# Matemática 3 – Curso 2016

**Práctica 4**: Variables aleatorias continuas. Funciones de distribución de probabilidad uniforme, exponencial, normal

1) El tiempo total, medido en unidades de 100 horas, que un adolescente utiliza su estéreo en un período de un año es una v.a. continua $X$ con f.d.p. dada por

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0<x<1 \\ 2-x, & 1\leq x<2 \\ 0, & \text{caso contrario}\end{cases}$$

Encuentre la probabilidad de que en un período de un año el adolescente utilice su estéreo
 a) menos de 120 horas
 b) entre 50 y 100 horas

2) El tiempo de espera en horas entre conductores sucesivos que exceden los límites de velocidad detectados por un radar es una v.a. continua con F.d.a.

$$F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ 1-e^{-8x} & x\geq 0\end{cases}$$

Encuentre la probabilidad de esperar menos de 12minutos entre conductores sucesivos que exceden los límites de velocidad
 a) usando la F.d.a. de X
 b) usando la función de densidad de `probabilidad de X.

3) Considere la función de densidad

$$f(x)=\begin{cases} k\sqrt{x} & 0<x<1 \\ 0 & c.c.\end{cases}$$

a) Evalúe $k$
b) Encuentre $F(x)$
c) Evalúe P(0.3 < X <0.6) utilizando $F(x)$

4) Suponga que un tipo especial de empresa de procesamiento de datos pequeña está tan especializada que algunas tienen dificultades para obtener utilidades durante su primer año de operación. La función de densidad de probabilidad que caracteriza la proporción Y que tiene utilidades está dada por

$$f(y)=\begin{cases} ky^4(1-y)^3 & 0<y<1 \\ 0 & c.c.\end{cases}$$

a) ¿Cuál es el valor de $k$?
b) Encuentre la probabilidad de que al menos 50% de las empresas tenga utilidades durante el primer año.
c) Encuentre la probabilidad de que al menos 80% de las empresas tenga utilidades durante el primer año.

5) Para las variables aleatorias de los ejercicios anteriores hallar su esperanza y desviación estándar.

**6)** Para la v.a. del ejercicio 1), sea la v.a. $Y$ el número de kilowatts-hora que el adolescente gasta al año; se tiene que $Y=60X^2+39X$ . Calcule la esperanza de $Y$. Explique qué propiedad utiliza.

7) Una barra de 12 pulgadas, que está sujeta por ambos extremos, debe someterse a un creciente cantidad de esfuerzo hasta que se rompa.

Sea X: "distancia desde el extremo izquierdo en el que ocu rre la rotura" y suponga que la f.d.p. de X es

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{24} x \left(1 - \frac{x}{12}\right) & 0 < x < 12 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Calcular:

**a)** la F.d.a de X

b) $P(X \leq 4)$ ; $P(X > 6)$ ; $P(4 < X < 6)$

c) E(X)

d) la probabilidad de que el punto de ruptura ocurra a más de 2 pulgadas del punto esperado de ruptura.

8) La cantidad de café diaria, en litros, que sirve una máquina que se localiza en el vestíbulo de un aeropuerto es una v.a. X con distribución uniforme continua en (7, 10).
Encuentre la probabilidad de que en un día dado la cantidad de café que sirve esta máquina sea
a) a lo sumo 8.8 litros.
b) más de 7.4 litros, pero menos de 9.5 litros.
c) al menos 8.5 litros.
d) Hallar E(X) y V(X).

9) La variable Z tiene distribución normal estándar.
a) Calcular las siguientes probabilidades:
a1) $P(Z \leq 2.24)$
a2) $P(Z > 1.36)$
a3) $P(0 < Z < 1.5)$
a4) $P(0.3 < Z < 1.56)$
a5) $P(-0.51 < Z < 1.54)$
b) Hallar los valores de z que verifiquen:
b1) $P(Z > z) = 0.5$
b2) $P(Z < z) = 0.8485$
b3) $P(Z < z) = 0.0054$
b4) $P(-z < Z < z) = 0.90$

10) Si X es una variable aleatoria con distribución normal con parámetros: $\mu=10$ y $\sigma^2=36$
Calcular: a) $P(X > 6.4)$
b) $P(4.2 < X < 16)$
c) $P(X \leq 8.14)$

11) Una máquina expendedora de bebidas gaseosas se regula para que sirva una media de 200 mililitros por vaso. Si la cantidad de bebida se distribuye normalmente con una desviación estándar de15 mililitros
a) ¿qué fracción de los vasos contendrá más de 224 mililitros?
b) ¿cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 mililitros?
c) ¿cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 mililitros para las siguientes 1000 bebidas?
d) ¿por debajo de qué valor obtendremos el 25% más pequeño de las bebidas?

12) Un estudio de cierto sistema de computadoras revela que el tiempo de respuesta, en segundos, tiene una distribución exponencial con una media de 3 segundos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 5 segundos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de respuesta exceda 10 segundos?

13) El número de visitas a un sitio web sigue un proceso de Poisson con una razón de 3 por minuto.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurra más de un minuto sin recibir una visita?
   b) Si transcurren dos minutos sin una visita, ¿cuál es la probabilidad que se dé una visita en el siguiente minuto?

14) La distancia entre imperfecciones consecutivas en un rollo de lámina de aluminio se distribuye exponencialmente con una distancia media de 3 metros.
   Sea la v. a. X: "distancia en metros entre las imperfecciones"
   a) ¿Cuál es la media del número de imperfecciones por metro?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que cinco metros de aluminio tengan sólo dos imperfecciones?

15) Cierto tipo de componente puede ser comprado nuevo o viejo. El 50% de los componentes nue vos duran más de 5 años, pero solo 30% de los usados duran más de 5 años. ¿Sería posible que las duraciones de los componentes se distribuyan exponencialmente?. Explique.