

## Matemática 3 – Curso 2016

### **Práctica 8:** Test de Hipótesis

Para cada uno de los ejercicios, modelice la situación y responda las siguientes preguntas:

- ¿cuál es la hipótesis nula y cuál es la alternativa?
- ¿cuál es el estadístico que utiliza y qué distribución tiene bajo  $H_0$ ?
- ¿cuál es la zona de rechazo? Dibújela.
- ¿cuál es su conclusión para los datos observados? Recuerde responder en relación al enunciado.
- ¿Puede dar una idea del p-valor? ¿es exacto o aproximado?

1) Para cada una de las siguientes aseveraciones, exprese si es una hipótesis estadística legítima y por qué:

- a)  $H: \sigma > 0$     b)  $H: s \leq 0.20$     c)  $H: \bar{X} - \bar{Y} = 5$     d)  $H: \sigma_1 / \sigma_2 < 1$     f)  $\mu \leq 0.1$

2) Para los siguientes pares de aseveraciones, indique cuáles no satisfacen las reglas de establecer

hipótesis y por qué:

- $H_0: \mu = 100$  contra  $H_1: \mu > 100$
- $H_0: \sigma = 20$  contra  $H_1: \sigma \leq 20$
- $H_0: p \neq 0.25$  contra  $H_1: p = 0.25$
- $H_0: p_1 - p_2 = -0.1$  contra  $H_1: p_1 - p_2 < -0.1$

3) Para determinar si las soldaduras de las tuberías en una planta nuclear satisfacen las especificaciones, se selecciona una muestra aleatoria de soldaduras. La resistencia de la soldadura se mide como la fuerza requerida para romperla. Suponga que las especificaciones indican que la resistencia media de las soldaduras deberá exceder de  $100 \text{ lb/pulg}^2$ , el equipo de inspección decide probar  $H_0: \mu = 100$  contra  $H_1: \mu > 100$ . explique por qué podría ser preferible utilizar esta  $H_1$  en lugar de  $\mu < 100$ .

4) Sea el estadístico de prueba  $Z$  con una distribución normal estándar cuando  $H_0$  es verdadera. Dé el nivel de significancia en cada una de las siguientes situaciones:

- $H_1: \mu > \mu_0$ , región de rechazo  $z \geq 1.88$
- $H_1: \mu < \mu_0$ , región de rechazo  $z \leq -2.75$
- $H_1: \mu \neq \mu_0$ , región de rechazo  $z \geq 2.88$  o  $z \leq -2.88$

5) Se supone que una máquina que llena cajas de cereal está calibrada, por lo que la media del peso de llenado es de 340 gr.

Sea  $\mu$  la media verdadera del peso de llenado. Suponga que en una prueba de hipótesis

$H_0: \mu = 340$  contra  $H_1: \mu \neq 340$ , el p-valor es 0.30.

- ¿Se debe rechazar  $H_0$  con base en esta prueba?. Explique
- ¿Puede concluir que la máquina está calibrada y decir que la media del peso de llenado es de 340 gr?. Explique.

6) Se diseña un programa de tratamiento de aguas residuales para producir agua tratada con pH de 7. Sea  $\mu$  la media del pH del agua tratada mediante dicho proceso. Se medirá el pH de 25 muestras de agua y se realizará una prueba de hipótesis  $H_0: \mu = 7$  contra  $H_1: \mu \neq 7$ . Suponga

que se sabe, con base a experimentos previos, que la desviación estándar del pH de las muestras de agua es aproximadamente 0.5 y que se puede asumir que las muestras provienen de una población normal.

