Contents

Part I

Algoritmer

1 Hva er en algoritme?

1.1 Eksempler

1.1.1 Sortere en kortstokk

Hvordan sortere man en kortstokk er et eksempel på en algoritme.
Da trenger man noe å sortere, som da er dataene.
Algoritment jobber **på** dataene.

1.1.2 Filer i en mappe

Info om filer :

– Filnavn / Filtype

– Dato opprettet

– Størrelse

– Siste Endring

– Skrive / lesetilgang

– Forfatter

– Selve dataene / Innholdet i filen

Algoritmen

1.2 Sortere et array

Speiler koden over.

1. Finn største tall
2. Bytt med første element
3. Hopp til neste plass, og gjenta

2 Algoritmeanalyse

Ser på effektiviteten av algoritmer. Utrykkes ofte med "Stor O-notasjon". Dette gir antall operasjoner som må utføres av algoritmen, gitt n antall elementer.
Forklaring av O-notasjon : YouTube

2.1 Det Harmoniske Tall

Det Harmoniske Tallet (H_n) er gitt ved :
$H_n = log(n) + 0.577$, der n er antall elementer i imput-arrayet.
Dette gir gjennomsnittet av antall tall i arrayet som er mindre enn det minste tallet så langt.

2.1.1 log(n)

Gitt logaritme med base 10 :
$log(1) = 0$
$log(10) = 1$
$log(100) = 2$
$log(1000) = 3$

2.1.2 Eksempel

```

    public static int findMax(int[] values) {
        int n = values.length;

        int index = 0;
        int max_value = values[index];

        for (int i = 1; i < n; i++) {
            if (values[i] > max_value) {
                max_value = values[i];
                index = i;
            }
        }
        string he = "Hello World";

        return index;
    }
```

Tidsbruken av denne algoritmen vil da skalere med $2n - 1$. Det vil si at det er skalerer lineært med n, siden det konstante leddet 1 vil være ubetydelig for store verdier av n.

3 Leksikografisk Ordning

Gitt et array [A, B, C, D], vil de neste leksikografiske permutasjonene være :

[A, B, C, D]

[A, B, D, C]

[A, C, B, D]

[A, C, D, B]

[A, D, B, C]

[A, D, C, B]

Dette er da de permutasjoner med A i første-posisjon.

De neste permutasjonene vil da ha B i første-posisjon.

[B, A, C, D]

[B, A, D, C]

[B, C, A, D]

[B, C, D, A]

[B, D, C, A]

3.1 Leksikografisk Sortering som Algoritme

Forelesingsvideo

Hvis vi gir en verdi til hvert element vil vi kunne sette upp grafer for hver permutasjon.
...FINN DISSE...

Vi vet at den aller siste permutasjonen (for A-D), vil være [D, C, B, A].
Grafen for dette vil da kun synke.
For å ga fra [A, D, C, B] til [B, A, C, D] (altså for å gå til permutasjonen som har et nytt element i første-posisjon).

1. Søker bakfra langs grafen, til vi kommer til punktet der den ikke lenger er stigende
2. Finner elementet til høyre for knekk, som er neste større enn A
3. Bytter om de to elementene (A og B i våre eksempler)

   [A, D, C, B] → [B, D, C, A]
4. Reverser rekkefølgen på elementer til høre for knekkpunkt

   [B, D, C, A] → [B, A, C, D]

Dette fungerer også for en vilkærlig permutasjon :
Gitt [D, A, C, B, E]

1. Søker bakfra for å finne knekkpunktet. Her vil E være knekkpunktet.
2. Finn elementet som er såvidt større enn elementet til venstrre for knekkpunktet. Her er B til venstre, så E vil være elementet som er større.
3. Bytter om disse to.

   [D, A, C, B, E] → [D, A, C, E, B]
4. Bytter så neste element med det som er såvidt større til høyre. Dette vil da være C og E.

   [D, A, C, E, B] → [D, A, E, C, B]
5. Reverserer så elementene til høyre for knekkpunktet.

