Matemática 3

Parte I : Probabilidades

Material del Curso: WebUNLP.unlp.edu.ar

Prof. Laura Lanzarini

Bibliografía

- **Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias**

  Jay L. Devore

  Editorial Thomson (2005)

- **Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas**

  Paul Meyer

  Editorial Addison-Wesley Iberoamericana (1992)

Teoría de la Probabilidad

- El término **probabilidad** se refiere al estudio de la aleatoriedad y la incertidumbre
- En cualquier situación donde podría ocurrir uno de varios resultados posibles, la teoría de la probabilidad proporciona métodos para cuantificar la factibilidad de los resultados.
- La Teoría de la probabilidad estudia los llamados **experimentos aleatorios.**

Experimento Aleatorio

- Un **experimento aleatorio** es una acción o proceso que aunque se lo repita bajo las mismas condiciones no se puede predecir con exactitud su resultado.

- **Ejemplos de experimentos aleatorios**
  - Se lanza un dado y se observa el número que aparece en la cara superior.
  - Se fabrican artículos en una línea de producción y se cuenta el numero de artículos defectuosos producidos en un período de 24 hs.

Experimento Aleatorio

- Aspectos Importantes
  - Puede repetirse el experimento en forma indefinida sin cambiar esencialmente las condiciones.
  - Aunque no se conoce el **resultado particular** del experimento puede describirse el conjunto de **todos** sus **resultados posibles.**
  - Cuando el experimento se repite un **gran** número de veces, la **proporción** con la que ocurre determinado resultado tiende a estabilizarse.

Experimento NO Aleatorio

- En los experimentos no aleatorios o ***deterministas se puede predecir con exactitud*** el resultado del experimento, es decir, las condiciones en las que se verifica un experimento determinan su resultado.
- **Ejemplos**
  - Se coloca un recipiente con agua sobre el fuego. Se anota la temperatura del agua cuando comienza a hervir.
  - De una caja que solo contiene objetos blancos se selecciona uno al azar y se anota su color.

Espacio Muestral

- Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- Notación:
  - Utilizaremos ε para denotar al experimento aleatorio y S para denotar su espacio muestral.
- Ejemplo:
  - Si ε : tirar un dado y observar el número en la cara de arriba entonces podemos tomar como espacio muestral a $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

Ejemplos de Espacio Muestral

- Si ε : tirar una moneda entonces

$$S = \{c, s\}$$

- Si ε : lanzar una moneda tres veces y contar el número total de caras obtenidas entonces

$$S = \{0,1,2,3\}$$

Ejemplos de Espacio Muestral

- Si ε : lanzar una moneda tres veces y observar la sucesión de caras y cecas obtenidas entonces

$$S = ?$$

Ejemplos de Espacio Muestral

- Si ε : tirar un dado las veces necesarias hasta que sale un 6 por primera vez y contar el número de tiros realizados entonces

$$S = ?$$

Ejemplos de Espacio Muestral

- Si ε : medir el tiempo de vida de una lamparita eléctrica entonces

$$S = ?$$

Ejemplos de Espacio Muestral

- Si ε : contar el número de artículos defectuosos generados en una línea de producción durante un período de 24 hs entonces

$$S = ?$$

Ejemplos de Espacio Muestral

- En un lote de 10 artículos hay 3 defectuosos. Se elige un artículo después del otro (sin sustituir el artículo elegido) hasta que se obtiene el último artículo defectuoso.

  ε : contar el número total de artículos sacados del lote.

$$S = ?$$

Evento o suceso

- Se llama ***evento*** o ***suceso*** *de un experimento a todo subconjunto del espacio muestral de dicho experimento.*

- ***Ejemplo***: Se arroja un dado y se observa que salió
  - El espacio muestral es S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
  - Cualquier subconjunto de S es un suceso.

    Por ejemplo,
    - A = {2, 4, 6} o "salió un número par"
    - B = {4, 5, 6} o "salió un número mayor que 3"

Ocurrencia de un evento

- Dado un experimento, su espacio muestral S y un evento A, se dice que el evento A **ocurre** si el resultado del experimento está comprendido en A.
- **Ejemplo:** Volviendo al experimento de arrojar el dado y ver que salió, suponga que se arroja el dado y sale 5.
  - A = {2, 4, 6} o "salió un número par" **no ocurre**
  - B = {4, 5, 6} o "salió un número mayor que 3" **si ocurre**

Ejercicio 1.1

- El ala de un avión se arma con una gran cantidad de remaches.

