

# Expansion of Ground node to 3D Heat-Transfer Model from unsteady 2D Heat-Transfer Model

Warmup in simulating 2D Heat Transfer Model and Imitating 3D ground Heat Transfer

고려대학교 건축사회환경공학부 2017170377 김한주

## Abstract

기본적인 unsteady 2D Heat-Transfer Model를 코딩하고, 이 2D 모델의 정확성을 높이기 위해서 Warmup 기능, Ground node에 한정된 3D Heat-Transfer Model을 추가하였다. 3D Heat-Transfer model로 넘어가면 토양(Ground node)을 추가해주어야 하는데, 토양의 열 질량이 크기 때문에 토양 노드들이 초기온도에서 정상 온도 범위로 돌아오는 데에 시간이 너무 오래 걸리는 문제가 있었다. 또한 3D Heat Transfer Model은 해석하고 싶은 정육면체의 공간을 일정한 간격으로 잘게 잘라 만들어지는 각각의 큐브에 노드를 부여하는 방식으로 설계됐는데, 본 레포트에서는 x, y, z 방향으로 6 간격씩 총 216개의 노드를 설정하였다. 이 경우에 총 노드의 개수에 비해 바운더리 컨디션으로 설정된 노드의 개수가 많아 바운더리 컨디션에 고정된 온도 값이 나머지 노드의 열 거동에 너무 큰 영향을 끼치는 문제도 발견되었다. 열 질량이 높은 노드에 대해서 Warmup 기간이 너무 길어 시뮬레이션 결과에 악영향을 끼치는 문제와, 해석할 공간이 충분히 잘게 잘리지 않아 바운더리 컨디션 노드가 다른 노드들에 너무 큰 영향을 끼치는 두 가지 문제를 해결하기 위해서 Warmup 시에 토양(Ground node)의 열 질량을 작게 설정하여 토양 노드에 대한 초기온도를 합리적으로 설정할 수 있도록 하였고, 바운더리 컨디션 노드의 온도가 고정된 값을 가지지 않고 미리 시뮬레이션을 통해 설정된 온도로 시간에 따라 업데이트될 수 있도록 수정하였다.

본 레포트에서 설명되는 코드는 <https://github.com/suhyuuk/6-6-6-3D-Heat-transfer-model>에 등록하였다.

## 1. CONTENTS

### 1) 2D Heat Transfer Model with Warmup

1-1) Basic 2D Heat Transfer Model

1-2) Warmup model

### 2) 3D Heat Transfer Model for Ground nodes

2-0) Assumption

2-1) Algorithm for 3D Heat Transfer Model

2-2) Boundary Conditions

2-3) M, S, f matrix

2-4) Plotting

### 3) Issues of 3D Heat Transfer Model

3-1) Thermal Mass

3-1-1) Warmup model

3-2) Boundary Conditions

3-2-1) Updating data

## 2. BODY

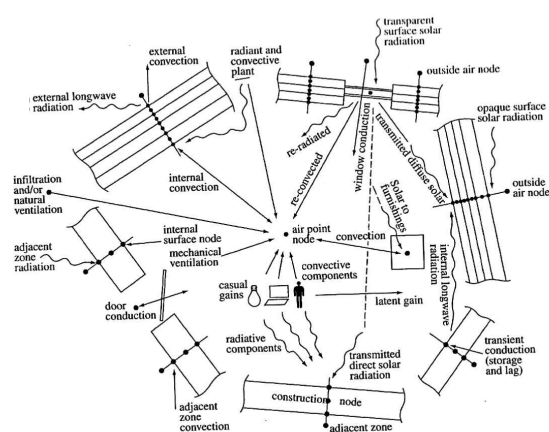
### 1) 2D Heat Transfer Model with Warmup

#### 1-1) Basic 2D Heat Transfer Model

기본적인 2D 열전달 모델은 Dynamic Wall model을 기본으로 한다. Dynamic Wall model은 열 질량을 가지고 있는 벽에 대해서 외부 온도가 바뀔 때 따라 내부 온도가 어떤 영향을 받는지를 설명할 수 있는데, 이 모델에서는 열이 전달되면서 각

기 다른 물체를 지나는 경우 각 물체를 대표하는 하나의 노드만을 생각한다. 실제 물체의 면적, 노드 사이의 거리 등은 기하학적으로 표현되는 것이 아니라 행렬 미분방정식을 설정할 때 행렬에 더해지는 요소로서 추가되게 된다.

이를 기반으로 3D 공간에 대한 열적 거동을 시뮬레이션하기 위해서 3D 열전달이 여러 2D Dynamic Wall model들의 네트워크로 이루어질 수 있다고 가정하며 이 모델의 목표는 외부 온도의 변화에 따라 건물 실내 온도가 어떻게 변화하는지를 계산하는 데에 있다. 2D 열 교환 모델의 네트워크로 3D 열 교환을 대체하는 방법에 대한 시각적 설명은 아래와 같다.



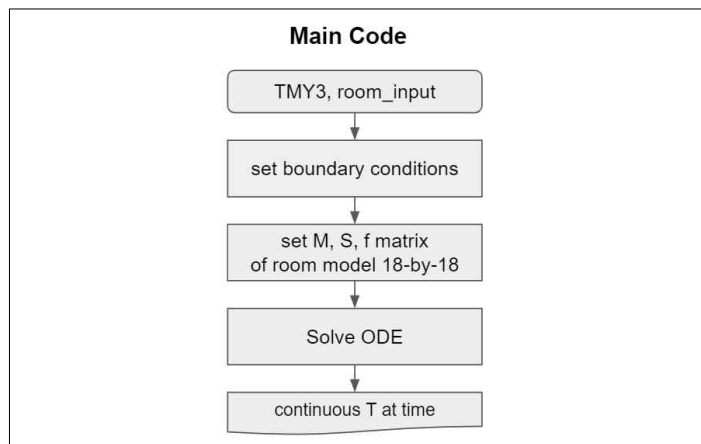
<그림 1-1. spatially discretized node / element network>

따라서 기본적인 2D 열전달 모델은 열 전달에 관계하는 모든 구성 성분들마다 노드를 부여하고, 노드 사이에 어떤 종류의 열 교환이 일어나는지를 설정하는 것에서부터 시작한다.

본 프로젝트에서는 각기 다른 노드 사이에 일어나는 열 교환에 대한 모든 정보가 담긴 엑셀 파일에서부터 코딩을 시작했으므로 엑셀 파일로부터 코딩을 완성하는 데 필요한 가장 기본적인 알고리즘을 먼저 제시한 후에, Warmup을 포함하는 응

용된 버전의 코드로 넘어가도록 하겠다.

<그림 1-2>에 기본적인 알고리즘 순서도가 제시되어 있다. 위에서 언급한, 노드 사이에 일어나는 열 교환 및 환기와 태양복사에너지에 대한 정보가 포함된 엑셀 파일(파일 1)과 1년 동안의 온도 및 SHGC, 정보가 저장된 엑셀 파일(파일 2)을 불러와 변수로 저장한 후에, 파일 1을 이용해 M, S 행렬을 설정하고, 지정한 초기 온도 값과 파일 2를 이용해 f 행렬을 설정한다. 이렇게 설정된 M, S, f 행렬과 MATLAB의 ODE23t를 이용하여 미분방정식을 풀어주면 모든 노드의 연속적인 온도 변화를 시뮬레이션할 수 있다.



