Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Вычислительная математика

Лабораторная работа №5

Вариант – Метод Адамса

Выполнил:

Ким Даниил Кванхенович

Группа:

P3231

Преподаватель:

Перл Ольга Вячеславовна

2022

4 семестр

Описание метода, расчетные формулы:

Метод Адамса является многошаговым методом решения ОДУ первой степени. Для расчета каждой последующей точки искомой функции используются ее значения в предыдущих точках. Для их расчета следует применить один из одношаговых методов. В данной лабораторной работе для этого используется метод Рунге-Кутты 4 порядка.

$$K_1 = f(x_i; y_i)$$
$$K_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h}{2}k_1\right)$$
$$K_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}; y_i + \frac{h}{2}k_2\right)$$
$$K_4 = f(x_i + h; y_i + hk_3)$$
$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Так как “под капотом” метод Адамса использует интерполяционный полином Лагранжа, путем пересчета коэффициентов, порядок метода можно менять. В данной лабораторной работе реализован метод Адамса 4-го порядка.

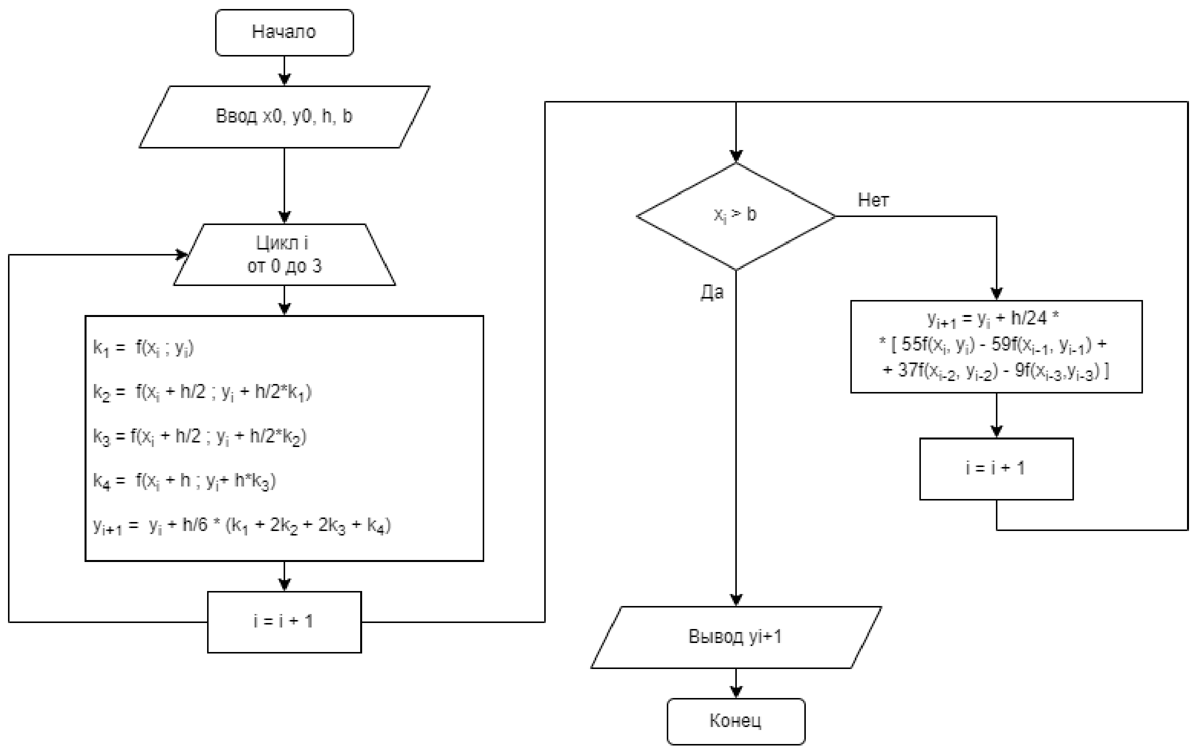
$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24}\left(55f(x_i; y_i) - 59f(x_{i-1}; y_{i-1}) + 37f(x_{i-2}; y_{i-2}) - 9f(x_{i-3}; y_{i-3})\right)$$

Как и во многих других методах расчетная формула может быть выведена следующим образом:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$$
$$\text{где} \quad \Delta y = \int_{x_i}^{x_{i+1}} y'(x)dx$$

Подынтегральная функция производной интерполируется полиномом Лагранжа по заданным четырем точкам и сводится к вышеприведенному виду.