  ε : contar el nro.de remaches defectuosos

  - *Indique el espacio muestral S*
  - *Indique dos eventos de S*
  - *Si el ala del avión tiene 10 remaches defectuosos, qué evento ocurre?*

Ocurrencia de un evento

- Si A es un evento asociado con un experimento aleatorio no podemos indicar con certeza si A ocurrirá o no.
- Por lo tanto, se buscará asociar un numero con el evento A que medirá, de alguna manera, la posibilidad de que el evento A ocurra.
- Comencemos trabajando con la **frecuencia relativa** de un evento

Frecuencia relativa de un evento

- Sea ε un experimento y A un evento asociado con él.
- Suponga que se repite **n** veces el experimento ".
- Sea $\mathbf{n_A}$ el número de veces que el evento A ocurrió en la **n** repeticiones.

- Se llama **frecuencia relativa** del evento A en las n repeticiones de ε y se denota f_A, al cociente n_A/n

$$f_A = n_A / n$$

Propiedades de la Frecuencia Relativa

1- $0 \leq f_A \leq 1$

2- $f_A = 1$ *si y solo si A ocurre* ***cada vez en las n repeticiones***

3- $f_A = 0$ *si y solo si A no ocurre* ***nunca en las n repeticiones***

4- si *A y B son dos eventos mutuamente excluyentes* entonces $f_{A \cup B} = f_A + f_B$

5- f_A "converge" a P(A) cuando el número de repeticiones $n \to \infty$

Probabilidad de un evento

- Volvamos a la necesidad de asociar un numero a un evento con la intención de medir su posibilidad de ocurrencia.
- Una opción sería utilizar su **frecuencia relativa**.

  Problema: Cuántas veces debe repetirse el experimento? Es decir, cual es el valor de n a utilizar?
- En lugar de la frecuencia relativa utilicemos el concepto de **probabilidad**.

Definición axiomática de Probabilidad

- Sea ε un experimento aleatorio y *S un espacio muestral asociado con* ε. Con cada evento A se asocia un numero real P(A), denominado **probabilidad de A**, que satisface los siguientes axiomas :

Axioma 1 : $P(A) \geq 0$

Axioma 2 : $P(S) = 1$

Definición axiomática de Probabilidad

Axioma 3 :

- Si *A y B son eventos mutuamente excluyentes entonces* $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- Si $A_1, A_2, \ldots, A_n, A_{n+1}, \ldots$ es una secuencia de eventos tales que $A_i \cap A_j = \varnothing$ si $i \neq j$ entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

Propiedades de la Probabilidad

1) $P(\varnothing) = 0$

2) $P(A^c) = 1 - P(A)$

3) Si $A \subset B$ entonces $P(A) \leq P(B)$

4) Si $A \subset B$, entonces $P(B - A) = P(B) - P(A)$

5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Propiedades de la Probabilidad

1) $P(\varnothing) = 0$

Demostración : Dado A un evento cualquiera podemos escribir $A \cup \varnothing = A$. Además A y $\varnothing$ son disjuntos, por lo tanto, por el axioma 3

$$P(A) = P(A \cup \varnothing) = P(A) + P(\varnothing)$$

o sea que

$$P(A) = P(A) + P(\varnothing) \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(\varnothing) = 0}$$

Propiedades de la Probabilidad

2) $P(A^c) = 1 - P(A)$

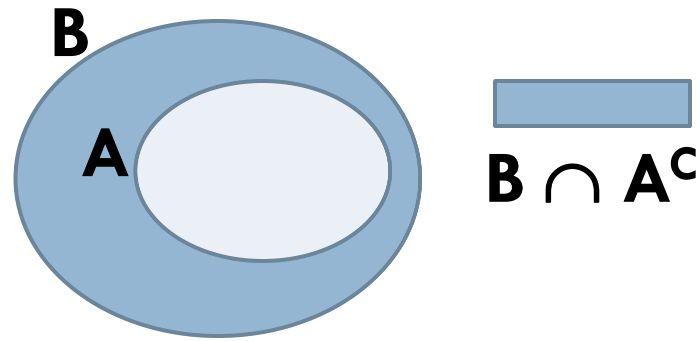
Demostración : Dado A un evento cualquiera podemos escribir $A \cup A^C = S$. Además, por definición, A y A^C son disjuntos. Por lo tanto, por los axiomas 2 y 3

$$1 = P(S) = P(A) + P(A^C)$$

Despejando $\boxed{P(A^C) = 1 - P(A)}$

Propiedades de la Probabilidad

3) Si $A \subset B$ entonces $P(A) \leq P(B)$



Demostración :

Sean A y B dos eventos tales que $A \subset B$. De la figura vemos que $B = A \cup (B \cap A^C)$.

