

# 数字逻辑设计

王鸿鹏

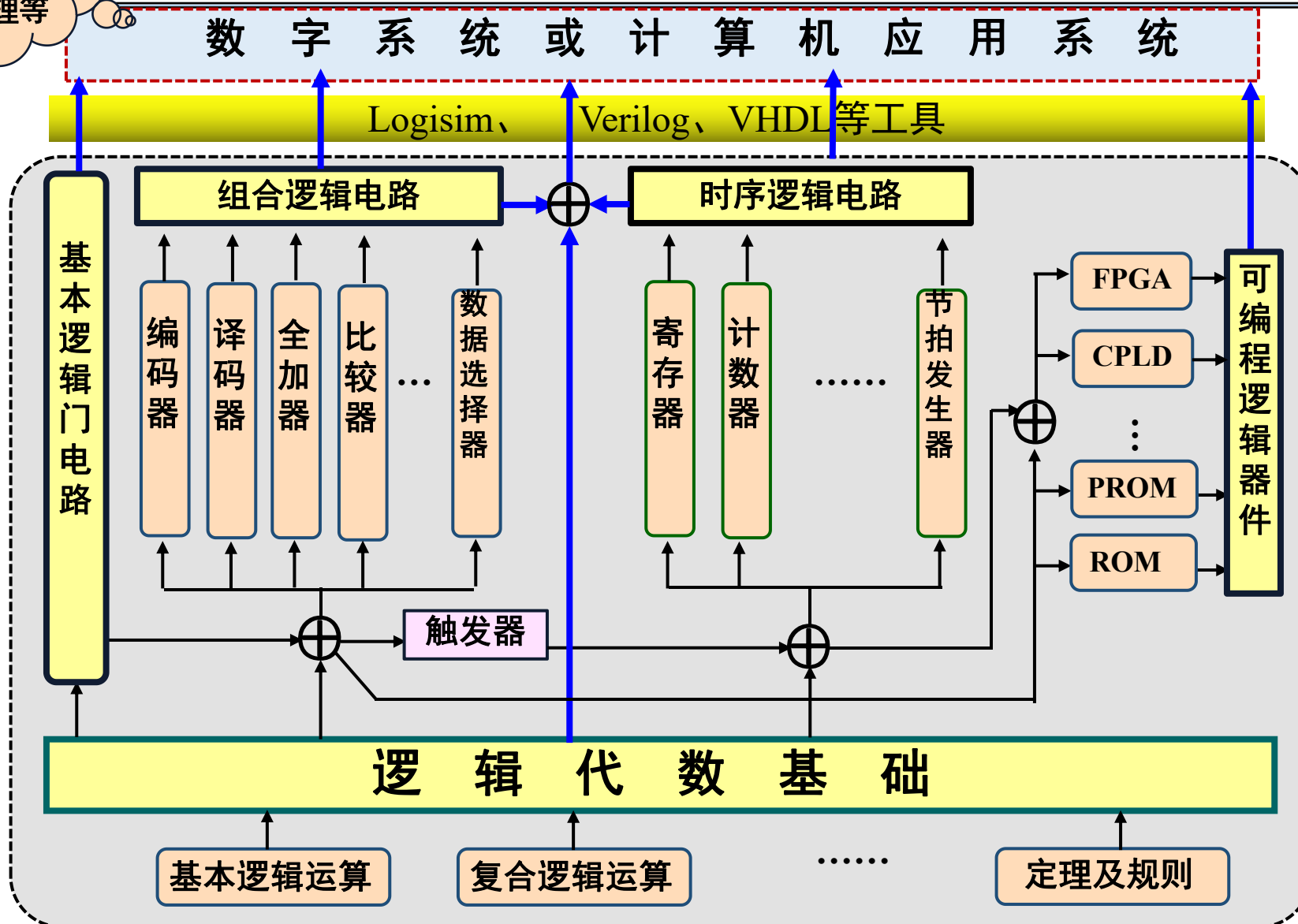
计算机科学与技术学院

wanghp@hit.edu.cn

# 数字逻辑的知识脉络

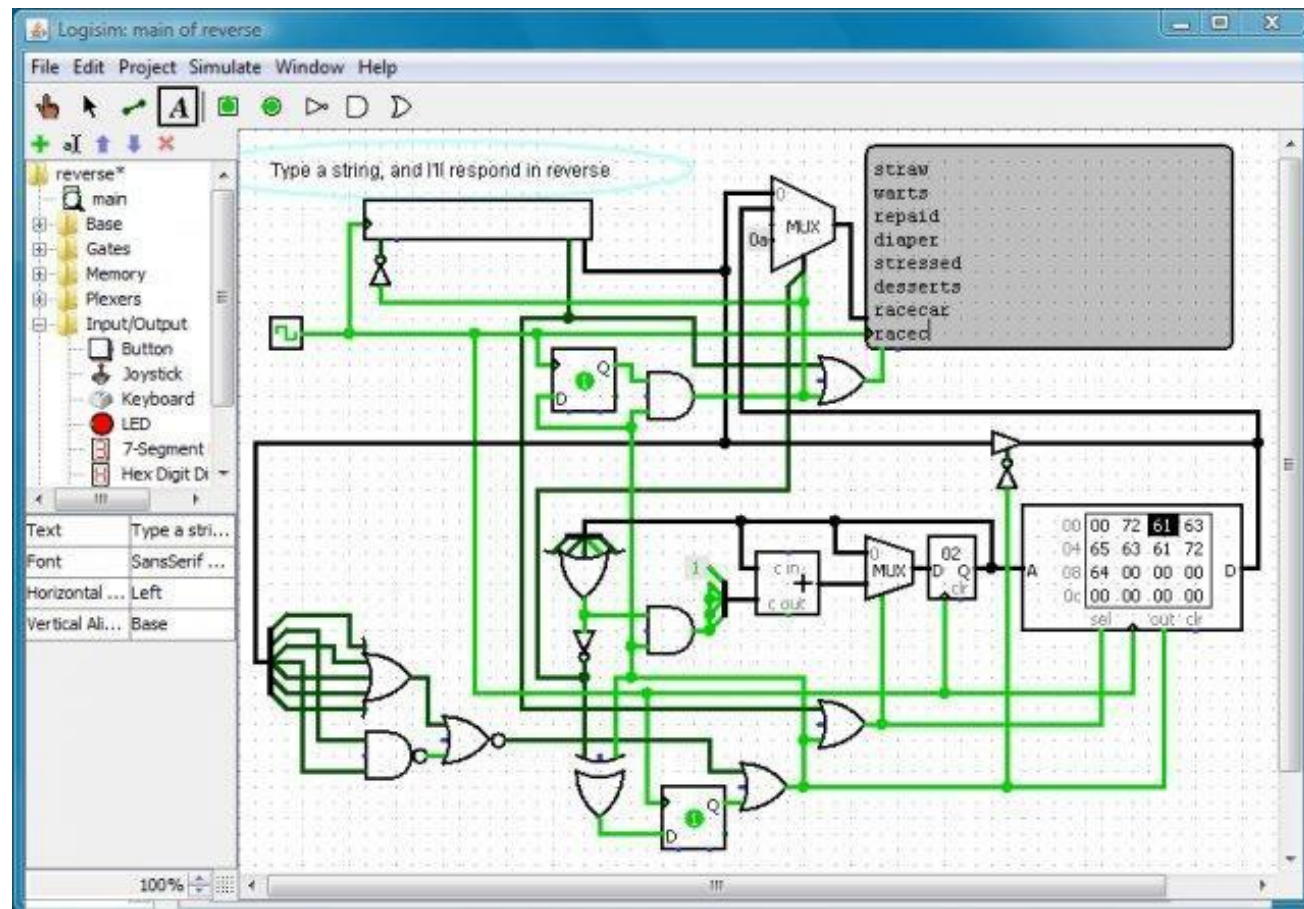
后续课程：  
如计算机组成原理等

本课程的内容



# 课程内容

- 布尔代数
- 组合电路分析及设计
- 时序电路分析及设计
- 硬件描述语言 (Verilog)
- Logisim



# 课程目标

---

- 掌握布尔代数基础，具有利用布尔代数原理及基本逻辑门构造典型逻辑组合部件的能力
- 掌握组合逻辑电路的分析方法及设计方法，具有利用基本逻辑部件及中规模芯片构造组合逻辑电路的能力；
- 掌握时序逻辑电路的分析方法及设计方法，具有利用触发器、逻辑门、基本逻辑部件构造时序逻辑电路的能力；
- 了解可编程逻辑器件的基本工作原理，具有利用可编程逻辑器件设计逻辑电路的能力；
- 培养自主学习的能力，通过查阅器件资料及参考文献，能利用各种基本逻辑部件、中规模芯片及可编程逻辑器件设计一个较为复杂的完整的数字系统。

# 与其他课程之间的关系

📖 嵌入式系统及应用

系统应用软件与  
系统硬件一体化

📖 计算机设计与实践

📖 计算机组成原理

📖 数字逻辑设计

📖 单片机

📖 电工原理

📖 编译原理

📖 操作系统

📖 CSAPP

📖 计算机体系结构

跨越软件和硬件两个层次，  
主要研究软件、硬件功能分配  
和对软件、硬件界面的确定。  
建立起计算机软硬件整机的概念，  
需要计算机组成原理的相关知识

介绍计算机的基本**组成原理**  
