

Hallo, was haben wir letztes Mal gemacht? Ja? - Wir haben jetzt iterative Suche gemacht. - Iterative Suche? Was ist denn das? - Ja, iterative haben wir kurz angesprochen, aber gemacht haben wir die heuristische. Okay, was ist eine heuristische Suche und was ist der Unterschied zu den anderen, die wir gemacht haben? - Schlau. - Ich kann das nicht erinnern. - Das ist auch eine Luftlinie. - Verstehe ich.

Ja, du fragst mich, ob wir die Luftlinie anschauen. Warum brauchen wir die Luftlinie? Ich habe ein Beispiel gemacht mit der Entfernung. Wir haben eine Strecke gesucht und wollten die kürzeste Entfernung und haben dann die Luftlinie verwendet. Also soweit stimmt es. Aber warum haben wir das gemacht? Ja, okay. Und warum Luftlinie und nicht irgendwas anderes? Über Knotenpünktchen würde es gehen.

was sind das Strecken, die länger sind. Das stimmt. Also es hilft uns zu entscheiden, welchen Notenpunkt wir als nächstes angehen. Also wir können das ja mal als Suchbaum aufzeichnen, darum geht es ja im Endeffekt. Das könnte ein Suchbaum sein. Wir haben das ja aufgebaut, sind jetzt irgendwo an dieser Stelle. Und wir können nehmen wir mal an, hier unten irgendwo ist unser

Ziel. Wir bauen zwar nicht jedes Mal vollständig auf, aber angenommen, das wäre ein möglicher Suchbaum. Okay, und wir sind jetzt hier. Und jetzt haben wir irgendwo die Zusammenhang mit der Luftlinie. Was berechnen wir damit? Also die nächsten zwei Punkte der Luftlinie zum Ziel. Also von dem hier, ich mach es mal gerade so, die Luftlinie zum Ziel und dem Luftlinie zum Ziel. Okay, und was machen wir jetzt damit?

Das ist dann die kürzere Linie, unsere Entscheidung, welche Partie wir gehen. Gut. Okay, es gibt so eine Formel, die hat was mit g, h und f oder sowas zu tun. Kinderstadt alleine. Also wir könnten ja zum Beispiel auch noch andere Knoten offen haben, die wir schon mal angeschaut haben. So, wir können ja die expandieren, also wenn es da noch ein bisschen weiter geht, oder den hier. So, und jetzt berechnen wir irgendwas. Das war irgendwas mit f.

Wie ihr seht, der Thomas hat auch F verwendet, das verwendet man dann schon gerne. Genau. $G + H$. Und was ist dieses F? Wofür steht das X? Ja cool, genau. Also G und H stimmt.

Das sind für die Zustände, also für die Knoten. Und jetzt gehen das sind die Kosten bis zu dem Knoten. Also das heißt, wie viel Entfernung haben wir jetzt hier schon zurückgelegt. Dann bis zu diesem Knoten, den wir evaluieren wollen. Wenn das noch offen ist, auch hier immer die Kosten, die wir schon aufgesammelt haben. Hier war es die Entfernung.

Das "E". Und das "H" ist die Abschätzung. Wir haben es auch die heuristische Funktion genannt. Diese heuristische Funktion, die sagt: Wie weit ist es noch von hier bis hier? Also, wie schätzt das ab? Wie weit ist es von hier bis hier? So, und du hast gesagt: "Darf nicht überschätzen." Warum darf es nicht überschätzen?

Das ist dann nicht mehr das Schnellste aus der Effizienz. Genau. Wir können das Verfahren als Sternalgorithmus, der garantiert, dass wir den optimalen Weg finden, wenn wir eine Heuristik haben, die die aktuellen Kosten nie überschätzt. Okay, mit Luftlinie haben wir das bei einer Entfernung keine kürzere Strecke als die Luftlinie. Eine Straße ist immer höchstens genauso kurz. Aber es kann nie kürzer werden als Luftlinie. Deshalb ist das eine gute

Heuristik in diesem Fall. Aber das heißt natürlich nicht, dass wir über Luftlinien gehen. Wir hatten noch das andere Beispiel gehabt mit diesen Fässeln hier. Wo wir dann die Steine hatten. Eins, drei, fünf, sieben, sechs, neun. Ne, neun gibt es nicht. Und vier und was fehlt noch? Zwei. Kann man da noch Heuristik machen. Also wir wollen das ordnen. Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht. Und da unten soll ein leeres Feld sein, aber auch Heuristik und anders.

Genau, wie viele Felder man verschieben muss, also die nicht an dem richtigen Ort sind. Je mehr Felder nicht an dem richtigen Ort sind, desto weiter ist man vom Ziel entfernt. Und da haben wir noch ein zweites genommen, eine zweite Vermisstik, nicht so wichtig, aber da fällt es noch niemand ein.

Also wie viele Bewegungen man mindestens machen muss. Man kann hier den horizontalen und vertikalen Abstand von dem Zielfeld suchen. Also das hier hat den Fall 1, das muss ja hier. Da muss man also mindestens einen Zug machen. Das hat 0, das hat 1, 2, 3 Züge, die man mindestens machen müsste. Das ist auch nur Heuristik. Es gibt nicht nur eine. Beide wären zulässig, weil beide nie länger sind als der eigentliche Anzahl von Zügen, die man machen müsste.

Und mit diesen zulässigen Heuristiken finden wir immer den optimalen Weg. Das haben wir gemacht. Cool, dass ihr das noch erinnert. Was haben wir noch gemacht? Logik. Das ist mein Lieblingslied. Was haben wir über Logik gemacht? Wir haben uns gefragt, was Wissen ist. Ah, das haben wir noch vorher gemacht. Was ist überhaupt Wissen? Weiß jemand, was Wissen ist? Kann ich nicht sagen. Ich habe einfach nicht verstanden, was du gesagt hast. Was ist Wissen?

Ich habe für mich das Wissen und die Info, falls es wahr oder falsch ist. Ja, wenn man das weiß, ob es wahr oder falsch ist, dann ist es Wissen. Das war nicht ganz so, wie man das gesagt hat. Das könnte zu einer Definition passen. Was wolltest du sagen? Aus Daten kann man Wissen machen. Und wie? Also

es gibt natürlich diese Unterscheidung Daten, Information, Wissen. Darauf haben wir auch angesprochen.

Wir haben gesagt, Wissen ist das Unterschied zu glauben oder meinen. Wir gehen von Alltagswissen aus, also es muss nicht unbedingt überprüfbar sein, ob es wahr ist oder falsch. Das haben wir gesagt. Dann haben wir Daten, Informationen und Wissen. Kannst du dich noch ungefähr erinnern, was da gemeint war? Ein Apfel ist rot. Ein Apfel ist rot. Das ist ein Probi. Ich weiß. Das ist ein Apfel. Das wäre dann Wissen. Ja, so ein Beispiel.

Wenn man mehr Informationen mit Daten hat, dann kann man das auch aus Info oder aus Temperatur messen.

Man kann hinterfragen, ob es jetzt Winkel oder Temperatur ist. Wissen wir nach der 4 Grad Temperatur, was heißt das? Ja, wir haben gesagt, von Daten kommen wir zu Informationen durch eine Interpretation. Wahrscheinlich hast du das mit der Verknüpfung gemacht. Da kann man auch Informationen mit Daten verknüpfen. Heute ist es 4 Grad, das wird eine Information, also eine Datum verknüpft mit dem Grad. Man hat eine Interpretation, die 4 Grad ist dann eine Temperatur.

4 Grad, das können die auch noch im Link bezeichnen, man findet das auch in anderen Beispielen, ich habe das mit dem Angel und Angel gebracht, dass die Sprache hilft, Daten zu interpretieren. Also Datum allein hat noch keine Information, auch eine Folge von 0 und 0,1 hat noch keine Information, erst wenn ich sage, was ist damit kodiert, das ist ein ASCII-Code, das ist ein JPEG, das ist ein Word-File, dann kann man sagen, was die Bedeutung ist, was ist gemeint mit Interpretation. Heute ist es 4 Grad,

Dann habe ich eine Interpretation, die vier Grad ist die Temperatur. Und ich verknüpfe es noch mit anderen Informationen, das heutige Garten zum Beispiel. Und was ist jetzt Wissen? Wissen hat einen Zweck. Was machen wir mit dem Wissen? Befähigt zum Handeln. Wissen sind so Sachen, wo wir sagen, das können wir daraus annehmen. Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge habe ich genannt. Wenn ich sage, das Wissen wäre zum Beispiel, dass es vier Grad kalt ist,

Was für eine Handlung? Ich weiß, wenn ich eine Jacke anziehe, dann habe ich nicht mehr kalt. Ich weiß, dass 4 Grad kalt ist und ich weiß, dass eine Handlung uns hilft. Gegen die Kälte ziehe ich eine Jacke an, wenn ich rausgehe. Das ist für Fake-Media zum Handeln. Also Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge und Kenntnisse, was das eigentlich bedeutet. Gut.

