

# Lab 4: Tw. o wartości pośredniej

## Wprowadzenie

Twierdzenie o wartości pośredniej (własność Darboux) mówi, że jeśli funkcja  $f(x)$  jest ciągła w przedziale domkniętym  $[a, b]$  i  $f(a) < c < f(b)$ , to istnieje takie  $x$  w przedziale  $[a, b]$ , że  $f(x) = c$ .

Zauważmy, że powyższe twierdzenie nie dostarcza nam wartości  $x$ , mówi jedynie o istnieniu takiej wartości.

## Motywacja

Jeśli chcemy znaleźć zadane słowo w słowniku otwieramy go na losowo wybranej stronie.

Co robimy następnie?

Dlaczego zakładamy, że poszukiwane słowo zostanie znalezione w takim procesie?

Jeśli będzie brakowało niektórych stron w słowniku, czy możemy mieć pewność, że znajdziemy zadane słowo?

Powyższy proces szukania wykorzystuje ideę z twierdzenia o wartości pośredniej, a ostatnie pytanie wskazuje na istotność założenia ciągłości funkcji.

W poniższych ćwiczeniach będziemy przybliżać pierwiastki funkcji używając własności Darboux i tzw. metody bisekcji.

1. Zdefiniuj i narysuj w *Mathematica* funkcję  $f(x) = 7x^3 - 22x^2 - 35x + 110$ . Ile pierwiastków powinna mieć funkcja  $f(x)$ ?
2. Wyznacz wartości dla  $x=3$  i  $x=4$ . Jakie są ich znaki? Co można wywnioskować z własności Darboux?
3. Oblicz  $f(3,5)$ . Czy pierwiastek funkcji  $f(x)$  będzie w przedziale  $[3; 3,5]$  czy w  $[3,5; 4]$ ?
4. Oblicz  $f(3,25)$ , w jakim przedziale będzie miejsce zerowe  $f(x)$ ?
5. Kontynuuj ten proces i wyznacz pierwiastek z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.
6. Porównaj wynik z ćwiczenia 5 z pierwiastkiem znalezionym w *Mathematica*, wpisz

**`N[Solve[f[x]==0&&3<=x<=4,Reals]]`**

Zauważmy, że szukamy tylko pierwiastków rzeczywistych z przedziału  $[3, 4]$ , a z ciągłości wynika, że gdy  $x$  dąży do znalezionej pierwiastka,  $f(x)$  dąży do 0.