   [D, A, E, C, B] → [D, A, E, B, C]

6. Gjentar disse stegene, og får :

   [D, A, E, B, C] $\rightarrow$ [D, A, E, C, B]

7. Gjentar nok en gang, og får :

   [D, A, E, C, B] $\rightarrow$ [D, B, A, C, E]

4 Intervall

```java
int[] values = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

for (int i = 0; i < 5; i++) {
  System.out.println(values[i])
}
```

```java
// Jobber i det halvaapne intervallet [begin, end). Altsaa fra og med begin, til (men ikke med)
   end.
void func(int begin, int end) {
  for (int i = begin; i < end; i++) {
    pass;
  }
}
```

```java
// Jobber i det lukkede intervallet [left, right]. Altsaa fra og med left til og med right
void func(int left, int right) {
  for (int i = left; i <= right; i++) {
    pass;
  }
}
```

```java
// Halvaapent intervall
int maks1(int[] a, int begin, int end) {
  pass;
}
// Lukket intervall
int maks2(int[] a, int left, int right) {
  pass;
}

int[] a = {4, 6, 7, 8, 9, 11, 13, 17}

int m1 = maks1(a, 2, 6);
// Jobber paa intervallet fra og med 2 til og med 5. Altsaa [7, 8, 9, 11]

int m2 = maks2(a, 2, 6);
// Jobber paa intervallet fra og med 2 til og med 6. Altsaa [7, 8, 9, 1, 13]
```

5 Sorteringsalgoritmer

5.1 Bubble-Sort

En metode som ikke er mye i bruk i dag.

Starter bakerst i listen. Ser på to og to elementer. Det elementet som er størst blir plassert forrest av de to.

Det vil si at i en liste [1, 4, 2, 7] vil man først se på 2 vs 7, og bytte om på disse to. Det vil da gi [1, 4, 7, 2].
Fra start til slutt får man :

$$\begin{gathered}[1,4,2,7]\\ [1,4,7,2]\\ [1,7,4,2]\\ [7,1,4,2]\\ [7,4,1,2]\\ [7,4,2,1]\end{gathered} \tag{1}$$

Inversjon : Når to elementer er i feil rekkefølge kalles det en inversjon.
Når en liste har 0 inversjoner, er listen sortert.

5.2 Quicksort

Gitt arrayet [12, 0, 8, 5, 9, 11, 1, 4, 7].

Velger 7 som pivot. Går gjennom listen, og flytter om to og to tall for for å få de på riktig plass i forhold til pivot-tallet. (Her 7)

Forelesning
Gitt arrayet [12, 0, 8, 5, 9, 11, 1, 4, 7].
Velger en pivot. Her det siste elementet, 7.

Setter venstre og høyre "markører" til start og slutt av arrayet. Flytter markørene inn mot midten så lenge de oppfyller kravene.
I en sortering vil dette være at verdier til venstre er mindre enn pivot, og verdier til høyre er større eller like pivot.
Når dette er gjort vil pivot-verdien ligge på riktig plass i et sortert array. (Den har altså korrekt indeks.)

Denne prosessen gjentas til alle verdier er sortert på denne måten.

Når man velger pivot er en vanlig strategi å velge den miderste indeksen. Hvis denne ville blitt et decimaltall, runder man ned.

1. Velg et "kort" (verdi) du vil sorterer. (pivot) —— O(1)

   Ofte miderste verdi.

2. Plasser alle "kort" som er større enn eller like til høyre. Alle tall som er mindre til venstre. —— O(n)
3. Plasser det valgte "kortet" (pivot) i midten av de sorterte "kortene". —— O(1)
4. Fortsett med del-listene.

6 Søkealgoritmer

6.1 Finn Maksverdi

```
int[] a = {3, 9, 11, 5, 2, 17, 4};

int maks(int[] a) {
   int maks_verdi = a[0];

   for (int i = 1; i < a.length; i++) {
      if (maks_verdi < a[i]) {
         maks_verdi = a[i];
      }
   }

   return maks_verdi;
}
```

6.2 Finn Minsteverdi

6.3 Finn Neste Største Verdi

```
int[] a = {3, 9, 11, 5, 2, 17, 4};

int nestMaks(int[] a) {
   int nest_maks = min(a[0], a[1]);
   int maks = max(a[0], a[1]);

   for (int i = 2; i < a.length; i++) {
      if (a[i] > nest_maks) {
         if (a[i] > maks) {
            nest_maks = maks;
            maks = a[i];
         }

         else {
            nest_maks = a[i];
         }
      }
   }
}
```