Das Wissen, das ist auch, was wir in Logik darstellen wollen. Und das Denken, dass wir sagen, ja, wir sollten eine Jacke anziehen, dass eine Jacke hilft gegen Kälte und solches, das wollen wir mit Logik darstellen. Logisches Denken, rationales Denken habe ich, glaube ich, genannt. Oder korrekt zu denken. Gut, dann haben wir angefangen mit einer Art von Logik, das war die Aussagenlogik. Was hält euch dazu noch ein zur Aussagenlogik?

Das sind die Operatoren. Wir haben eine bestimmte Art von Operatoren. Wie sieht das "und" aus? Ich bin besser als Chechny Petit, ich verstehe sogar das. Und? Was haben wir noch? Oder? Kannst du das an? Dann fehlen noch zwei. Implikationen, Fall. Eingefallen. Äquivalenz. Fall in beide Richtungen. Das sind die Operatoren. Was verknüpfen wir mit diesen Operatoren?

Wie heißt die Logik, die wir betrachten? Aussagen und Logik. Was verknüpfen wir mit den Operatoren? Aussagen. Also hier ist nur eine. Bei der Negation sagt man etwas über eine Aussage. Mit den anderen verknüpfen wir immer zwei Aussagen. Was wissen wir über Aussagen? Sie sind entweder wahr oder falsch. Kann es beides geben? Ja. Dass eine Aussage gleichzeitig wahr und falsch ist, das kann nicht sein.

Also wir sind nicht in der Quantentheorie oder Quantenmechanik oder so, wo es beides sein kann und es kann auch andere ran drauf gucken, was jetzt gerade ist. Das haben wir nicht. Das ist entweder wahr oder falsch und es muss eines von beiden sein. Es kann auch nicht nichts sein. Also die Aussage ist entweder wahr oder falsch. Gut, und dann kann man damit recht stehen, aber das Erste, was wir gemacht haben, ist, glaube ich, wir haben zwei Kupfen, die man aussagen überhaupt verknüpfen kann mit diesen Operatoren. Dann lasse ich mich noch schnell ein Bildschirm teilen.

Gut, okay. Die ersten drei haben wir schon gemacht, ich habe es trotzdem noch mal verdeckt als Wiederholung. Also Petra mag sowohl Äpfel als auch Bären. Wie viele Aussagen stecken da drin? Zwei. Gut. Und mit was verknüpfen wir die? Was sind die beiden Aussagen? Genau. Das ist ein bisschen kürzer aufgeschrieben im Deutschen, aber Petra mag Äpfel und Petra mag Bären. Das sind die beiden Aussagen und die verknüpfen wir mit einem Und. Gut. Okay.

Also Petra mag Äpfel und Petra mag Birnen. Wir nennen die beiden Sachen hier Petra mag Äpfel und Petra mag Birnen. Die beiden sind atomare Aussagen, weil sie keine Operatoren mehr drin haben. Und die atomaren Aussagen können wir mit Operatoren verknüpfen, dann ist es wieder eine Aussage. Und die können wir auch wieder weiter miteinander verknüpfen. Also mit der Verknüpfung erhalten wir wieder eine Aussage, also das ist eine Aussage, nämlich die Aussage, dass Petra Äpfel mag und dass Petra Birnen mag.

Gut. Petra mag weder Äpfel noch Birnen. Petra mag nicht Äpfel, Petra mag nicht Birnen. Okay, wie würdest du das schreiben? Dieses nicht vor den Äpfeln und den Birnen? Petra mag nicht Äpfel, Petra mag nicht. Also nicht Petra mag Äpfel und nicht Petra mag nicht. Genau.

Weil nichts steht vor einer Aussage. Und Äpfel ist keine Aussage, Birnen ist keine Aussage, aber Petra mag Äpfel, ist eine Aussage. Die kann wahr oder falsch sein. Äpfel oder Birnen sind nicht wahr oder nicht falsch. Das ist korrekt. Es gilt nicht, dass Petra Äpfel mag, es gilt nicht, dass Petra Birnen mag. Gut, dann haben wir Klaus fährt nur mit dem Fahrrad, wenn die Sonne scheint. Das Wort nur ist wichtig. So, gut. Warum denn umgekehrt? Ja, und wenn die Sonne scheint, fährt er dann kein Fahrrad.

Das ist das, was ich mit dem "Nur" gemeint habe. Da ein Nur fährt, wenn Sonne scheint, dann wissen wir, wenn er fährt, dann scheint auch die Sonne. Das wäre die Äquivalenz von gleiches. Genau. Immer wenn die Sonne scheint, fährt. Dann wird beides gelten. Dann weiß man, wenn er fährt, dann scheint die Sonne und wenn die Sonne scheint, fährt er. Das wird immer anfangen. Gut. Es stimmt nicht, dass die Erde eine Scheibe ist. Die Erde ist eine Scheibe.

Die Erde ist eine Scheibe, ist die Aussage und wir sagen, die wird nicht. Also nicht dann die Aussage, die Erde ist eine Scheibe. Gut, ich glaube, heutzutage bin ich mir nicht mehr ganz so sicher, wenn ich da so manche Sachen lese, aber wir nennen das mal anders. Und wenn die Sonne scheint, fährt Klaus mit dem Fahrrad. Soll ich das mit dem anderen vergleichen? Genau. Sonne scheint, Klaus fährt Fahrrad.

Das ist anders als hier, da habe ich ja gesagt "nur", dann weiß ich auch genau, wenn er fährt, dann muss die Sonne scheinen. Und jetzt sage ich, wenn die Sonne scheint, dann fährt er. Also immer wenn die Sonne scheint, fährt er. Das ist eigentlich die Bezweiflung. Und wenn er immer dann fährt, wenn die Sonne scheint, dann wäre es äquivalent. Cool, okay. Ja klar. Genau, dann ist es vollkommen egal, weil das eine simplifiziert das andere. Die Reihenfolge spielt bei Äquivalenz keine Rolle. Auch bei "und" und "unter" übrigens nicht. Dann ist es auch egal.

[illegible]

Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden,
Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden,
Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden,
Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfung bestanden, Prüfungen bestanden, Prüfungen
bestanden, Prüfungen bestanden, Pr

bestanden und wenn man die Prüfung bestand, dann kommt man zu Credits. Es kann nicht sein, dass jemand die Prüfung bestand hat, aber keine Credits kriegt, aber man kriegt auch keine Credits, wenn man die Prüfung nicht bestand. Dann wäre es in unserer Interpretation äquivalent. Aber ich kann das natürlich für alles schreiben zwischen zwei Aushangensequenzen. Die Frage ist nur, ob es dann wahr ist. Und da kommen wir noch gleich dazu, was eigentlich wahr oder falsch ist. Das ist nämlich auf der nächsten Folie, das ist Interpretation.

Eine Interpretation der Aussage in Wahrheitsmessung. Diese Aussage ist wahr oder diese Aussage ist falsch. Das, was oben gemeint ist. Man kennt das ja mit Funktionen, habe ich gerade gesehen, habe Funktionen gemacht. Also man hat eine Ausgangsmenge, das ist also die Menge aller Aussagen oder Formeln und die möglichen Werte sind wahr und falsch. Und typischerweise, wenn wir jetzt so eine Sätze fragen, Aussagen, Student hat Prüfung bestanden oder die Sonne scheint oder sowas.

dann ist unsere Interpretation das, was wir als Mensch auch unter dem Satz verstehen wollen. Also diese Sätze, die Aussagen sollen Fakten über die Realität repräsentieren. Und das wäre das, was ich jetzt als übliche Bedeutung eines Satzes sage. Wenn jemand sagt, Petra mag Äpfel, dann haben wir uns im Kopf, also er gibt eine Petra, die mag Äpfel. Also das ist wahr in der Realität, der Petra Äpfel mag.

Man kann natürlich auch ganz andere Interpretationen wählen. Petra steht für irgendeinen Roboter, der Pferdeäpfel mag oder sowas. Da fällt doch gar nichts Dummes ein. Das wäre eine andere Interpretation. Und dann wäre das wahrscheinlich eine falsche Aussage. Aber eine Interpretation ordnet eine Aussage einfach dazu, ist sie wahr oder falsch. Das ist eine Interpretation.

Und die Logik selbst interessiert die Interpretation gar nicht. Die Logik macht einfach Aussagen und sagt nachher, ist es wahr oder falsch und basierend auf der Interpretation, die wir ergeben. Wir machen ein paar Beispiele. Nur noch kurz zur Formulierung von den Aussagen. Also ich habe gesagt, wir machen das meistens so, dass wir das verstehen, was gemeint ist. Petra mag Äpfel, Petra mag Birnen, die Sonne scheint und so weiter.