Además, A y $(B \cap A^C)$ son disjuntos. Entonces

$P(B) = P(A) + P(B \cap A^C)$ y como por el axioma 1 tenemos que $P(B \cap A^C) \geq 0$ entonces $\boxed{P(B) \geq P(A)}$

Propiedades de la Probabilidad

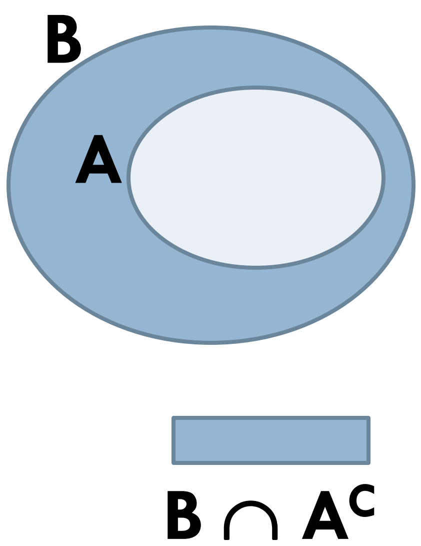
4) Si $A \subset B$, entonces $P(B - A) = P(B) - P(A)$

Demostración : en la demostración anterior llegamos a que $P(B) = P(A) + P(B \cap A^C)$, entonces

$$P(B \cap A^C) = P(B) - P(A)$$

y como $B \cap A^C = B - A$ entonces

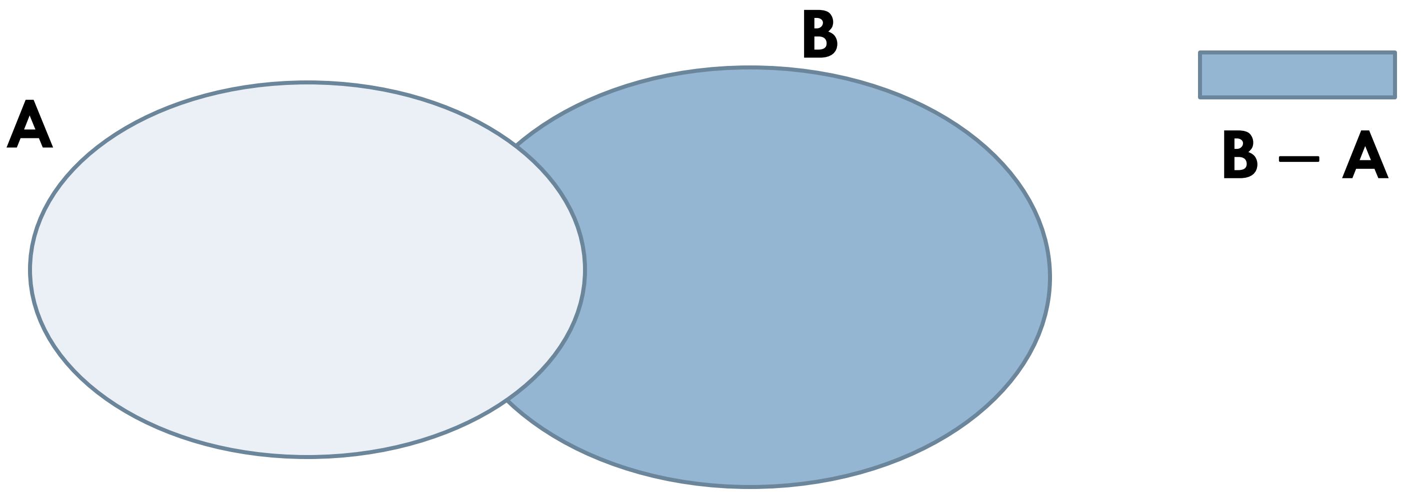
$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$



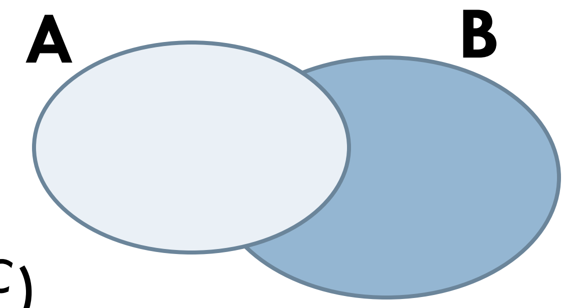
Propiedades de la Probabilidad

- **En general** vale la siguiente propiedad

$$P(B - A) = P(B) - P(B \cap A)$$



Propiedades de la Probabilidad



5) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Demostración : $A \cup B = B \cup (A \cap B^C)$

$\therefore P(A \cup B) = P(B) + P(A \cap B^C).$

Dado que $A \cap B^C = A - B$

$P(A \cup B) = P(B) + P(A - B)$

$\therefore P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B)$

Ejercicio 1.2

- Las enfermedades I y II son relativamente comunes entre la gente de cierta población. Se supone que el 10% de la población tiene la enfermedad I, el 15% la enfermedad II y el 3% ambas enfermedades.
- Se elige una persona al azar en esa población.

  a) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga alguna de esas enfermedades?

  b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga ninguna de las dos enfermedades?

