

# 数字逻辑设计

王鸿鹏

计算机科学与技术学院

wanghp@hit.edu.cn

# 利用触发器设计时序逻辑的方法

---

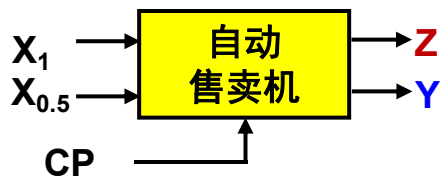
- 1) 根据需求——> 获得原始状态图、状态表
- 2) 最小化状态图、状态表
- 3) 状态编码（分配）——> 获得状态转移表
- 4) 状态转移表  
触发器特征 } ——> 触发器激励表
- 5) 卡诺图化简——> { 激励（输入）函数表达式  
输出函数表达式
- 6) 电路实现                      (7) 检查无关状态

# 利用触发器设计同步时序逻辑电路—自动售卖机

例：利用D触发器设计一个自动售卖机

- 只接收硬币： 0.5 ¥ , 1 ¥
- 每次投币只接收一枚硬币
- 机器收到1.5 ¥ , 给出一瓶饮料
- 机器收到2.0 ¥ , 给出一瓶饮料，找回0.5 ¥

解法1：  
米里型电路



$X_1 X_{0.5} = 00$ : 0 ¥

$X_1 X_{0.5} = 01$ : 0.5 ¥

$X_1 X_{0.5} = 10$ : 1 ¥

Y=1/ 0: 给/不给 饮料

Z=1/ 0 : 找零/不找零

## 1. 原始状态图及状态表

### ① 状态设定

$S_0$ —初始状态，无投币

$S_1$ —机器收到0.5 ¥

$S_2$ —机器收到1.0 ¥ （2个 0.5 ¥ , or 1个1.0 ¥ ）

if （机器又收到1个0.5 ¥）

then Y=1, 且 Z=0, 回到  $S_0$

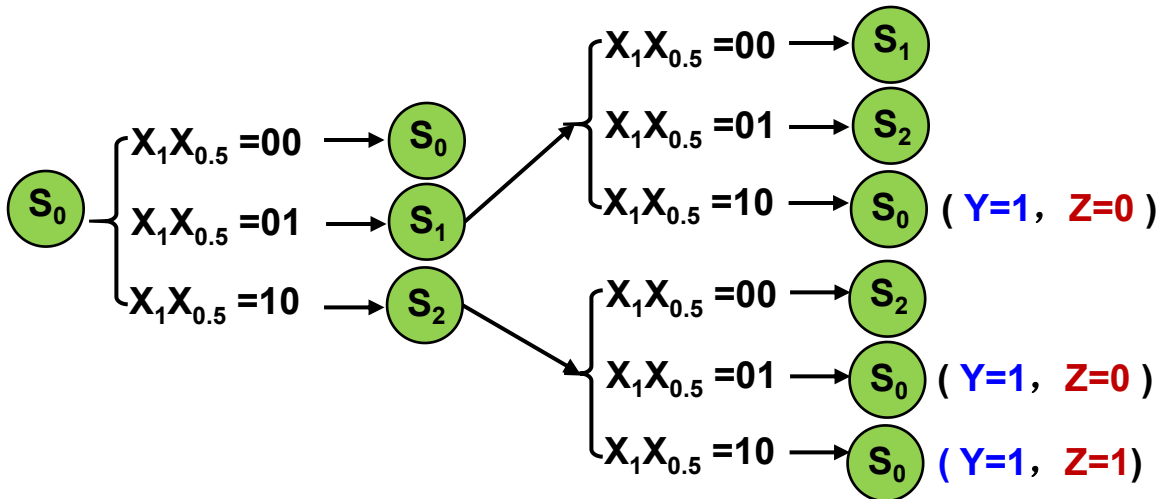
Else If （机器又收到1个1 ¥）

then Y=1, 且 Z=1, 回到  $S_0$

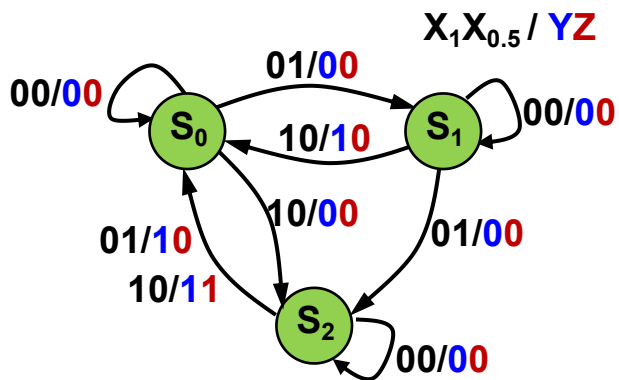
# 利用触发器设计自动售卖机——续

## ② 状态转换分析

$S_0$ —无投币  
 $S_1$ —0.5 ¥  
 $S_2$ —机器收到1.0 ¥



## ③ Mealy 状态图



## ④ 状态表

现态 $S^n$	$S^{n+1} / Z$			
	$X_1X_{0.5}=00$	$X_1X_{0.5}=01$	$X_1X_{0.5}=10$	$X_1X_{0.5}=11$
$S_0$	$S_0 / 00$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$X / XX$
$S_1$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$X / XX$
$S_2$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$S_0 / 11$	$X / XX$

# 利用触发器设计自动售卖机——续

确定 $D_2$ : 看 $Q_2^{n+1}$   
确定 $D_1$ : 看 $Q_1^{n+1}$

## ④ 状态表

现态 $S^n$	$S^{n+1} / Z$			