Wir können das natürlich auch abkürzen und sagen, PMB steht für Petra-Mark-Äpfel. Weil manchmal will ich nicht so viel schreiben, dann mache ich eine Abkürzung. Oder wir haben oft auch in dem

Beispiel A und B, das steht dann für irgendetwas. Also wir können das auch abkürzen, aber unsere Interpretation von PMA wäre dann die übliche Petra-Marc-Äpfel. Und normalerweise schreiben wir das auch aus, damit jeder versteht, was wir eigentlich meinen mit der Aussage.

Und wir können auch dann, vor allem bei Zusammengesetzten wird es teilweise relativ lang, also wenn ich PMA und PMB mache und ich interpretiere das als Petra, Marc, Äpfel und das als Ben, und dann sage ich Petra, Marc, Äpfel und Ben, das ist diese Aussage. Das sind übrigens die Aussagen, die ich vorher gemacht habe, auf der anderen Folie, die wir vorhin geübt haben, einfach in einer abkürzenden Schreibweise. Aber wir können dem eben auch eine Interpretation zuweisen, dass es wahr oder falsch ist, die ganze Aussage ist wahr oder falsch. So, das wäre eine Interpretation, Petra, Marc, Äpfel,

Und ich meine damit diese Petra, die Äpfel mag und so weiter. Man könnte auch andere Interpretationen machen. Habe ich hier mal so was, was die Abkürzung auch rechtfertigen würde. Pascal malt ein Auto, Pascal malt einen Baum, es ist Sommer, Kurt fliegt nach Frankreich und Esther isst Spaghetti. Könnte ich auch eine Interpretation machen und sagen, die ist jetzt wahr oder falsch. Esther isst nicht gerne Spaghetti, dann wäre die Aussage falsch. Isst sie gerne Spaghetti, dann ist die Aussage wahr und so weiter.

Ich wollte nur unterscheiden zwischen dem, was wir da aufschreiben, dass wir interpretieren, ob das eine wahre Aussage ist oder nicht. Die Logik geht nicht in die Details. So, und dann haben wir schon ein paar Sachen gemacht. Ich habe ja das nicht so exakt in Logik formuliert. Hier sind auf der linken Seite so Sätze, die wir in normalen Umgangssprache nehmen oder Alltagssprache und rechts ist das, was die eigentliche Bedeutung ist. Also und, natürlich bilden wir mit dem und ab. Sowohl als auch

Das wird man auch mit dem Und abbilden. Das haben wir vorhin gesagt. Petra mag sowohl Äpfel als auch Birnen. Das wird man auch mit dem Und abbilden. Aber, jedoch, obwohl, das ist auch ein Und. Ich mag das, aber auch das. Oder ich mag das, obwohl ich auch das nicht mag. Das wird man trotzdem mit dem Und verbinden. Oder natürlich bildet man mit dem Oder ab.

Wenn A dann B, macht man als A impliziert B oder aus A folgt B, ist auch A impliziert B mit dem Pfeil. Dann A vorausgesetzt, dass B gilt, wäre auch so abgebildet. Wenn B gilt, dann muss A gelten. Was haben wir noch? Falls A, falls B. Ja, A, falls B. Also wenn, falls B gilt, dann gilt A. Können wir auch ein bisschen umstellen und schon kommen wir auf B impliziert A.

Das nur haben wir eben gemacht. A nur dann, wenn B gilt, ist auch A impliziert B. A genau dann, wenn B gilt. Genau dann, wenn ist die Äquivalenz. Genau dann, wenn es ja entweder sind beide wahr

oder beide falsch. Das ist das gleiche wie entweder oder. Also entweder sind beide wahr. Es gilt, dass beide, Moment jetzt, entweder A oder B

Das heißt, A oder B ist wahr und gleichzeitig nicht A oder nicht B ist wahr. Also eines davon muss wahr sein. Also A oder B ist wahr und es gilt, dass nicht beide gleichzeitig, das muss ich selbst überlegen, vorher hast du es nicht wahr. Doch, stimmt. Ja genau, eines muss A oder B, das ist das normale Oder und wir sagen, wenn entweder oder, dann gilt auch, dass eines davon falsch ist. Dann ist A oder B.

Nicht A oder nicht B. Alles davon ist falsch, alles davon ist wahr. Genau eines ist wahr und es war nicht wahr. Das würde ja sagen, es können auch beide wahr sein. Und mit dem sagen wir, es können nicht beide wahr sein. Also eines muss wahr sein. Und dann ist es entweder oder. Jetzt habe ich es. Weder A noch B. Das hatten wir auch vorhin gehabt. Sie mag weder Äpfel noch Birnen. Also beides ist falsch. Mit einem Unverknüpft. A ist seither denn B. Also wenn B gilt, dann gilt A nicht. Und wenn B nicht gilt, dann gilt A.

Stimmt das? A gilt, es sei denn B, also würde ich übersetzen als außer, oder? Das heißt, wenn B gilt, dann gilt nicht A, das ist die eine Aussage. A gilt, außer es gilt B, das heißt, wenn B gilt, dann gilt A nicht. Und umgekehrt, wenn B nicht gilt, dann muss A gelten. Also A gilt, es sei denn B gilt, das heißt, wenn B gilt, gilt A nicht, das ist die erste Aussage.

So war klar. Und die zweite Sache, wenn B nicht gilt, dann muss aber A gelten. Weil es heißt, es gilt ja A, wenn B nicht gilt. Wenn nicht B gilt, dann A. Gut, Not, es stimmt nicht das, das haben wir vorhin gemacht, es stimmt nicht, dass die Erde eine Scheibe ist, haben wir Not gebraucht. A ist seit dem B, wieso, das ist auch mit so einem äquivalenten Ziel. Immer wenn A, also wenn B ist richtig, ist ja A im Vergleich.

Du sagst A äquivalent B. Wolltest du das sagen? Also A äquivalent und dann das Negativzeichen B zum Beispiel. Also Befehle drumherum. B äquivalent und A negativ. Das würde heißen, nicht A impliziert B und B impliziert nicht A. Das ist das gleiche. Das sind ja beide Richtungen. Das hier, ich kann...

Das ist ja eine Äquivalenz in beide Richtungen. Es gibt eine Implikation von hier nach hier und es gibt eine Implikation von hier nach hier. Wenn ich die beiden getrennt aufschreibe, habe ich das jetzt hier unten geschrieben. Und das verbindet man natürlich mit dem uns, weil es ja beide gelten. Und dann kriege ich genau diesen Satz. Tut er kann es. Super. Ich habe es nicht sofort gesehen. Okay. So.

Jetzt haben wir die ganzen Sachen zum Aufschreiben gemacht, jetzt wollen wir damit aber auch was anfangen können. Und das kann man sagen, wenn wir zusammengesetzte Aussagen haben und wir wissen, was die ursprüngliche Aussage ist, ob sie wahr ist oder falsch, dann können wir auch für zusammengesetzte Aussagen sagen, ob sie wahr ist oder falsch. Und das macht man so mit so einer Wahrheitstabelle. Eine Wahrheitstabelle ist einfach eine Kombination von den Wahrheitswerten. Also man gibt die Ausgangs-, oder die atomaren Aussagen, kann man die Wahrheitswerte definieren,

Hier haben wir zwei atomare Aussagen A und B und hier vorne stehen alle Kombinationen. A kann wahr sein, B kann wahr sein. A kann wahr sein, B kann falsch sein. A kann falsch sein, B kann wahr sein. A kann falsch sein, B kann falsch sein. Alle möglichen Kombinationen. Und dann können wir sagen, was sind die Aussagen von den Verknüpfungen. Also nicht A ist falsch, wenn A wahr ist. Das kommt halt zweimal vor, deshalb kommt die auch zweimal. Und nicht A ist wahr, wenn A falsch ist.

Und dann A und B ist wahr, wenn B beide wahr sind, dann ist A und B wahr. Wenn A wahr ist und B falsch, dann ist A und B falsch. Wenn A falsch ist und B wahr, dann ist A und B auch falsch. Und wenn beide falsch sind, dann ist die Aussage A und B auch falsch. So kann man das lesen, das kann man einmal definieren für alle und das ist ein Standard. Also das ist das, was Logik definiert. Was bedeuten diese Verknüpfungen?