Ejercicio 1.3

- Supongamos que estamos estudiando el rendimiento de los alumnos de la materia Probabilidad y Estadística en un determinado examen.

- De un relevamiento surge que:
  - el 80% de los alumnos estudió para el examen
  - el 75% de los alumnos aprobó el examen
  - el 15% de los alumnos no estudió para el examen y no lo aprobó.

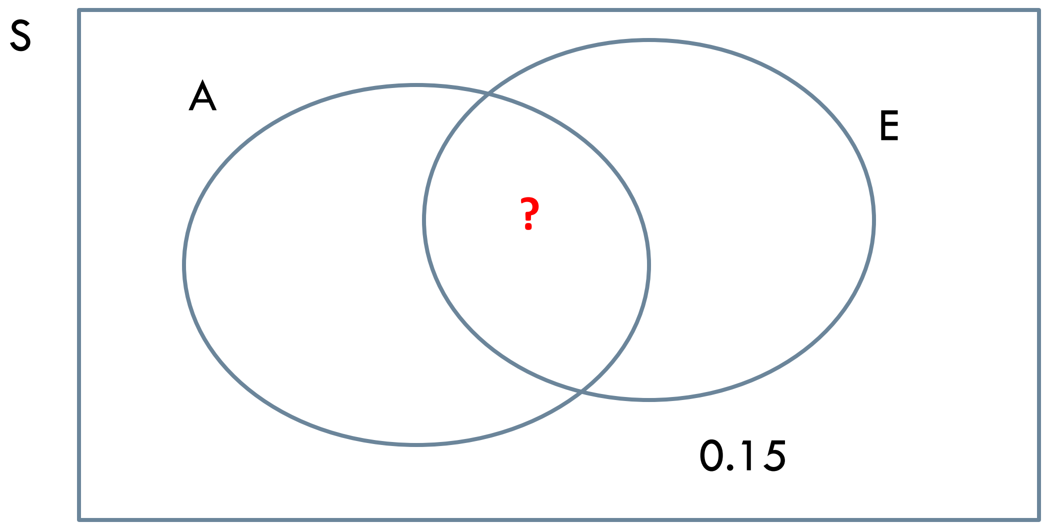
Ejercicio 1.3

- ε : “Tomar al azar un alumno del curso”
- Eventos
  - A = “el alumno aprobó el examen”
  - E = “el alumno estudió para el examen”
- Del relevamiento surge que
  - $P(A) = 0.75$; $P(E) = 0.80$; $P(A^C \cap E^C) = 0.15$

Calcular probabilidad de elegir a un alumno que haya estudiado para el examen y lo haya aprobado; es decir, **$P(A \cap E)$**

Ejercicio 1.3

- Si anotamos las probabilidades de los eventos



$P(A) = 0.75$

$P(E) = 0.80$

$P(A^C \cap E^C) = 0.15$

$P(A \cap E) =$ **?**

Espacio muestral finito

- Consideremos solo los experimentos cuyo espacio muestral S consta de un número finito de elementos.

$$S = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$$

- Consideremos cada evento elemental de S, $A_i = \{a_i\}$ con $i = 1..k$
- Asociemos a cada A_i un número p_i llamado **probabilidad de A_i** que cumple
  - $p_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots, k$
  - $p_1 + p_2 + \ldots + p_k = 1$

Espacio muestral finito

- Qué pasa con los eventos formados por varios eventos elementales?
- Sea $B = \{a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jr}\}$ un evento formado por r eventos elementales.
- Por lo tanto $P(B) = p_{j1} + p_{j2} + \dots + p_{jr}$

  siendo p_{ji} la probabilidad del evento elemental $\{a_{ji}\}$

Para evaluar las probabilidades de los eventos elementales es preciso hacer algunas suposiciones. En general se piensa que se trata de un **espacio muestral equiprobable**.

Ejemplo

- Sea ε el experimento de lanzar una moneda normal. Utilizar los axiomas para calcular la probabilidad de que salga cara.