- a) Si la prueba se hace a un nivel de 5%, ¿cuál es la región de rechazo?
  - b) Si la media muestra del pH es 6.87, ¿se rechaza  $H_0$  a un nivel de 10%?
  - c) Si la media muestra del pH es 6.87, ¿se rechaza  $H_0$  a un nivel de 1%?
  - d) Si el valor 7.2 representa un punto crítico, ¿cuál es el nivel de la prueba?
- 7) Cuando está operando adecuadamente, una planta química tiene una media de producción diaria de por lo menos 740 toneladas. La producción se mide en una muestra aleatoria simple de 60 días. La muestra tenía una media de 715 toneladas por día y desviación estándar de 24 toneladas por día. Sea  $\mu$  la media de la producción diaria de la planta. Un ingeniero prueba que  $H_0: \mu \geq 740$  contra  $H_1: \mu < 740$ .
- a) Determine el p-valor
  - b) ¿Piensa que es factible que la planta esté operando adecuadamente o está convencido de que la planta no funciona en forma adecuada?. Explique su razonamiento.
- 8) Pruebe la hipótesis de que el contenido medio de los envases de un lubricante específico es de 10 litros, si los contenidos de una muestra aleatoria de 10 envases son:
- |      |     |      |      |      |     |     |      |      |     |
|------|-----|------|------|------|-----|-----|------|------|-----|
| 10.2 | 9.7 | 10.1 | 10.3 | 10.1 | 9.8 | 9.9 | 10.4 | 10.3 | 9.8 |
|------|-----|------|------|------|-----|-----|------|------|-----|
- Utilice un nivel de significancia de 0.01 y suponga que la distribución del contenido es normal.
- 9) Un ingeniero de control de calidad midió el espesor de la pared de 25 botellas de vidrio de dos litros. Por experiencia previa se puede asumir que los datos provienen de una población aproximadamente normal. La media muestral es 4.05 mm, y la desviación estándar muestral es 0.08 mm.
- a) El ingeniero construye un intervalo de confianza para la media del espesor de las botellas de vidrio de 95% de  $4.05 \pm (1.96)(0.08)/\sqrt{25}$  ¿Es esto correcto?. ¿Por qué si o por qué no?
  - b) Si no se puede afirmar que la muestra se extrajo de una población normal, ¿el siguiente intervalo sería correcto  $4.05 \pm (2.064)(0.08)/\sqrt{25}$ ?. ¿Por qué si o por qué no?
- 10) Para determinar el efecto del grado de combustible en la eficiencia del combustible, 80 nuevos automóviles de la misma marca, con motores idénticos, fueron conducidos cada uno durante 1000 millas. Cuarenta de los automóviles funcionaron con combustible regular y otros 40 con combustible de grado Premium; los primeros tenían una media de 27.2 milla/galón, con desviación estándar de 1.2 milla/galón. Los segundos tenían una media de 28.1 milla/galón y una desviación estándar de 2.0 milla/galón. ¿Puede concluir que este tipo de automóvil tiene mejor millaje con combustible Premium? Utilice el p-valor.
- 11) Se probó la velocidad en cierta aplicación de 50 chips nuevos de computadora, con otra cantidad igual de diseño viejo. La velocidad promedio, en MHz, de los nuevos chips fue de 495.6, y la desviación estándar de 19.4. La velocidad promedio de los chips viejos fue de 481.2, y la desviación estándar fue de 14.3.
- a) ¿Se puede concluir que la media de la velocidad de los nuevos es mayor que la de los chips viejos?. Establezca las hipótesis nula y alternativa adecuadas y después encuentre el p-valor.
  - b) Una muestra de 60 chips aún más viejos tenía velocidad promedio de 391.2 MHz, con desviación estándar de 17.2 MHz. Alguien afirma que los nuevos chips tienen una

velocidad promedio mayor a 100 MHz que los más viejos. ¿Los datos proporcionan evidencias convincentes para esta afirmación? . Establezca las hipótesis nula y alternativa y después determine el p-valor.

- 12) Se considera usar dos marcas diferentes de pintura látex. El tiempo de secado en horas se mide en especímenes de muestras del uso de las dos pinturas. Se seleccionan 15 especímenes de cada una y los tiempos de secado son lo siguientes:

**Pintura A:**

3.5, 2.7, 3.9, 4.2, 3.6, 2.7, 3.3, 5.2, 4.2, 2.9, 4.4, 5.2, 4.0, 4.1, 3.4

**Pintura B:**

4.7, 3.9, 4.5, 5.5, 4.0, 5.3, 4.3, 6.0, 5.2, 3.7, 5.5, 6.2, 5.1, 5.4, 4.8

Suponga que el tiempo de secado se distribuye normalmente con  $\sigma_A = \sigma_B$ , y que ambos tiempos de secado son independientes. Encuentre un intervalo de confianza para la diferencia de las medias  $\mu_A - \mu_B$  de nivel 95%.

