Formulario

Karen Flores Muciño

Enero 2023

1 Notación

u = u(x,t)

$$u_t = \frac{\partial u}{\partial t} \qquad u_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad u_{xt} = \frac{\partial u}{\partial x \partial t}$$

$$D_x \equiv \frac{\partial}{\partial x} \qquad D_y \equiv \frac{\partial}{\partial y}$$

2 EDO

2.1 Variables separables

$$y^{'} = \frac{dy}{dx} = f(x)g(y); \qquad g(y) \neq 0$$

$$\frac{dy}{g(x)} = f(x)dx$$

2.2 Ecuaciones Lineales

$$y^{'} + p(x)y = q(x)$$

Factor integrante:
$\mu(x) = exp\left\{\int p(x)dx\right\}$

Solución general:
y(x) = $\frac{1}{\mu(x)} \int \mu(x)q(x)dx$

2.3 Ecuaciones Homogeneas

2.3.1 Primer Orden

$$y^{'} + ay = 0; \qquad a = cte$$

Ec. caracteristica: s + a = 0

Sol: y(x) = $c_1 e^{-ax}$

2.3.2 Segundo Orden

$$y^{''} + ay^{'} + by = 0$$

Ec. caracteristica: $s^2 + as + b = 0$

Sol: y(x) = $c_1 e^{s_1 x} + c_2 e^{s_2 x}$

- Si $s_1 = s_2 = s_3$:
  y(x) = $(c_1 + c_2 x)e^{s_0 x}$
  $c_1, c_2 = ctes$

- Si $s_1 = \alpha + i\beta \qquad s_2 = \alpha - i\beta$
  y(x) = $e^{\alpha x}\left[c_1 cos(\beta x) + c_2 sen(\beta x)\right]$

3 EDP

Def. Una EDP es una ecuación que contine una función desconocida de varias variables y una o más de sus derivadas parciales.

3.1 Transformación de ecuaciones

En general, las ecuaciones lineales de segundo grado en dos variables son de la forma:

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu + G = 0$$

Donde A, B, C, D, E, F, G son funciones definidas en una región $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ y $A^2 + B^2 + C^2 > 0$

El discriminante o indicador I de la ec. es:

$$I = B^2 + 4AC$$

Valor de I	Tipo	Ecuaciones de Transformación	Forma Canónica
I > 0	Hiperbólica	$\zeta = -\left(B + \sqrt{B^2 - 4AC}\right) x + 2Ay$ $\eta = -\left(B - \sqrt{B^2 - 4AC}\right) x + 2Ay$	u$_{\zeta\eta} = F^{'}(u_\zeta, u_\eta, \zeta, \eta)$ u$_{\zeta\zeta} - u_{\eta\eta} = F^{'}$
I $= 0$	Parabólica	$\zeta = -Bx + 2Ay$ $\eta = x$	u$_{\eta\eta} = G^{'}(u_\zeta, u_\eta, \zeta, \eta)$
I < 0	Elíptica	$\zeta = -Bx + 2Ay$ $\eta = \sqrt{4AC - B^2}$	u$_{\zeta\zeta} + u_{\eta\eta} = H^{'}(u_\zeta, u_\eta, \zeta, \eta)$

Lema. Considere el cambio de coordenadas dado por

$\zeta = a_{11}x + a_{12}y$
$\eta = a_{21}x + a_{22}y$

con $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \mathbb{R}$

y det $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 0$

Si $A^{'}u_{\zeta\zeta} + B^{'}u_{\zeta\eta} + C^{'}u_{\eta\eta} + D^{'}u_\zeta + E^{'}u_\eta + F^{'}u + A^{'}u_{\zeta\zeta} = 0$

Es la ec. transformada bajo el cambio de coordenadas, entonces:

$sgn(B^2 - 4AC) = sgn((B^{'})^2 - 4A^{'}C^{'})$

Es decir, el Indicador es invariante bajo cambios de coordenadas

3.2 Condiciones de frontera

Las EDP generalmente se restringen a una región Ω con frontera $\partial\Omega$

- Dirichlet: u = g
- Neumann (De flujo): $\frac{\partial u}{\partial n} = g$
- Robin (Mixta o de radiación): $+\beta \frac{\partial u}{\partial n} = g$