Statt diese Tabelle durchzugehen, habe ich versucht, das wenigstens ein bisschen anschaulicher zu machen. Ich hoffe, das ist mir gelungen. Wir nehmen jetzt für die Interpretation von den Sätzen unsere normale intuitive Bedeutung. Wenn ich jetzt hier sage, der Kreis ist rund, dann ist das eine wahre Aussage. Das wissen wir. In unserer Interpretation sage ich, das ist wahr. Und dann ist nicht A, wenn A wahr ist, dann ist nicht A falsch. Also,

Dann hätten wir nicht A, der Kreis ist nicht rund. Also nicht A, der Kreis ist nicht rund, muss dann falsch sein. Weil der Kreis rund ist, rund wahr ist. Das ist einfach immer das Gegenteil. Das Viereck ist dreieckig, in unserer Interpretation ist es falsch. Wenn ich das negiere, dann ist es eine wahre Aussage. Also das Viereck ist nicht dreieckig, ist eine wahre Aussage. Das ist easy. Das und sagt,

Und es ist wahr, wenn beide Aussagen wahr sind. Und es ist nur dann wahr, wenn beide Aussagen wahr sind. Und es ist falsch, wenn mindestens eines davon falsch ist. Also hier ein Kreis ist rund. Wenn das A wäre, dann bin ich hier. Hier oder hier. Und wenn ich sage, ein Rechteck ist viereckig, dann ist es auch wahr. Dann sind wir in der ersten Zeile. Und damit ist die Gesamtaussage auch wahr. Der Kreis ist rund. Ein Rechteck ist viereckig. Das ist eine wahre Aussage.

Und Kreis ist viereckig und Rechteck ist dreieckig. Wenn ich das nehme, dann ist Kreis viereckig. Das ist eine falsche Aussage. Das ist eine von diesen beiden. Und ein Rechteck ist dreieckig. Das ist auch

eine falsche Aussage. Dann wären also beide falsch. Und dann muss das Ergebnis auch falsch sein. Aber es würde schon reichen, da das erste falsch ist, kann es schon nicht mehr wahr werden. Gut. Soweit klar, oder? Fick die Faxen.

Mit "oder" ist es so, wenn eine der Aussagen wahr ist, dann ist die Gesamtaussage wahr, entweder sind beide wahr oder eine davon. Also sobald eine davon wahr ist, ist die Gesamtaussage wahr. Kreis ist dreieckig und Rechteck ist viereckig. Kreis ist dreieckig ist zwar falsch, aber da ein Rechteck viereckig ist, ist die "oder"-Aussage wahr. Gut. Okay, Kreis ist dreieckig und Rechteck ist rund. Das wären jetzt beide Aussagen falsch.

Und damit sind wir in der untersten Zeile und damit ist die Oder-Aussage eben auch falsch. Jetzt können wir das auch noch ein bisschen anders machen, wenn ich die Aussage habe, Petra mag Birnen oder Petra mag Äpfel. Was wissen wir jetzt über die Einzelaussagen? Petra mag Birnen oder Petra mag Äpfel? Was wissen wir über die beiden? Wir sind hier hinten. A oder B ist wahr. Es gibt drei Fälle. Ja, wir wissen eigentlich nichts über die

ob sie Äpfel mag oder Birnen. Wir wissen nur, dass er eines mag, aber mehr können wir nicht sagen. Also wir wissen nicht welches, ob es Petra mag, aber wir wissen nur, dass es eines von beiden ist. Oder mindestens eines von beiden. Können ja auch beide sein. Und dann müsste man irgendwelche anderen Informationen noch bekommen, ob es Äpfel oder Birnen sind, oder wir wissen es halt nicht genau. Aber spannend wird es eigentlich hier mit dieser Wenn-Dann-Aussage. Also, wenn es regnet, dann ist die Straße nass. Würde man sagen, ist okay, oder? Normale Aussage.

Okay, das könnte ich jetzt mit einem konkreten Beispiel zeigen. Aber was haben wir denn? Wir können sagen, es regnet und die Straße ist nass. Also beide Aussagen sind wahr. Dann wären wir in der ersten Zeile. Also die Bedingung ist wahr, die Konklusion ist wahr, dann ist auch die gesamte Aussage wahr. Was ist denn diese Situation? Die Bedingung ist wahr, die Konklusion ist falsch.

Das kann nicht sein. Das kann nicht die Bedingung war sein und die Konklusion falsch. Damit ist so eine Aussage, es regnet, daraus folgt, die Straße ist trocken, das darf nicht sein. Wenn die Bedingung wahr ist, die Konklusion falsch, dann ist die Aussage der Konklusion falsch. Die Aussage, es regnet, deshalb ist die Straße trocken, ist eine falsche Aussage. Jetzt kommt der spannende Fall. Es regnet nicht und die Straße ist nass. Die Implikation ist, es regnet nicht, daraus folgt, die Straße ist nass.

Ja genau, es kann wegen etwas anderem nass sein. Deshalb ist die Aussage, die Konklusion ist wahr. Wenn die Bedingung falsch ist und die Konklusion ist wahr, dann ist die Aussage immer noch richtig. Wenn ich also sage, wenn es regnet, ist die Straße nass und ich sehe jetzt, dass es nicht regnet und die

Straße ist trotzdem nass, dann ist das kein Widerspruch zu dieser Aussage. Das ist das, was gemeint ist. Das kann nicht passieren, oder?

In unserer normalen Interpretation könnte es passieren, dass die Straße trocken ist, obwohl es regnet? Okay, jetzt habt ihr mich. Mein Beispiel war nicht so gut. Ich habe gedacht, ich hätte ein gutes Beispiel. Okay, dann wäre meine Interpretation nicht gut. Also die Interpretation war, wir sind auf der Straße, ganz normal.

Und die Aussage ist eigentlich nur, wenn die Bedingung wahr ist, dann muss auch die Konklusion wahr sein. Wenn die Bedingung wahr ist, die Konklusion falsch, dann ist die Aussage A impliziert B, wäre eine falsche Aussage. Und ich kann euch das nächste Beispiel schon zeigen. Immer wenn die Bedingung falsch ist, dann ist die Aussage, dass irgendwas anderes impliziert, immer wahr. Aus was Falschem kann ich alles folgern. Egal, ob das wahr ist oder nicht. Das klingt komisch, oder?

Aus etwas, das falsch ist, kann ich alles mögliche folgen. Ein anderes blühendes Beispiel: Wenn ich diese Aussage schreibe: 5 ist größer als 6, daraus folgt: Es gibt Maßmächte. Das ist eine richtige Aussage. Weil das ist nie richtig und aus etwas Falschem kann ich alles Mögliche folgen.

Wir können uns das nachher noch merken und erklären, wieso das so ist. Wenn ich so eine Folgerung schreibe, dann sage ich aus dem Vorgang, dass wenn 5 größer als 6 ist, dann gibt es auch ein Maßmatch. Wäre das quasi die Basis für ein Training? Also durch Aussagenverknüpfungen oder so? Training ist ja eigentlich nur, wie ich auf so eine Aussage komme. Aber das hat mit Training eigentlich nichts zu tun.

Es ist einfach eine logische Schlussfolgerung. Wenn ich etwas Falsches sage, dann kann ich sagen, dass da folgt irgendetwas. Wenn das gilt, dann gibt es auch Maßmännchen. Das sagt man manchmal auch in Umgangsfragen. Ich glaube nicht umgekehrt mit Maßmännchen. Aber aus der falschen Aussage, das was Logik sagt, kann ich alles folgern. Wir können es erstmal merken. Ich zeige nachher, wie es so stimmt. Aber es ist nicht unbedingt intuitiv. Ich habe eine Zeit lang damit zu kämpfen gehabt, zu verstehen, warum ist das so.

Ihr auch, oder? So wenn ich eure Gesichter gucke. Aber wir zeigen es nachher, dass es tatsächlich ist. Gut. So jetzt gibt es für die Aussagen so ein paar bestimmte Eigenschaften. Also eine Aussage kann erfüllbar sein, wenn sie mindestens in einer Interpretation wahr ist. Also es gibt eine Interpretation, die die Aussage wahr macht. Sie ist falsifizierbar, wenn es mindestens eine Interpretation gibt, sodass die Formel falsch ist. Also

Erfüllbar, es gibt mindestens eine Präsentation, die es wahr macht. Fazit, es gibt mindestens eine Interpretation, die es falsch macht. Interessant sind die anderen. Allgemeingültig, egal welche Interpretation ich für eine Aussage habe, für die Einzelaussage, die Aussage ist immer wahr. Das ist allgemeingültig. Und unerfüllbar oder falsch, falls es keine Interpretation gibt, sodass die Aussage wahr ist. Und das gucken wir uns mal ein paar Beispiele an. Wenn ich diese Aussage habe, die Straße ist nass oder die Straße ist nicht nass. Was können wir über diese Aussage sagen?