	$X_1 X_{0.5}=00$	$X_1 X_{0.5}=01$	$X_1 X_{0.5}=10$	$X_1 X_{0.5}=11$
$S_0$	$S_0 / 00$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$X / XX$
$S_1$	$S_1 / 00$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$X / XX$
$S_2$	$S_2 / 00$	$S_0 / 10$	$S_0 / 11$	$X / XX$

## 2. 状态化简

## 3. 状态分配

$S_0$  — 00

$S_1$  — 01

$S_2$  — 10

需要2个D触发器

	0	1
0	$S_0$	$S_1$
1	$S_2$	

## 4. 状态转换真值

输入		现态		次态		输入		输出	
$X_1$	$X_{0.5}$	$Q_2^n$	$Q_1^n$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$D_2$	$D_1$	Y	Z
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	X	X	X	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	X	X	X	X	X	X
1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	X	X	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X

# 利用触发器设计自动售卖机——续

## 5. 卡诺图化简

$Q_2^nQ_1^n$		$X_1X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	1	
01	0	1	X	0	
11	X	X	X	X	
10	1	0	X	0	

$$D_2 = \bar{X}_1\bar{X}_{0.5}Q_2^n + Q_1^nX_{0.5} + X_1\bar{Q}_1^n\bar{Q}_2^n$$

$X_1X_{0.5}$		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00	0	1	X	0	
01	1	0	X	0	
11	X	X	X	X	
10	0	0	X	0	

$$D_1 = \bar{X}_1\bar{X}_{0.5}Q_1^n + X_{0.5}\bar{Q}_1^n\bar{Q}_2^n$$

$Q_2^nQ_1^n$ $X_1X_{0.5}$		$Q_2^nQ_1^n$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	0	X	1	
11	X	X	X	X	
10	0	1	X	1	

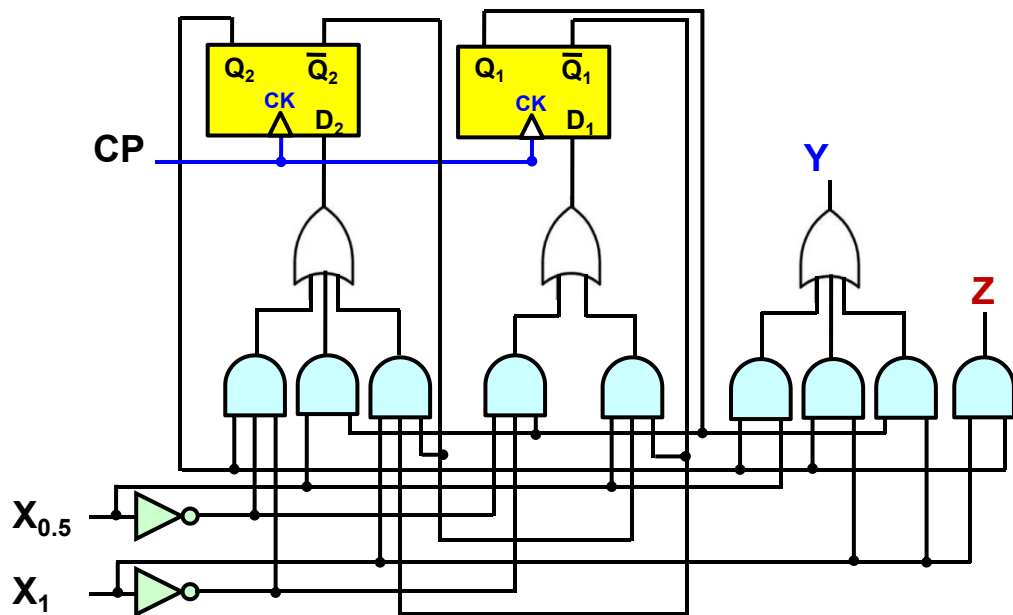
$$Y = Q_2^nX_{0.5} + Q_2^nX_1 + X_1Q_1^n$$