<그림 1-2. 기본 모델의 알고리즘 순서도>

순서도에서 확인할 수 있듯이, M, S, f 세 개의 행렬을 이용한 미분방정식을 풀어 모든 노드의 시간에 따른 온도를 결과로 출력하게 되는데, 간단히 M, S, f 행렬이 정확히 어떤 역할을 하며 이 행렬들로 만들어지는 미분방정식이 가지는 의미를 이해하기 위해서는 steady-state 모델부터 설명해야 하기 때문에 간단히 M, S, f 행렬의 의미에 대해서만 간단히 설명하고 지나가도록 한다. M 매트릭스는 물체의 열 질량에 관련된 행렬로, 각 노드가 시간에 따라 열에너지를 받게 되면 자신의 온도가 올라가게 되는데, 열 질량이 높을수록 온도가 천천히 올라가고 반대로 열 질량이 작을수록 온도가 급격히 변한다. 노드가 전달받는 열은 열을 교환하는 두 노드의 온도차에 비례하는 경우도 있으며 그렇지 않은 경우도 있는데, 두 노드의 온도차에 비례하는 열 교환은 S 행렬에 요소로 추가되게 되며 그렇지 않은 열 교환 및 경계 조건에 해당하는 노드의 온도는 f 매트릭스에 요소로 추가되게 된다.

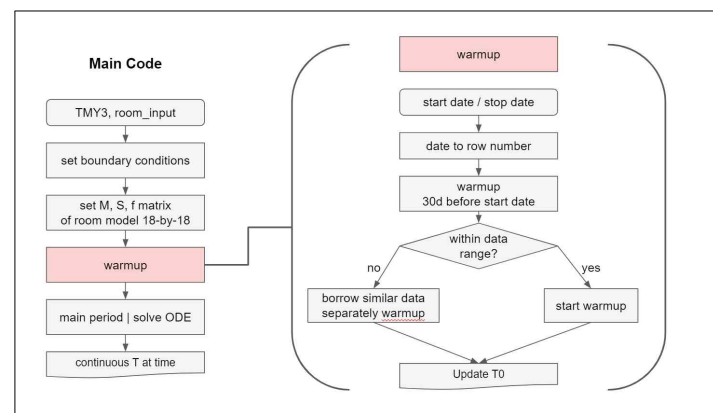
M, S, f 행렬로 만든 미분방정식은 특정 시간에 대한 각 노드의 초기 온도를 입력 값으로 넣어주었을 때, 단위 시간에 따른 노드별 온도 변화를 출력해 입력된 온도 정보를 업데이트하고, 업데이트 된 온도 정보를 다시 초기 온도 조건으로 입력해 계산을 반복한다. 이 결과로 시간에 따라 변화하는 온도 값이 출력된다. 당연하면서 중요한 점은, 결과를 보기 위해서는 먼저 각 노드별 초기 온도를 입력 값으로 설정해주어야 하는데, 노드별 온도를 모르기 때문에 시뮬레이션을 돌려 예상 값을 찾으려 하는 것이므로 각 노드들의 초기 온도는 노드의 실제 예상 온도와는 동떨어진 값으로 설정하게 될 수밖에 없다. 이렇게 초기 온도를 설정하면, 컴퓨터가 계산을 반복하면서 노드 별로 온도가 각 노드의 정상 온도 범위 내로 유지되게 되는데, 이렇게 초기 온도에서 시작하여 정상 온도 범위에 도달하는 시간 동안에는 시뮬레이션의 결과가 매우 부정확할 수밖에 없다. 만약 정상 온도 범위에 도달하는 시간이 길고

시뮬레이션 결과를 확인하고 싶은 기간이 짧다면 시뮬레이션의 결과는 더욱 의미가 없어진다. 이 문제를 방지하기 위해서, 노드별로 온도가 정상 온도 범위 내에 도달하도록 Warmup 기간을 고려해야 한다.

기본 열 교환 모델에서 특별히 시뮬레이션 결과를 보고 싶은 기간이 있다면 초기에 기간을 입력하도록 설계할 것이다. 기간을 설정한 시뮬레이션에서 해당 기간의 결과만을 출력하는 방법은 두 가지가 있는데, 하나는 전 기간에 대한 시뮬레이션을 마치고 해당 기간의 결과만 골라 출력하는 방법이고, 나머지 하나는 처음부터 정해진 기간에 대해서만 시뮬레이션을 하는 방법이다. 다루는 자료의 양이 방대해지거나, 열 교환 모델이 복잡해져 해석하고자 하는 기간 대비 계산에 소요되는 시간이 길어지는 경우에는 후자의 방법을 사용하는 것이 훨씬 효율적이지만, 시뮬레이션에 소요되는 시간이 그리 길지 않다면 전자의 방법도 문제가 없다. 다만 전자의 방법과 후자의 방법 중 후자의 방법(더 효율적일 것으로 기대되는 방법)에서는 결과를 확인하고자 하는 시작 기간부터 시뮬레이션을 시작하므로 반드시 Warmup 기간을 미리 가져야만 한다. 어떤 방식으로 Warmup을 해줄 것인지는 그 방법이 다양하며, 본 코드에서 구상하여 사용한 방법을 위주로 설명하도록 하겠다.

## 1-2) Warmup model

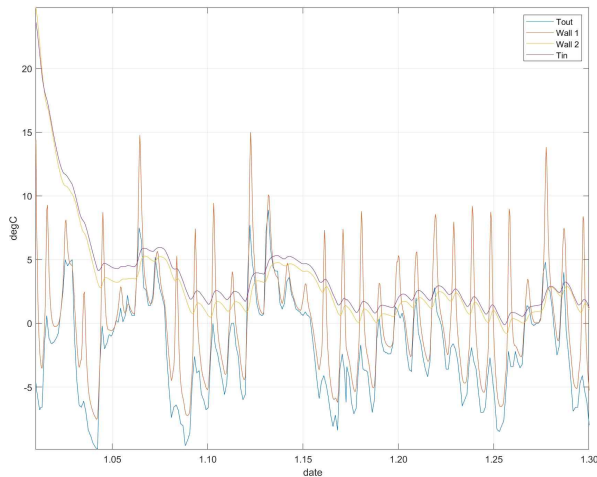
Warmup 모델을 만들기 위해서는, 시뮬레이션 하고자 하는 기간 이전에 Warmup 기간을 가지려 하되 Warmup 기간에 대한 데이터가 없는 상황에 대한 대처법을 고려하여야 한다. 예를 들어, Warmup 기간으로 최소 한 달이 소요되는 시뮬레이션에서 주어진 온도 자료가 2000년 1월 1일부터 12월 31일까지의 1년 치 자료일 때, 1월 15일부터의 시뮬레이션 결과를 보고자 한다면 1월 15일로부터 한 달 이전인 1999년 12월 15일부터 1999년 12월 31일까지의 Warmup은 정상적인 방법으로 진행할 수 없다. 이 경우에는 주어진 자료 중 정보가 유사할 것으로 기대되는 부분을 빌려오는 방식을 사용해야 하는데, 즉 1999년 12월에 해당하는 자료가 없으므로 주어진 자료 중 2000년 12월 15일부터 2000년 12월 31일까지의 자료를 빌려와 Warmup을 진행하고, 그 이후에 2000년 1월 1일부터 1월 15일까지의 Warmup을 이어서 진행하면 된다. 이러한 방식에는 if문이 포함되어야 하고, 구체적인 알고리즘 순서도는 <그림 1-3>에 표현되어 있다.



