Estadística

La **estadística** es una ciencia con base matemática referente a la recolección, análisis e interpretación de datos, que busca explicar condiciones regulares en fenómenos de tipo aleatorio.

Características

- Hace uso de la matemática
- Trabaja sobre datos adquiridos
- Busca explicar o interpretar situaciones donde hay incertidumbre y variación.

La estadística proporciona métodos para **organizar y resumir datos**. Ej: utilizando medidas generales como el valor medio, la mediana y la desviación estándar.

También para **sacar conclusiones** a partir de la información que contienen. Ej: A partir de las pruebas realizadas en pacientes a los que se les aplicó cierta droga puede estimarse si hubo mejora en su salud o no.

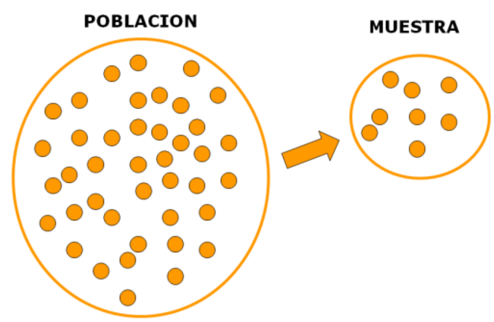
Población

Los datos utilizados se refieren a la **población** de interés.

Ejemplos de población

- Todos los egresados de la Facultad de Informática durante los últimos 5 años.
- Todos los autos fabricados por Chevrolet Argentina durante 2007 y 2008.

Si se dispone de la misma información para todos los objetos de la población, lo que se tiene es un **censo**.
Por cuestiones prácticas se trabaja con una **muestra** (un subconjunto de la población)



Ramas de la Estadística

Estadística Descriptiva

- Se dedica a los métodos de recolección, descripción, visualización y resumen de los datos.

Inferencia Estadística

- Se dedica a la generación de los modelos, inferencias y predicciones asociadas a los fenómenos en cuestión teniendo en cuenta la aleatoriedad de las observaciones.

Estadística Descriptiva

Medidas de Resumen Numéricas

- Media y Mediana
- Cuartiles y Percentiles
- Medidas de dispersión

Representaciones gráficas

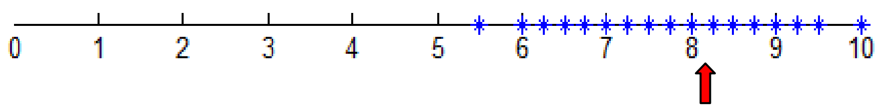
- Diagramas de caja.
- Histograma.

Media Muestral

La media muestral $\bar{x}$ de un conjunto de observaciones $x_1, x_2, \ldots, x_n$ está dada por

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Por ejemplo, si se observan los valores de la columna NOTA del archivo “1ra Autoevaluacion.xls” podrá observarse que la media muestral es **8.1571**



Este valor constituye una representación numérica de la muestra de calificaciones.

Mediana

Ordenar las muestras de menor a mayor y tomar como valor para la mediana

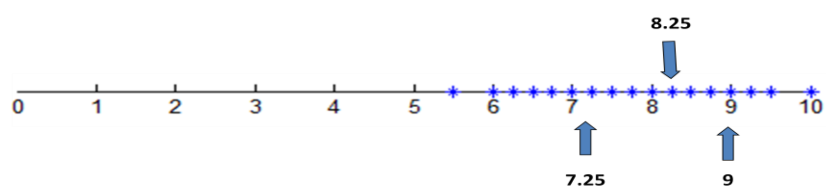
- El valor del medio de la lista si la cantidad de elementos es impar.
- El promedio de los valores centrales si la cantidad de elementos de la lista es par.

Por ejemplo, si se observan los valores de la columna NOTA del archivo “1ra Autoevaluacion.xls” podrá observarse que la mediana muestral vale **8.25** y corresponde al elemento 53 de la lista de notas ordenadas de menor a mayor. Se tomó el elemento número 53 porque la lista de notas contiene 105 calificaciones.

Note que la mediana muestral es bastante insensible a una cantidad de valores muy pequeña o muy grande. También es insensible a una gran cantidad de valores atípicos (cosa que no ocurre con la media muestral).