Espacio muestral finito

- Vimos que si $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, *puede escribirse así:*

  $$S = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n \quad ; \quad A_i = \{a_i\}$$

- Usando los axiomas

  $$P(A_1)+P(A_2)+ \ldots + P(A_n) = 1$$

- Si $P(A_1)=P(A_2)= \ldots = P(A_n) = p$ entonces

  $$\underbrace{p + p + \ldots + p}_{\text{n veces p}} = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{n} = \frac{1}{}$$

Nro. de elementos de S = Cardinal de S

Si esto se cumple, se dice que *S* es ***equiprobable***

Espacio muestral finito

- Si B es un evento de un espacio muestral finito equiprobable, $B = \{a_{j1}, a_{j2}, \ldots, a_{jk}\}$, $\#B = k$.
- *Vimos que*

$$P(B) = P(A_{j1})+P(A_{j2})+ \ldots + P(A_{jk})$$

Si $P(A_i) = \dfrac{1}{n}$ $\forall i=1..n$, se tiene que

$$\boxed{P(B) = \frac{\#B}{\#S}}$$

Ejemplo

- Se lanza un dado normal, es decir, que todos los resultados son igualmente probables.
- El evento A ocurre si y solo si aparece un numero mayor que 4. Esto es, $A = \{ 5, 6 \}$
- Calcular la probabilidad de que A ocurra.

Ejemplo

- Entre los números 1, 2, …, 50 se elige uno al azar. Cuál es la probabilidad de que el número seleccionado sea divisible por 6 o divisible por 8?

Ejercicio 1.4

	<21	>21
Hombres	4	5
Mujeres	3	6

- En una habitación se encuentran: 5 hombres mayores de 21, 4 hombres menores de 21, 6 mujeres mayores de 21 y 3 mujeres menores de 21.
- Se definen los eventos:
  - A = {la persona es mayor de 21}
  - B = {La persona es menor de 21}
  - C = {la persona es hombre}
  - D = {La persona es mujer}

$P(B) = ?$

$P(D) = ?$

$P(A \cup B) = ?$

$P(B \cup D) = ?$

Ejemplo

- Considere el experimento de arrojar una moneda normal dos veces y contar la cantidad de caras obtenidas entre ambos tiros.
- El espacio muestral será $S = \{ 0, 1, 2\}$
- Calcule la probabilidad de que haya salido una sola cara entre los dos tiros.

S **no** es equiprobable. Por qué?

Ejemplo: Se tira una moneda normal 2 veces y se cuenta el nro.de caras obtenidas luego de los 2 tiros

- El evento {0} ocurre de una sola forma: (s,s)
- El evento {2} ocurre de una sola forma: (c,c)
- Pero el evento {1} ocurre cuando en los dos tiros sale una sola cara y eso puede darse de dos formas distintas (*c, s*) o (*s,c*)

$$\therefore \; P(\{0\}) = P(\{2\}) = \mathbf{1/4} \quad y \quad P(\{1\}) = \mathbf{2/4}$$

Ejercicio 1.5

- ¿Cuál es la probabilidad de que salga al menos 1 cara al tirar una moneda normal 2 veces?

$$A = \{1, 2\}$$

- Calcular

  $P(A) =$?

Probabilidad de un evento

- Cuando los resultados de un experimento son **equiprobables**, la asignación de probabilidades se reduce a contar.

- En particular, si A es un evento de un espacio muestral S

$$P(A) = \frac{\# A}{\# S}$$

Probabilidad de un evento

EJEMPLO

- De un conjunto de N elementos se debe elegir uno al azar.
- Si todos tienen la misma probabilidad de ser elegidos (el **espacio muestral es equiprobable**), la probabilidad de elegir un elemento es

$$P(a_i) = \frac{1}{N}$$

Probabilidad de un evento

EJEMPLO

- De un conjunto de N elementos se deben elegir **dos** al azar.
- Todos los pares, sin considerar el orden, tienen la misma probabilidad de ser elegidos.
- La probabilidad de elegir un par será

$$P(a_i) = \frac{1}{K}$$

¿Cuántos **pares distintos** hay?

Probabilidad de un evento

$$P(A) = \frac{\# A}{\# S}$$

EJEMPLO

- Un lote de 100 artículos contiene 20 defectuosos y 80 no defectuosos. Se eligen 10 artículos al azar sin sustitución. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los artículos escogidos sean defectuosos?

- Cada elemento de S será de la forma $(i_1, i_2, \ldots, i_{10})$
- S es equiprobable. ¿Cuántos elementos tiene S?
- ¿Cuántos cumplen con la condición pedida?

Técnicas de Conteo

- También se las denomina **técnicas de enumeración.**
- Pueden utilizarse estas técnicas para contar la cantidad de elementos del espacio muestral (#S) y la cantidad de elementos del evento de interés (#A).