<그림 1-3. if문을 이용한 Warmup 모델의 알고리즘 순서도>

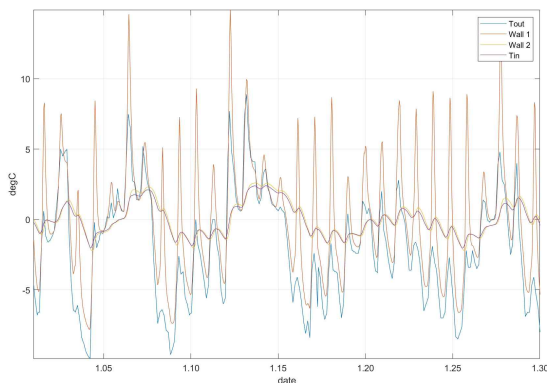
Warmup을 진행하기 전에 먼저 Warmup에 기간을 설정해 주어야만 한다. 필요한 Warmup 기간은 열을 교환하는 노드들의 열 질량 중 가장 큰 값을 고려하여 설정해야 하는데, 기본

모델은 단순하여 시뮬레이션에 소요되는 시간이 길지 않으므로, Warmup 기간을 예상하여 정하기보다는 단순히 Warmup 없이 시뮬레이션을 돌려보고, 그 결과로 Warmup 기간을 결정하는 것이 더욱 바람직하다.



〈그림 1-4. Warmup 기간이 없는 일반 열 교환 모델〉

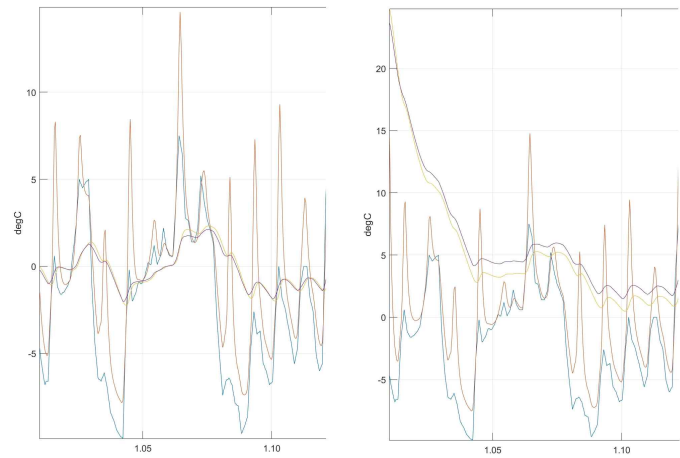
위의 플롯 결과가 Warmup이 없는 일반 열 교환 모델이며, 모든 노드는 초기 온도 25도에서부터 시작한다. 시뮬레이션은 1월 1일부터 1월 30일까지로 진행했는데, 주어진 날씨 자료가 1월 1일부터 시작하는 자료이므로 1월 1일 이전의 자료가 없는 경우가 된다. 때문에 Warmup 기간을 1달로 잡게 되면, 주어진 자료의 12월 1일부터 12월 31일까지의 자료를 빌려와 1달 동안 Warmup을 하게 되고, 이 결과를 새로운 초기 온도로 해서 1월 1일부터 1월 30일까지 시뮬레이션을 하게 된다. 이러한 방식으로 Warmup을 포함하여 진행된 시뮬레이션의 결과는 아래와 같다.



〈그림 1-5. Warmup 기간을 포함한 열 교환 모델〉

1월 1일부터 1월 5일 사이의 결과를 비교해 보면, 25도에서부터 시작한 일반 열 교환 모델과 비교하여 보다 합리적으로 보이는 결과가 도출됨을 확인할 수 있다.

1월 1일부터 1월 10일의 기간만을 비교하면 〈그림 1-5〉와 같다. 두 그림의 축 스케일이 다르다는 사실을 주의하여 비교해야 한다. Wall1 과 Wall2에 대해서 초기 온도에서 정상 온도 범위로 돌아오는 데에 4일 정도가 소요되었다. 경계 조건에 해당하는 노드를 제외한 다른 모든 노드들도 정상 온도 범위에 도달하는 데에 시간이 소요되지만, 항상 4일이 소요되는 것은 아니다. 노드의 열 질량과 소요 시간이 비례하는 경향을 보이며, Wall 1의 열용량이 306.67  $h/m K$  임을 고려하면 다른 시뮬레이션 환경에서도 Warmup 기간을 어느 정도로 잡아야 할지 어렵할 수 있다.



〈그림 1-6. Warmup 기간의 유무에 따른 비교, Wall1과 Wall2〉

## 2) 3D Heat Transfer Model for Ground nodes

### 2-0) Assumption

3D 열 교환 모델은 2D 열 교환 모델의 네트워크 형식이었던 이전 모델과는 차이가 있다. 가장 큰 차이는 더 이상 하나의 물체를 하나의 노드가 대표하지 않는다는 것이다. 하나의 물체는 그 부피에 비례하는 개수의 노드를 가지게 되며, 하나의 물체를 이루는 여러 개의 노드는 물체가 균질한 경우 같은 물성치와 같은 종류의 열전달을 가지게 된다. 이 변화에 따라, 하나의 물체가 여러 개의 노드로 표현되면서 물체 안에서의 열 전달이 표현되며 따라서 하나의 물체라도 물체 내의 여러 지점들에 따라 다른 온도 분포를 가질 수 있다. 2D 열 교환 모델에서 표현하지 못했으며 하나의 물체로 인지되는 땅에 대해 필요했던 조건이 바로 이 ‘하나의 물체를 여러 개의 노드로 나누는’ 조건이다. 하나의 물체를 여러 개의 노드로 나누는 방법은, 3D의 물체를 가정된  $x, y, z$  방향으로 일정한 간격만큼 모두 나누어, 가로 세로 높이가 일정한 정육면체 큐브들로 쪼개는 방법으로 구상했다. 다만 실제 땅을 생각하자면 깊이와 위치에 따라서 밀도가 달라질 것이며, 단일 재료로 구성되어 있지 않기 때문에 물의 분포, 돌의 분포 등에 따라 물성도 달라진다. 즉, 땅은 균질한 하나의 물체가 아니다. 하지만 깊이에 따른 토양의 물성을 가정하는 것은 단순한 방법으로 모델을 형상화하고자 하는 본 레포트의 취지와 맞지 않으므로 땅 속의 토양이 항상 균질하다고 가정하였다. 이를 포함해 3D 모델에서 필요한 기본적인 가정들은 아래와 같다.

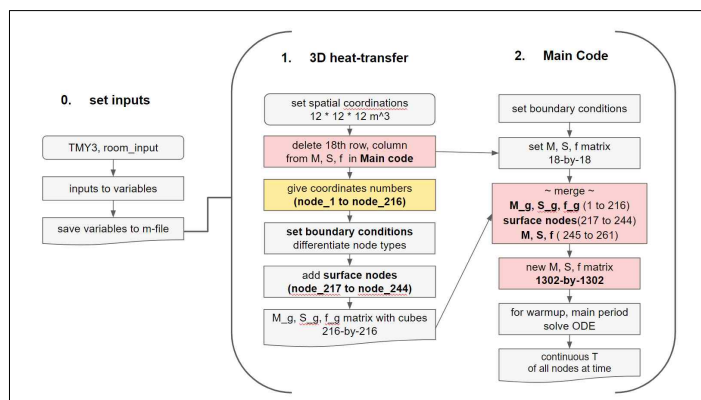
#### 〈3D 열 교환 모델의 기본 가정〉

1. 땅 속은 균질한 토양으로 이루어져 있으며 깊이나 위치에 상관없이 어느 지점에서나 같은 물성을 가진다.
2. 건물과 주변 환경에 의한 차양 효과는 무시한다. 지표면 위의 어느 지점에서나 온도는 서로 같다.
3. 온도가 일정해지기 시작하는 깊이는 12m로 가정한다.
4. mesh 되어 생성되는 모든 큐브(=노드)들은 오로지 면 방향으로 인접한 6개의 다른 큐브(=노드)와, 오로지 전도를 통해 열을 교환한다.