6.4 Søk etter Tall (Usortert)

Et usortert søk etter et gitt tall. Returnerer indeksen til tallet det søkes etter. Hvis tallet ikke eksisterer returneres -1.
Dette er en relativt standard måte å søke, siden det ikke finnes noen særlig bedre møter å gjøre dette på.

```
int[] a = {9, 3, 2, 7, 4};

int usortertSok(int[] a, int value) {
   for (int i = 0; i < a.length; i++) {
      if (a[i] == value) {
         return i;
      }
   }
   return -1;
}
```

6.5 Søk etter tall (Sortert)

Denne funksjonen vil søke fortere med en faktor nesten like steglengden. Den kan i tilegg bygges rekursivt, det vil si at den / de indre løkkene, kan utnytte sin egen stenglengde for å ytterlige opptimalisere søket.

```
int[] a = {2, 3, 4, 7, 9}

int sortertSok(int[] a, int value) {
   int stepLength = 2;
   for int(i = 0; i < a.length; i = i + stepLength) {
      if (a[i] >= value) {
         int begin = i - stepLength;
         int end = i + 1;'
         for (j = begin; j < n; j++) {
            if (a[j] == value) {
               return j;
            }
         }
      }
   }
   return -1;
}
```

6.6 Binærsøk

Deler opp arrayet i 2 deler.
Lager Venstre, Høyre og Midtre peker.
$v = i_0, h = i_n, m = i_{n/2}$

Sjekker om tallet som søkes etter er større eller like midt-tallet.
Hvis dette er tilfellet søkes det gjennom det høyre intervallet. Hvis ikke søkes det i det venstre intervallet.

Denne metoden gjentas så for de videre intervall.

```
int[] a = {2, 3, 4, 7, 9}
```

Part II

Datastrukturer

7 Turneringstrær

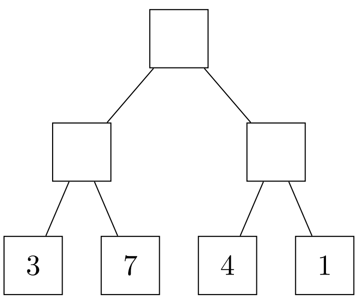
Et turneringstre er en implementering av et binært tre, for å søke gjennom en liste med elementer. Måten dette gjøres er ved å sette opp et tre som i eksempelet under, og så sammenligne hver node med sin søster-node. Vinner av denne sammenligningen beveger seg opp til moder-noden.

Dette gjør at antall sammenligninger vil bli $n-1$, der n er antall elementer i arrayet.

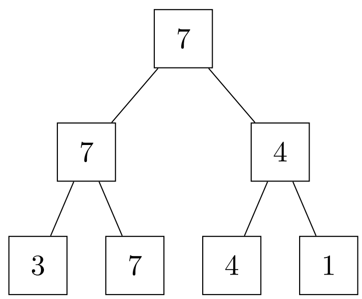
7.1 Eksempel

Turneringstrær brukes for eksempel for å finne maksimum av et tall.

Gitt arrayet [3, 7, 4, 1], får vi treet i første runde.



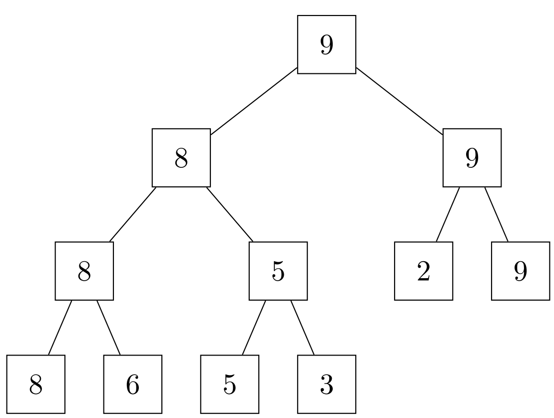
Hver kamp blir vunnet av noden med det høyeste tallet, og resultatet blir da :



Fra dette kan vi se at 7 er det største tallet i arrayet.