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S}$$

Técnicas de Conteo

- La elección de la técnica a utilizar dependerá de las características del experimento aleatorio
  - Principio de multiplicación
  - Principio de adición
  - Permutaciones
  - Combinaciones

Principio de multiplicación

- Suponga que un proceso designado como 1 puede hacerse de n_1 maneras y que otro proceso designado como 2 puede hacerse de n_2 maneras.
- También suponga que c/u de las maneras de hacer el proceso 1 puede ser seguida por cualquiera de las del proceso 2.
- Entonces el procedimiento que consta de 1 seguido de 2 puede hacerse de $\boxed{n_1 \cdot n_2}$ maneras.

Ejemplo

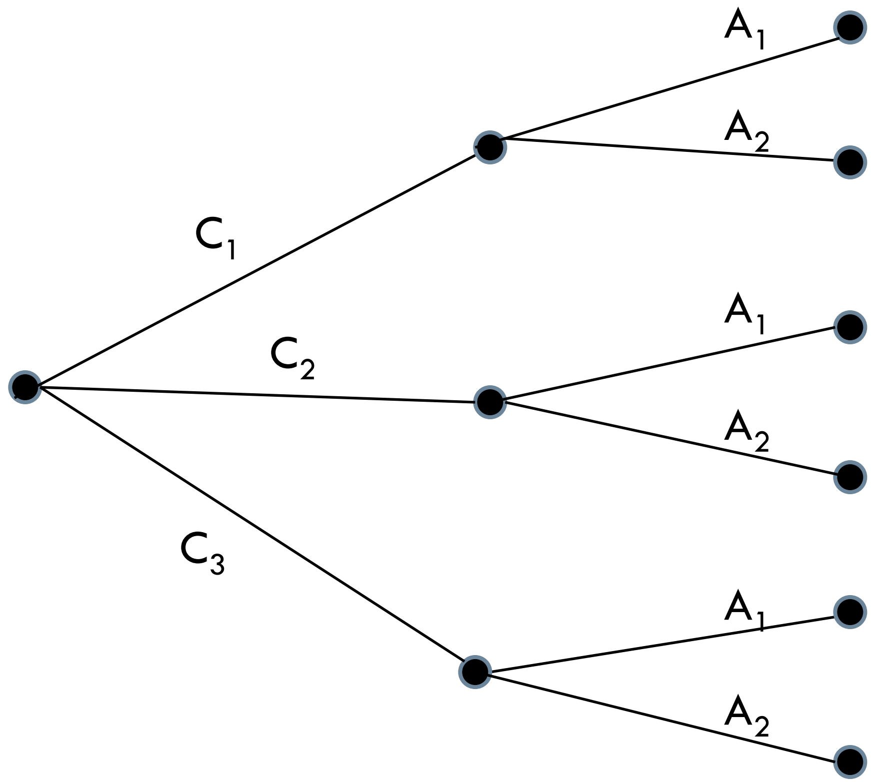
- Juan desea comprar un kilo de helado formado por dos gustos, uno de agua y otro de crema. Si hay 15 gustos de crema y 9 gustos de agua, de cuántas formas distintas puede formar el kilo?
- Rta:
  - Si representamos los gustos de crema con $c_1, \ldots, c_{15}$ y los de agua con $a_1, \ldots, a_9$, estamos tratando de formar los pares (c_i, a_j) con $i=1:15$ y $j=1:9$. Es decir que $\boldsymbol{n_1}=15$ y $\boldsymbol{n_2}=9$. Por lo tanto, hay **15 * 9 = 135** formas distintas de formar el kilo de helado.

Diagrama de Arbol

- Es una representación gráfica de todos posibles resultados del experimento.
- **Ejemplo**

Suponga que en el ejemplo anterior, sólo se consideran tres gustos de helado de crema y dos gustos de helado de agua. Represente mediante un diagrama de árbol las distintas combinaciones de dos gustos que pueden aparecer en el kilo de helado.

Diagrama de Arbol



Una regla de producto más general

- Suponga que un conjunto (evento) consiste en colecciones ordenadas de k elementos y que hay n_1 opciones posibles para el primer elemento; para cada elección del primer elemento, hay n_2 elecciones posibles del segundo elemento; …; para cada elección posible de los primeros k-1 elementos, hay n_k elecciones del k-ésimo elemento. Entonces hay $\boxed{n_1 . n_2 \ldots n_k}$ resultados posibles

Ejemplo

- El claustro de profesores tiene 53 miembros, el de Auxiliares 278 y el de alumnos 2341. De cuántas formas puede formarse la comisión si debe elegirse un representante de cada claustro?