## 2-1) Algorithm for 3D Heat Transfer Model

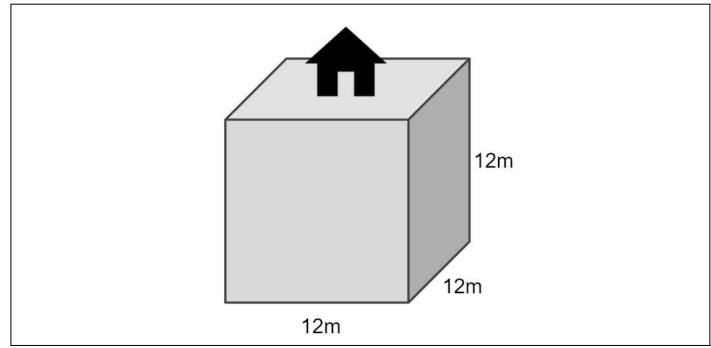
기본 2D 모델의 문제 중 하나는, 기본 모델이 3D 열 교환 모델을 2D 열 교환 모델의 집합체로 가정하면서 효과적으로 설명하지 못하는 ground node(이하 토양 노드)에 있다. 건물의 바닥은 (땅과 붙어있다는 가정 하에) 땅(토양)과 전도를 통해 열을 교환하는데, 열을 교환하는 토양 노드는 실제로는 기본 모델에서의 설정과는 달리 바운더리 컨디션이 아니며 여러 조건에 의해 온도가 계속 변화하는 노드여야 한다. 따라서 미분방정식을 풀어내기 위해서는 토양 노드도 어떤 경계 조건의 노드에 연결이 되어야 하는데, 여기서 연결되는 경계 조건은 하나의 경로를 통해 도달하는 것이 아니라 무수히 많은 경로를 통해 도달할 수 있다. 이러한 다양한 열 교환 경로는 2D로 간단히 표현하는 데에는 한계가 있어, 3D로 표현하는 것이 훨씬 합리적이다.



〈그림 2-1. 3D 열 교환 모델의 알고리즘 순서도〉

이러한 2D 열 교환 모델의 한계에 따라, 땅 속에서 전달되는 열 교환을 보다 합리적인 근거로 설명하기 위해 땅 속에 한정하여 3D 열 교환 모델을 설계하고자 하였다. 〈그림 2-1〉을 통해 기본적인 콘셉트와 과정을 살펴볼 수 있다. 기본적인 콘셉트는 해석하고자 하는 공간을 정하고, 이 공간을 가로, 세로, 높이의 길이가 같은 정육면체 큐브로 잘게 나누어 각각의 정육면체 큐브에 하나의 노드를 지정해주는 방식을 사용하였다. 유체역학프로그램인 CFD에서 사용하는 Mesh 방법과 유사한데, 3D 시뮬레이션 프로그램에서는 해석하고자 하는 공간에서 물성이 잘 바뀌지 않는 구간은 큰 조각으로, 물성이 잘 바뀌는 구간은 작은 조각으로 공간을 나누는 방식을 사용하기도 하며 본 프로젝트에서 사용한 정육면체 큐브 형태의 mesh가 아닌 삼각형, 육각형 등의 여러 가지 형태의 mesh 방법을 사용한다는 것을 확인하였다.

먼저 해석하고자 하는 공간의 범위를 정해주어야 하는데, 공간의 깊이는 땅 속에서 깊이에 따라 온도가 변하지 않고 일정하기 시작하는 최대 깊이인 약 2m로 설정하였고, 가로와 세로 길이 또한 깊이와 같은 값으로 12m를 사용하였다. 즉 해석하고자 하는 공간은 12m × 12m × 12m 크기의 공간이며, 여러 시행착오 후에 이 공간을 나누는 단위가 되는 정육면체 큐브의 가로, 세로, 높이의 길이는 2m로 설정하였다. 이 길이는 시뮬레이션에 소요되는 시간에 따라 결정되었으며, 총 6 × 6 × 6개의 노드가 땅 속에 추가되는데 후술하겠지만 정확한 해석을 위해 충분한 개수의 노드는 아니다. 이에 따른 문제점은 3) Issues of 3D Heat Transfer Model에서 경계 조건과 함께 후술하도록 하겠다. 위 내용에 대한 시각적 설명은 아래 〈그림 2-2〉과 같다.



〈그림 2-2. 해석하고자 하는 공간의 규모 정하기〉

공간을 216개의 노드로 나눈 모습은 6 × 6 × 6 사이즈의 장난감 큐브를 생각하면 편하다. 노드는 (x, y, z)와 같이 좌표로 표현이 되며, 위 그림에서 맨 좌측 하단에 위치한 꼭짓점을 (0, 0, 0)으로 생각할 수 있다. M, S, f 행렬을 설정하기 위해서는 공간좌표로 표현되는 216개의 노드에 1번부터 216번까지 번호를 매겨야만 하는데, 노드의 좌표가 노드 번호로, 노드 번호가 노드 좌표로 쉽게 변환될 수 있도록 노드 번호 부여 방법을 설정해야 후에 각 노드별로 인접한 노드들을 결정하거나, 경계 조건에 있는 노드를 찾는 데에 어려움이 없다.

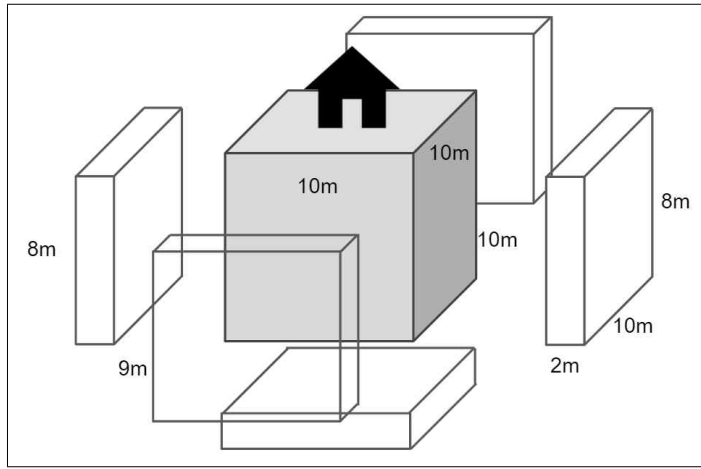
그 이후에는 각 노드별로 인접한 노드를 설정해주고, 경계 조건의 노드 번호, 지표에 위치한 노드 번호, 건물 밑에 위치한 노드 번호 등을 미리 확인해 정보로 저장하고, 그 정보를 바탕으로 216-by-216 사이즈의 M\_g, S\_g, f\_g 행렬을 만들어주게 된다. 본 3D 모델은 2D 모델을 더 합리적으로 설명하기 위해서 2D 모델의 ground node 대신에 모듈처럼 들어가는 모델이므로 2D 모델에서 설정한 18개의 노드가 유효한데, 이 중에서 ground node에 해당하는 18번 노드를 제외해 주어 기존 M, S, f 행렬은 17-by-17 행렬이 된다. 이에 더하여, 지표면에서 이루어지는 대기와 대류, 천구로부터의 복사에너지, 태양으로부터의 태양복사에너지를 추가하기 위해 28개의 노드를 추가로 설정하게 되는데, 결론적으로 총 노드의 개수는 216 + 28 - 17 = 261개가 되며, 최종적인 M, S, f 행렬 역시 토양 노드로 만든 M\_g, S\_g, f\_g와 기존의 M, S, f 행렬, 그리고 28개의 노드에 대한 열 교환을 추가해 261-by-261 (f행렬의 경우 261-by-1) 크기가 되어야 한다. M, S, f 행렬을 만드는 자세한 방법은 2-4) M, S, f matrix에서 후술하고자 한다.