$Q_2^nQ_1^n$		$X_1X_{0.5}$			
		00	01	11	10
00	0	0	X	0	
01	0	0	X	0	
11	X	X	X	X	
10	0	0	X	1	

$$Z = X_1Q_2^n$$

# 利用触发器设计自动售卖机——续

## 6. 电路实现



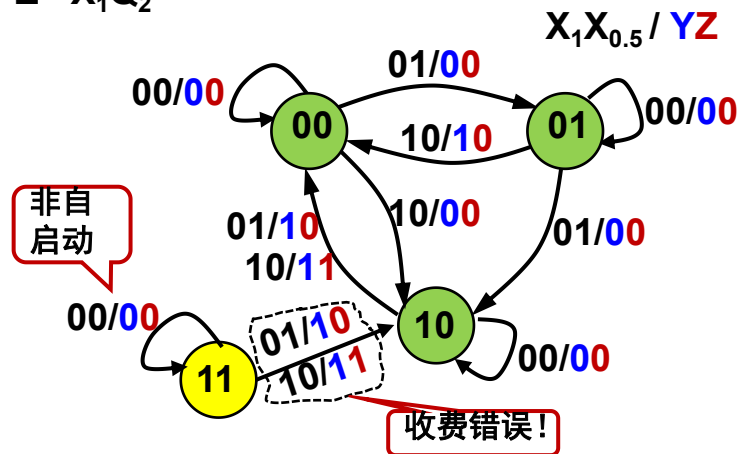
! 电路需要预置

## 7. 检查无关项

无关状态:  $Q_2^n Q_1^n = 11$

$X_1 X_{0.5}$  分别为 00, 01, 10 时, 带入计算

$$\begin{cases} Q_2^{n+1} = D_2 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_1^n + Q_1 X_{0.5} + X_1 \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \\ Q_1^{n+1} = D_1 = \bar{X}_1 \bar{X}_{0.5} Q_2^n + X_{0.5} \bar{Q}_1^n \bar{Q}_2^n \\ Y = Q_2^n X_{0.5} + Q_2^n X_1 + X_1 Q_1^n \\ Z = X_1 Q_2^n \end{cases}$$



# 利用触发器设计自动售卖机——续

## 1. 原始状态图及状态表

### ① 状态设定 (标记收到的钱数)

$S_0$ —初始状态, 机器收到0¥

$S_1$ —机器收到0.5¥

$S_2$ —机器收到1.0¥

$S_3$ —机器收到1.5¥

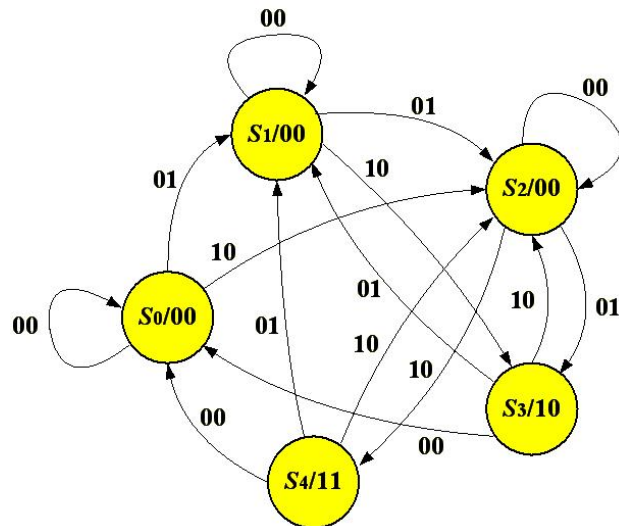
$S_4$ —机器收到2.0¥

解法2: 摩尔型电路

### ③ 状态表

现态 $S_n$	次态 $S_{n+1}$			输出 YZ
	$X_1X_2 = 00$	$X_1X_2 = 01$	$X_1X_2 = 10$	
$S_0$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	00
$S_1$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	00
$S_2$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	00
$S_3$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	10
$S_4$	$S_0$	$S_1$	$S_2$	11