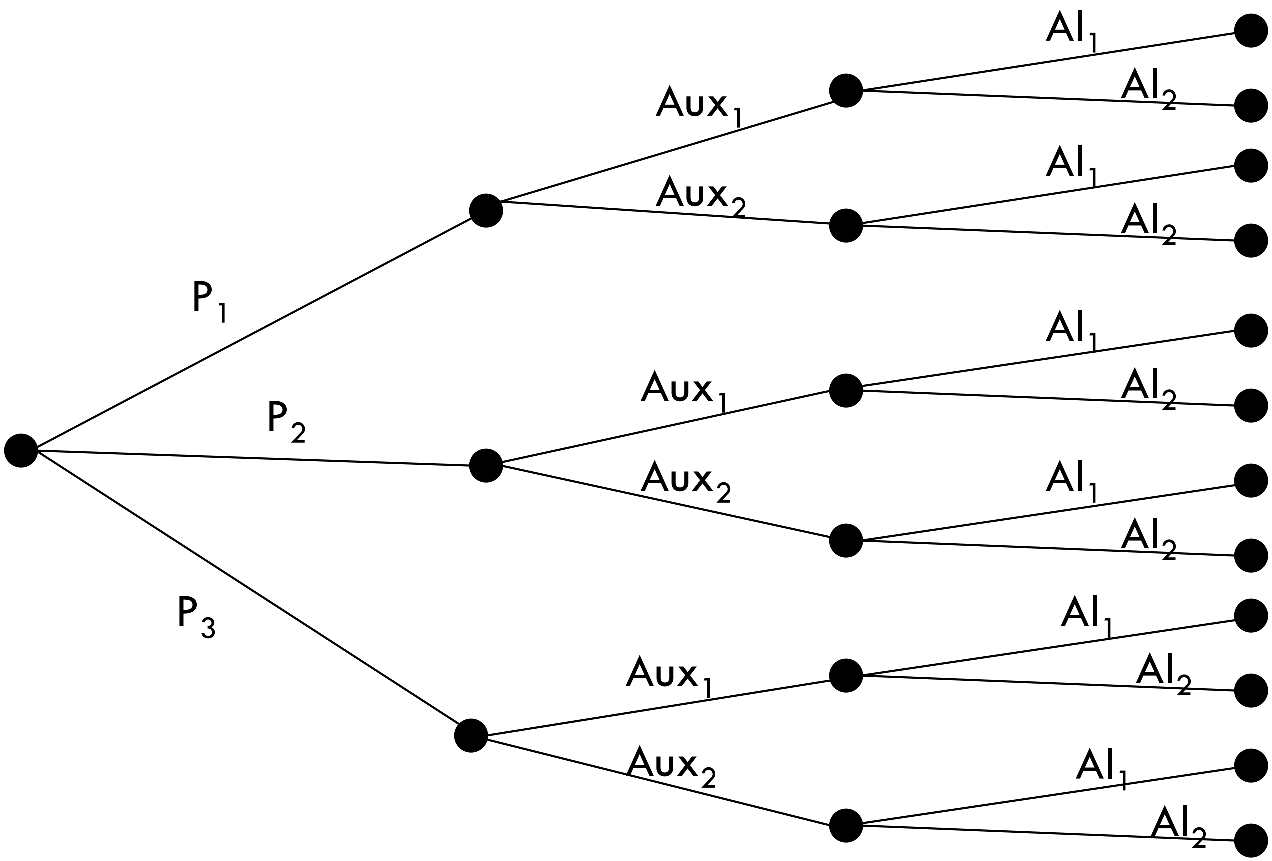
- Rta: Hay 53 * 278 * 2341 = 34492294 formas distintas de componer una comisión.

Diagrama de Arbol

- También pueden utilizarse para representar colecciones de más de dos elementos.
- **Ejemplo**

  Suponga que en el ejemplo anterior, el claustro elige 3 representantes posibles para la comisión, los auxiliares eligen 2 y los alumnos 2. Represente mediante un diagrama de árbol las distintas formas de armar la comisión con un miembro de cada claustro a partir de los 7 elegidos.

Diagrama de Arbol



Principio de Adición

- Suponga que un proceso designado como 1 puede hacerse de n_1 maneras y que otro proceso designado como 2 puede hacerse de n_2 maneras.
- También suponga que **no** es posible que **ambos** se hagan juntos.
- Entonces el número de maneras como se puede hacer 1 o 2 es $\boxed{n_1 + n_2}$

Ver que se puede generalizar para k procesos que no pueden ocurrir juntos

Ejemplo

- Supongamos que planeamos un viaje y debemos decidir entre trasladarnos en micro o en avión.
- Si hay tres rutas posibles que pueden hacerse en micro y dos distintas que pueden hacerse en avión entonces hay

$$3 + 2 = 5$$

rutas diferentes disponibles para el viaje.