## 2-2) Boundary Conditions

이에 대한 자세한 설명은 2-2) M, S, f matrix에서 후술하고 여기서는 mesh를 통해 만들어지는 216개의 노드 중에 어떤 노드를 경계 조건으로 설정하는지에 대한 설명만 진행하겠다.

1) 2D Heat Transfer Model with Warmup에서 설명한 기본 모델에서는 천구에 해당하는 Sky 노드, 외부 대기 노드, 땅 노드 세 개를 경계 조건으로 설정했다. 이 중 땅 노드를 3D 열 교환 모델로 바꾸었으므로 경계 조건은 Sky 노드와 외부 대기 노드 두 개가 된다. 216개의 새로운 토양 노드 중 일부는 경계 조건으로 설정해야 하는데, 경계 조건으로 설정하는 노드는 ‘지표에 위치한 노드를 제외하고, 면 방향으로 6개의 큐브와 인접해있지 않은 노드’들이 된다. 〈그림 2-2〉를 보면, 정육각형 공간의 6개의 면 중 지표면을

제외하고 최외각에 위치한 다섯 개의 면이 있는데, 이 면에 위치한 노드들이 전부 경계 조건에 해당한다.



<그림 2-3. 경계 조건>

경계 조건에 있는 노드들은 S 행렬을 만들고 나서 해당 노드의 번호를  $n$ 이라 할 때, 행 성분들을 전부 0으로 바꾼 후,  $(n, n)$  위치의 성분 하나를 1로 만들어주게 된다. 그 후에  $f$  행렬의  $(n, 1)$  위치에 해당 노드의 고정된(혹은 시간에 따라 업데이트되는) 온도 값을 넣어주게 되면, 행렬을 풀 때 경계 조건에 해당하는 노드의 온도는  $f$  행렬에 기입한 온도 값과 항상 같은 값을 갖도록 만들어줄 수 있다.

경계 조건이 이 레포르테에 사용된 코드와 같이 작은 규모로 mesh된 시뮬레이션에서 어떤 문제점을 가져다주는지는 언급했듯 3) Issues of 3D Heat Transfer Model에서 후술하도록 한다.

### 2-3) M, S, f matrix

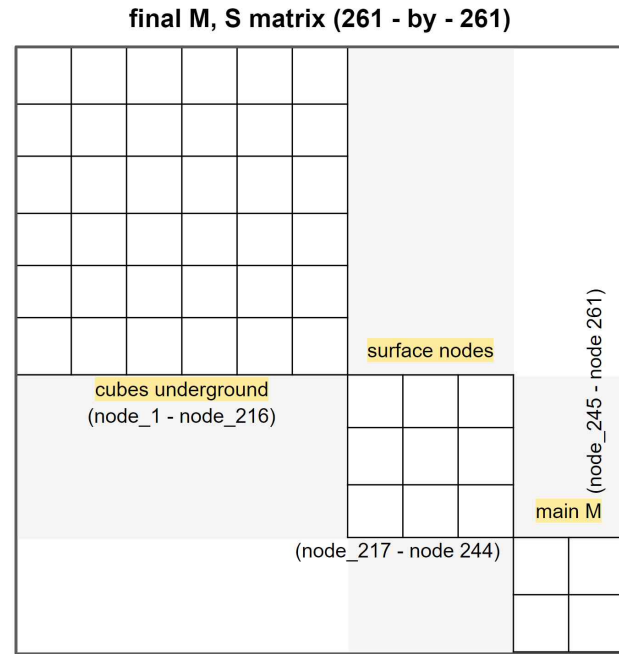
‘땅 속은 균질한 토양으로 이루어져 있으며 깊이나 위치에 상관없이 어느 지점에서나 같은 물성을 가진다.’, ‘mesh 되어 생성되는 모든 큐브(=노드)들은 오로지 면 방향으로 인접한 6개의 다른 큐브(=노드)와, 오로지 전도를 통해 열을 교환한다.’

위의 두 가정이 M, S, f 행렬을 만드는 데 지배적인 영향을 끼친다. 땅 속이 균질한 토양으로 이루어져 있다는 가정 덕분에 M 행렬을 노드 번호의 구분 없이 간단하게 만들어줄 수 있으며, S 행렬 역시 for-loop를 사용하여 간단하게 만들어줄 수 있다. 여기서는 M, S, f 행렬을 만드는 과정을 코드에 맞추어 3단계로 분류해 설명할 계획이며 3단계는 다음과 같다.

1. 기본 모델의 18-by-18 규모 M, S, f 행렬의 ground node(18번 노드)를 제외하여 17-by-17 행렬로 바꾼다.
2. 216개의 토양 노드에 대한 216-by-216 사이즈의  $M_g$ ,  $S_g$ ,  $f_g$ 를 만든다.
3. surface node(이하 지표면 노드)에 해당하는 28개의 노드를 추가해 261-by-261 규모의 M, S, f 행렬로 합친다.
4. 지표면 노드에 해당하는 28개의 노드에 대해 다른 노드와의 열 교환 요소를 추가한다.

이를 그림으로 표현하자면 <그림 2-4>와 같으며, <그림 2-4>의 전체 정사각형은 261-by-261 규모의 행렬을 의미하고 회색 공간은 가운데 추가된 28개의 surface nodes와 토양 노드,

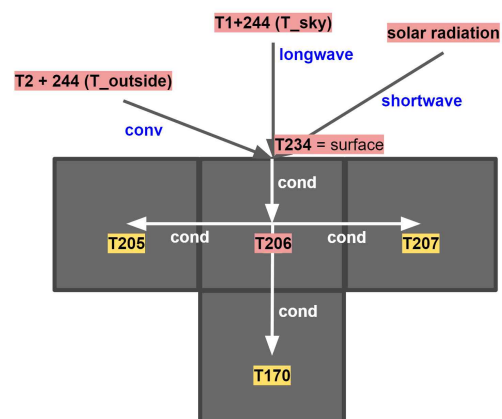
기본 노드 사이의 열 교환으로 추가될 수 있는 성분들의 위치를 나타낸다.



<그림 2-4. 261-by-261 규모의 M, S, f 행렬 만들기>

M, S, 행렬 모두 같은 방법으로 합쳐주고, f 행렬은 단순히 뒤에 행을 추가해주는 방식을 사용한다. M 행렬의 경우에는 <그림 2-4>의 회색 공간에 성분이 추가되지 않는다. 이 방법으로 행렬을 만들어주고 나서는 1) 2D Heat Transfer Model with Warmup에서 사용한 기본 모델과 같은 방법으로 미분방정식을 풀어주면 된다.

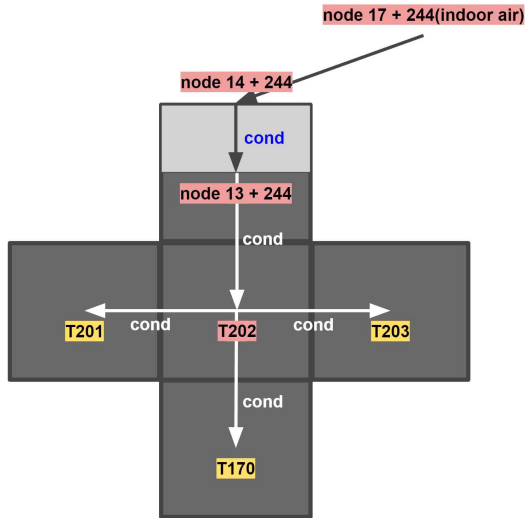
S 행렬을 만들 때에, 기본 모델의 17-by-17 M, S, f 행렬은 그대로 사용하면 되고, 216-by-216 규모의 토양 노드에 대한 M, S, f 행렬은 for-loop를 이용하여 M 행렬에는 열 질량만을, S 행렬에는 열전도만을 추가해 주면 된다. 다만 지표면 노드와, 토양 노드와 기본 room 모델 사이의 접합부에 해당하는, 기존 모델의 13번 노드(건물 밑 노드)에 대해서는 주의하여 M, S 행렬을 만들어주어야 한다. 먼저 M 행렬을 만드는 데에, 지표면 노드는 지표 위에 설정되어, 열 질량을 절반만 갖도록 설정해 주어야 하며 건물 밑 노드 또한 마찬가지로 토양 열 질량의 절반을 노드에 추가해주어야 한다. S 행렬을 만드는 데에는 아래 그림의 열 교환을 추가해주어야 한다.



