Matemática 3 – Curso 2016

<u>Práctica 3</u>: Variables aleatorias discretas. Funciones de distribución Binomial, Geométrica, Hipergeométrica, Poisson.

1) Clasifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:
   a) X: “el número de accidentes automovilísticos por año en la ciudad de La Plata”
   b) Y: “el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita”
   c) Z: “la cantidad de leche en litros que una vaca específica produce anualmente”
   d) W: “el número de huevos que una gallina pone mensualmente”
   e) N: “el número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad”
   f) Q: “el peso del grano producido por acre”

2) Un embarque de 10 automóviles extranjeros contiene 4 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 6 de estos automóviles al azar, sea X: “nº de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura”.
   a) Hallar la f.d.p. de X
   b) Determine $P(X = 0)$; $P(X = 2)$; $P(X \leq 2)$; $P(X \geq 2)$

3) Determine el valor *c* tal que cada una de las siguientes funciones sirva como distribución de probabilidad de la v.a. discreta *X*:

   a) $f(x) = c\,(x^2 + 4)$, para $x = 0, 1, 2, 3$

   b) $f(x) = c\binom{2}{x}\binom{3}{3-x}$, para $x = 0, 1, 2$

4) La distribución de probabilidad de X: “nº de imperfecciones por 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme, está dada por:
   a) Hallar la función de distribución acumulada de X
   b) Determine F(2) y F(3.1)

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0.41	0.37	0.16	0.05	0.01

5) Para las variables aleatorias de los ejercicios 2) y 4) hallar $E(X)$, $E(X^2)$, $V(X)$.

6) Una compañía de materiales químicos envía cierto disolvente en tambores de 10 galones. Sea X: “número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente”. Suponga que X tiene la f.d.p.
   a) Hallar E(X), V(X) y desviación estándar de X.
   b) Sea Y: “número de galones ordenados”
      b1) hallar la f.d.p. de Y
      b2) hallar E(Y) , V(Y) y la desviación estándar de Y

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

7) En cierto servicio telefónico, la probabilidad de que una llamada sea contestada en menos de 30 segundos es 0.75. Suponga que las llamadas son independientes.
   a) Si una persona llama 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?
   b) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?
   c) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos?

8) De un lote de 25 artículos, 5 de los cuales son defectuosos, se eligen 4 al azar.
Sea X: " el número de artículos defectuosos entre los elegidos".
a) Obtener la función de frecuencia de X si los artículos se eligen con sustitución.
b) ¿Cuál es la E(X) y la V(X)?.

9) Con los datos del ejercicio 7), sea Y: "número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos"
a) ¿Cuál es la probabilidad de tener que llamar 4 veces para obtener la primera respuesta en menos de 30 segundos?
b) ¿Cuál es el número promedio de llamadas que hay que hacer hasta tener una respuesta en menos de 30 segundos?

10) La probabilidad de que una computadora que corre cierto sistema operativo se descomponga en determinado día es 0.1. Determine la probabilidad de que la máquina se descomponga por primera vez en el duodécimo día, después de la instalación del sistema operativo, asumiendo independencia entre los días. Determine la media y la varianza del número de días hasta que el sistema operativo se descompone.

11) El número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos es un proceso de Poisson con tasa c=4 por hora.
a) Calcule la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs.
b) Si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 min. Cuál es la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese período?

12) El numero de colonias de bacterias de cierto tipo en unas muestras de agua contaminada tiene una distribución de Poisson con una media de 2 por cm^3.
a) Cuál es la probabilidad de que una muestra de 1 cm^3 contenga dos o más colonias de bacterias
b) Si se toman en forma independiente 4 muestras de un cm^3 de esa agua, encuentre la probabilidad de que al menos una muestra tenga dos o más colonias de bacterias.
c) Si se toma una muestra de 10 cm^3, cuál es la probabilidad de que tenga 16 colonias de bacterias por lo menos ?

13) Suponga que 0.03% de los contenedores plásticos producidos en cierto proceso tiene pequeños agujeros que los dejan inservibles. Sea la v.a. X: "número de contenedores en una muestra de 10000 que tienen este defecto.
a) ¿Cuál es la distribución de la v.a. X?
b) ¿Con cuál distribución puede aproximar la distribución de X?
c) Calcule en forma aproximada:
c1) $P(X = 3)$
c2) $P(X \leq 2)$
c3) $P(1 \leq X \leq 4)$
c4) E(X) y σ_X
d) Calcule en forma exacta las probabilidades en c1), c2) y c3) con la ayuda de al gún software matemático (o calculadora), y compare los resultados.

14) En un lote de 10 microcircuitos, 3 están defectuosos. Se elige aleatoriamente cuatro microcircuitos para ser probados. Sea X: "número de circuitos probados que son defectuosos".
a) Determine $P(X = 2)$

b) Determine E(X) y V(X).

15) En referencia al ejercicio anterior, suponga que el lote tiene 1000 microcircuitos, 300 defectuosos. Se elige aleatoriamente 4 microcircuitos para ser probados. Sea X: “número de circuitos probados que son defectuosos”.

a) Determine P(X = 2)

b) Considere que hay independencia entre las extracciones, vuelva a calcular P(X = 2) usando distribución binomial, ¿qué observa?