3.3 Eliminación de funciones arbitrarias

Considere una superficie z = f(x+y) = f(s). Si definimos s = x + y

$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{df}{ds} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} = f^{'}(s) \cdot 1 \ \ \dots \ \ (1)$

$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{df}{ds} \cdot \frac{\partial s}{\partial y} = f^{'}(s) \cdot 1 \ \ \dots \ \ (2)$

Restando (2) de (1): $\frac{\partial z}{\partial z} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

3.4 Metodo de separación de variables

Una EDP en dos variables x,y es lineal si tiene la forma:

$$\phi(D_x, D_y, \dots)U = F(x, y)$$

Para hallar una solución particular de la ecuación suponemos una solución de la forma

$$U(x, y) = X(x) + Y(y)$$

Teorema 1. La solución general de la ecuación lineal:

$$\phi(D_x, D_y, \dots)U = F(x, y, \dots) \ \ \dots \ \ (1)$$

donde $x, y, \dots$ son variables independientes y $\phi(D_x, D_y, \dots)$ es un operador polinómico en $D_x, D_y, \dots$ es la suma de la solución general U_c de la ecuación complementaria

$$\phi(D_x, D_y, \dots)U = 0$$

y cualquier solución particular U_p de la ecuación (1), esto es,

$$U = U_c + U_p$$

Teorema 2 - Principio de Superposición. Sean $U_1, U_2, \dots$ soluciones de la ecuación

$$\phi(D_x, D_y, \dots)U = 0$$

Entonces si $a_1, a_2, \dots$ son constantes cualesquiera

$$U = a_1 U_1 + a_2 U_2 + \dots$$

también es una solución.

4 Teoremas Integrales de Cálculo vectorial

4.1 Teorema de Fubini

Sea A = [a,b] $\times$ [c,d] un rectángulo de $\mathbb{R}^2$, y sea f : A $\longrightarrow \mathbb{R}$ una función integrable tal que las funciones $f_x : [c,d] \longrightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f_x(y) = f(x,y)$ son integrables en [c,d], para todo x $\in$ [a,b]. Entonces, la función x $\longmapsto \int_c^d$f(x,y)dy es integrable en [a,b], y

$$\int_A f = \int_a^b \left(\int_c^d f_x(y)dy \right) dx$$

Análogamente, si se supone que $\int_a^b f(x,y)dx$ existe para cada y $\in$ [c,d], se obtiene que

$$\int_A f = \int_c^d \left(\int_a^b f_x(y)dx \right) dy$$

4.2 Teorema de Stokes

Sea Σ una superficie suave orientada en $\mathbb{R}^3$ con frontera $\partial\Sigma$.

Si un campo fectorial $\mathbf{F}$ = P(x,y,z),Q(x,y,z),R(x,y,z)) está definido y tiene derivadas parciales continuas en una región abierta que contiene a Σ entonces:

$$\oint_{\partial\Sigma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \iint_{\sigma} (\bigtriangledown \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$$

o, de manera más explícita:

$$\oint_{\partial\Sigma} (Pdx + Qdy + Rdz) = \iint_{\Sigma} \left[\left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) dydz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) dzdx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy \right]$$

4.3 Teorema de Green

Sean D $\subset \mathbb{R}^2$ una región simple cuya frontera es una curva C suave a trozos orientada en sentido positivo, si $\mathbf{F}$ = (M,N) : D $\longrightarrow \mathbb{R}^2$ es un campo vectorial con derivadas parciales continuas en una región abierta que contiene a D entonces:

$$\oint_C Mdx + Ndy = \iint_D \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dA$$

donde C = ∂D

4.4 Teorema de Gauss

Sea U una región sólida acotada por una superficie cerrada S. Si $\mathbf{F}$ es un campo vectorial continuamente diferenciable en un entorno de U, entonces:

$$\oint_{\partial U} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_U \bigtriangledown \cdot F dV$$

donde S = ∂U

5 Series de Fourier

5.1 Formulas

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\right)$$

$$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\,dx$$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x) cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$$

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x) sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$$

5.1.1 Teorema de Kronecker

Sea p(x) un polinomio grado m y f(x) una función continua, entonces:

$$\int p(x)f(x)dx = pF_1 + p'F_2 - p''F_3 + ... - p^m F_{m+1}$$

donde p se deriva sucesivamente hasta anularse y F_1 denota la integral de f

5.2 Propiedades

Función par: f(-x) = f(x)
Función impar: f(-x) = -f(x)

