

SUITES NUMÉRIQUES

I. Exemples.

On considère la suite arithmétique (U_n) de premier terme $U_0 = -4$ et de raison $r = 0,8$ et la suite géométrique (V_n) de premier terme $V_0 = 0,1$ et de raison $q = -1,5$.

1°) Donner l'expression de (U_n) et (V_n) en fonction de n et en déduire le calcul des 15 premiers termes de chaque suite.

2°) Donner les relations de récurrence vérifiées par les suites (U_n) et (V_n) . En déduire, par une autre méthode, le calcul des 15 premiers termes de chaque suite.

3°) Afficher la somme de 15 premiers termes de chaque suite.

4°) Représenter graphiquement les suites (U_n) et (V_n) par un nuage de points.

1°) On choisit le menu **RECUR**.

On utilise le **terme général** :

$$U_n = U_0 + nr = -4 + 0,8n \text{ et } V_n = q^n V_0 = (-1,5)^n \times 0,1.$$

On choisit le type de suite dans le menu **TYPE**.

Pour les deux suites, on prend **$a_{n+1} = A_n + B$** .

On saisit l'expression des deux suites à l'aide du menu **n**.

On règle les paramètres de la suite avec le menu **SET**.

On construit la table de valeurs avec **EXIT** puis **TABL**.

2°) On choisit le menu **RECUR**.

On utilise la **relation de récurrence** : $U_{n+1} = U_n + r$ et $V_{n+1} = qV_n$.

Pour chaque suite, on choisit son type dans le menu **TYPE**.

Pour les deux suites, on prend **$a_{n+1} = Aa_n + Bn + C$**

On saisit l'expression des deux suites à l'aide du menu **na_n**.

On règle les paramètres de la suite avec le menu **SET**.

On construit la table de valeurs avec **EXIT** puis **TABL**.

The image shows two screenshots of a TI-84 Plus calculator interface. The top screenshot shows the 'MAIN MENU' with 'RECUR' selected. Below it, the 'Recursion' screen shows 'a_{n+1}' and 'b_{n+1}' being set to 'A+B' and 'A*B' respectively. The 'TYPE' screen shows 'a_{n+1}' and 'b_{n+1}' being set to 'A+B' and 'A*B' respectively. The 'SET' screen shows 'a_{n+1}' and 'b_{n+1}' being set to 'A+B' and 'A*B' respectively. The 'TABL' screen shows the table of values for 'a_n' and 'b_n'.

The bottom screenshot shows the 'MAIN MENU' with 'RECUR' selected. Below it, the 'Recursion' screen shows 'a_{n+1}' and 'b_{n+1}' being set to 'A+B' and 'A*B' respectively. The 'TYPE' screen shows 'a_{n+1}' and 'b_{n+1}' being set to 'A+B' and 'A*B' respectively. The 'SET' screen shows 'a_{n+1}' and 'b_{n+1}' being set to 'A+B' and 'A*B' respectively. The 'TABL' screen shows the table of values for 'a_n' and 'b_n'.

3°) On choisit le menu **RECUR**.

Somme des 15 premiers termes de chaque suite.

Shift **SET UP** puis mettre **Σ Display** sur **On**.

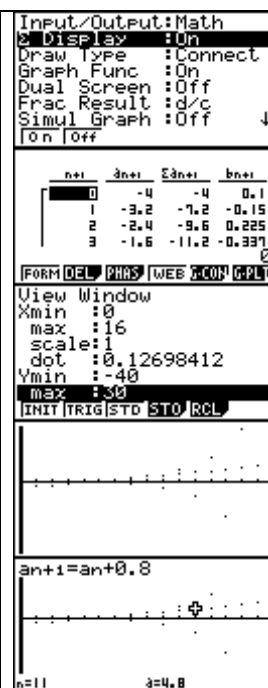
EXIT ; **TABL** pour avoir la valeur de chaque terme et la somme cumulée.

4°) Représentation graphique.

Shift **V-Window** puis saisir les paramètres d'échelles.

EXIT ; **TABL** ; **G-PLT** pour avoir le nuage de points.

TRACE puis utiliser le joystick (\blacktriangleleft \blacktriangleright) pour se déplacer dans le nuage de points ou (\blacktriangle \blacktriangledown) pour changer de suite.



II. Complément : utilisation de la fonction SEQ.

Seq	Création d'une suite de nombres. Touche Optn ; sous menu List puis Seq Syntaxe Seq(Fonction, Variable, Var min, Var max, Valeur de l'incrément)
-----	--

Cette instruction nécessite l'expression **du terme général** de chaque suite :

$$U_n = U_0 + nr = -4 + 0,8n \text{ et } V_n = q^n V_0 = (-1,5)^n \times 0,1.$$

On choisit le menu **RUN-MAT**.