和内部工作机制，**应用**数字逻辑课中的大量基本逻辑部件知识（如加法器、译码器、各种逻辑门、计数器、寄存器等），可以**设计**一个简单的CPU。

单片机的外围电路、接口电路设计需要用到数字逻辑的相关知识（如各种逻辑门、译码器、数据选择器、计数器等）

掌握数字系统设计的理论基础布尔代数  
理解基本元件(逻辑门、触发器)  
如何应用数字电路进行数字系统逻辑设计

# 教材及参考书

---

- 数字设计原理与实践(第5版), John F. Wakerly著, 林生等译. 机械工业出版社
- 逻辑设计基础(第7版), Charles Roth著, 解晓萌等译. 清华大学出版社
- 搭建你的数字积木—数字电路与逻辑设计(Verilog HDL&Vivado版). 汤勇明、张圣清等著. 清华大学出版社.
- 数字逻辑实用教程. 王玉龙. 清华大学出版社

# 考核方法

---

- 课时：64学时
  - 理论课 —— 44 学时
  - 实验课 —— 20 学时（总实验耗时平均**约3倍**）
- 成绩构成
  - 考试：60%（包括**10分**左右的Verilog实验内容）
  - 作业：20%
  - 实验：20%

## 对哪部分内容有疑问？

---

- ☐ A 无
- ☐ B 考核方式
- ☐ C 教材
- ☐ D 其他

提交



# 数制和码制（编码）

---

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）
  - 文字编码

# 数制——数字的表示

---

- 十进制数的表示

**9 8 7 6 0 5.4 3 2 1**

$$D = d_{p-1}d_{p-2} \dots d_1d_0.d_{-1}d_{-2} \dots d_{-n+1}d_{-n}$$

$$= \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times 10^i$$

- LSB(least significant bit) : 最低有效位 $d_{-n}$
- MSB(most significant bit): 最高有效位 $d_{p-1}$

# 按位计数制

---

- 任意 $r$ 进制数 $R$ 可表示如下:

$$R = d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0 \cdot d_{-1} d_{-2} \dots d_{-n} = \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i$$

- $r$  是计数制的**基数**（**Base or Radix**）， $r^i$ 为第 $i$ 位的**权**；
- **基数**确定可用数符的**个数**。如十进制的数符为：0——9，个数为10；二进制的数符为：0、1，个数为2
- 逢**基数**进一

# 十一二转换（整数）

$$R_{10}=d_{p-1} d_{p-2} \dots d_1 d_0$$

$$=d_{p-1}2^{p-1}+d_{p-2}2^{p-2} +\dots +d_12^1 +d_02^0$$

$$=2(d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3} +\dots +d_12^0) + d_0$$