- Par X Par = Par
- Impar X Impar = Par
- Par X Impar = Impar

Para f(x), x $\in [0, L]$

Si la extensión de f(x) en [-L, L] es par, entonces: b$_n = 0$

$$a_0 = \frac{2}{L}\int_{0}^{L} f(x)\,dx$$

$$a_n = \frac{2}{L}\int_{0}^{L} f(x) cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$$

Si la extensión de f(x) en [-L, L] es impar, entonces: $a_0 = a_n = 0$

$$b_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$$

$$sin(n\pi) = 0, \qquad cos(n\pi) = (-1)^n$$

5.3 Sturm - Liouville

Problemas de valor de frontera para $\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\lambda\phi$

Condiciones de frontera	$\phi(0) = 0$ $\phi(L) = 0$	$\frac{d\phi}{dx}(0) = 0$ $\frac{d\phi}{dx}(L) = 0$	$\phi(-L) = \phi(L)$ $\frac{d\phi}{dx}(-L) = \frac{d\phi}{dx}(L)$
Eigenvalores λ_n	$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$ $n = 1, 2, 3, \ldots$	$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$ $n = 1, 2, 3, \ldots$	$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2$ $n = 1, 2, 3, \ldots$
Eigenfunciones	$sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$	$cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$	$sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ and $cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$
Series	$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$	$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$	$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ $+\sum_{n=1}^{\infty} n_n sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$
Coeficientes	$B_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$	$A_0 = \frac{1}{L}\int_0^L f(x)\,dx$ $A_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$	$a_0 = \frac{1}{2L}\int_{-L}^L f(x)\,dx$ $a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^L f(x)cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$ $b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^L f(x)sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\,dx$

Ecuación	p(x)	q(x)	λ	$\omega(x)$
Legendre[a]	1 - x^2	0	l(l + 1)	1
Shifted Legendre[a]	x(1 - x)	0	l(l + 1)	1
Associated Legendre[a]	1 - x^2	-$m^2/\left(1-x^2\right)$	l(l + 1)	1
Chebyshev I	$\left(1-x^2\right)^{1/2}$	0	n^2	$\left(1-x^2\right)^{-1/2}$
Shifted Chebyshev	$[x(1-x)]^{1/2}$	0	n^2	$[x(1-x)]^{1/2}$
Chebyshev II	$\left(1-x^2\right)^{3/2}$	0	n(n + 2)	$\left(1-x^2\right)^{1/2}$
Ultraspherical (Gegenbauer)	$\left(1-x^2\right)^{\alpha+1/2}$	0	n(n + 2α)	$\left(1-x^2\right)^{\alpha-1/2}$
Bessel[b], $0 \leq x \leq a$	x	-n^2/x	a^2	x
Laguerre, $0 \leq x < \infty$	xe^{-x}	0	α	e^{-x}
Associated Laguerre[c]	$x^{k+1}e^{-x}$	0	$\alpha - k$	$x^k e^{-x}$
Hermite, $0 \leq x < \infty$	e^{-x^2}	0	2α	e^{-x}
Simple harmonic oscillator[d]	1	0	n^2	1

5.3.1 Ejemplo

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

$$u(0,t) = u(1,t) = 0, \qquad t > 0$$

$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 < x < 1$$

Paso 1. Separación de variables: Suponemos una solución de la forma u(x, t) = X(x)T(t)

Dividimos la ecuación entre kX(x)T(t) para obtener:

$$\frac{T'(t)}{kT(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda$$

Entonces las ecuaciones separadas son:

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \qquad 0 < x < L$$

$$T'(t) + \lambda T(t) = 0, \qquad t > 0$$

Paso 2. Resolver el problema Sturm - Liouville:

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \qquad X(0) = 0, \qquad X(L) = 0$$