Cuartiles

La mediana divide al conjunto de datos en dos partes iguales. Los **cuartiles** dividen los datos en 4 partes con la misma cantidad de valores

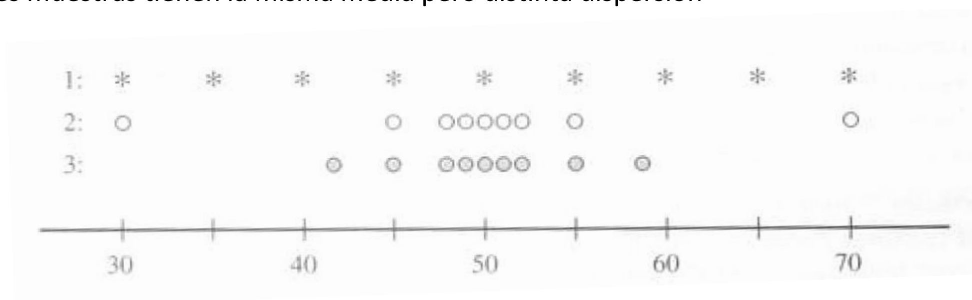


Medidas en Excel

Medida numéricas	Valor	Función Excel
Media	8,1571	=AVERAGE(B2:B106)
Mediana	8,25	=MEDIAN(B2:B106)
Primer Cuartil	7,25	=QUARTILE(B2:B106; 1)
Segundo Cuartil	8,25	=QUARTILE(B2:B106; 2)
Tercer Cuartil	9	=QUARTILE(B2:B106; 3)

Medidas de Dispersión

Estas tres muestras tienen la misma media pero distinta dispersión



La muestra 1 es la que tiene mayor variación y la muestra 3 es la más compacta.
La medida de dispersión más simple para datos muestrales es el **rango** o **recorrido** y se calcula como la diferencia entre los valores extremos

Ej: La muestra 1 tiene rango 70-30=40 mientras que la muestra 3 tiene un recorrido menor.

Las principales medidas utilizan las desviaciones a partir de la media. Es decir que se consideran las diferencias de cada muestra con la media

$$(x_1 - x), (x_2 - x), \dots, (x_n - x)$$

Una opción natural parece ser la suma

$$\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})$$

¿Qué problemas presenta?

Suma de las desviaciones

$$\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x - \sum_{i=1}^{n} \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x - n.\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x - n.\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

¿Cómo cambiar las desviaciones a cantidades no negativas?

Opción 1

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} | x - \bar{x} |}{n}$$

Opción 2

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})^2}{n}$$

La función valor absoluto tiene algunas dificultades teóricas entonces usamos la opción 2.

Varianza Muestral

La varianza muestral se denota por S^2 y se define como

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})^2}{n-1}$$

La **desviación muestral** se denota por ***S*** y es la raíz cuadrada positiva de S^2

La varianza muestral también puede expresarse como

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{S_{xx}}{n-1} \qquad \text{donde} \qquad S_{xx} = \sum (x-\bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

Volviendo al ejemplo de las calificaciones de la primera autoevaluación

Medida numéricas	Valor	Función Excel
Varianza	1,2094	=VAR(B2:B106)
Desviacion	1,0997	=STDEV(B2:B106)

Representaciones Gráficas de la Estadística Descriptiva
1.- Diagramas de Cajas

Características del conj.de datos

- Centro
- Dispersión
- Desviación respecto a la simetría
- Identificación de valores atípicos (alejadas del grueso de las observaciones.

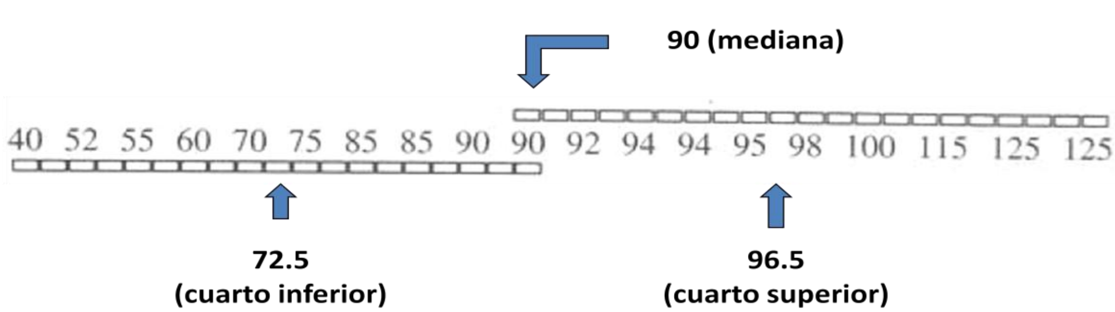
Utiliza medidas *"resistentes"* a los datos atípicos: la mediana y la cuarta dispersión

