Cu}}^2}{4L} \cdot \frac{R}{R_1} \cdot R_n \Rightarrow$$

$$\frac{u_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{u_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{u_{R_n}}{R_n}\right)^2 + \left(\frac{u_{R_1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{u_d}{d}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5.22}{1205}\right)^2 + \left(\frac{3.33 \times 10^{-8}}{0.001}\right)^2 + \left(\frac{6.67 \times 10^{-2}}{1000}\right)^2 + \left(\frac{0.04}{30}\right)^2 + 2\left(\frac{0.00271}{4.963}\right)^2}$$

$$= 0.46\%$$

$$u_\rho = \rho \times 0.46\% = 3.60 \times 10^{-10} \Omega$$

所以铜棒电阻率的最终测量值为:

$$\rho_{\text{Cu}} = 7.82(4) \times 10^{-8} \Omega$$

5.思考题

1. 如果将标准电阻和待测电阻电流头和电压头互换,等效电路有何变化,有什么不好?

互换后, R_{ix1} 与 R_{ix2} 被接入电压表的测量范围,无法消除附加电阻的影响,回到了传统的二端接法,测量的精度就会下降.

2. 在测量时,如果被测低电阻的电压头接线电阻较大(例如被测电阻远离电桥,所用引线过细过长等),对测量准确度有无影响?

一般情况下,电压表的电阻远大于电压头的接线电阻,所以影响较小.但是如果电压头接线电阻过大,就会使电压表测得的数值变小,从而影响电阻测量的准确度.

3. 根据测量不确定度分析,实验中电阻率测量精度影响最大的是什么?

在计算中,对不确定度贡献最大的是 R ,即电压表的读数,而这主要是 A 类(测量)不确定度贡献的.分析数据可知,正向反向的 R 测量结果存在一定差异,这一结果可能是由于电桥本身的特性与精度导致的.

4. 电阻测量中四端接法用于什么情况? 如何提高电阻测量精度?

四端接法主要运用于测量低电阻,且附加的导线电阻和接触电阻不可忽略的情形下,能有效提高电阻测量的精度.在测量过程中,可以选择精度更好的检流计,桥臂电阻;使用阻值更小的超低电阻导线,保持实验环境温度稳定;适当增大电源电压等等方法提高测量精度.

6.总结

本实验使用双臂电桥测量了铜棒和铝棒的电阻率,分析了铜棒测量过程中的不确定度,对结果的讨论验证了四端接法在测量低电阻方面具有较高的精度.同时说明了主要的不确定度来源于电阻 R 的测量,给出了提高精度的方法,有力地说明双臂电桥在低电阻测量方面的有效性.

参考文献

- [1] 吴永华霍剑青 浦其荣, 编, 大学物理实验 第一册. 高等教育出版社.
[2] 大学物理 双臂电桥实验讲义.

附: 原始数据

中国科学技术大学

最左侧读数: -0.018 mm (单位: mm)

Cu: 4.954 4.945 4.943 4.948 4.937 4.942

Al: 4.965 4.959 4.958 4.970 4.958 4.961

平均 R

Al: 正向:	565Ω	565Ω	566Ω	565Ω	555Ω
反向:	544Ω	544Ω	544Ω	544Ω	

Cu: 正向:	1217Ω	1216Ω	1216Ω	1216Ω	1205Ω
反向:	1193Ω	1193Ω	1193Ω	1193Ω	

读数均值 零点误差

Cu 直径平均 4.945 +0.018 = 4.963 (mm)

Al 直径平均 4.962 +0.018 = 4.980 (mm)

~~$$Cu \text{ 的电阻率: } \rho_{cu} = R_{cu} \cdot \frac{L}{S_{cu}} = \rho_{cu} \cdot \frac{L}{\pi d_{cu}^2 / 4}$$~~

~~$$\text{而 } R_{cu} = \frac{R}{R_1} \cdot R_n$$~~

~~$$\text{得 } \rho_{cu} = \frac{\pi d_{cu}^2}{4L} \cdot \frac{R}{R_1} \cdot R_n = \frac{3.1416 \times (4.963 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.3} \times \frac{1265}{1000} \times 0.001 \Omega \cdot m$$~~

同理

~~$$\text{由 } \rho_{cu} \frac{L}{S_{cu}} = R_{cu}, S_{cu} = \frac{\pi d_{cu}^2}{4}, R_{cu} = \frac{R}{R_1} \cdot R_n$$~~
~~$$\text{得 } \rho_{cu} = \frac{\pi d_{cu}^2}{4L} \cdot \frac{R}{R_1} \cdot R_n = \frac{3.1416 \times (4.963 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.3} \times 1.205 \times 0.001 \Omega \cdot m = 7.8 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$~~

1101-77-03-04

~~$$\rho_{al} = \frac{\pi d_{al}^2}{4L} \cdot \frac{R'}{R_1} \cdot R_n = \frac{3.1416 \times (4.980 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.3} \times 0.555 \times 0.001 \Omega \cdot m = 3.60 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$~~