Touche **Optn** ; sous menu **List** puis **Seq** saisir ensuite :

Seq **(** **-4** **+** **0.8** **X** **,** **X** **,** **0** **,** **15** **,** **1** **)** **→** **List 1** **EXE** pour obtenir la suite arithmétique.

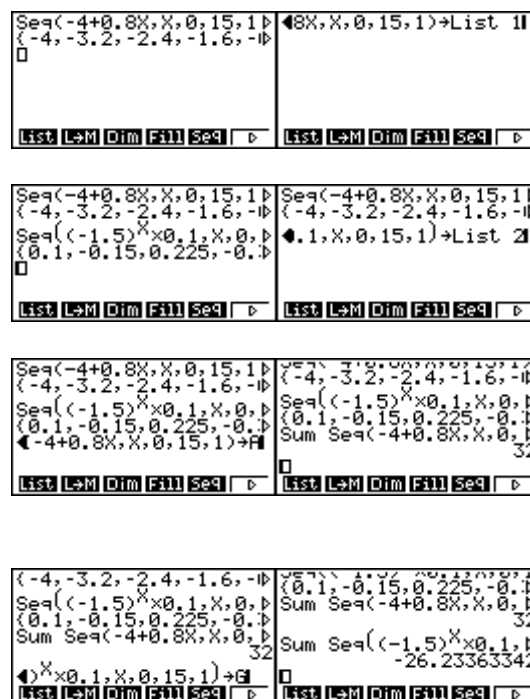
Seq **(** **(** **-1.5** **)** **^** **X** **,** **0** **,** **1** **,** **X** **,** **0** **,** **15** **,** **1** **)** **→** **List 2** **EXE** pour obtenir la suite géométrique.

Touche **Optn** ; sous menu **List** puis **Seq** saisir ensuite :

Sum Seq **(** **-4** **+** **0.8** **X** **,** **X** **,** **0** **,** **15** **,** **1** **)** **→** **A** **EXE** pour obtenir la somme des 15 premiers termes de la suite arithmétique.

Touche **Optn** ; sous menu **List** puis **Seq** saisir ensuite :

Sum Seq **(** **(** **-1.5** **)** **^** **X** **,** **0** **,** **1** **,** **X** **,** **0** **,** **15** **,** **1** **)** **→** **G** **EXE** pour obtenir la somme des 15 premiers termes de la suite géométrique.



III. Limite d'une suite.

Soit la suite (U_n) définie par son premier terme $U_0=10$ et, pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1. \text{ Soit } f \text{ la fonction associée définie sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = \frac{1}{2}x + 1.$$

1°) Représenter graphiquement le nuage de points des premiers termes de la suite (U_n) .

2°) Représenter graphiquement la courbe représentant la fonction f et tracer les premiers termes de la suite (U_n) .

3°) Ici U_0 est un réel quelconque. En utilisant le graphique, conjecturer le sens de variation et la limite de la suite U selon la valeur de U_0 .

1°) On choisit le menu **RECUR**.

On utilise la **relation de récurrence** : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1$.

On choisit le type **$a_{n+1}=Aa_n+Bn+C$** dans le menu **TYPE**.

On saisie l'expression de la suite à l'aide du menu **na_n**.

On règle les paramètres de la suite avec le menu **SET**.

On construit la table de valeurs avec **EXIT** puis **TABL**.

Représentation graphique.

On choisit **G-PLOT** et **an** pour tracer le nuage de points $(n; U_n)$.

Shift ; **Trace** pour se déplacer sur les points.

2°) Touche **EXIT**.

Shift **V-Windows** puis saisir les paramètres d'échelles.

Touche **EXIT** ; **TABL** ; **WEB** puis appuis successifs sur **EXE** pour le tracé ci-contre.

3°) Touche **EXIT** ; **EXIT** ; **SET** ; On change la valeur de **anStr**.

Shift **V-Windows** puis saisir les paramètres d'échelles.

Touche **EXIT** ; **TABL** ; **WEB** puis appui successif sur **EXE** pour le tracé successif des points.

On réitère le procédé en choisissant plusieurs valeurs pour U_0 .

On conjecture que :

- Si $U_0 < 2$ alors la suite (U_n) est **croissante**.
- Si $U_0 = 2$ alors la suite (U_n) est **constante**.
- Si $U_0 > 2$ alors la suite (U_n) est **décroissante**.
- Dans tous les cas, la suite est **convergente** et sa limite tend vers 2.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2.$$