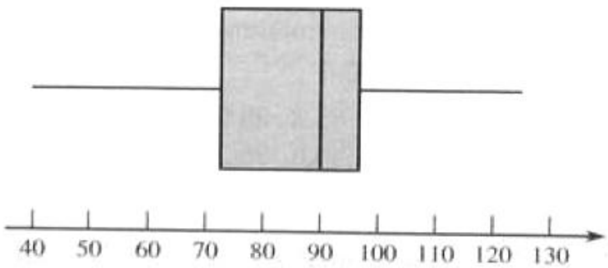
Primero se ordenan las muestras de menor a mayor. Luego, la cuarta dispersión f_s está dada por

f_s = cuarto superior – cuarto inferior

donde el cuarto superior es la mediana de la primera mitad y el cuarto superior la mitad más grande.

EJEMPLO





El ancho de la caja es f_s

Valores atípicos

Cualquier muestra más allá de 1.5 f_s desde el cuarto más cercano es un valor atípico.

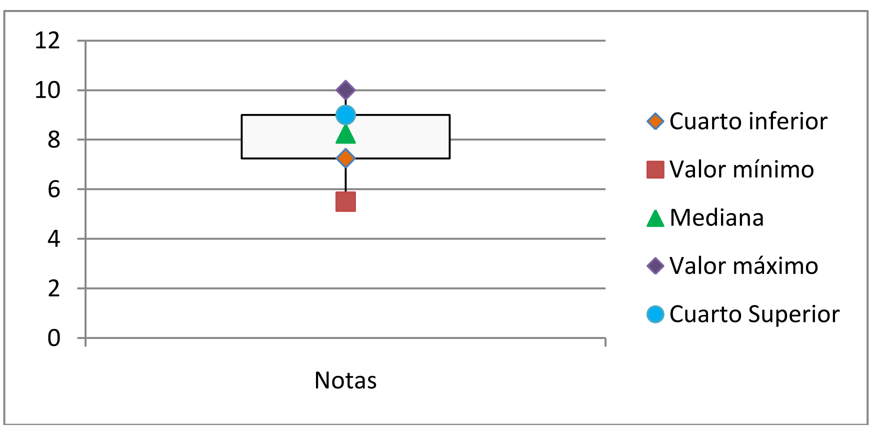
Un valor atípico es extremo si está a más de 3 f_s del cuarto más cercano.

Entre 1.5 f_s y 3 f_s es se considera un valor atípico moderado.

Ejemplo: Estos son los valores correspondientes a las calificaciones de la primera autoevaluación

Medida	Notas
Cuarto inferior	7,25
Valor mínimo	5,5
Mediana	8,25
Valor máximo	10
Cuarto Superior	9

Puede utilizarse Excel para construir el siguiente Diagrama de Caja



Histograma

Permite apreciar la frecuencia con que aparecen los distintos valores de una v.a.

