Matemática 3 – Curso 2016

<u>Práctica 6</u>: Estimación puntual

1) Suponga que se tiene una muestra aleatoria de tamaño *n* tomada de una población X , que $E(X)=\mu$ y $V(X)=\sigma^2$. Sean

$$\overline{X}_1=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}X_i \qquad \text{y} \qquad \overline{X}_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$

Dos estimadores de μ. ¿Cuál es el mejor estimador de μ?. Explique su elección.

2) Sea $X_1, X_2, ..., X_7$ una muestra aleatoria de una población que tiene media μ y varianza σ^2. Considere los siguientes estimadores de μ:

$$\hat{\Theta}_1=\frac{X_1+X_2+......+X_7}{7} \qquad \hat{\Theta}_2=\frac{2X_1-X_6+X_4}{2} \qquad \hat{\Theta}_3=\frac{2X_1-X_7+X_3}{3}$$

a) ¿Alguno de estos estimadores es insesgado?
b) Hallar el error cuadrático medio de los estimadores.
c) ¿Cuál estimador es el “mejor”?. ¿En qué sentido es mejor?

3) Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra aleatoria de tamaño *n.*

a) Demuestre que $\overline{X}^2$ es un estimador sesgado de μ^2.
b) Determine la magnitud del sesgo de este estimador.
c) ¿Qué sucede con el sesgo a medida que aumenta el tamaño *n* de la muestra?.

4) El número diario de desconexiones accidentales de un servidor sigue una distribución de Poisson. En cinco días se observan: 2 , 5 , 3 , 3 , 7 desconexiones accidentales.

a) Obtenga el estimador de máxima verosimilitud de λ. ¿El estimador es insesgado?, ¿es consistente?
b) Obtenga la estimación de λ a partir de la muestra dada.
c) Encuentre el estimador de máxima verosimilitud de la probabilidad de que ocurrirán 3 o más desconexiones accidentales y encuentre la estimación de dicha probabilidad a partir de los datos.

4) a) Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra aleatoria de una v.a. $B(1, p)$. Hallar un estimador de máxima verosimilitud (E.M.V.) de *p.*

b) Se selecciona una muestra aleatoria de *n* chips fabricados por cierta compañía. Sea *X* = el número entre los *n* que tienen defectos y *p* = P(el chip tiene defecto). Supongamos que solo se observa *X* (el número de chips con defectos).

b_1) Si *n* = 100 y *x* = 5, ¿cuál es la estimación de *p*?

b_2) Si *n* = 100 y *x* = 5, ¿cuál es el E.M.V. de la probabilidad $(1-p)^6$, de que ninguno de los siguientes 6 chips que se examinen tenga defectos?

5) Denotemos por *X* la proporción de tiempo asignado que un estudiante seleccionado al azar emplea trabajando en cierta prueba de actitud, y supongamos que la f.d.p. de *X* es:

$$f(x)=\begin{cases}(2\theta+1)x^{2\theta}, & 0\le x\le 1\\ 0, & c.c\end{cases} \qquad \text{donde } \theta>-\frac{1}{2}$$

Una muestra aleatoria de diez estudiantes produce la siguiente información:

0.92, 0.79, 0.90, 0.65, 0.86, 0.47, 0.73, 0.97, 0.94, 0.77.

a) Utilice el método de los momentos para obtener un estimador de θ y luego calcule la estimación para esta información.

b) Obtenga el E.M.V. de θ y luego calcule la estimación para la información dada.

6) Sea $X_1, X_2, ..., X_n$ una muestra aleatoria de una v.a. $N(\mu, \sigma^2)$.

a) Hallar los estimadores de μ y σ por el método de momentos. ¿Los estimadores son insesgados?

b) Hallar los estimadores de μ y σ por el método de máxima verosimilitud. ¿Los estimadores son insesgados?

c) Se determina la resistencia al corte de cada una de diez soldaduras eléctricas por puntos de prueba, dando los siguientes datos (lb/plg^2):

392, 376, 401, 367, 389, 362, 409, 415, 358, 375.

Si se supone que la resistencia al corte esta normalmente distribuida, estime la verdadera media de resistencia al corte y desviación estándar de resistencia al corte usando el método de máxima verosimilitud y el método de momentos.

d) Estime la probabilidad de que la resistencia al corte de una soldadura al azar sea menor que 420.

7) En una prueba 294 de 300 aisladores cerámicos soportaron cierto choque térmico.

a) Obtenga el estimador y la estimación de máxima verosimilitud de la probabilidad de que un aislante cerámico sobrevivirá a un choque térmico.

b) Suponga que un dispositivo contiene tres aislantes cerámicos y todos deben sobrevivir al choque, con la finalidad de que el dispositivo funcione. Encuentre el estimador y la estimación de máxima verosimilitud de la probabilidad de que los tres sobrevivirán a un choque térmico.