Permutaciones

- Cualquier secuencia **ordenada** de ***k*** objetos tomada de un conjunto de ***n*** objetos distintos se llama **permutación de tamaño *k*** de los objetos.
- Note que los elementos son tomados **sin sustitución.**
- El número de permutaciones de tamaño **k** que se puede construir a partir de **n** objetos se denota $\mathbf{P_{k,n}}$ y su valor es

$$P_{k,n} = n.(n-1).(n-2)\ldots(n-k+2).(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Ejemplo

- Una Secretaría dispone de 10 traductoras para traducir al inglés cualquier documento en español. En determinado momento se generan 4 documentos y el Secretario, para ahorrar tiempo, decide asignar cada uno a una traductora diferente.

¿De cuántas maneras puede elegirlas?

Rta: n = nro. de traductoras = 10

k = nro. de documentos = 4

$$\mathbf{P_{4,10} = 10 \, . \, 9 \, . \, 8 \, . \, 7 = 5040}$$

¿Puede saberse a qué traductora se le dio cada documento?

Combinaciones

- En muchos experimentos, el orden entre los elementos elegidos no es importante. En este caso se utilizan ***combinaciones***.

- Dado un conjunto de *n* objetos distintos, cualquier subconjunto **NO ordenado** de tamaño ***k*** *de los* objetos se llama combinación (note que nuevamente los elementos son tomados **sin sustitución**)

Combinaciones

- El número de combinaciones de tamaño k de un conjunto dado es menor que el número de permutaciones. Esto se debe a que varias permutaciones se corresponden con la misma combinación.

Ejemplo

- Dado un conjunto {A,B,C,D} cuántas combinaciones de dos elementos se pueden formar?
- Rta: Son 6, {(A,B), (A,C), (A,D), (B,C), (B,D), (C,D)}
- Note que si se cuentan permutaciones son **12**.

Combinaciones

$$\binom{n}{k} = \frac{P_{k,n}}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Observe que

$$\binom{n}{n} = 1 \qquad \text{y} \qquad \binom{n}{0} = 1$$

Ejemplo

- Volviendo al ejemplo de las 10 traductoras y los 4 documentos para traducir, donde el objetivo es que las traductoras asignadas sean distintas. ¿Cuántas combinaciones de 4 traductoras distintas se pueden formar?

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!\,6!} = \frac{10.9.8.7.6.5.4.3.2.1}{(4.3.2.1)(6.5.4.3.2.1)} = 210$$

Son muchas menos que las 5040 permutaciones que calculamos antes. Por qué?

Ejercicio 1.6

- Un amigo ofrece una cena. Su provisión actual de vino consiste en 8 botellas de malbec, 10 de merlot y 12 de cabernet (él sólo bebe vino tinto), todas de diferentes vinaterías.

- Si desea servir tres botellas de malbec y es importante el orden en el cual se sirve cada botella ¿Cuántas formas hay para hacer esto?

Ejercicio 1.6

- Un amigo ofrece una cena. Su provisión actual de vino consiste en 8 botellas de malbec, 10 de merlot y 12 de cabernet (él sólo bebe vino tinto), todas de diferentes vinaterías.

- Si se eligen al azar seis botellas de vino de las 30 para servir ¿Cuántas formas hay de para hacer esto?

Ejercicio 1.6

- Un amigo ofrece una cena. Su provisión actual de vino consiste en 8 botellas de malbec, 10 de merlot y 12 de cabernet (él sólo bebe vino tinto), todas de diferentes vinaterías.

- Si se eligen al azar seis botellas de vinos de forma de tomar dos de cada variedad ¿Cuántas maneras hay de hacer esto?

Ejercicio 1.6

8 botellas de malbec, 10 de merlot y 12 de cabernet

- Si se eligen seis botellas ¿Cuál es la probabilidad de que esto dé como resultado que se elijan dos botellas de cada variedad?

Ejercicio 1.6

8 botellas de malbec, 10 de merlot y 12 de cabernet

- Si se eligen seis botellas al azar ¿Cuál es la probabilidad de que todas sean de la misma variedad?

Ejercicio 1.7

- Un lote de 100 artículos contiene 20 defectuosos y 80 no defectuosos.
- Se eligen 2 artículos al azar sin sustitución. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos sean defectuosos?
- Se eligen 10 artículos al azar sin sustitución. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente la mitad de los artículos escogidos sean defectuosos?

Resumen

- **Experimento**
  - Aleatorio
  - No aleatorio
- **Espacio Muestral**
  - En general utilizamos espacios muestrales finitos.
  - Distinguimos si era equiprobable.
- **Evento**
  - Cuándo ocurre?
- **Frecuencia Relativa**
  - Problemas?
- **Probabilidad**
  - Axiomas y propiedades
- **Técnicas de Conteo**
  - Asociadas a Espacios muestrales equiprobables
  - Principio de multiplicación, Principio de adición, Permutaciones y Combinaciones