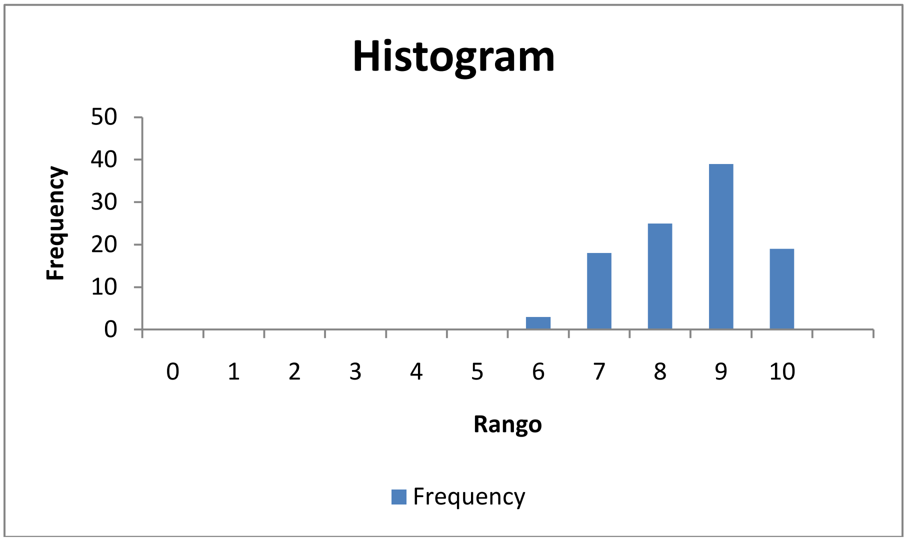
Representación

- Sobre el eje X se indican los valores de la variable.
- Sobre el eje Y se representa la frecuencia relativa o la frecuencia con la que cada valor aparece.

Si la variable es continua es preciso discretizarla.

Ejemplo : El histograma de las calificaciones de la primera autoevaluación es

Rango	*Frequency*
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	3
7	18
8	25
9	39
10	19



Muestra

Considere elegir dos muestras distintas de tamaño *n* de la misma distribución poblacional.

Ejemplo: Consumo de combustible de 3 autos.

	Muestra 1	Muestra 2
X_1	30.7	28.8
X_2	29.4	30
X_3	31.1	31.1

- Antes de obtener los datos hay incertidumbre acerca del valor de cada x_i, por lo tanto cada observación se ve como una v.a.
- Cada muestra se representa mediante $X_1, X_2, \ldots, X_n$ (en este ejemplo n=3)
- Las variaciones entre muestras hacen que cualquier función de las observaciones muestrales (ej:media muestral $\bar{X}$, desviación estándar muestral ***S***, etc) cambie de una muestra a otra.

	Muestra 1	Muestra 2
$\bar{X}$	30.4	29.97
S	0.89	1.15

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Ejemplo

El tiempo que tarda un conductor en reaccionar a las luces de freno de un vehículo en desaceleración tiene una distribución normal con valor medio 1.25 segundos y desviación estándar 0.46 segundos. Analizar 6 muestras formadas por el tiempo de respuesta de 10 conductores cada una.

Nro.	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	Muestra 4	Muestra 5	Muestra 6
1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	0,9071	1,0563	1,5586	1,3302	0,8332	1,5900
3	1,2096	1,3621	1,5233	1,5126	0,7559	1,3493
4	0,9780	2,0770	1,0361	0,7811	1,3896	0,7226
5	1,0719	0,9561	1,6450	0,5599	1,5712	1,0043
6	1,8029	1,2427	1,7326	1,7384	1,2130	1,6203
7	1,2374	1,1200	1,1444	1,0040	0,0208	1,1875
8	0,6790	1,6861	1,5334	1,3784	1,6667	1,0838
9	1,5620	2,2011	1,4218	0,9477	1,1868	1,3452
10	1,4220	2,1642	1,8251	2,0382	1,5130	1,0518
$\bar{X}$	1.2993	1.5341	1.4727	1.3515	1.1561	1.2689
S	0.4374	0.4728	0.2502	0.5421	0.4986	0.3182

- Note que la media muestral y la desviación estándar muestral difieren de una muestra a otra

Estadístico

- Un ***estadístico*** es cualquier cantidad cuyo valor se calcula a partir de los datos de la muestra (ej: media muestral $\bar{X}$)
- Antes de obtener los datos hay incertidumbre con respecto al valor que se obtendrá para un estadístico en particular. Por lo tanto, un ***estadístico es una v.a.***
- Cualquier estadístico, que es una v.a., tiene una distribución de probabilidad también llamada ***distribución de muestreo.***

Muestra aleatoria

- Se dice que las v.a. X_1, X_2, …, X_n forman una ***muestra aleatoria*** *(simple)* de tamaño *n* si
    - Las X_i son v.a. independientes.
    - Todas las X_i tienen la misma distribución de probabilidad.

Distrib.de muestreo de un estadístico

Hay dos métodos generales para obtener la distribución de muestreo de un estadístico

- Haciendo cálculos a partir de las reglas de probabilidad. Puede usarse si se trata de una función muy simple de las X_i y hay pocos valores distintos de X en la población.
- Realizando un experimento de simulación.