Erfüllbar, falsifizierbar, allgemeingültig. Stimmt, das kann nicht beides sein. Steht das hier? Du hast die Sachen vertauscht. Also es ist ein Oder. Also ist die Straße nass oder die Straße ist nicht nass. Steht nicht unter. Ist ein Oder. Was können wir bei das sagen? Die Straße ist nass oder die Straße ist nicht nass. Ist es wahr? Immer? Genau. Also es ist immer wahr.

Das ist allgemein gültig. Eine Aussage oder ihr Gegenteil ist immer wahr. Warum? Es kann nie sein, dass etwas keine Aussage hat, wie war da falsch. Und wenn man sagt, wenn eines falsch ist und das andere wahr, dann ist die Aussage wahr. Das gibt ja die beiden Fälle. Ich habe A und B. A und nicht A. Und dann kann ich sagen, A oder nicht A. Das sind die drei Sachen.

A kann wahr sein oder falsch, dann ist nicht A falsch oder wahr. Und dann A oder nicht A ist, wenn entweder das A wahr ist und dann ist nicht A falsch, dann ist A oder nicht A für diese erste Situation wahre Aussage, weil der eines von beiden wahr ist. Und für die zweite Aussage, wenn A falsch ist, dann muss nicht A wahr sein. Und dann ist A oder nicht A, ist wieder falsch oder wahr, ist auch wahr.

Also egal welchen Wert A hat, es ist eine wahre Aussage. Und hier ist A einfach die Straße ist nass. Also entweder ist die Straße nass oder sie ist nicht nass. Es kann auch nichts anderes sein. Es muss ein wahr oder falsch sein. Es gibt nichts Drittes. Also ist das eine allgemein gültige Aussage. Egal was da drin steht für dieses A. Die Straße ist nass und die Straße ist nicht nass. Jetzt kommen wir zu deinem Beispiel. Genau, das ist nicht erfüllbar.

Weil eines davon ist falsch und bei einem "und" müssen beide wahr sein, damit es wahr ist. Aber da ist immer eines davon falsch. Entweder das erste falsch, das zweite wahr oder das erste wahr und dann ist das zweite falsch. Also es können nie beide wahr sein. Das müsste aber für ein "und" gelten, also das ist unerfüllbar. Was mit dem? Die Straße ist nass oder Rom liegt in Italien. Ich habe da eine Lösung. Ist es allgemeingültig unerfüllbar? Ich zeige es euch gleich wieder. Ich muss nur schnell was hier machen.

Wo sind wir jetzt? Mindestens eines ist wahr. Unerfüllbar. Erfüllbar. Okay. Stimmt. Ich habe es gleich. Ich hoffe, dass ich das richtig gemacht habe. Das haben wir gehabt. Allgemeingültig. Unerfüllbar. Er sagt erfüllbar. Ist auch falsifizierbar. Ja.

Genau, Straße könnte auch trocken sein. Also es gibt eine Interpretation, wo die Aussage falsch ist. Also es ist falsifizierbar. Das wollte ich jetzt noch dazu schreiben. Ursprünglich hatte ich nur erfüllbar. Erfüllbar heißt nicht allgemeingültig, aber es ist erfüllbar. Weil es erfüllbar und falsifizierbar ist, ist es nicht allgemeingültig, aber eben auch nicht unerfüllbar. Und damit kann es nicht allgemeingültig oder erfüllbar sein. Wenn du bist erfüllbar, ist es immer falsifizierbar. Ja, das sind tausende Jahre.

Es ist einfach nur stärker: Erfüllbar heißt, es kann in einer Interpretation wahr sein, in mindestens einer, und allgemeingültig ist es in allen. Falsifizierbar. Es ist immer falsifizierbar, die erste Aussage. Sie ist immer erfüllbar, sie ist nicht falsifizierbar. Deshalb ist es allgemeingültig. Also, erfüllbar heißt, es gibt mindestens eine Interpretation, die wahr ist. Mindestens eine.

Und wenn nicht alle Interpretationen wahr sind, ist es ja auch wenigstens einver- war, oder? Ja. Deshalb ist allgemein gültig stärker als erfüllbar. Aber allgemein heißt auch erfüllbar, aber eben nicht falsifizierbar. Ja, aber, ja, ich vergesse nicht. Wenn etwas erfüllbar ist, ist es auch, also wenn er sagt, es ist immer richtig, und die anderen nicht zwingend, ist es immer falsifizierbar. Ja, wenn die anderen es nicht zwingend

Ja, genau. Wenn es nicht zwingend erfüllbar ist, dann ist es auch falsch effizient. Und ich kann ursprünglich nur "erfüllbar" stehen und heute Morgen haben Sie gesagt, das ist auch falsch effizient, aber so habe ich es gemeint. Ich habe "erfüllbar", ja, das reicht, aber es ist eben nicht allgemeingültig. Gut, nehmen wir mal noch die nächste: "Die Straße ist nass und Rom liegt nicht in Italien." Also habe ich ein "und" statt einem "oder". Das heißt, es könnte auch falsch sein. Okay? Es ist auch erfüllbar. Ja, genau. Es ist beides.

Also wenn eines davon falsch ist, also wenn die Straße trocken ist, ist die Aussage falsch. Das kann passieren. Und sie kann aber auch nass sein. Und Rom liegt in Italien, glaube ich, da sind wir uns einig. Aber da würde ich auch Zweifel sehen. Also Rom liegt in Spanien und Rom liegt in Italien. Sagen alle. Ist erfüllbar. Das ist ja unsere Interpretation. Wofür steht Rom liegt in Spanien?

Vielleicht gibt es noch einen Rom in Spanien. Und ich wusste es ja auch nicht. Ich habe Chechi Petit gefragt, gibt es einen Rom in Spanien? Und was hat Chechi Petit gesagt? Ja, in der Nähe von Alicante. Gut, und damit wäre es erfüllbar, oder? Ich habe aber dann geguckt, ich habe es nicht so geglaubt, was Chechi Petit mir sagt. Dann habe ich Google Maps geguckt und habe es nicht gefunden. Bin reingezoomt und dann, was ich gefunden habe, war irgendwie eine Straße via Roma oder so ähnlich. Aber es gab keinen Rom.

Dann habe ich noch Gemini gefragt und das hat auch gesagt "Ja", aber nicht in der Nähe von Alicante, das habe ich vergessen, in welchem Ort. Habe ich dort geguckt, habe ich es auch nicht gefunden. Das hat mir dann keine Ruhe gelassen, dass es "Ja" sagt. Was ich herausgefunden habe, ist, dass das Römische Reich sich mal über Spanien ausgedehnt hat und da gab es Berichte davon, Rom ist auch in Spanien.

Okay, man hat ja zu Rom gesagt, das ist zum Römischen Reich und damit konnte man es irgendwie erklären, wieso Ceci Petita sagt. Also, aber es ist erfüllbar, aber es könnte auch in Rom und Spanien geben. Und wenn ich das mit Römischen Reich meine, dann wäre das eine Interpretation, die die Aussage wahr macht und damit ist die Aussage erfüllbar. Und ich kann ja beliebige Interpretationen wählen, das habe ich ja gesagt. Ja? Ja?

Ich würde nur, dass wir von Italien denken, so ein Hauptstadt, so und dann würde man sagen, es ist unerfüllbar, aber jetzt sind wir falsch. Ja, aber guckt, wenn ich so eine Frage in der Prüfung stelle, dann ist es allgemeingültig, dann ist es auch egal, welche Interpretation man wählen würde, es ist wahr. Und ihr könnt euch die Sachen merken, die kommen auch auf der nächsten Folie nochmal, was allgemeingültig ist und was definitiv unerfüllbar ist. Wenn ihr diese Kombination merkt, dann wählt ihr auch...

allgemeingültig oder unerfüllbar. Und alle anderen sind im Prinzip erfüllbar, da müsste ich schon einen Fehler gemacht haben. Das ist das, was die Aussage macht, das kommt gar nicht so sehr auf die Inhalte. Sondern es macht die Verknüpfung und aufgrund von denen macht es Aussagen. Oder ich sage, ich weiß genau, dass es war, dann kann man wieder andere Sachen folgen. Also wenn ich jetzt zum Beispiel sage, es ist schon wahr, dass es auch nicht an Ihnen liegt, und jetzt guckt, ob die Aussage erfüllbar ist, dann wäre das auch klar, was gemeint ist. Dann würde ich es aber auch so fragen.

Gut, es ist auch falsifizierbar, weil ich eine Interpretation wählen kann, dass es keinen Rom in Spanien gibt. Rom liegt in Italien, daraus folgt, die Straße ist nass, erfüllbar. Und es ist falsifizierbar. Einverstanden? Ja, ich kann eine Interpretation wählen, also wenn Rom in Italien liegt, dann ist die Straße nass. Ja, es gibt Straßen, die sind immer nass, die einem Wasserfall liegen zum Beispiel, oder?

