

STATISTIQUES À DEUX VARIABLES

Penser à la touche **F6** pour voir la suite d'un menu. On reprend l'exemple du cours.

Teneur y_i (mg.L⁻¹) en potassium des eaux d'une source en fonction de l'année x_i .

Année x_i	03	04	05	06	07	08	09
Teneur y_i	0,8	1	0,9	1	1,3	1,3	1,4

I. Saisie des données.

Menu **STAT** ; on entre les valeurs x_i en **List1** et les valeurs y_i en **List2** par exemple.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB	X:	Y:		
1	3	0.8		
2	4	1		
3	5	0.9		
4	6	1		

TOOL EDIT DEL DEF INS D

II. Représentation du nuage de points.

Menu **STAT** ; **GRPH** ; **SET** pour paramétrer le graphique ; puis on saisit l'écran ci-dessous ; **EXIT** ; **GPH1** pour obtenir le tracé.

```
StatGraph1
Graph Type : Scatter
XList      : List1
YList      : List2
Frequency  : 1
Mark Type  : *
```

[] [X] []



Remarque : scatter signifie dispersion.

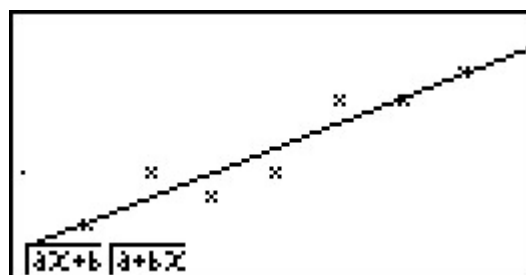
III. Équation puis tracé de la droite des moindres carrés.

I. et II. sont effectués ; **CALC** ; **X** ; **ax+b** permet d'obtenir l'équation de la droite des moindres carrés (r : coefficient de corrélation ; r^2 : coefficient de détermination ; MSe : carré des moyennes des erreurs).

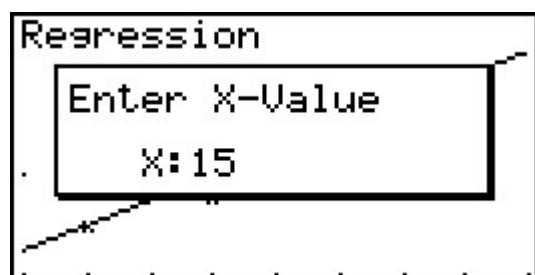
DRAW pour tracer la droite sur le graphique.

```
LinearReg(ax+b)
a =0.1
b =-7.5
r =0.93541434
r^2=0.875
MSe=8E-03
y=ax+b
```

[COPY] [DRAW]



Estimation de la teneur en potassium en 15 : **Shift** ; **G-SLV** ; **Y-CAL** ; saisir **1** ; **5** ; **EXE**.



IV. Détermination des différentes valeurs statistiques.

4.1 Paramétrer les statistiques à deux variables.

I. est effectué ; **CALC** ; **SET** pour paramétrer les calculs ; puis on saisit l'écran ci-contre (zone 2VAR seulement) ; **EXIT**.

2VAR pour obtenir les différentes valeurs statistiques.

```
1Var XList :List1
1Var Freq :1
2Var XList :List1
2Var YList :List2
2Var Freq :1
1 LIST
```

```
2-Variable
x̄ =6
Σx =42
Σx² =280
σx =2
sx =2.16024689
n =7
↓
```

```
2-Variable
ȳ =1.1
Σy =7.7
Σy² =8.79
σy =0.21380899
sy =0.2309401
Σxy =49
↑
↓
```

Les coordonnées du point moyen sont $G(\bar{x}; \bar{y})$.

4.2 Détermination de l'équation de la droite des moindres carrés.

I. est effectué ; **REG** ; **X** ; **ax+b**

COPY permet de copier l'équation de la droite de régression dans le menu graphique mais n'est pas nécessaire pour tracer la droite de régression.

```
LinearReg(ax+b)
a =0.1
b =0.5
r =0.93541434
r² =0.875
MSe=8E-03
y=ax+b
COPY
```

V. Utilisation des listes.

Les calculs sur les listes permettent d'obtenir le tableau suivant.

Année x_i	Teneur (mg/L) y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
3	0,8	2,4	9	0,64
4	1	4	16	1
5	0,9	4,5	25	0,81
6	1	6	36	1
7	1,3	9,1	49	1,69
8	1,3	10,4	64	1,69
9	1,4	12,6	81	1,96
42	7,7	49	280	8,79

I. est effectué

Colonne $x_i y_i$: se placer sur **List3** ; **SHIFT** ; **List** ; **1** ; **×** ; **SHIFT** ; **List** ; **2** ; **EXE**.

Colonne x_i^2 : se placer sur **List4** ; **SHIFT** ; **List** ; **1** ; **²** ; **EXE**.

Colonne y_i^2 : se placer sur **List5** ; **SHIFT** ; **List** ; **2** ; **²** ; **EXE**.

Valeurs complémentaires : se placer sur la première ligne de la liste 6 ; **OPTN** ; **List** ; **F6** ; **F6** ; **Sum** ; **SHIFT** ; **List** ; **1** ; **EXE** pour obtenir $\sum x = 602$;

Idem pour obtenir : $\sum y = 7,7$; $\sum xy = 665$; $\sum x^2 = 51\,800$ et $\sum y^2 = 8,79$.