Ejemplo

Un taller cobra 40, 45 y 50 u$s por una afinación de autos de 4, 6 y 8 cilindros, respectivamente. Si el 20% de las afinaciones se hacen en autos de 4 cilindros, 30% en autos de 6 cilindros y 50% en los de 8, entonces la distribución de probabilidad del ingreso de una sola afinación elegida al azar está dada por

X	40	45	50
p(x)	0.2	0.3	0.5

μ = 46.5
σ = 15.25

Veamos de donde salieron estos valores de μ y σ:

$$\mu = E(X) = 0.2 * 40 + 0.3 * 45 + 0.5 * 50 = \ 46.5$$

$\sigma^2 = V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

Calculemos $E(X^2)$: $E(X^2) = 40^2 * 0.2 + 45^2 * 0.3 + 50^2 * 0.5 = 2177.5$

Por lo tanto, $V(X) = 2177.5 - 46.5^2 = 15.25$

Continuando con el ejemplo, suponga que en un determinado día sólo dos servicios requieren afinación. Sea X_1 el ingreso obtenido de la 1ra. afinación y X_2 el de la 2da.

Suponga que X_1 y X_2 son independientes, cada una con la distribución de probabilidad anterior. Es decir que *X_1 y X_2 constituyen una muestra aleatoria* de la distribución.

X1	X2	P(x1,x2)	$\overline{X}$	S
40	40	0.04	40	0
40	45	0.06	42.5	6.25
40	50	0.10	45	25
45	40	0.06	42.5	6.25
45	45	0.09	45	0
45	50	0.15	47.5	6.25
50	40	0.10	45	25
50	45	0.15	47.5	6.25
50	50	0.25	50	0

Para obtener la distribución de probabilidad de la media muestral hay que calcular la probabilidad de cada valor

E:j

$$p_{\overline{X}}(45) = P(\overline{X} = 45) = 0.10 + 0.09 + 0.10 = 0.29$$

$\bar{x}$	40	42.5	45	47.5	50
$p_{\bar{X}}(\bar{x})$	0.04	0.12	0.29	0.30	0.25

$$\mu_{\overline{X}} = 46.5 = \mu \quad ; \quad \sigma^2_{\overline{X}} = 7.625 = \frac{\sigma^2}{2}$$

La tabla anterior muestra la distribución de la media muestral suponiendo que se realizan dos afinaciones. Si en lugar de dos se realizaran 4 la tabla sería la siguiente:

$\bar{x}$	40	41.25	42.5	43.75	45	46.25	47.5	48.75	50
$p_{\bar{X}}(\bar{x})$	0.0016	0.0096	0.0376	0.0936	0.1761	0.2340	0.2350	0.1500	0.0625

$$\mu_{\overline{X}} = 46.5 = \mu \quad ; \quad \sigma^2_{\overline{X}} = 3.8125 = \frac{\sigma^2}{4}$$

Es decir que la media se mantiene pero la varianza se reduce

Ejercicio

Una marca de harina se vende al por mayor en bolsas de tres tamaños: 25, 40 y 65 kilos. 20% de los compradores elige la de 25 kg, 50% la de 40 kg y el 30% la de 65 kg. Sean X_1 y X_2 los pesos de las bolsas que eligen dos compradores seleccionados de manera independiente.

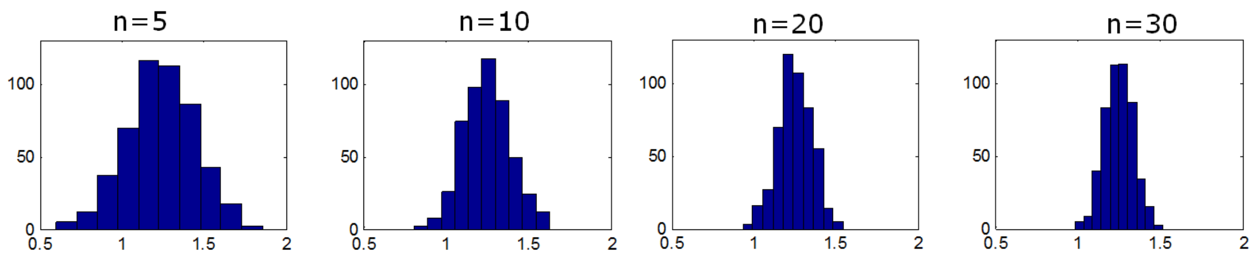
- Determinar la distribución de muestreo de $\bar{X}$, calcular $E(\bar{X})$ y comparar con μ.
- Determinar la distribución de muestreo de la varianza S^2, calcular $E(S^2)$ y comparar con σ^2.