除2得商： $d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3} +\dots +d_12^0$

$$= 2(d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3} +\dots ) +d_1$$

除2直到商为0

例： $87=(? \dots ?)_2$

$$=(1010111)_2$$

余数

2	87	1	$d_0$
2	43	1	$d_1$
2	21	1	$d_2$
2	10	0	$d_3$
2	5	1	$d_4$
2	2	0	$d_5$
	1	1	$d_6$
	0		

# 十一二转换（小数）

$$R_{10}=0.d_{-1}d_{-2}\dots d_{-n}$$

$$=d_{-1}2^{-1}+d_{-2}2^{-2}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+1}+d_{-n}2^{-n}$$

$$=2^{-1}(d_{-1}+d_{-2}2^{-1}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1})$$

乘2，去掉整数部分

$$\textcolor{red}{d_{-1}}+d_{-2}2^{-1}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1}$$

$$=2^{-1}(d_{-2}+\dots+d_{-n+1}2^{-n+3}+d_{-n}2^{-n+2})$$

乘2，去掉整数部分，直到剩余部分为0

例：0.4375=(? ..... ?)<sub>2</sub>

$$=(0.0111)_2$$

整数

	0	.4375	*2
$d_{-1}$	0	.875	*2
$d_{-2}$	1	.75	*2
$d_{-3}$	1	.5	*2
$d_{-4}$	1	.0	

# 二进制与八进制和十六进制之间的转换

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二进制	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
八进制	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
十六进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

# 二进制与八进制和十六进制之间的转换

---

- 位数替换法：
  - 保持小数点不变
  - 1位八进制数对应3位二进制数，1位十六进制数对应4位二进制数；
- 八或十六进制转换为二进制时,MSB前面和LSB后面的0不写；
- 二进制转换为八进制或十六进制数时，从小数点开始向左向右分组，在MSB前面和LSB后面可以加0；
- 例： $10\ 111\ 000.110\ 1_2 = 270.64_8$   
 $1011\ 1000.1101_2 = B8.D_{16}$

# 编码

---

- 扑克牌玩法很多，但本质上，就是有限的牌在不同游戏规则下的组合而已
- 学号、班号、寝室号等
- 二进制编码
  - BCD码（Binary-Coded Decimal）
  - 余3码（Excess-Three Code）
  - 格雷码（Gray Code）
  - 编法很多，就是0和1在不同**编码规则**下的组合而已。





# BCD码 (Binary-Coded Decimal)

---

- 也叫二——十进制编码，用4位二进制数表示1位十进制数
- 4位二进制码共有 $2^4=16$ 种码组，可以任选10种来表示10个十进制数码（8008种方案）
- 每位二进制数都带有权值，根据权值不同，有
  - 8421BCD
  - 2421BCD
  - 4221BCD
  - ...

# 几种BCD码

十进制	8421 BCD	2421 BCD	4221 BCD	5421 BCD
0	0000	0000 (0000)	0000 (0000)	0000 (0000)
1	0001	0001 (0001)	0001 (0001)	0001 (0001)
2	0010	0010 (1000)	0010 (0100)	0010 (0010)
3	0011	0011 (1001)	0011 (0101)	0011 (0011)
4	0100	0100 (1010)	0110 (1000)	0100 (0100)
5	0101	1011 (0101)	1001 (0111)	1000 (0101)
6	0110	1100 (0110)	1100 (1010)	1001 (0110)
7	0111	1101 (0111)	1101 (1011)	1010 (0111)
8	1000	1110 (1110)	1110 (1110)	1011 (1011)
9	1001	1111 (1111)	1111 (1111)	1100 (1100)

# 余三码—— 一种无权码

Decimal	8421BCD	Excess-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

- 每一位是无权的
- 8421码+3

# 格雷码 (Gray Code)

---

- 由贝尔实验室的Frank Gray在1940年代提出的，1953年获得批准的专利“Pulse Code Communication”，当初是为了通信，后来则常用于模拟—数字转换中。
- 在一组数的编码中，若任意两个相邻的代码只有一位二进制数不同，则称这种编码为格雷码 (Gray Code)
- 另外由于最大数与最小数之间也仅一位数不同，即“首尾相连”，因此又称循环码或反射码。
- 格雷码有多种编码形式——典型格雷码。