<그림 2-5. 지표면에서의 열 교환>

먼저 지표면에서의 열 교환은 총 네 종류가 있다. 위의 그림은 실제 코딩에서 사용된 206번, 234번 노드를 예시로 가져

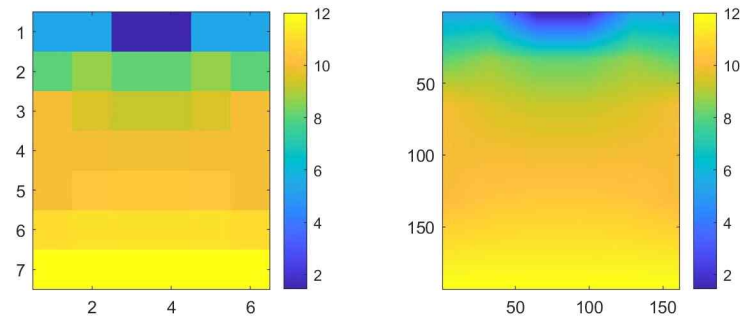
왔다. 206번 노드는 토양 노드 중 mesh 공간의 위쪽 면에 위치한 노드로, 머리 위에 234번의 지표면 노드와 이웃하고 있다. 지표면 노드는 대기 노드(246번)와 대류 열 교환을 하고, 천구 노드(245번)와 복사 열 교환을 한다. 발밑으로는 206번 노드와 전도를 통한 열 교환을 하게 된다. 이 세 종류의 열 교환은 온도의 차이에 따른 열 교환 방식이므로 S 행렬에 추가되어야 한다. 또한 온도의 차이와 무관하게 태양 복사 에너지를 받는데, 이는 f 행렬에 추가해주어야 한다.



<그림 2-5. 지표면에서의 열 교환>

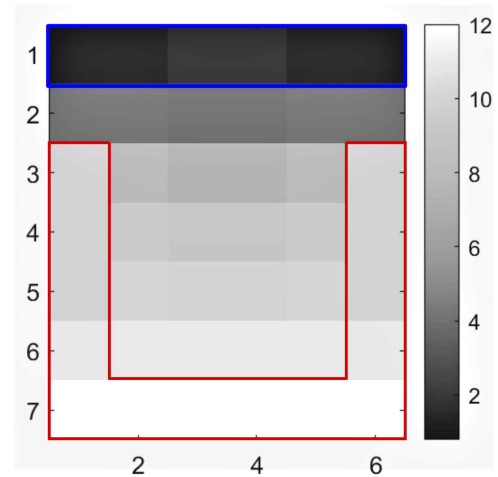
지표면에서의 열 교환 모델 또한 실제 코드에서 사용되었던 노드 번호를 그대로 가져왔다. 202번 노드는 바로 위에 건물 밑 노드(257번)와 전도를 통한 열 교환을 한다. 열전도는 온도의 차이에 따라 만들어지는 열 교환이므로 S 행렬에 더해져야 한다.

## 2-4) Plotting



<그림 2-5. '1월 10일 5시에 대한 온도 분포' 비보간과 보간 플롯>

결과는 imagesc 명령어를 이용해 지정된 면에서의 색상 표현으로 출력했으며, 대강의 결과는 위와 같다. = 3의 평면으로  $6 \times 6 \times 6$  크기의 공간 및 그 위의 surface nodes, 건물 밑 노드(기본 모델의 13번 노드)를 잘라  $6 \times 7 = 42$ 개의 노드에 대한 결과 값을 출력한 것이다.



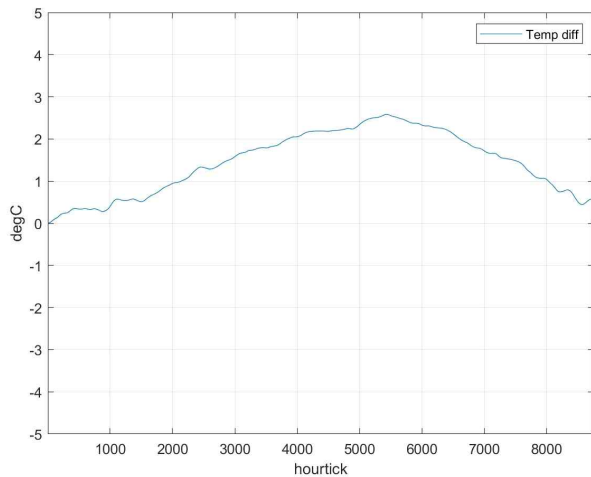
<그림 2-6. 경계 조건 노드>

초기에 경계 조건을  $6 \times 6 \times 6$  크기의 해석 공간의 윗면을 제외한, 아래와 양 옆 면으로 지정했다. 따라서 위 <그림 2-6>에서 확인할 수 있듯이, 빨간색 테두리 부분의 큐브들이 경계 조건으로 시간에 상관없이 항상 고정된 온도 값을 가지며, 위의 파란색 테두리 부분은 중앙의 두 노드가 기본 room 모델의 13번 노드(바닥 밑 노드), 그리고 그 양쪽의 총 네 개 노드가 28개로 추가해주었던 surface node에 해당한다. 플롯 결과를 보면, 초록색으로 표현되는 8도 정도의 온도 분포가 가장자리보다 가운데에서 더 짙게 나타나는 것을 볼 수 있는데, 이는 가장자리가 경계 조건에 해당해 온도가 바뀌지 않기 때문에 실제 결과에서는 가장자리에서도 비슷한 두께의 초록색상이 플롯될 것으로 기대할 수 있다. 경계 조건 때문에 생겨나는 문제로, 이에 대한 해결 방법은 3) Issues of 3D Heat Transfer Model에서 소개하고자 한다.

가장 중요한 질문은, 3D 모델을 추가했을 때에 실내의 온도에는 어떤 영향이 있느냐이다. 3D 모델의 시뮬레이션 결과를 확인하기 전 짚고 넘어가야 하는 부분이 있는데, 3D 모델의 경우에는 Warmup이 부분적으로만 행해졌다는 것이다. 기본 2D 모델과 3D 모델을 합치는 과정에서, 2D 모델은 Warmup 기간을 그대로 사용하여 2D 모델에 있었던 1번부터 17번까지의 노드는 Warmup이 진행된 초기 온도를 가진다. 반면에 추가된 244개의 노드는 Warmup의 기간 없이 깊이에 영향을 받



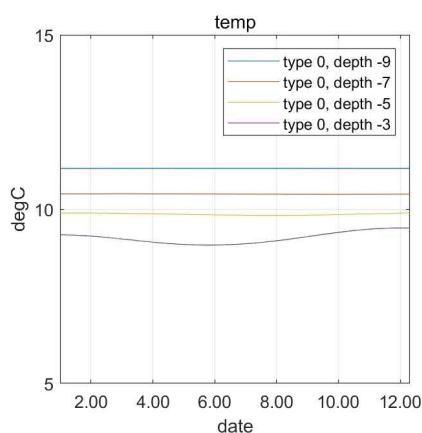
도록 어림으로 정해 준 초기 온도 조건을 사용했다. <그림 2-7>을 확인하면, 시뮬레이션이 시작되는 순간에는 기존 모델에 포함된 실내 노드의 온도가 2D Warmup이 진행된 후의 초기 온도로 동일하므로 온도의 차이가 없어 0도로 나타난다. 시간이 지나면서 점점 토양 노드 사이에서도 열 교환이 일어나고, 특히 여름이 되면 토양의 온도는 외부와 열 교환을 하는 지표면 노드에 간접적인 영향(열 교환)을 받아 12도로 고정되었던 기존 2D 모델에 비해 약 2.5도 가량이나 더 높게 올라간다. 이 차이는 지면이 식는 겨울 즈음이 되어 다시 낮아지고, 마지막 12월 31일에는 두 열 교환 모델이 약 0.5도 정도의 차이를 보인다.