Experimento de simulación

El 2do.método para obtener información sobre la distribución de un estadístico es realizar un experimento de simulación. Debe indicarse

- El estadístico de interés (ej: $\bar{X}$)
- La distribución poblacional (ej: normal con μ=100 y σ=15).
- El tamaño de la muestra *n* (ej: n=10)
- El número de réplicas *k*; es decir la cantidad de muestras a considerar (ej: k=500)

Ejemplo: Estadístico : $\bar{X}$; Distribución : N(1.25, 0.46^2) ; k = 500 (nro. de muestras)



Distribución de la media muestral

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución con media μ y desviación estándar σ, entonces

$$1.\ E(\overline{X}) = \mu_{\overline{X}} = \mu$$

$$2.\ V(\overline{X}) = \sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2}{n} \quad y \quad \sigma_{\overline{X}} = \sigma / \sqrt{n}$$

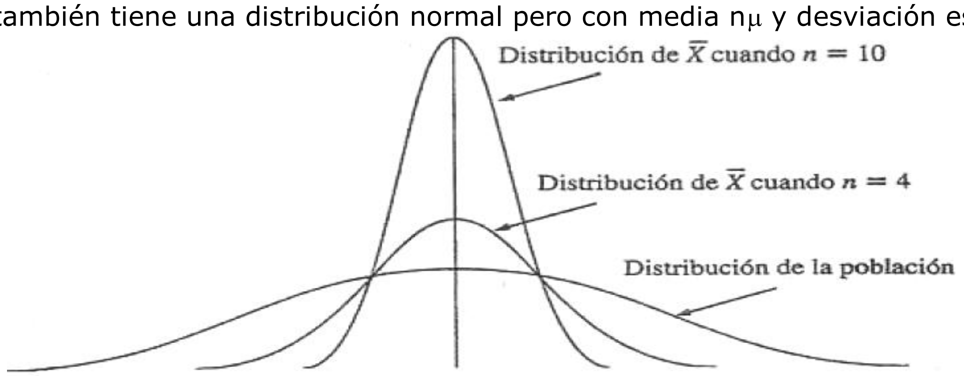
Además, $T_o = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$

$$E(T_o) = n\mu \qquad\qquad V(T_o) = n\sigma^2 \quad y \quad \sigma_{T_o} = \sqrt{n}\sigma$$

Caso de una distribución normal

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una v.a. de una distribución normal con media μ y desviación estándar σ, entonces para ***cualquier n,***

- $\bar{X}$ tiene una distribución normal con media μ y desviación estándar $\sigma/\sqrt{n}$
- T_o también tiene una distribución normal pero con media $n\mu$ y desviación estándar $\sqrt{n}\sigma$



Ejemplo

El tiempo que tarde una rata de cierta especie en encontrar su camino por un laberinto es una v.a. con distrib.normal con μ=1.5 min y σ=0.35 min.   Se eligen 5 ratas. Sean X_1, X_2, …, X_5 sus tiempos en el laberinto.
¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo total $T_o=X_1+X_2+ \ldots +X_5$ para las 5 ratas esté entre 6 y 8 minutos?

Solución:
Si X_1, X_2, …, X_5 tienen distribución normal entonces T_o también. Sus parámetros son

$$\mu_{T_o} = n\mu = 5(1.5) = 7.5 \qquad \sigma^2_{T_o} = n\sigma^2 = 5(0.1225) = 0.6125 \quad \therefore \quad \sigma_{T_0} = 0.783$$

Luego

$$P(6 \le T_o \le 8) = P\left(\frac{6-7.5}{0.783} \le Z \le \frac{8-7.5}{0.783}\right) = P(-1.92 \le Z \le 0.64) = \phi(0.64) - \phi(-1.92) = 0.7115$$

Teorema Central del Límite

Sea X_1, X_2, …, X_n una muestra aleatoria de una distribución con media μ y varianza σ^2, entonces ***si n es suficientemente grande***

- X tiene una distribución normal con media μ y varianza $\boldsymbol{\sigma^2/n}$
- T_o también tiene una distribución normal pero con media $\mathbf{n\mu}$ y varianza $\mathbf{n\sigma^2}$

Regla empírica : Si ***n>30*** se puede usar el Teorema Central del Límite

---

Ejemplo

Cuando se prepara un lote de cierto producto, la cantidad de determinada impureza en el lote es una v.a. con valor medio 4 g y una desviación estándar de 1.5 g.