### ② Moor 状态图



## 2. 状态化简

## 3. 状态分配

需要3个D触发器

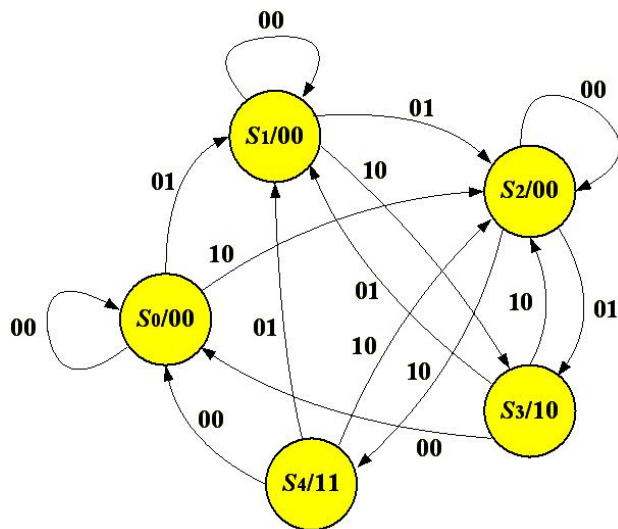
$Q_2^n Q_1^n$		$Q_3^n$			
		00	01	11	10
		$S_0$	$S_3$		$S_1$
0					
1		$S_4$			$S_2$

$S_0$	000
$S_1$	010
$S_2$	110
$S_3$	001
$S_4$	100



# 利用触发器设计自动售卖机——续

## 4. 状态转换真值表



$S_0$  — 000

$S_1$  — 010

$S_2$  — 110

$S_3$  — 001

$S_4$  — 100

输入		现态					次态			输入			输出	
$X_1$	$X_{0.5}$	$Q_3^n$	$Q_2^n$	$Q_1^n$			$Q_3^{n+1}$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$D_3$	$D_2$	$D_1$	Y	Z
0	0	0	0	0			0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1			0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0			0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0			0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0			1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0			0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0			0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0			1	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1			0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0			0	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0			1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0			0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0			1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1			1	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0			1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	X	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X

# 利用触发器设计自动售卖机——续

## 5. 卡诺图化简

$X_1=0$

$X_{0.5}Q_3^n$ \ $Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	0	X	X	1
11	0	X	X	0
10	0	0	X	1

$X_1=0$

$X_{0.5}Q_3^n$ \ $Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	X	1
01	0	X	X	1
11	1	X	X	0
10	1	1	X	1

$X_1=0$

$X_{0.5}Q_3^n$ \ $Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	0	X	X	0
11	0	X	X	1
10	0	0	X	0

$X_1=1$

$X_{0.5}Q_3^n$ \ $Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
00	1	1	X	0
01	1	X	X	1
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$X_1=1$

$X_{0.5}Q_3^n$ \ $Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
00	1	1	X	0
01	1	X	X	0
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$X_1=1$

$X_{0.5}Q_3^n$ \ $Q_2^nQ_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	X	1
01	0	X	X	0
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$$D_3 = \bar{X}_{0.5}Q_3^nQ_2^n + \bar{Q}_3^nX_{0.5}Q_2^n + X_1\bar{Q}_2^n$$

$$D_2 = \bar{X}_{0.5}Q_3^n + \bar{Q}_2^nX_{0.5} + X_1\bar{Q}_2^n + \bar{X}_1\bar{X}_{0.5}Q_2^n$$

$$D_1 = X_{0.5}Q_3^nQ_2^n + \bar{Q}_3^nX_1Q_2^n$$

# 利用触发器设计自动售卖机——续

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=0$			
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	1	X	0
	01	1	X	X	0
	11	1	X	X	0
	10	0	1	X	1

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$			
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	1	X	0
	01	1	X	X	0
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

$$Y = \overline{Q_2^n} Q_3^n + Q_1^n$$

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=0$			
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	0
	01	1	X	X	0
	11	1	X	X	0
	10	0	0	X	0