<그림 2-7. 기본 열 교환 모델과 3D 열 교환 모델에서 1년간 실내 온도의 차이(3D 열 교환 모델 - 기본 2D 모델)>

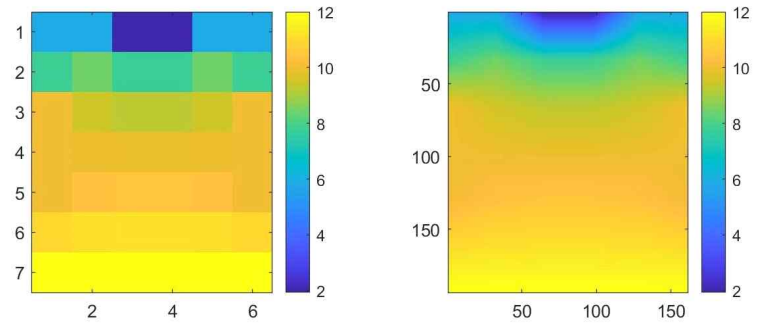
자료가 일반적인 일 년간의 온도 분포를 따른다고 가정하면, 1월 1일 0도로 나타난 두 열 교환 모델 간의 실내 온도 차이도 약 0.5도로 해당 자료의 12월 31일 정보와 비슷할 것으로 예상된다. 더 정확한 확인을 위해서는 3D 열 교환 모델의 토양 노드 또한 Warmup을 진행하여 초기 온도를 수정해주어야 한다.

다음으로 2월 1일 정오(12시)부터 2달 간격으로, 4월 1일 정오, 6월 1일 정오, 8월 1일 정오, 10월 1일 정오, 12월 1일 정오에 대한 땅에서의 온도 분포 결과를 비보간 플롯과 보간 플롯의 쌍으로 제시하도록 하겠다.

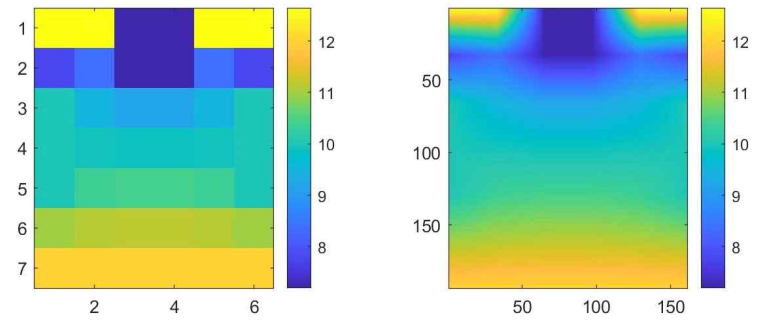


이 비교적으로 크다. 실제로는 경계 조건의 온도 값이 결과에 너무 큰 영향을 미치기 때문에 실제에 들어맞는, 의미가 있는 결과 값이라고 할 수 없다.

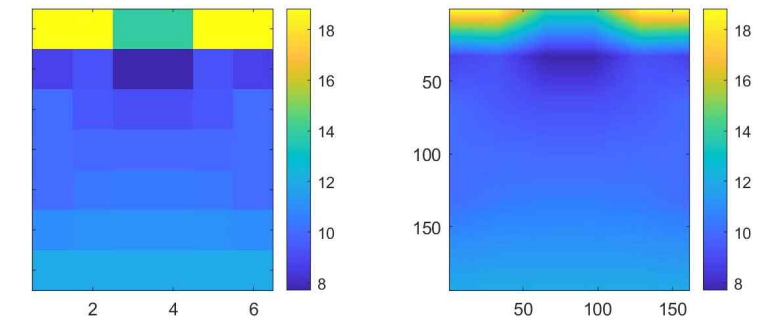
왼쪽 결과는 위에서부터 차례로 깊이 9m, 7m, 5m, 3m 에 위치한 노드의 온도를 보여준다. 이 결과로, 일반적으로 깊이가 깊을수록 온도가 더 높고 온도의 변동 폭이 작다는 것을 알 수 있다. 반대로 얇은 깊이의 토양 노드는 일반적으로 온도가 더 낮으나 온도의 변동폭



