

# Phân Tích Thuật Toán

Bùi Thị Thanh Phương

Ngày 16 tháng 5 năm 2023

## Bài toán 1

Cho một tập hợp  $A$  gồm có  $n$  phần tử

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, a_i \in \mathbb{R} (a_i > 0)$$

Với một số thực dương  $S$ , viết chương trình tìm một tập con  $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$  của  $A$  sao cho

$$a_{i_1} + a_{i_2} + a_{i_k} = S (i_j \neq i_l, \forall j, l \in \{1, 2, \dots, k\})$$

- Input:  $a_1, a_2, \dots, a_n, S$
- Output:  $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\}$

**Hint:** Sử dụng phương pháp chia để trị hoặc quy hoạch động.

**Text:**

- $n = 50, 100, 150, \dots, 950, 1000$ .
- Tạo ngẫu nhiên  $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 500\}$ .
- $S = 200$ .
- Với mỗi  $n$ , tính thời gian trung bình để tìm một tập con có tổng bằng  $S$ . Giả sử thời gian trung bình là  $t$ .

**Lời giải** Dùng phương pháp quy hoạch động để giải bài toán

**ý tưởng**

Ta sẽ lập một bảng True-False có kích thước  $(n+1) \times (S+1)$  chứa các giá trị  $L(i, j)$  với  $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, S$  là các giá trị kiểu bool thoả mãn

- $L[i, j] = True$  nếu có thể tạo ra tổng  $j$  từ một dãy con của dãy gồm các phần tử  $a_1, a_2, \dots, a_i$ . Ngược lại thì  $L[i, j] = False$ .
- Nếu  $L[n, S] = True$  thì tồn tại một tập con của  $A$  có tổng bằng  $S$ .
- Ta có thể tính  $L[i, j]$  theo công thức:  
 $L[i, j] = true$  nếu  $L[i-1, j] = true$  hoặc  $L[i-1, j-a[i]] = true$
- Với  $i = 0, 1, \dots, n, L[i, 0] = True$  và với  $j = 1, 2, \dots, S, L[0, j] = False$ .

Sau khi lập bảng chân trị như trên, nếu  $L[n, S] = \text{True}$  thì ta tiến hành đi tìm các phần tử của tập con. Với các điều sau

- $L[i, j] = L[i - 1, j] = \text{true}$ , phần tử  $A[i]$  không nằm trong tập con
- $L[i, j] = \text{true}$  và  $L[i - 1, j] = \text{False}$ , phần tử  $A[i]$  phải nằm trong tập con, và đồng thời  $L[i - 1, j - a[i]] = \text{true}$

Từ các điều trên, ta có thể tìm các phần tử của tập con thoả mãn yêu cầu đề bài bằng đệ quy.

### Cài đặt

```
Entrée [2]: def isSubsetSum(S, M):
    compare = assign = 0
    n = len(S)
    # The value of subset[i, j] will be
    # true if there is a subset of
    # set[0..j-1] with sum equal to i
    subset = np.array([[True]*(M+1)]*(n+1))
    assign += 2
    # If sum is 0, then answer is true
    for i in range(0, n+1):
        subset[i, 0] = True
        compare += 1
        assign += 1

    # If sum is not 0 and set is empty,
    # then answer is false
    for i in range(1, M+1):
        subset[0, i] = False
        compare += 1
        assign += 1

    # Fill the subset table in bottom-up manner
    for i in range(1, n+1):
        for j in range(1, M+1):
            if j < S[i-1]:
                subset[i, j] = subset[i-1, j]
            else:
                subset[i, j] = subset[i-1, j] or subset[i-1, j-S[i-1]]
            compare += 2
            assign += 1
    compare += 2
```

### Kết quả

Ta dễ dàng thấy được thuật toán trên có độ phức tạp là  $O(NS)$ , khi  $S$  được cố định thì thuật toán có độ phức tạp là  $O(N)$ . Để kiểm chứng điều này ta vẽ đồ thị sau

Ta có thể thấy rằng đường thẳng  $NS$  bị trùng với đường biểu diễn số phép so sánh của thuật toán. Do đó điều đó cho thấy rằng thuật toán thật sự có độ phức tạp là  $O(N)$ .

```

        compare += 2

    compare += 4

    if subset[n, M]:
        sol = []
        # using backtracing to find the solution
        i = n

        while i >= 0:
            compare += 4
            if (subset[i, M] and not subset[i-1, M]):
                sol.append(S[i-1])
                M -= S[i-1]
                assign += 2
            if M == 0:
                break
            i -= 1
            assign += 1
        if i < 0:
            compare += 1
        assign += 2
        return sol, compare, assign
    else:
        return None, compare, assign

```

```

A = [ 3  4  7 38 44 45 56 69 78 84 87 107 113 126 128 139 143 168
      179 191 192 247 263 276 280 305 308 311 315 322 341 342 353 368 370 386
      399 403 409 421 433 443 450 451 453 468 469 481 482 497]
S = 200
Found a subset with given sum.
Solution: [45, 113, 38, 4]

```