$Q_2^n Q_1^n$		$X_1=1$			
		00	01	11	10
$X_{0.5} Q_3^n$	00	0	0	X	0
	01	1	X	X	0
	11	X	X	X	X
	10	X	X	X	X

$$Z = \overline{Q_2^n} Q_3^n$$

$$D_3 = \overline{X_{0.5}} Q_3^n Q_2^n + \overline{Q_3^n} X_{0.5} Q_2^n + X_1 \overline{Q_2^n}$$

$$D_2 = \overline{X_{0.5}} Q_3^n + \overline{Q_2^n} X_{0.5} + X_1 \overline{Q_2^n} + \overline{X_1} \overline{X_{0.5}} Q_2^n$$

$$D_1 = X_{0.5} Q_3^n Q_2^n + \overline{Q_3^n} X_1 Q_2^n$$

$$Y = \overline{Q_2^n} Q_3^n + Q_1^n$$

$$Z = \overline{Q_2^n} Q_3^n$$

6. 电路实现(略)

7. 检查无关项(略)

## Moore型电路与Mealy型电路比较

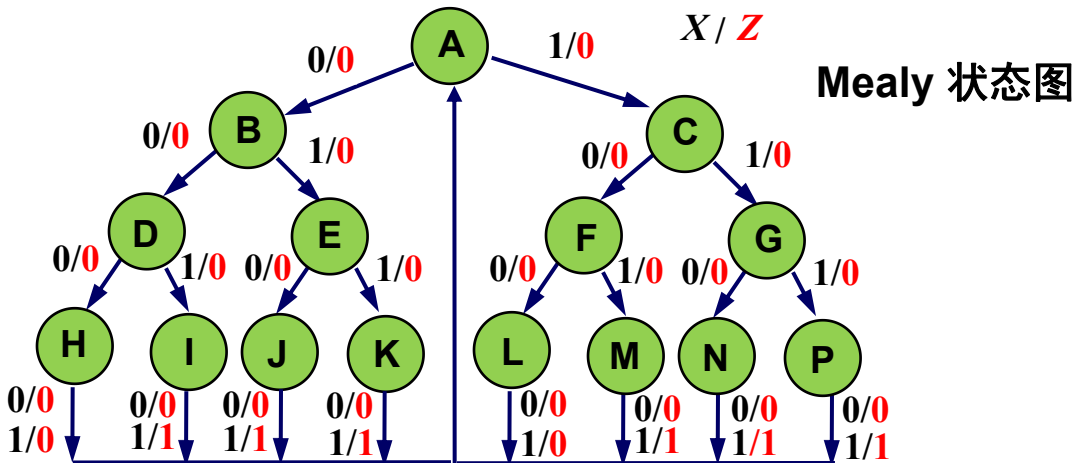
- Moore型电路中的状态总数相对要多一些，需要使用较多的触发器资源。
- Moore型电路的输出只与状态有关，输出没有毛刺。

# 利用触发器设计8421BCD码检测器

例：用D触发器设计一个串行输入8421BCD码误码检测器。要求：

- 8421BCD码**低位在前**、**高位在后**串行地加到检测器的输入端。
- 电路每接收一组代码，即在收到第4位代码时判断。若是错误代码，则输出为1，否则输出为0，电路又回到初始状态并开始接收下一组代码。

## 1. 原始状态图及状态表



# 利用触发器设计8421BCD码检测器

## 2. 状态化简

现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	C / 0
B	D / 0	E / 0
C	F / 0	G / 0
D	H / 0	I / 0
E	J / 0	K / 0
F	L / 0	M / 0
G	N / 0	P / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1
J	A / 0	A / 1
K	A / 0	A / 1
L	A / 0	A / 0
M	A / 0	A / 1
N	A / 0	A / 1
P	A / 0	A / 1

现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	C / 0
B	D / 0	E / 0
C	F / 0	G / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
F	H / 0	I / 0
G	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	C / 0
B	D / 0	E / 0
C	D / 0	E / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	B / 0
B	D / 0	E / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

# 利用触发器设计8421BCD码检测器

## 2. 状态化简

现态 $Q^n$	$Q^{n+1} / Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	B / 0
B	D / 0	E / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