Das gibt es. Also es kann Interpretationen geben, wo die Aussage erfüllbar ist. Damit gilt das. Sie wäre auch falsifiziert, das habe ich jetzt nicht weiter, wollte ein bisschen Zeit sparen eben. Okay. Rom liegt in Spanien, daraus folgt die Straße ist nass. Genau. Wir haben vorhin gesehen, dass Rom in Spanien liegen kann, könnte eine wahre Aussage sein. Also dann ist das Ganze auch eine erfüllbare Aussage. Und wenn es nicht gilt, wenn wir sicher wüssten, dass das nicht gilt, was wäre es dann?

Wenn wir sicher wissen, dass Rom nicht in Spanien in unserer Interpretation ein Gewagengeld ist. Weil aus etwas Falschem kann nicht alles folgen. Ich sage auch bei der Folge Rom, wenn die Bedingung falsch ist, dann kann alles folgen. Da brauche ich gar nicht mehr auf das rechte Sekunden. Wenn ich weiß, dass die Bedingung falsch ist, dann ist die Aussage mit der Implikation immer wahr. Okay, wollen wir eine kleine Pause machen? Ja, mir soll es recht sein.

Gut. Wie können wir jetzt eine Aussage beweisen? Ich habe das schon gemacht. Wir können Wahrheitstabellen nehmen und schauen, ob die Aussage immer wahr ist oder immer falsch oder nur in bestimmten Fällen wahr oder falsch. Und jetzt habe ich hier eine Aussage. A impliziert B ist äquivalent zu nicht A oder B. Meint ihr, dass das gilt? Immer, manchmal, allgemeingültig, unerfüllbar, erfüllbar, falsifizierbar. Wir machen es testen. Machen wir es mal.

Ich nehme meine Ausgangswerte, also meine atomaren Formeln, die vorkommen, sind nur A und B. Und da habe ich jetzt wieder alle möglichen Kombinationen aufgeschrieben. Gut. Das nächste ist, ich gucke bei Nicht-A, das ist einfach die Negation von der ersten. So, und jetzt haben wir die Kombination. Wir können mal schauen, A impliziert B. In der ersten Zeile ist es eine wahre Aussage, weil A und B wahr sind.

Im zweiten ist es eine falsche Aussage. Wenn A wahr ist und B nicht wahr, dann muss die Aussage ja falsch sein. Das sagt man in A impliziert B. Dann wenn A falsch ist, das sind beiden anderen, dann ist es egal, was B ist, die Konklusion ist wahr. Oder die Implikation ist wahr. Das war der Wahrheitswert. Jetzt können wir noch gucken, nicht A oder B. Nicht A oder B. Wir gucken jetzt diese beiden Sachen. Nicht A oder B an. Ein Oder, eines davon ist wahr. Also kriegen wir hier ein Wahr. Beide sind falsch. Dann ist auch nicht A oder B falsch.

Beides sind wahr, dann ist nicht A oder B wahr. Nicht A ist wahr, dann muss nicht A oder B auch wahr sein. Jetzt kommen wir zur Äquivalenz. Wir sehen, dass beide die gleichen Wahrheitswerte haben. Damit ist die Äquivalenz auch wahr. In allen Punkten. Also A impliziert B ist das gleiche wie nicht A oder B. Glaubt ihr mir nicht? Ich glaube, ich habe es nicht probiert. Ich habe es nicht probiert.

Ja, was aber jetzt rauskommt aus dem, wenn ich sage, dass die beiden Sachen sind äquivalent, das habe ich ja jetzt gerade gezeigt. Das heißt, A impliziert B ist wahr, wenn A falsch ist. Habe ich vorhin gesagt, oder? Das sagt man hier. Wenn A falsch ist, dann ist die Aussage wahr. Egal was B ist. Also war meine Aussage von vorhin, wenn die Bedingung von der Implikation falsch ist, dann ist die Implikation immer richtig. Okay.

Kannst du noch mal kurz zurück zu der letzten Frage? Ja klar. Bei der "Rumliegt in Italien, die Migration ist schlaß, ist nass" der Bild war. Heißt nicht, dass die erste Aussage der Grund für die zweite Aussage ist?

Ja, das ist das Schöne in der Logik, das ist eigentlich vollkommen egal, wie die zusammenhängen. Also, schön oder unschön. Also, ich habe ja hier was gemacht, 5 ist größer als 6 impliziert, es gibt Maßmännchen. Das muss nichts miteinander zu tun haben. Logik sagt einfach nur, wenn ich weiß, dass das eine wahr ist, dann muss das andere wahr sein. Da das nie wahr ist, kann das hier wahr oder falsch sein. Die Aussage ist trotzdem. Also, aus dem, das haben wir mit dem nicht A oder B, ich gucke, gilt das nicht? Ach, dann ist die Aussage wahr. Also,

Das heißt nicht, dass es Marsmenschen gibt. Das darf man nicht anheben. Das heißt nicht, dass es jetzt Marsmenschen gibt. Einfach nur diese Aussage, wenn 5 größer als 6 ist, dann gibt es auch Marsmenschen. Diese Aussage ist wahr. Aber da das nicht wahr ist, folgt natürlich nicht, dass es Marsmenschen gibt. Aber hier ist ja die erste Aussage wahr. Das war in Spanien. Nein, in Italien. Das ist das Zeitletzte. Das heißt, sie war...

Und die Straße kann nass sein. Also es gibt eine Interpretation, die Straße ist nass. Das wäre das erste Entzweifel. Aber das heißt nicht, Rom ist in Italien und deshalb ist die Straße nass. Nein, das ist keine Kausalitätsaussage. Das ist das, was ich auch mit Daten messen könnte. Immer wenn ich gesehen habe, dass Rom in Italien ist, dann war die Straße nass. Deshalb haben wir gesagt, die Sachen müssen nichts miteinander zu tun haben. Das ist dann keine Kausalität. Jetzt klar? Gut.

Also die Aussage ist allgemeingültig, denn die Wahrheitswerte ist wahr für alle Belegungen von A und B. Damit ist eine allgemeingültige Aussage. Also A impliziert B ist äquivalent zu nicht A oder B. Für alle Werte von A und B. Äquivalenz habe ich jetzt hier nochmal gesagt. Es gibt den Begriff zwei Formeln sind äquivalent. Das kann man so schreiben.

Genau wenn aus A XY folgt und wenn aus Y X folgt. Also wenn diese logische Implikation gilt. Also X äquivalent zu Y. Das heißt, wenn ich ganz klar war, warum man zwei verschiedene Symbole hat, aber man findet dieses Symbol, dass diese Aussagen äquivalent sind und das kann man nachprüfen, indem ich einfach diese Äquivalenzbeziehung zwischen zwei Formeln teste.

Und dann haben wir hier so ein paar schöne Beispiele, wann das gilt. Also A oder Nicht-A, das haben wir schon gesehen, das ist immer wahr. Und A und Nicht-A ist immer falsch. Das kann man als Äquivalent schreiben. A und Nicht-A ist äquivalent zu wahr, da kann ich auch das ersetzen durch wahr. Und A und Nicht-A, das ist immer falsch, also das kann ich ersetzen durch falsch. Jetzt kommt das Gleiche raus. Oder A oder wahr, das ist immer wahr.

Das ist also eine allgemeingültige Aussage. Wenn eines beim "oder" wahr ist, dann ist die Aussage wahr. "A oder falsch" ist dasselbe Äquivalent zu "A", weil ob es wahr ist oder nicht, hängt nur von "A" ab. Wenn "A" wahr ist, dann ist "A oder falsch" wahr, weil eines davon wahr ist. Wenn "A" falsch ist, dann ist "A oder falsch" falsch, weil dann keines davon wahr ist.

A und falsch, das muss immer falsch sein, weil bei einer Und-Aussage ist es nur dann wahr, wenn beide wahr sind. Und wenn A und wahr gilt, dann ist das dasselbe wie A, weil wenn A wahr ist, dann ist die ganze Aussage wahr. Wenn A falsch ist, ist die ganze Aussage falsch. Das haben wir schon getestet. Nicht A oder B ist äquivalent zu A impliziert B.

A impliziert B ist äquivalent zu nicht B impliziert nicht A. Glaubt ihr das? Wie würde ich mir das beweisen? Was habe ich gesagt, wie man es beweist? Klar, Wahrheitstabelle. Ja. Kann sich aber auch anders beweisen. Durch Form. A oder B. A impliziert B. Wie kann ich das noch schreiben? Ich habe es so gemacht. Nicht A oder B. Erinnert ihr euch noch? Eine Folie vorher.