- 13) Se estudia el flujo de tránsito en dos intersecciones transitadas entre las 4 P.M. y las 6 P.M. para determinar la posible necesidad de señales de vuelta. Se descubrió que en 21 días laborales hubo en promedio 247.3 automóviles que se aproximaron a la primera intersección desde el sur y dieron vuelta a la izquierda, mientras que en 11 días laborales hubo en promedio 254.1 automóviles que se aproximaron a la segunda intersección desde el sur y dieron vuelta a la izquierda. Las desviaciones estándar muestrales correspondientes son  $s_1 = 15.2$  y  $s_2 = 18.7$

Suponga que las distribuciones son normales y que hay independencia entre ambas muestras. Pruebe la hipótesis nula  $\mu_1 - \mu_2 = 0$  contra la alternativa  $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$  con nivel de significancia  $\alpha = 0.01$

- 14) La directiva de una compañía de taxis está tratando de decidir si debe cambiar de neumáticos normales a neumáticos radiales para mejorar el ahorro de combustible. Se equiparon cada uno de los diez taxis con uno de los dos tipos de neumáticos y se condujeron en una trayectoria de prueba. Sin cambiar de conductores, se seleccionó el tipo de neumáticos y se repitió la trayectoria de prueba. El ahorro de combustible (en milla/galón) para los diez automóviles es:

Automóvil										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
radial	32.1	36.1	32.3	29.5	34.3	31.9	33.4	34.6	35.2	32.7
normal	27.1	31.5	30.4	26.9	29.9	28.7	30.2	31.8	33.6	29.9

Asuma que la diferencia en ahorro de combustible entre ambos neumáticos es aproximadamente normal.

- Debido a que el cambio de neumáticos en la flota de taxis es caro, la directiva no quiere cambiar a menos que una prueba de hipótesis proporcione evidencias de que mejorará el millaje. Establezca la hipótesis nula y alternativa adecuadas, y encuentre el p-valor.
  - Un análisis costo-beneficio muestra que será provechoso cambiar a neumáticos radiales si la media de la mejora del millaje es mayor a dos millas /galón. Establezca la hipótesis nula y alternativa adecuadas, y encuentre el p-valor, para una prueba de hipótesis diseñada como base de la decisión de cambiar.
- 15) El departamento de seguridad de un gran edificio de oficinas quiere probar la hipótesis nula de que  $\sigma = 2.0$  minutos para el tiempo que tarda un guardia en realizar su rondín contra la

hipótesis alternativa de que  $\sigma \neq 2.0$  minutos. ¿Qué se puede concluir con un nivel de significancia de 0.01, si una muestra aleatoria de tamaño  $n = 31$  da como resultado  $s = 1.8$  minutos?. Asuma que la muestra proviene de una distribución normal.

- 16) Con referencia al ejercicio 13) use el nivel de significancia de 0.05 para probar la afirmación de que existe una mayor variabilidad en el número de automóviles que dan vuelta a la izquierda aproximándose desde el sur entre 4 P.M. y 6 P.M. en la segunda intersección.
- 17) Un fabricante de estaciones de trabajo de computadora está probando un nuevo proceso de ensamble automatizado. El proceso actual tiene una tasa de defectos de 5%. En una muestra de 400 estaciones de trabajo ensambladas con el nuevo proceso, 15 tenían defecto. ¿Se puede concluir que el nuevo proceso tiene una tasa menor de defectos?. Calcule el p-valor.
- 18) En una muestra de 100 lotes de un producto químico comprado al distribuidor A, 70 satisfacen una especificación de pureza. En una muestra de 70 lotes comprada al distribuidor B, 61 satisfacen la especificación. ¿Puede concluir que una proporción mayor de los lotes del distribuidor B satisface la especificación?. Utilice el p-valor.