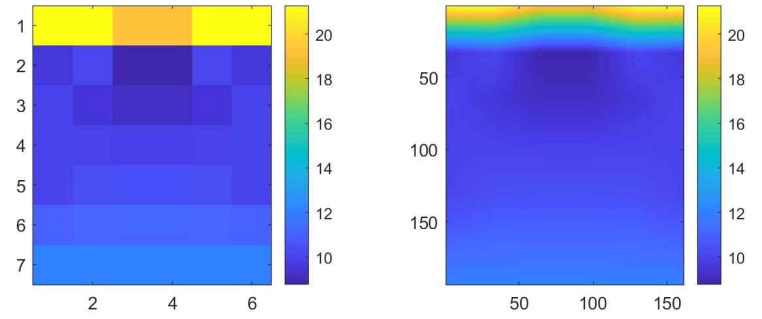
<그림 2-8. 2월 1일 정오 비보간 및 보간 플롯>



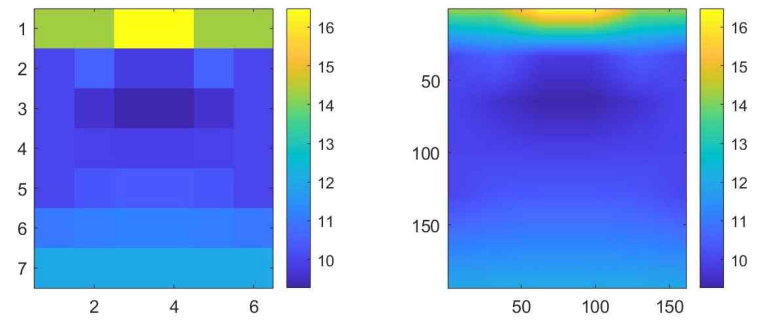
<그림 2-9. 4월 1일 정오 비보간 및 보간 플롯>



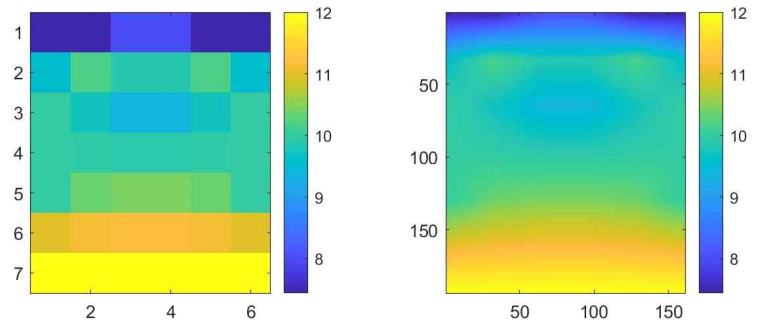
<그림 2-10. 6월 1일 정오 비보간 및 보간 플롯>



<그림 2-8. 8월 1일 정오 비보간 및 보간 플롯>



<그림 2-8. 10월 1일 정오 비보간 및 보간 플롯>



<그림 2-8. 12월 1일 정오 비보간 및 보간 플롯>

### 3) Issues of 3D Heat Transfer Model

#### 3-1) Thermal Mass

전술했듯이, 미분방정식은 기존의 온도 조건을 입력 값으로 했을 때 각 노드의 온도 변화량을 계산하여 온도 조건을 업데이트하는 식으로 계산을 반복한다. 따라서 반복적인 계산을 통해 온도결과를 얻기 위해서는 먼저 초기 온도 값을 설정해 주어야 한다. 이는 steady-state 모델과는 달리 unsteady 모델에서 열 질량을 고려하기 때문인데, 열 질량은 온도 변화에 대한 관성의 척도로 열 질량이 크다면 열을 받아도 온도의 변화가 천천히, 조금씩 일어나며 반대로 열 질량이 작다면 외부 온도의 변화에 민감하게 노드의 온도가 바뀌는 결과가 나타난다. 예를 들어, 노드의 초기온도조건을 25도로 설정하게 된다면 모든 노드가 25도에서 시작해 각자의 정상적인 온도 범위에 위치하기까지 얼마간의 시간이 소요되게 된다. 이 시간 동안에는 시뮬레이션의 정확도가 현저하게 줄어드는 문제가 발생해, 이를 위해 Warmup 기간을 가지는 것으로 전술했었다.

문제는 열 질량이 너무 클 경우에 일어난다. 3D 열 교환 모델의 경우에는 토양 노드가 추가되며 총 244개의 노드에 토양의 열 질량이 설정되는데 토양의 열 질량이 너무 크다는 것이 문제가 된다. 열 질량이 너무 클 때에 초기에 설정된 온도에서 자신의 정상적인 온도 범위에 위치하기까지 시간이 오래 걸리기 때문에 그 기간 동안의 정확도가 무너지고, 그만큼의 기간을 Warmup으로 먼저 계산해준다고 해도 시뮬레이션의 효율이 떨어진다. 이를 해결하기 위해서는 새로운 계획의 Warmup이 필요하다.

#### 3-1-1) Warmup model

열 질량이 큰 노드에 대해서, Warmup을 효과적으로 하기 위해서는 Warmup 기간에 한정하여 열 질량을 작게 설정해주는 방법이 가능하다. 열 질량을 작게 설정해주는 경우에는 온도의 변동 폭이 크고, 온도가 빠르게 변한다. 열 질량이 큰 경우와 비교하자면 온도의 변화 양상은 전혀 다를 수 있지만, 전 기간에서 온도의 평균값은 거의 비슷하게 나올 것임을 기대할 수 있다. 따라서 열 질량이 작게 조정된 Warmup을 최대한 오랜 기간 동안 실시해 나온 각 시간에 따른 온도 값에 평균을 하여 초기 온도 조건으로 설정하는 방법이 가능하다. 이 경우에는 열 질량이 높은 노드의 기대 온도를 쉽게 구할 수 있다는 장점이 있다. 열 질량이 높은 노드는 여름이나 겨울을 지나도 온도의 변동 폭이 작아 평균 온도에서부터의 변화량이 크지 않을 것이기 때문이다. 또 Warmup의 결과로 여러 노드들의 일반적인 온도 분포를 알 수 있다는 장점이 있다. 하지만 가장 큰 단점은, 평균 온도를 사용하기 때문에 시뮬레이션을 하는 기간과 연관이 없는 초기 온도를 사용해야 한다는 점이다. Warmup은 초기 온도를 더 합리적인 값으로 찾아준다는 데에 의미가 있어 정확도를 크게 요하는 과정이 아니지만, 열 질량이 높은 노드는 초기 온도를 얼마만큼 잘못 잡느냐에 따라 시뮬레이션의 정확도가 크게 달라지기 때문이다.

#### 3-2) Boundary Conditions

축의 방향으로 설정된 6개의 연속된 노드를 생각해보자. 맨 첫 번째 노드와 맨 마지막 노드, 2개 노드가 경계 조건이 된다.  $x$ 방향으로만 전달되는 열을 생각해보자면 경계

조건에서 시작해서, 4개의 일반 노드를 지나, 마지막 경계 조건에 도달하는 경로를 가지게 된다. 이 과정에서 거치는 일반 노드의 개수가 많지 않은데, 다른 열 교환 경로를 생각해보다도 전체 216개의 토양 노드 중 116개의 노드가 경계 조건으로 설정되므로, 경계 조건 사이에 위치하는 일반 노드의 개수가 많지 않다는 것을 알 수 있다.

시뮬레이션의 결과는 경계 조건에 무조건적으로 의존한다. 외부 온도가 바깥에 따라 내부 온도가 어떻게 변하는지를 확인하는 것이 열 교환 모델의 궁극적인 목표가 되는데, 노드 사이에서 열 교환이 어떻게 되며, 노드가 가지고 있는 물성치가 얼마인지 등도 물론 시뮬레이션 결과에 지대한 영향을 끼치지만 결국 시뮬레이션의 결과로 도출되는 실내 온도의 온도 변화는 경계 조건에 설정된 온도의 시간에 따른 변화를 무조건 따라가는 경향을 가진다. 이 3D 시뮬레이션에서는 토양 노드 중 경계 조건인 노드들의 온도가 깊이에 따라 고정된 값을 가지도록 설정하였는데, 실제로는 토양 노드들의 온도가 지표에서 받은 열의 양과 깊이에 따라 반응하게 되며, 전체 노드 중 경계 조건에 해당하는 노드의 비율이 높은 본 시뮬레이션에서는 이 간극이 시뮬레이션의 결과에 큰 영향을 미칠 수 있다. 하지만 경계 조건이라는 설정은 유지해야만 하므로, 경계 조건에 해당하는 노드들의 온도를 시간에 따라 더 합리적인 온도로 업데이트 해줄 방법이 필요하다.

#### 3-2-1) Updating data

경계 조건의 온도를 고정되지 않은 유동적인 값으로 설정하기 위해서는 시각에 따른 온도 데이터가 필요하다. 하지만 임의로 설정한 모든 노드들에 대한 온도 데이터가 있을 경우는 드물기 때문에, 시뮬레이션을 조금 바꾸어 예상되는 온도 변화를 찾아내는 방법을 사용해야 한다.

3D 열 교환 모델은 정의한 해석 공간의 정수리 위치에 건물 이 위치하고 있다. 이 건물의 실내 온도가 건물 바로 밑에 위치한 토양 노드에 큰 영향을 미친다. 토양의 깊이와 시간에 따른 온도 분포를 시뮬레이션으로 예측하기 위해서는 건물이 없는 상황에서 시뮬레이션을 해야만 한다. 경계 조건을 고정시킨 상태에서 맨 가운데에 위치한 노드의 온도 분포를 찾고, 이 결과를 다시 경계 조건의 유동적인 온도 조건으로 하여 몇 회의 시뮬레이션을 반복한다. 그렇게 되면 결국 깊이와 시간에 따른 토양 노드의 온도 변화가 어떠한 값에 수렴하게 되는데, 그 값을 경계 조건에 시간마다 업데이트 되는 온도 조건으로 넣어 보다 합리적인 결과를 유도할 수 있다.

### 3. CONCLUSION



#### 4. REFERENCES

1. <그림 1-1. spatially discretized node / element network>

YeonSook Heo. (2021). Lecture04\_Steady-state Thermal Model  
\_beforeClass. pp10.