Si 50 lotes se preparan de forma independiente ¿cuál es la probabilidad (aproximada) de que la cantidad promedio muestral de impureza X esté entre 3.5 y 3.8 g?

Solución

Según el TCL, la distribución de $\overline{X}$ se aproxima a una normal con $\mu_{\overline{X}} = 4\,;\, \sigma_{\overline{X}} = \dfrac{1.5}{\sqrt{50}} = 0.2121$

Si $\overline{X} \approx N(4,(0.2121)^2)$ la probabilidad (aproximada) de que la cantidad promedio muestral de impureza esté entre 3.5 y 3.8 g es

$$P(3.5 \le \overline{X} \le 3.8) \approx P\left(\frac{3.5-4}{0.2121} \le Z \le \frac{3.5-4}{0.2121}\right) = \phi(-0.94) - \phi(-2.36) = 0.1645$$

Aprox.Normal a la Distrib.Binomial

El TCL se puede utilizar para aproximar las probabilidades de algunas v.a. discretas cuando es difícil calcularlas exactamente   para valores grandes de los parámetros. Si X ~ B(n,p) hay dos formas de calcular P(X ≤ k):

Opción 1

- Calcular la prob. $P(X \le k) = \sum_{i=0}^{k} P(X = i)$
- Usando las tablas de *fda;* pero no existen para valores grandes de *n* lo que nos obliga a hacer la suma anterior.

Opción 2

Considerar a X como suma de v.a. más simples, específicamente, si definimos

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{si en la i-ésima repetición de } \varepsilon \text{ ocurre éxito} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \qquad i=1,2,\ldots\, n$$

entonces cada $X_i \sim B(1,p)$ y además $X_1, X_2, \ldots, X_n$ son independientes.

Si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tienen distribución B(1,p), por el TCL, T_o tiene distribución normal con media ***np*** y varianza ***np(1-p)***.

El tamaño de la muestra necesario para que la aproximación funcione depende de p.

Note que la distribución de cada X_i es simétrica cuando *p* es cercana a 0.5 y sesgada cuando está cerca de 0 o 1.

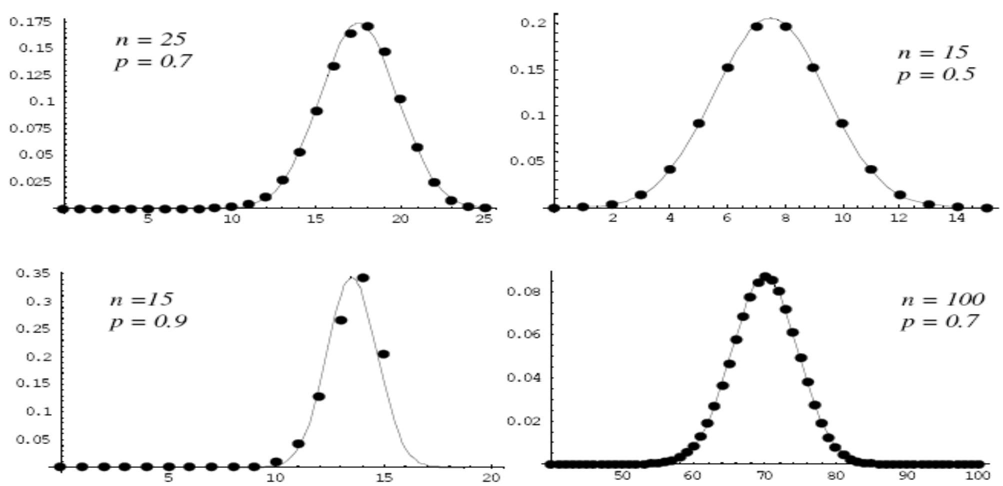
Se recomienda usar la aproximación cuando np ≥ 10 y n(1-p) ≥ 10