A impliziert B ist dasselbe wie nicht A oder B. Glaubt ihr was da? Änderungsvermögen? Das habe ich gezeigt mit der Wahrheitsstufe. Wenn ich jetzt schreibe, nicht B impliziert nicht A. Wenn ich das auch umwandeln würde, was würde dann auf der anderen Seite rauskommen? Ich würde das in ein Oder umwandeln. Die Bedingung wird negiert. Also die Bedingung wird negiert und dann mache ich ein Oder und die Konklusion. So habe ich es hier gemacht.

Wenn ich das gleich hier anwende, ich negiere die Bedingung "nicht B", wenn ich das negiere, ist es dasselbe wie "B", oder? So. Und dann mache ich ein "oder", die Konklusion bleibt "nicht A". Beides haben sie gleich. Also A impliziert B ist dasselbe wie "nicht B impliziert nicht A". Wenn aus A B folgt, wenn B nicht gilt, dann muss dann aber auch A, darf aber auch A nicht gelten. So kann man das sagen. Wenn aus A B folgt, das heißt, wenn A gilt, gilt auch B.

Wenn ich dann aber weiß, dass B nicht gilt, dann kann A auch nicht gelten, sonst wäre es ein Widerspruch zu denen. Wir müssen nicht alles durchgehen, aber A impliziert B und B impliziert A. Das ist genau die Definition von Äquivalenz. Das hatten wir vorhin schon mal gemacht, an einem Beispiel, glaube ich. Dann gibt es noch ein paar schöne Sachen. Wenn A und B nicht gilt, dann muss entweder A falsch sein oder B falsch sein. Sonst wäre ja A und B wahr. Soll ich langsamer machen? Oder sollen wir das abbrechen?

Ihr könnt euch das in Ruhe mal anschauen. Ich zeige das noch. Gibt es noch was Schönes? Ja, das ist eigentlich die wichtigen Sachen. Also hier hinten habe ich es nur anders aufgeschrieben mit der

Äquivalenz. Das sind die gleichen Aussagen, nur dass ich Äquivalenz geschrieben habe, statt dieses Doppelteil. Gut, was sagt eine semantische Folgerung, wenn ich eine Menge von Aussagen habe?

Und eine andere Formel, und ich will wissen, ob diese aus der Aussagenmenge von aussieht, dann sagen jedes Modell von x , von der ursprünglichen Aussage, und was ist ein Modell, könnt ihr euch noch erinnern? Ein Modell ist eine Belegung von den Variablen, eine Interpretationssache, die diese Aussage wahr macht. Und das heißt, immer wenn x wahr ist, dann ist auch y wahr. Wenn ich das in der Wahrheitstabelle zeigen kann,

dann gilt y ist eine semantische Folgerung von x . Also immer wenn x wahr ist, dann ist auch y wahr. Dann ist y eine Folgerung aus x . Und wir können das mal schauen. Also ich habe das hier mit der demorganischen Regel gemacht, die ich ja vorhin gezeigt habe. Also es gilt nicht, dass a oder b gilt. Und das ist äquivalent zu was? Wenn a oder b nicht gelten, was wissen wir über a und b ? Beide gelten nicht. Genau.

Wenn eine davon gelten würde, wäre ja A oder B wahr. Und wir sagen aber A oder B ist falsch. Das können wir wieder mit den Wahrheitstabellen zeigen. Ich habe hier A und B mit allen Kombinationen. Habe ich A oder B , das ist wahr, wenn eines von den beiden wahr ist. Dann habe ich nicht A oder B . Dann habe ich die linke Seite. Das ist einfach das Umkehren. Wo vorher falsch war, steht falsch. Und wo vorher falsch war, steht wahr. Und dann nicht A ist die Umkehrung von der ersten Spalte.

Nicht B ist die Umkehrung von der zweiten Spalte. Und wenn ich die mit UND verknüpfe, das heißt: Falsch, falsch gibt falsch. Falsch, wahr gibt falsch. Wahr, falsch gibt falsch. Und nur wahr, wahr gibt wahr. Und dann seht ihr diese Spalte hier und die hintere Spalte. Ich glaube, ich habe es eingerahmt. Ja, die beiden Spalten sind gleich. Damit sind die beiden Aussagen äquivalent. Okay, also beide müssen falsch sein. Und ja, das kann man auch so sagen, indem ich es anders aufschreibe.

Wenn es nicht gilt, dass Petra Birnen mag oder Petra Äpfel mag, kann ich logisch folgern, dass Petra keine Birnen mag und dass Petra keine Äpfel mag. Also wenn ich das weiß, dann ist es auch immer das wahr. Das ist eine logische Folgerung. Dass es immer dann war, wenn auch das war. Das hat mit dieser Äquivalenz zu tun. Das ist eine logische Folgerung.

Damit man aber nicht immer diese Wahrheitstabellen schreiben muss, kann man mit ein paar Umschreibungen

das viel einfacher herleiten. Das zeige ich euch jetzt. Das sind ja typische Arten, wie wir Regeln schreiben, Implikationen. Wenn die Gesellschaft 25.000 Franken hat, dann ist die Gründung einer GmbH möglich. Wenn es regnet, dann ist die Straße nass, Einkommen ist hoch. Daraus impliziert, dass das Kreditrisiko gering ist. Solche Aussagen schreiben wir in der Regel, wenn sie irgendeinen Sinn ergeben. Vorhin war das ein bisschen Spielerei, was mit Logik los ist.

möglich ist, aber wir schreiben ja eine Wissensbasis mit den Aussagen, von denen wir glauben, dass sie wahr sind. Wenn ich jetzt diese beiden Aussagen habe, A impliziert B und ich weiß, dass A gilt, was weiß ich dann über B? Dann ist B auch wahr. Also ich kann daraus ableiten, wenn ich die beiden Sachen weiß, dann kann ich auch sagen, B ist wahr. Glaubt ihr mir das?

Oder müssen wir es mit Wahrheitswerten zeigen? Nein, das ist klar. Wenn die Bedingung wahr ist und die Konklusion auch wahr ist, das ist die erste Teilung unserer Wahrheitstabelle gewesen, dann ist das eine wahre Aussage. Also wenn ich weiß, dass A gilt, dann muss auch B gilt. Das ist eine Regel, die heißt Modus ponens. Wenn ich das hier habe, ich weiß, dass A impliziert B gilt, aber ich weiß, dass B nicht gilt, dann muss A auch falsch sein.

Weil ansonsten, wenn A richtig wäre, würde ja nach der ersten Zeile B gelten. Also das kann aber nicht sein, weil ich weiß schon, dass B nicht gilt. Also muss A auch falsch sein. Das sind zwei einfache Inferenzregeln, mit denen man sehr viel aus der Wissensbasis ableiten kann. Und die wir auch in der normalen Argumentation verwenden. Wenn ich sage, A impliziert B, und wenn das gilt, dann gilt auch das. Und ich weiß, dass die Bedingung gilt, dann weiß ich auch, dass das die Konklusion gilt. Das ist ganz normale Argumentation.

Und wenn ich weiß, dass die Bedingung nicht, die Konklusion nicht gilt, dann kann auch die Bedingung nicht wahr sein, weil ich ansonsten einen Widerspruch hätte. In der Regelverarbeitung nennt man das Rückwärtsverkettung, weil man die Regel, also die Implikation rückwärts anwendet. Man geht den Pfeil rückwärts. Wenn ich sage, die Bedingung ist falsch, dann weiß ich auch, dass rückwärts die, sorry, die Konklusion ist falsch, dann weiß ich auch rückwärts, dass die Bedingung falsch sein muss. Wenn es also rückwärts ankommt.

Das andere nennt man logischerweise dann Vorwärtsverkettung, weil ich immer dem Pfeil folge. Ich gucke, ob die Bedingung wahr ist, dann gucke ich, welche Regel haben die Bedingung ist wahr, dann kann auch die Konklusion der Bedingung, da kann ich das als neue Information eintragen. Das habe ich jetzt hier noch mit dem Beispiel, also Petra mag Birnen, daraus folgt Petra mag Äpfel und ich weiß, dass Petra Birnen mag, dann weiß ich auch, dass sie Äpfel mag. Oder das Beispiel von dem Gesellschafter.

Wenn ein Gesellschafter 25.000 hat, dann gilt, die Gründung einer GmbH ist möglich. Und ich weiß, dass ein bestimmter Gesellschafter jetzt 25.000 hat, ich weiß es über den, dann weiß ich, er kann eine GmbH gründen. Also nach diesem beiden Verfahren, wenn die Bedingung wahr ist, und wenn ich weiß, dass die Bedingung wahr ist, dann gilt auch, dass die Konklusion wahr sein muss. Also das ist hier diese Regel.

weil es jetzt die Bedingung war, die ganze Implikation, die Regel ist wahr, dann muss auch die Konklusion wahr sein. Und das andere Modus Tollens heißt, Beispiel hier, Petra mag keine Äpfel und ich weiß, dass wenn Petra Birnen mag, dann mag sie auch Äpfel. Ja, dann kann Petra keine Birnen mögen, weil wenn sie Birnen mögen würde, dann würde sie Äpfel mögen. Das ist ein Widerspruch zu dem, was schon da ist. Also hier haben wir den Fall hier. Wir wissen, dass die Bedingung, die Konklusion nicht gilt.

