Jakub Olejniczak 242484 Rok akademicki 2022/2023

Krzysztof Deka 242377 Wtorek, 14:00

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1 – rozwiazywanie równań nieliniowych

Opis rozwiązania

Do rozwiązania równań nieliniowych zastosowaliśmy dwie metody obliczania miejsca zerowego: metodę bisekcji oraz metodę stycznych.

1. Metoda bisekcji polega na wielokrotnym dzieleniu przedziału na połowy i odrzuceniu części, w której wartości krańców przedziału mają identyczny znak co wartość funkcji we wcześniej wyznaczonym środku przedziału. Proces ten jest powtarzany aż do uzyskania zadanej dokładności lub osiągnięcia maksymalnej liczby iteracji.

Przebieg algorytmu:

1. Sprawdzamy czy funkcja ma różne znaki na krańcach podanego przedziału
2. Sprawdzamy czy pierwiastkiem równania jest punkt x=(a+b)/2. Jeśli tak jest algorytm kończy działanie, a punkt x jest miejscem zerowym.
3. W przeciwnym razie dopóki nie osiągniemy zadanej dokładności |a-b|> ε lub wykonamy zadaną liczbę iteracji:
4. Zgodnie ze wzorem z punktu drugiego ponownie wyznaczane jest x, dzieląc przedział [a, b] na dwa mniejsze przedziały: [a, x] i [x, b].
5. Wybierany jest koniec przedziału, którego wartość funkcji posiada znak przeciwny do f(x) i odpowiednio górny albo dolny kraniec przedziału(b lub a) przyjmuje wartość x tj.
   1. Jeżeli f(x)\*f(a) < 0, to b = x
   2. Jeżeli f(x)\*f(b) < 0, to a = x
6. Po osiągnięciu żądanej dokładności ε lub wykonaniu zadanej liczby iteracji algorytm kończy działanie, a szukany pierwiastek równania wynosi x.
7. Metoda stycznych polega na wybraniu początkowego punktu poszukiwań należącego do przedziału [a, b]. W przypadku naszego algorytmu punkt ten jest środkiem tego przedziału.

Założenia:

* W przedziale [a, b] znajduje się dokładnie jeden pierwiastek
* Funkcja ma różne znaki na krańcach przedziału
* Pierwsza i druga pochodna maja stały znak w tym przedziale

W pierwszym kroku wybierany jest punkt startowy poszukiwań. W wypadku tego algorytmu jest to lewy kraniec przedziału, z którego następnie wyprowadzana jest styczna. Odcięta miejsce przecięcia stycznej z osia OX jest pierwszym przybliżeniem rozwiązania. Następnie sprawdzane jest czy wyznaczona wartość spełnia zadaną dokładność. Jeżeli tak to otrzymany wynik jest rozwiązaniem, w przeciwnym wypadku wszystkie kroki są powtarzane z wcześniej wyznaczonym punktem startowym.

Wyniki:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Metoda rozwiązania | Kryteria stopu | Przedział | Epsilon | Liczba iteracji | Otrzymany wynik | Przewidywany wynik[1] |
| Bisekcja | Dokładność epsilon | [-2,0] | 0.000001 | 21 | -1.5944871 | -1.5944864 |
| Określona liczba iteracji | [-2,0] | - | 15 | -1.5945434 |
| Metoda stycznych | Dokładność epsilon | [-2,0] | 0.000001 | 7 | -1.5944864 |
| Określona liczba iteracji | [-2,0] | - | 15 | -1.5944864 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Metoda rozwiązania | Kryteria stopu | Przedział | Epsilon | Liczba iteracji | Otrzymany wynik | Przewidywany wynik[1] |
| Bisekcja | Dokładność epsilon | [0.5, 2] | 0.000001 | 21 | 1.0471971 | 1.0471975 |
| Określona liczba iteracji | [0.5, 2] | - | 15 | 1.0471649 |
| Metoda stycznych | Dokładność epsilon | [0.5, 2] | 0.000001 | 3 | 1.0471975 |
| Określona liczba iteracji | [0.5, 2] | - | 15 | 1.0471975 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Metoda rozwiązania | Kryteria stopu | Przedział | Epsilon | Liczba iteracji | Otrzymany wynik | Przewidywany wynik[1] |
| Bisekcja | Dokładność epsilon | [-2, 0] | 0.000001 | 21 | -1.4649744 | -1.4649735 |
| Określona liczba iteracji | [-2, 0] | - | 15 | -1.4650268 |
| Metoda stycznych | Dokładność epsilon | [-2, 0] | 0.000001 | 4 | -1.4649735 |
| Określona liczba iteracji | [-2, 0] | - | 15 | -1.4649735 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Metoda rozwiązania | Kryteria stopu | Przedział | Epsilon | Liczba iteracji | Otrzymany wynik | Przewidywany wynik[1] |
| Bisekcja | Dokładność epsilon | [-2, 0] | 0.000001 | 21 | -1.0579519 | -1.0579517 |
| Określona liczba iteracji | [-2, 0] | - | 15 | -1.0579223 |
| Metoda stycznych | Dokładność epsilon | [-2, 0] | 0.000001 | 3 | -1.0579517 |
| Określona liczba iteracji | [-2, 0] | - | 15 | -1.0579517 |

Wykresy:

Poniżej poglądowe wykresy powyższych funkcji z zaznaczonym na żółto przedziałem szukania miejsca zerowego oraz miejscem zerowym zaznaczonym kolorem czerwonym. Zamieszczono po jednym wykresie dla każdej z funkcji, gdyż różnica w wyniku miedzy tymi dwoma metodami byłaby nie do zauważenia organoleptycznie.

![Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie]()

![Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie]()

![Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie]()

![Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie]()

Wnioski:

Z powyższych wyników zawartych w tabelach wynika ze metoda stycznych jest dokładniejsza od metody bisekcji, wyniki otrzymane ta metoda są bliższe przewidywanym wartościom. Dodatkowo podczas obliczania miejsca zerowego z kryterium zatrzymania algorytmu bazującym na dokładności epsilon metoda stycznych potrzebowała mniej iteracji do spełnienia warunku kryterium.

Źródła:

[1] https://www.wolframalpha.com