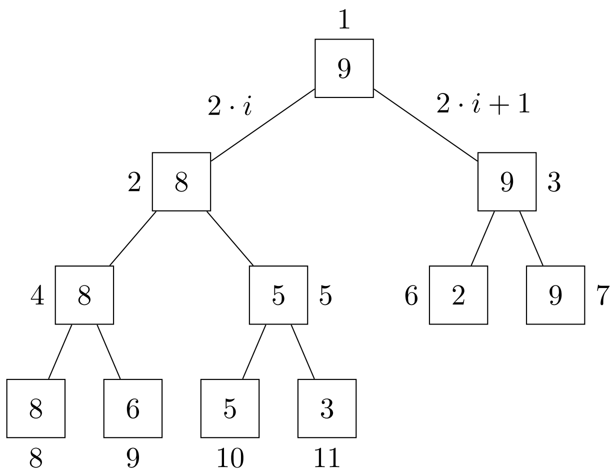
7.2 Turneringstrær i Array

Gitt treet :



For å lagre treet i et array gir vi først hver node en unik identifikator (index). Rot-noden starter med en. Hver gang vi går ned til venstre, dobler vi indeksen til moder-noden. Når vi går til høyre dobler vi indeksen og legger til 1.

Vi får da :



Vi bruker så disse indeksene til å plassere treet i et array, og får da : $[Null, 9, 8, 9, 8, 5, 2, 9, 8, 6, 5, 3]$

Fremgangsmåten for å komme frem til dette er ved å først plassere start-verdiene på sine respektive plasser i arrayet.
Da får man int[] = $[Null, Null, Null, Null, Null, 5, 2, 9, 8, 6, 5, 3]$
Deretter går man bortover indeksene, og bruker formelene inversene av $2 \cdot i$ og $2 \cdot i + 1$ for å finne hvilke noder som konkurrerer om plassen.
Her har den første åpne plassen index = 5. Da får vi $5 \cdot 2 = 10$ og $5 \cdot 2 + 1 = 11$.
Det er altså nodene med index 10 og 11 som konkurrerer.
Fra det ser vi at node 10 vinner, da dene inneholder den største verdien.
Arrayet blir da $[Null, Null, Null, Null, Null, 5, 2, 9, 8, 6, 5, 3]$
Dette kan så gjentas for hver posisjon i arrayet til hele turneringen er ferdigspilt.

Dette vil også si at vi aldri bruker det faktiske treet i koden, siden input vil være et array.

7.2.1 Eksempelkode

```

int[] a = [Null, Null, Null, Null, Null, 5, 2, 9, 8, 6, 5, 3]

for (int i = begin; i > 0; i++) {
   int id = i;
   int left = 2 * id;
   int right = 2 * id + 1;

   if (a[left] > a[right]) {
      a[id] = a[left];
   }

   else {
      a[id] = a[right];
   }
}
```

7.3 Turneringstrær som Noder

Et turneringstre kan også lagres som en samling med noder. Der vil nodene refere videre til sine child-noder. Det vil si at alle noder referer til 0, 1 eller 2 noder.

7.3.1 Eksempelkode

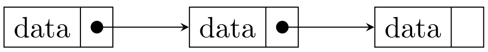
```
public class Node {
   char value;
   Node left_child;
   Node right_child;


}
```

8 Linked List

En lineær datastruktur. Dette vil si at dataen ikke er lagret i sammenhengende plasseringer i minne. Dette betyr at hvert element i strukturen må kjenne til plasseringen til det neste elementet. (Potensielt også det forrige elementet.)

Elementene kalles som regel *noder*. En node vil på det minste inneholde en variabel med data, og en variabel med palsseringen til den neste noden.

8.1 Eksempel på struktur



9 Definisjoner

Leksikografisk Sortering : Å sortere data som om de står i et leksikon.
For arrays med tall 1 til 5 vil [1, 2, 3, 4, 5] det minste / første, og [5, 4, 3, 2, 1] det største / siste elementet.

Permutasjonsnummer : I leksikografisk sortering er dette nummeret for en gitt permutasjon, basert på hvilket nummer det er i listen over alle mulige permutasjoner.
For eksempel vil [1, 2, 3] ha permutasjonsnummer 1, [1, 3, 2] er 2, og [2, 1, 3] 3.

Halvåpent Intervall : Skrives som [begin, end). Er intervallet fra og med begin, til men ikke med end.

Lukket Intervall : Skrives som [left, right]. Er intervallet fra og med left, til og med right

Det Harmoniske Tallet : Er gitt ved $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$ og approksimeres med $H_n \approx log(n) + 0.577$, der n er antall elementer i et array. Det Harmoniske Tallet sier hvor mange elementer i et array som i snitt vil være mindre enn det minste elementet så langt.

Index