# 典型格雷码 (Gray code)

Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

Decimal	Binary	Gray code
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

任何两位相邻编码  
只有1位码元不同

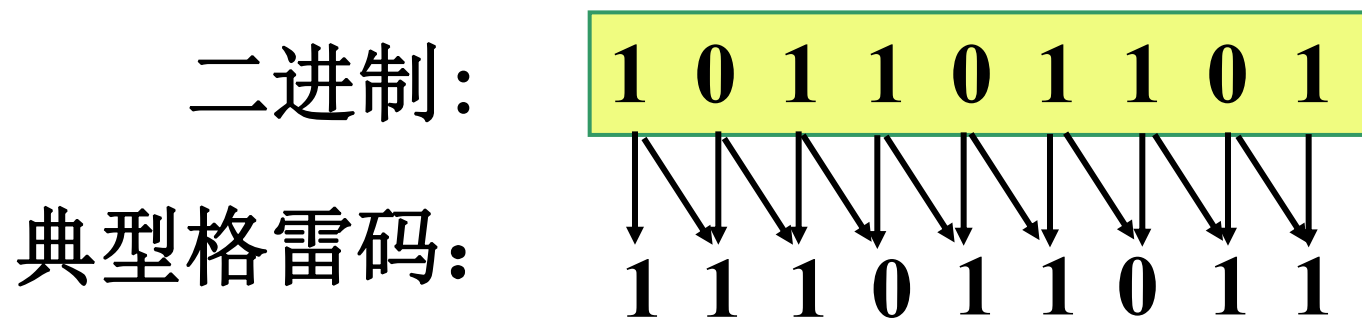
卡诺图采用的编码

# 怎样获得任意给定的二进制数对应的典型格雷码？

---

## 1) 计算法

- 复制最高位
- 从最高位开始，俩俩比较相邻位：
  - 二者相同取 0
  - 二者不同取 1
- 转换前后数据的位宽不变



# 如何写典型格雷码

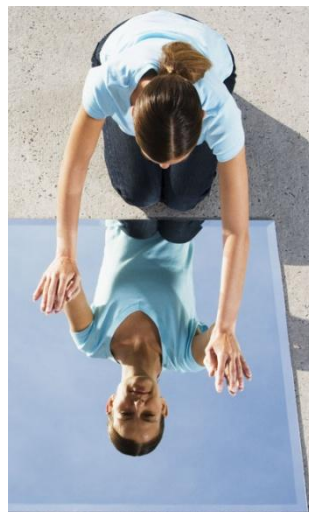
- 2) 反射法

1位

0
1

2位

0	0
0	1
1	1
1	0



3位

0 0 0

0 0 1

0 1 1

0 1 0

1 1 0

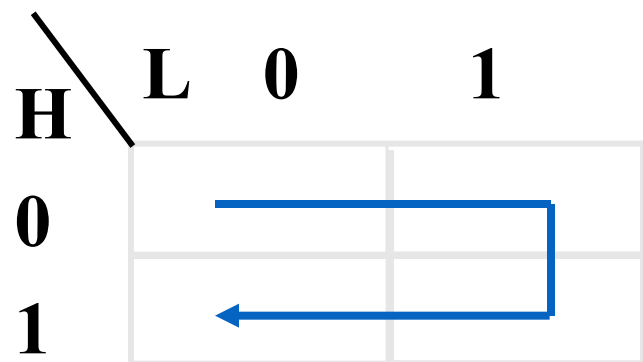
1 1 1

1 0 1

1 0 0

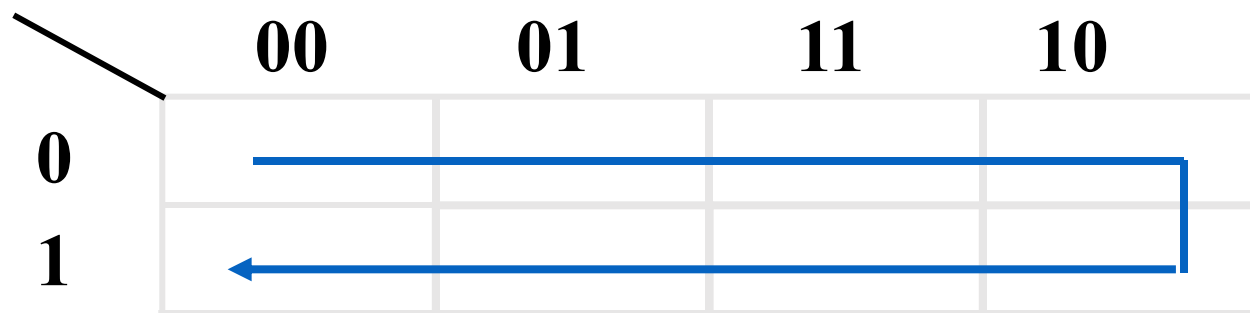
# 如何写n位典型格雷码

## 3) 图形法



2位格雷码

00、01、11、10

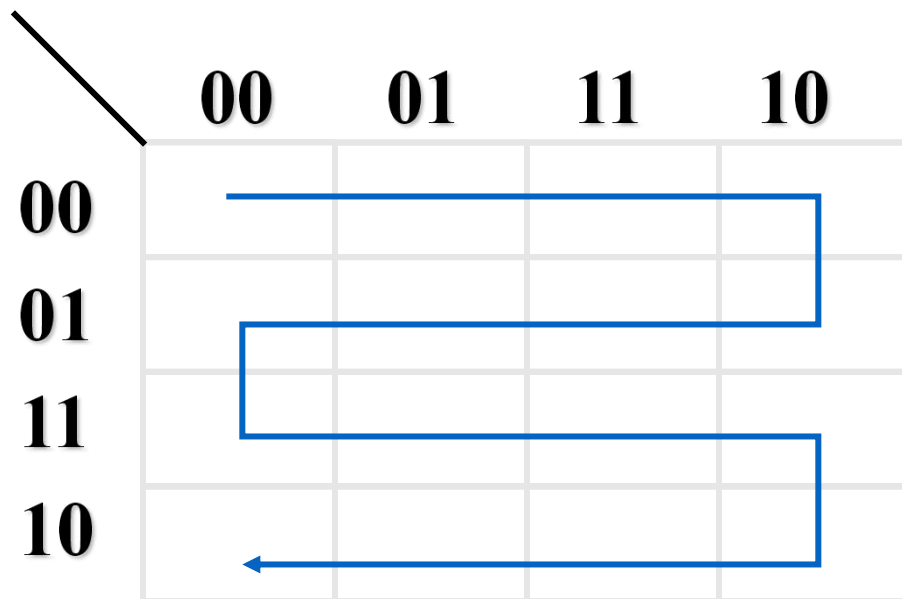


3位格雷码

000、001、011、010、  
110、111、101、100



# 如何写n位典型格雷码



4位格雷码

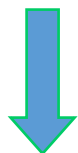
0000、0001、0011、0010、0110、0111、0101、0100、  
1100、1101、1111、1110、1010、1011、1001、1000

# 格雷码的优点

十进制: 3→4

8421BCD

3      0011

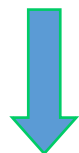


4      0100

3 位码元改变

典型格雷码

0010



0110

1 位码元改变

Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

格雷码 —— 连续变化时, 比较可靠

# 文字编码

---

- ASCII 编码是最简单的西文编码方案
  - American Standard Code for Information Interchange
  - 8位
- GB2312、GBK、GB18030 是汉字字符编码方案的国家标准
- Unicode 是全球字符编码的国际标准

# ASCII码表

ASCII值	控制字符	ASCII值	控制字符	ASCII值	控制字符
32(20H)	(space)	64(40H)	@	96	`
33	!	65(41H)	A	97(61H)	a
34	"	66	B	98	b
...	...	...	...	...	...
48(30H)	0	80	P	112	p
...	...	...	...	...	...
57(39H)	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
...	...	...	...	...	...
63	?	95	_	127	DEL

# 数制和编码小结

---

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）
  - 文字编码：ASCII、Unicode等