Aber die Regel gilt natürlich und dann kann ich daraus schließen, dass die Bedingung falsch sein muss. Gut. Und diese Anwendung von diesen Regeln, wenn ich daraus etwas ableiten kann, dann nennt man das Ableitbarkeit. Es gibt Anwendung von Regeln, um etwas abzuleiten. Ich muss nicht die Wahrheitstabelle immer aufstellen. Ich kann diese Regeln anwenden. Modus ponens und modus tollens. Und es gibt so ein paar Bedingungen für diese Sachen. Idealerweise ist natürlich, dass eine Ableitung korrekt ist, dass sie nichts Falsches herleitet.

Das gilt bei Modus ponens und bei Modus tollens. Wenn wir daraus eine Aussage ableiten, dass sie immer war. Und idealerweise ist es auch vollständig, dass ich alles, was aus der Wissensbasis ableitbar ist, auch herleiten könnte, dass es bei Modus ponens war. Wenn ich nur Regeln habe und Fakten, dann kann ich auch wirklich alles herleiten, was aus der Wissensbasis folgt.

Und das ist ja das, wo wir auch unsere Wissensbasen aufbauen. Wir haben regelbasierte Systeme, die bestehen aus Regeln und aus Fakten. Also das hier soll aussagen, Wetter ist schön, es schneit. Wenn es schneit, dann liegt Schnee. Und wenn das Wetter schön ist und Schnee liegt, dann fahren wir schief. Das ist so eine typische Art, wie man Regeln schreibt. Und jetzt können wir mal gucken, was kann man daraus ableiten mit Modus ponens. Wenn ihr das mal anschaut, welche Regeln könnte ich anwenden?

Das sind alles wahre Aussagen, das wissen wir. Was kann ich daraus ableiten? Kann ich ein bisschen lauter reden? Was ist äquivalent? Eigentlich will ich nur gucken, welche Fakten herleitbar sind. Wetter ist schön, also es gibt kein Schneefall. Wetter ist schön, also es gibt kein Schneefall. Mit welcher Regel? Wir wissen, dass das Wetter schön ist. Und wo leitest du jetzt ab, dass es keinen Schneefall gibt? Es wird eben schön. Also es...

Wir denken nur in diesen Dingen, nicht irgendwo außerhalb. Wir wissen, das ist unsere Wissensbasis. Und jetzt will ich wissen, was man aus dieser Wissensbasis ableiten kann. Mit Modus ponens. Was machen wir bei Modus ponens? Wir suchen uns die Regel und gucken, von welcher Regel die Bedingung erfüllt ist. Und dann können wir die Konklusion ableiten. Finden wir irgendwie eine Regel, deren Bedingung erfüllt ist? Wir haben zwei Regeln. Ja.

Wir haben zwei Regeln, Nummer drei und vier. Welche von den Regeln ist da anwendbar? Wir machen Schritt für Schritt. Regel drei: Wenn es Schneefall ist, dann liegt Schnee. Und was wissen wir? Es ist Schneefall. Das ist mit Modus ponens. Da muss auch Schnee liegen. Aus zwei und drei können wir ableiten, es gibt Schnee.

Wenn A impliziert B gilt und wir wissen, dass A gilt, dann muss auch B gilt. Das ist Modus Potens. A impliziert B, das wäre 3. Schneefall impliziert Schnee. Und wir wissen aus Nummer 2, Schneefall ist wahr, also die Bedingung ist wahr. Dann können wir ableiten, dass auch Schnee ist. Gut? Okay. Und aufs 1 und 3 kann man dann 6 Skifahren. Ja, aus 1 und 3? Ja, weil Wetter schön.

Und bei den 3 ist dann der Schnee oder der 1 und 5 kann man auch sagen. Ja, es fehlt noch was. Also wir müssen auf die Regel schauen, deren Bedingung erfüllt ist. Gibt es noch eine Regel, deren Bedingung erfüllt ist? Du hast schon gesagt, es gibt noch eine weitere, oder? Die Bedingung hier ist Wetter schön und Schnee. Also zwei Sachen müssen wahr sein. Wetter schön, ist das wahr? Ja, das steht ja da. Schnee und 1, ja. Und Schnee, ist das auch wahr? Das haben wir hier abgeleitet. Also aus 1, 4 und 5. Aus diesen drei Sachen.

Mit 1 und 5 machen wir die Bedingungen wahr und dann können wir ableiten, dass wir Skifahren können. Also Skifahren aus 4 und 5, ja ich hätte 1 noch schreiben müssen, aus 1, 4 und 5. Weil 1 und 5 machen die Bedingungen wahr von der Nummer 4 und damit kann ich auch die Konklusion ableiten. Also die Bedingung muss nicht nur aus einem Atombedingung bestehen, sondern es kann auch mit Unverknüpft oder irgendwelche Formeln sein.

Aber sobald die Bedingung einer Regel wahr ist, können wir auch die Konklusion herleiten. Haben wir noch eines? Wann geht der Auszug? Ja, okay, den kriegt er. Es gibt doch einen Beweis durch Widerspruch. Wenn ich sage, wenn ich herleiten will, dass Y aus X folgt, dann wenn ich dann Y zu dem X dazu mache, dann kann das nicht negiert dazu machen, dann muss das ein Widerspruch sein. Weil es kann ja nicht etwas wahr sein und das Gegenteil, oder?

Also das ist ein Beweis für Widerspruch. Ich gebe das Gegenteil dazu und schaue, dass ich jetzt einen Widerspruch herkriege. Also dass irgendwo eine Bedingung, eine Aussage drin ist und ihr Gegenteil. Wenn das der Fall ist, dann habe ich einen Widerspruch. So, und das ist im Prinzip der Modus Tolens.

Ich zeige es mal schnell, wie das funktioniert. Also angenommen, ich will schauen, wissen, ob Skifahren möglich ist. Was ich hinzugeben kann, ich sage einfach mal, man kann nicht Skifahren. Wenn ich das jetzt dazugebe, dann muss das zu einem Widerspruch führen.

Was kann ich anwenden? Modus tollens. Also hier habe ich eine Regel, die sagt, man kann Skifahren. Und ich sage aber, ich weiß jetzt, man kann nicht Skifahren. Das habe ich dazu gegeben. Damit kann ich diese Regel hier anwenden. Wenn die Konklusion nicht erfüllbar ist, oder nicht wahr ist, dann muss auch die Bedingung falsch sein. Also darf die nicht wahr sein. Also was ich ableiten kann, ist das hier.

Es ist nicht schön und Schnee, das heißt, es ist entweder das Wetter ist nicht schön oder es liegt kein Schnee. Wenn ich für beides zeigen kann, dass es einen Widerspruch gibt, dann bin ich fertig. Wetter ist nicht schön, hat einen Widerspruch zu dem ersten. Also muss ich noch gucken, ob das Nicht-Schnee auch einen Widerspruch erzeugt. Wenn ich weiß, es gibt nicht Schnee, dann kann ich diese Regel anwenden. Dann kann es auch keinen Schneefall geben.

Das ist auch Modus tollens. Also jetzt habe ich nicht Schneefall und das gibt einen Widerspruch zu dem Schneefall, weil in meiner Wissensbasis steht, es ist Schneefall und jetzt habe ich abgeleitet, es ist nicht Schneefall. Das kann nicht sein, also habe ich einen Widerspruch. Also Modus tollens kann man machen, um Anfragen zu beantworten, indem ich die Anfrage einfach negativ der Wissensbasis hinzugebe und wenn ich dann einen Widerspruch erzeuge, dann ist die Anfrage korrekt gewesen.

Okay, und das kann man, das ist Basis von einer Programmierbarkeit, die haben es pro Log, die schauen wir uns das nächste Mal an. Und dann gucken wir uns noch ein bisschen Prädikatenlogik an, wo es nochmal spannender wird. Also, ich habe ja verbrochen, ihr kriegt einen Zug, ja, Viertel vor fünf. Habt ihr noch Fragen? Irgendeine Bemerkung? Aber ihr könnt schon schlafen heute Nacht, oder? Nicht, dass euch der Kopf dreht, wegen der ganzen Logik. Also, ich hoffe, wir sehen uns nächste Woche wieder. Ich wünsche euch eine gute Zeit. Tschüss.

Das war echt nicht schlecht.

Ich mache das noch so aus, damit ihr mithören könnt.

Tschüss.