	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	Yi	XiYi	Xi2	Yi2
1	0.8	2.4	9	0.64
2	1	4	16	1
3	0.9	4.5	25	0.81
4	1	6	36	1
				0.64
	$ax+b$	$a+bx$		

	List 4	List 5	List 6	List 7
SUB	Xi2	Yi2		
1	9	0.64	42	
2	16	1	7.7	
3	25	0.81	49	
4	36	1	280	
			280	
	Sum	Prod	Cum1	%
			4	0

Il est possible de récupérer ou de calculer les valeurs manquantes, menu **VARS** ; **STAT** ; **X** :

$n = 7$; $\bar{x} = 86$; $\sum x = 602$; $\sum x^2 = 51\,800$; $\sigma_x = 2$; **EXIT** ; **Y** ; $\bar{y} = 1,1$; $\sum y = 7,7$;

$\sum y^2 = 8,79$; $\sum xy = 665$; $\sigma_y \approx 0,2138$.

Pour obtenir la covariance :

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y} = \frac{665}{7} - 86 \times 1,1 = 0,4$$

Se placer dans une cellule vide : **VARS** ; **STAT** ; **Y** ; $\sum xy$; \div ; **EXIT** ; **X** ; n ; \div ; \bar{x} ; **EXIT** ; **Y** ; \bar{y} ; **EXE**.

	List 4	List 5	List 6	List 7
SUB	Xi2	Yi2		
3	25	0.81	49	
4	36	1	280	
5	49	1.69	8.79	
6	64	1.69		
	$\sum xy \div n - \bar{x} \bar{y}$			
	0	$\sum y$	$\sum y^2$	$\sum xy$
			0.7	0

Pour obtenir la variance de X : $\sigma_x^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{51800}{7} - 86^2 = 4$

Il est possible d'obtenir les autres variables avec le même principe.

Attention les paramètres de l'équation de la droite de regression **a** , **b** et **r** ne peuvent récupérer que si l'on a affiché les paramètres de l'équation de la droite de regression :

CALC ; **REG** ; **X** ; $ax+b$; **EXIT** ; **VARS** ; **STAT** ; **GRPH** ;

a	0.1
b	0.5
r	0.9354143467
	r r2 Mse Q1 Med

On ne peut plus maintenant obtenir les valeurs précédentes.

VI. Étude des résidus.

6.1 Calculs des résidus.

➤ On calcule les ordonnées estimées : $\hat{y}_i = ax_i + b$ en liste 6.

I. et 4.2 sont effectués. On se place sur List6 puis **VARs** ; **STAT** ; **GRPH** ; **a** ; **List** ; **1** ; **+** ; **VARs** ; **STAT** ; **GRPH** ; **b** ; **EXE**.

	List 5	List 6	List 7	List 8
SUB	y_i^2	y_i^3		
1	0.64	0		
2	1			
3	0.81			
4	1			
aList 1+b				
	a	b	c	d

Il ne reste plus qu'à faire la différence entre les listes 2 et 3 pour obtenir la liste des résidus.

	List 5	List 6	List 7	List 8
SUB	y_i^2	y_i^3	E:	
1	0.64	0.8	0	
2	1	0.9		
3	0.81	1		
4	1	1.1		
List 2-List 6				

	List 5	List 6	List 7	List 8
SUB	y_i^2	y_i^3	E:	
1	0.64	0.8	0	
2	1	0.9	0.1	
3	0.81	1	-0.1	
4	1	1.1	-0.1	
D-WIN FACT STAT GRPH DYNA				

Autre méthode :

Shift **Setup** puis choisir un numéro de liste pour stocker la liste des résidus.

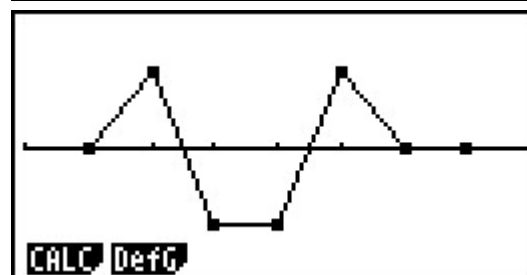
Stat Wind	:Auto
Resid List	:List10
List File	:File1
Sub Name	:On
Frac Result	:d/c
Func Type	:Y=
Graph Func	:On
None	LIST

6.2 Tracé des résidus et de la tendance.

GRPH ; **SET** ; **GPH2** et on paramètre le StatGraph2 avec les paramètres ci-contre.

StatGraph2	
Graph Type	:xyLine
XList	:List1
YList	:List10
Frequency	:1
Mark Type	:□

On lance le tracé pour obtenir le graphique ci-contre.



VII. Conclusion.

n	$\sum x_i$	$\sum y_i$	$\sum x_i y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum y_i^2$	\bar{x}	\bar{y}
7	42	7,7	665	280	8,79	6	1,1

$\text{cov}(x, y)$	σ_x^2	σ_y^2	σ_x	σ_y	a	b	r
0,4	4	0,0457	2	0,2138	0,1	-7,5	0,935