Блок-схема численного метода:



Листинг реализованного численного метода программы:

- Одношаговый метод Рунге-Кутты (4-го порядка):

```
def ode_next_runge_kutta(f, x0, y0, h):
    k1 = f(x0, y0)
    k2 = f(x0 + h / 2, y0 + k1 * h / 2)
    k3 = f(x0 + h / 2, y0 + k2 * h / 2)
    k4 = f(x0 + h, y0 + h * k3)
    return y0 + h / 6 * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4)
```

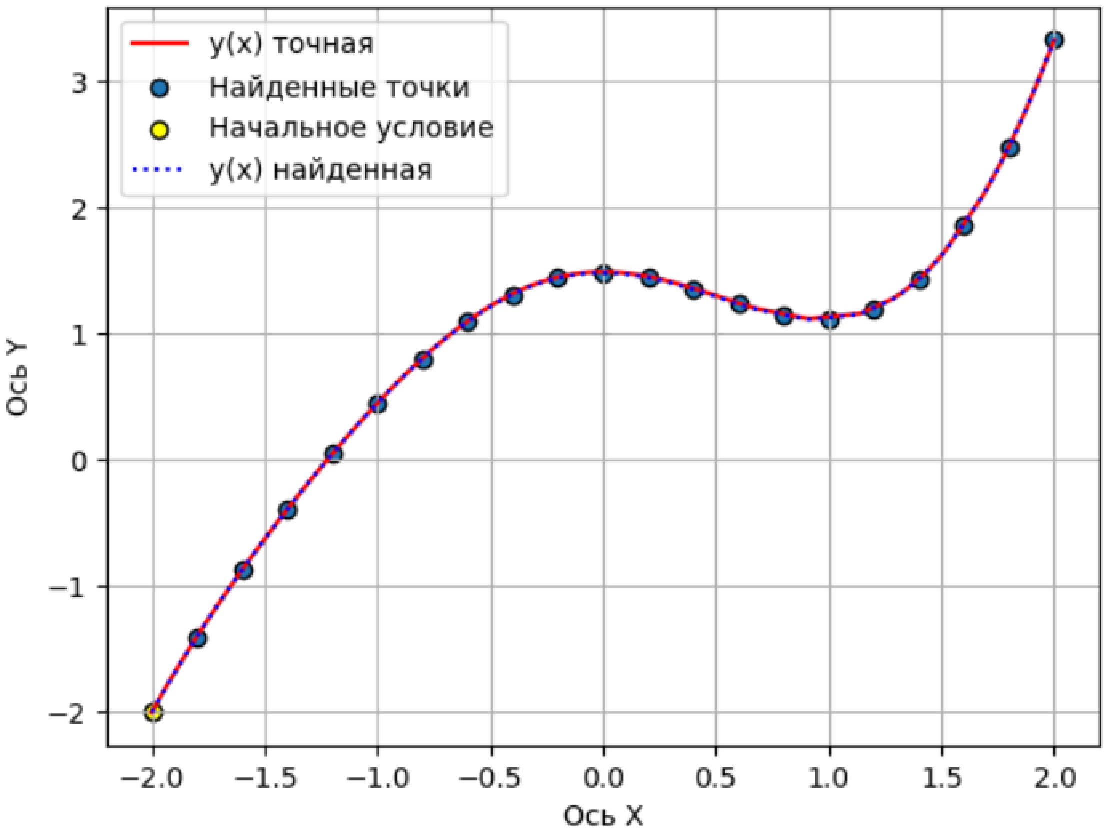
- Многошаговый метод Адамса (4-го порядка):

```
def ode_next_adams(derivative_f, x, y, h):
    if len(x) < 4:
        return ode_next_runge_kutta (derivative_f, x[-1], y[-1], h)

    f = [derivative_f(x[-i], y[-i]) for i in range(4, 0, -1)]

    y_next = y[-1] + h/24 * (55*f[-1] - 59*f[-2] + 37*f[-3] - 9*f[-4])

    return y_next
```

Примеры работы программы:

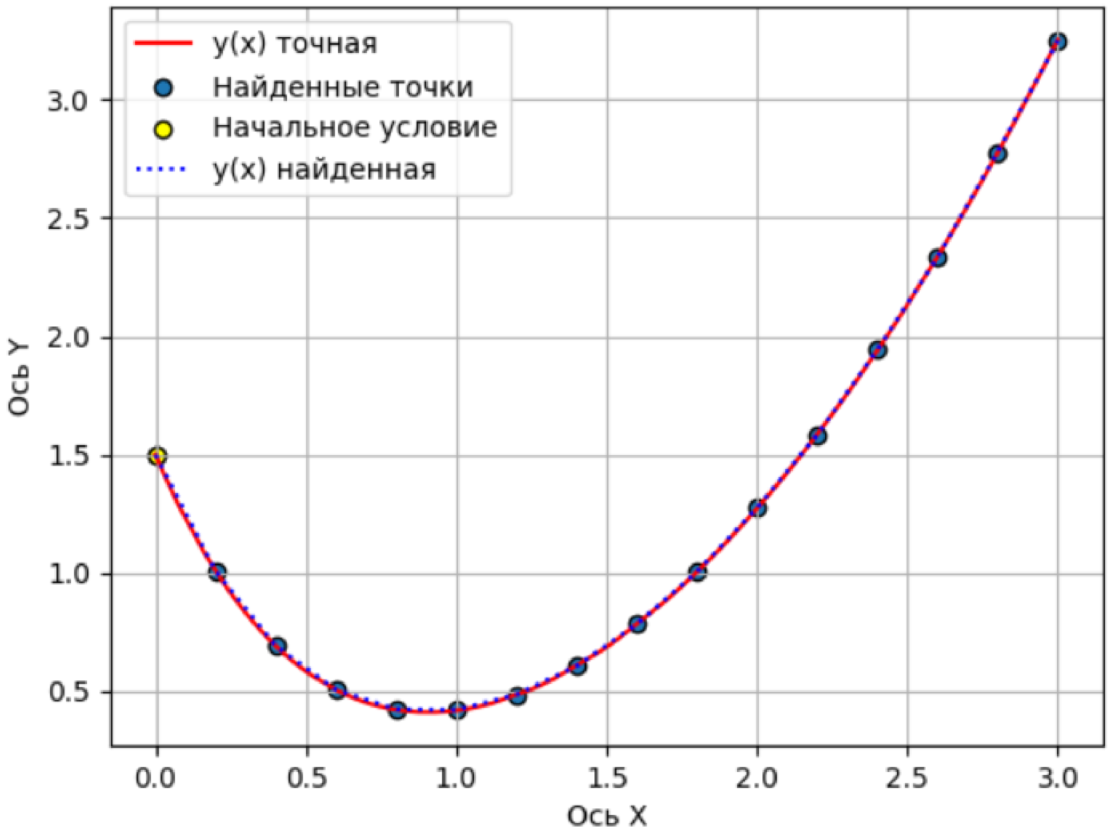
Пример 1:

```
=============== Ким Даниил - Лабораторная работа №5 ===============

Выберите ОДУ:
    1) y' = x^2 - sin(2x)
    2) y' = y + y^2 + xy^2
    3) y' = x^2 - 2y
[Ввод] Номер ОДУ: 1

Введите начальное условие:

[Ввод] Введите x0: -2

[Ввод] Введите y0: -2

[Ввод] Введите значение правой границы: 2

[Ввод] Величина шага: 0.2
```



Пример 2:

```
=============== Ким Даниил - Лабораторная работа №5 ===============

Выберите ОДУ:
    1) y' = x^2 - sin(2x)
    2) y' = y + y^2 + xy^2
    3) y' = x^2 - 2y
[Ввод] Номер ОДУ: 3

Введите начальное условие:

[Ввод] Введите x0: 0

[Ввод] Введите y0: 1.5

[Ввод] Введите значение правой границы: 3

[Ввод] Величина шага: 0.2
```



Вывод: в данной лабораторной работе рассматривались одношаговые (методы Эйлера, Улучшенный метод Эйлера и метод Рунге-Кутты) и многошаговые (метод Адамса и методы Милна) методы решения ОДУ первого порядка.

Самым простым является метод Эйлера. Его расчетная формула прямо следует из определения приращения функции. Вся проблема в том, что в формуле используется предел, где приращение аргумента (шаг) стремится к нулю. На практике невозможно задать такие параметры от чего метод обладает большой набегающей погрешностью.

Улучшенный метод Эйлера и метод Рунге-Кутты являются производными от него и используют предварительные вычисления для расчета каждой следующей точки искомой функции, что значительно снижает погрешность.

Многошаговые методы – метод Адамса и метод Милна – рассчитывают значение следующих точек искомой функции исходя из значений предыдущих. Поэтому их возможно использовать только совместно с одним из одношаговых методов, с помощью которого производятся предварительные расчеты (поиск первых k - точек). Для расчетов, в многошаговых методах вычисляются интерполяционные полиномы от заданных k точек (в случае метода Адамса – полином Лагранжа, а в случае метода Милна – полином Ньютона).