Sabemos que sus valores y funciones propias tienen la forma:

$$\lambda_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2, \qquad X_n(x) = sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Entonces, para cada λ_n, de la ecuación (4) encontramos una componente temporal de la solución, es decir:

$$T_n(t) = e^{-k\left(\frac{n\pi x}{L}^2 t\right)}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Paso 3. Series de Fourier: Combinamos las soluciones para escribir:

$$u_n(x,t) = X_n(x)T_n(t) = sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-k\left(\frac{n\pi x}{L}\right)^2 t}, \qquad {\scriptstyle n=1,2,3,\ldots}$$

Paso 4. Escribir la solución como producto: Así, la solución final será:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-k\left(\frac{n\pi x}{L}\right)^2 t}$$

6 Coordenadas Curvilíneas

6.1 Definición

Generales:

Vectores base $\hat{e}_[i$ en el punto M

$$\hat{e}_[i(M) = \frac{\frac{\partial \overrightarrow{r}}{\partial q_i}}{\left|\frac{\partial \overrightarrow{r}}{\partial q_i}\right|}$$

Suele denominarse h_i a:

$$h_i = \left|\frac{\partial \overrightarrow{r}}{\partial q_i}\right|$$

llamados factores de escala de las coordenadas q_i

Entonces:

$$\hat{e}_i(M) = \frac{1}{h_i} \cdot \frac{\partial \overrightarrow{r}}{\partial q_i}$$

De aquí:

$$d\overrightarrow{r} = \sum h_i dq_i \hat{e}_i$$

6.1.1 Cilindricas.

$$x = \rho \cos\phi$$

$$y = \rho \sin\phi$$

$$z = z$$

Facotres de escala

$$h_\rho = 1, \qquad h_\phi = \rho, \qquad h_z = 1$$

Vectores base:

$$\hat{e}_\rho = \cos\phi\hat{\imath} + \sin\phi\hat{j}$$

$$\hat{e}_\phi = -\sin\phi\hat{\imath} + \cos\phi\hat{j}$$

$$\hat{e}_z = \hat{k}$$

6.1.2 Esfericas

$$x = rsin\theta cos\phi$$

$$y = rsin\theta sin\phi$$

$$z = rcos\theta$$

Factores de escala:

$$h_r = 1, \qquad h_\theta = r, \qquad h_\phi = rsin\theta$$

Vectores base:

$$\hat{e}_r = \sin\theta\cos\phi\hat{\imath} + \sin\theta\sin\phi\hat{j} + \cos\theta\hat{k}$$

$$\hat{e}_\theta = \cos\theta\cos\phi\hat{\imath} + \cos\theta\sin\phi\hat{j} - \sin\theta\hat{k}$$

$$\hat{e}_\phi = -\sin\phi\hat{\imath} + \cos\phi\hat{j}$$

6.1.3 Polares.

$$x = rcos\theta$$

$$y = rsin\theta$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

6.2 Operadores Vectoriales

1. Gradiente:

$$\nabla\phi = \sum \frac{1}{h_i} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial q_i} \hat{e}_i$$

2. Divergencia:

$$\nabla \cdot \overrightarrow{A} = \frac{1}{(h_1 h_2 h_3)} \left[\frac{\partial}{\partial q_1}(A_1 h_2 h_3) + \frac{\partial}{\partial q_2}(A_2 h_1 h_3) + \frac{\partial}{\partial q_3}(A_3 h_1 h_2) \right]$$

3. Rotacional:

$$\nabla \cdot \overrightarrow{A} = \frac{1}{(h_1 h_2 h_3)} \cdot \begin{vmatrix} h_1 \hat{e}_1 & h_2 \hat{e}_2 & h_3 \hat{e}_3 \\ \partial/\partial q_1 & \partial/\partial q_2 & \partial/\partial q_3 \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

4. Laplaciana:

$$\nabla^2 \cdot \phi = \frac{1}{(h_1 h_2 h_3)} \left[\frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial q_3} \right) \right]$$

7 Transformada de Laplace

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(t) t$$

	$F(s)$	$f(t)$
1	$\frac{1}{s}$	1
2	$\frac{1}{s^2}$	t
3	$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
4	$\frac{1}{s \pm a}$	$e^{\pm at}$
5	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$
6	$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{1}{a^2}(e^{-at} + mt - 1)$
7	$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\sin(at)$
8	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos(at)$
9	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\cos(at)$
10	$\frac{a}{s^2-a^2}$	$\sinh(at)$