Corrección por continuidad

Según el TCL, si $X \sim B(n,p)$ para n suficientemente grande puede usarse $X \sim N(np, np(1-p))$
Dado que la binomial es discreta y la normal continua, deben hacerse algunas correcciones

$$P(X=k) \cong P\left(k-\frac{1}{2} \le X \le k+\frac{1}{2}\right) \qquad P(X \le k) \cong P\left(X \le k+\frac{1}{2}\right) \qquad P(X \ge k) \cong P\left(X \ge k-\frac{1}{2}\right)$$

B(n,p) aprox. por N(np, np(1-p))



Aprox. Normal a la Distrib.Poisson

Se puede probar aplicando el Teorema central del Límite que, si $X \sim P(\lambda)$ entonces, para λ suficientemente grande,

$$\frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \cong N(0,1)$$

En la práctica, si $\lambda \ge 5$ la aproximación es buena.

Combinación lineal de v.a.

Dadas *n* v.a. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ y *n* constantes numéricas $a_1, a_2, \ldots, a_n$ la v.a.

$$Y = a_1 X_1 + \ldots + a_n X_n = \sum_{i=1}^{n} a_i X_i$$

se llama ***combinación lineal*** de las X_i

Si $a_1=\ldots=a_n=1$, $Y=T_o$ y si $a_1=\ldots=a_n=1/n$, $Y=\bar{X}$.

Note que las X_i podrían tener distribuciones distintas y por lo tanto, medias y varianzas distintas. Tampoco tienen que ser independientes.

Distrib.de una combinación lineal

- Si $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tienen valores medios $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ respectivamente y varianzas $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$ respectivamente :

1.- Si las X_i son independientes o no

$$E(a_1X_1+a_2X_2+\ldots+a_nX_n)=a_1E(X_1)+a_2E(X_2)+\ldots+a_nE(X_n)=a_1\mu_1+\ldots+a_n\mu_n$$

2.- Si las X_i son independientes

$$V(a_1X_1+a_2X_2+\ldots+a_nX_n)=a_1^2V(X_1)+a_2^2V(X_2)+\ldots+a_n^2V(X_n)=a_1^2\sigma_1^2+\ldots+a_n^2\sigma_n^2$$

3.- Para cualquier $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tienen

$$V(a_1X_1+a_2X_2+\ldots+a_nX_n)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_ia_jCov(X_i,X_j)$$

Ejemplo

Una estación de servicio vende tres tipos de nafta: común, super y super premium. Estas se venden a 2.4\$, 3.1\$, 3.5\$ por litro. Sean X_1, X_2 y X_3 las cantidades de estos tipos de naftas vendidas en un día en particular. Suponga que las X_i son independientes con $\mu_1=1000$, $\mu_2=500$, $\mu_3=300$, $\sigma_1=100$, $\sigma_2=80$, $\sigma_3=50$. El ingreso obtenido por estas ventas es $Y=2.4X_1+3.1X_2+3.5X_3$ Entonces

$$E(Y)=2.4\mu_1+3.1\mu_2+3.5\mu_3=5000\$ \qquad V(Y)=(2.4)^2\sigma_1^2+(3.1)^2\sigma_2^2+(3.5)^2\sigma_3^2=31689$$

$$\sigma_Y=\sqrt{149729}=386.95\$$$

Diferencia entre dos v.a.

Un caso especial de la combinación lineal resulta de tomar n=2, $a_1=1$ y $a_2=-1$

$$Y=a_1X_1+a_2X_2=X_1-X_2$$

Aplicando lo anterior se obtiene $E(X_1-X_2)=E(X_1)-E(X_2)$

y si son independientes $V(X_1-X_2)=V(X_1)+V(X_2)$

Ejemplo

Sean X_1 y X_2 los rendimientos de combustibles para autos de 6 y 4 cilindros, respectivamente, seleccionados de manera independiente y aleatoria; con $\mu_1=22$, $\sigma_1=1.2$, $\mu_2=26$ y $\sigma_2=1.5$

$$E(X_1-X_2)=\mu_1-\mu_2=22-26=-4$$

$$V(X_1-X_2)=\sigma_1^2+\sigma_2^2=(1.2)^2+(1.5)^2=3.69$$

$$\sigma_{X_1-X_2}=\sqrt{3.69}=1.92$$

Note que si hubieramos utilizado X_1 para referirnos a los autos de 4 cilindros, $E(X_1-X_2)=4$ pero la varianza hubiera sido la misma.