11	$\frac{a}{s^2 - a^2}$	$\sinh(at)$
12	$\frac{s}{s^2 - a^2}$	$\cosh(at)$
13	$\frac{1}{s(s^2 + a^2)}$	$\frac{1}{a^2}(1 - \cos(at))$
14	$\frac{1}{s(s^2 + a^2)}$	$\frac{1}{a^2}(1 - \cos(at))$
15	$\frac{1}{s^2(s^2 + a^2)}$	$\frac{1}{a^3}(at - \sin(at))$
16	$\frac{1}{(s+a) \cdot (s+b)}$	$\frac{a-b}{e^{-bt} - e`-at}$
17	$\frac{s}{(s+a) \cdot (s+b)}$	$\frac{1}{b-a}(be^{-bt} - ae^{-at})$
18	$\frac{1}{(s+a)^2}$	te^{-at}
19	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}$
20	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$e^{-at}(1 - at)$
21	$\frac{1}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{1}{2a^3}(\sin(at) - at\cos(at))$
22	$\frac{s}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{t}{2a}(\sin(at))$
23	$\frac{s^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$\frac{1}{2a}(\sin(at) + at\cos(at))$
24	$\frac{s^2 - a^2}{(s^2 + a^2)^2}$	$t\cos(at)$

8 Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t}$$

	$f(t)$	$F(\omega)$	
1	$e^{-at}\mu(t)$	$\frac{1}{a+j\omega}$	$a > 0$
2	$e^{-at}\mu(-t)$	$\frac{1}{a-j\omega}$	$a > 0$
3	$e^{-a\|t\|}$	$\frac{2a}{a^2+\omega^2}$	$a > 0$
4	$te^{-at}\mu(t)$	$\frac{1}{(a+j\omega)^2}$	$a > 0$
5	$t^n e^{-at}\mu(t)$	$\frac{n!}{(a+j\omega)^{n+1}}$	$a > 0$
6	$\delta(t)$	1	
7	$\delta(t-t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$	
8	1	$2\pi\delta(\omega)$	
9	$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega-\omega_0)$	
10	$\cos(\omega_0 t)$	$\pi\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right]$	
11	$\sin(\omega_0 t)$	$\pi\left[\delta(\omega+\omega_0)-\delta(\omega-\omega_0)\right]$	
12	$\mu(t)$	$\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$	
13	$\mu(-t)$	$\pi\delta(\omega)-\frac{1}{j\omega}$	
14	(t)	$\frac{2}{j\omega}$	

15	$\cos(\omega_0 t)\mu(t)$	$\frac{\pi}{2}\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right]+\frac{j\omega}{\omega_0^2-\omega^2}$	
16	$\sin(\omega_0 t)\mu(t)$	$\frac{\pi}{2j}\left[\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)\right]+\frac{\omega_0}{\omega_0^2-\omega^2}$	
17	$e^{-at}(\omega_0 t)\mu(t)$	$\frac{\omega_0}{(a+j\omega)^2+\omega_0^2}$	$a>0$
18	$e^{-at}\cos(\omega_0 t)\mu(t)$	$\frac{a+j\omega}{(a+j\omega)^2+\omega_0^2}$	$a>0$
19	$rect\left(\frac{1}{\tau}\right)$	$\tau\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$	
20	$\frac{W}{\pi}$	$\left(\frac{\omega}{2W}\right)$	
21	$\nabla\left(\frac{t}{\tau}\right)$	$\frac{\tau}{2}^2\left(\frac{\omega\tau}{4}\right)$	
22	$\frac{W}{2\pi}^2\left(\frac{Wt}{2}\right)$	$\nabla\left(\frac{\omega}{2W}\right)$	
23	$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$	$\omega_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_0)$	$\omega_0=\frac{2\pi}{T}$
24	$\frac{e^{-t^2}}{2\sigma^2}$	$\sigma\sqrt{2\pi e^{-\sigma^2\omega^2/2}}$	
25	$\frac{1}{a^2+t^2}$	$e^{-a\lvert\omega\rvert}$	
26	e^{-at^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-\omega^2/4a}$	$a>0$
27	$p_a(t)=\begin{cases}1, & \lvert t\rvert<a,\\ 0, & \lvert t\rvert>a\end{cases}$	$2a\frac{sin(\omega a)}{\omega a}$	