## 3. 状态分配

规则1: 次态相同, 现态编码应相邻


HI, DE 应相邻

规则2: 同一现态对应的次态应给予相邻编码

DE, HI 应相邻

规则3: 输出相同, 现态编码应相邻

ABDEH应相邻



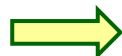
$Q_2^n Q_1^n$		$Q_3^n$			
		00	01	11	10
0		A	B	D	I
1				E	H

A: 000;    B: 001  
D: 011;    I: 010  
E: 111;    H: 110

## 4. 状态转换真值表

确定 $D_3$ : 看 $Q_3^{n+1}$   
 确定 $D_2$ : 看 $Q_2^{n+1}$   
 确定 $D_1$ : 看 $Q_1^{n+1}$

$Q_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H



现态 $Q^n$	$Q^{n+1}/Z$	
	$X=0$	$X=1$
A	B / 0	B / 0
B	D / 0	E / 0
D	H / 0	I / 0
E	I / 0	I / 0
H	A / 0	A / 0
I	A / 0	A / 1

输入及现态				次态			输入 输出			
X	$Q_3^n$	$Q_2^n$	$Q_1^n$	$Q_3^{n+1}$	$Q_2^{n+1}$	$Q_1^{n+1}$	$D_3$	$D_2$	$D_1$	Z
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
0	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	X	X	X	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0

# 利用触发器设计8421BCD码检测器

## 5. 卡诺图化简

$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	X	X	0	0
11	X	X	0	0
10	0	1	0	0

$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	X	X	1	0
11	x	x	1	0
10	0	1	1	0

$$D_3 = \overline{Q_3^n} Q_2^n Q_1^n \overline{X} + X \overline{Q_2^n} Q_1^n$$

$$D_2 = Q_1^n$$

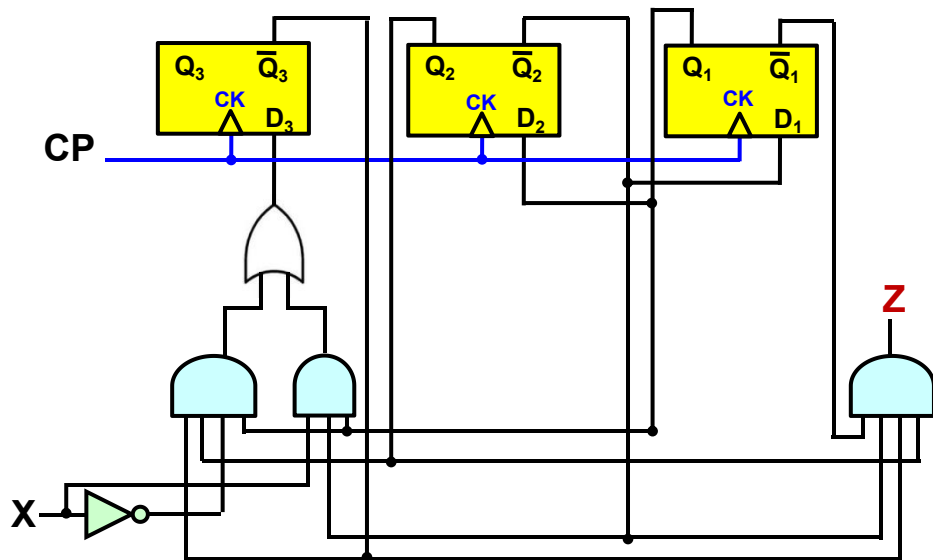
$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	1	1	0	0
01	x	x	0	0
11	x	x	0	0
10	1	1	0	0

$XQ_3^n \backslash Q_2^n Q_1^n$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	x	x	0	0
11	x	x	0	0
10	0	0	0	1

$$D_1 = \overline{Q_2^n}$$

$$Z = X \overline{Q_3^n} Q_2^n \overline{Q_1^n}$$

## 6. 电路实现

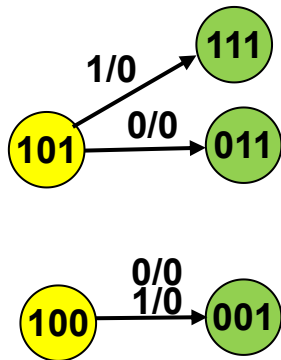




# 利用触发器设计8421BCD码检测器

## 7. 无关项检查

$Q_3^n$	$Q_2^n Q_1^n$			
	00	01	11	10
0	A	B	D	I
1			E	H



电路可以自启动

将无关状态 $Q_3^n Q_2^n Q_1^n = 101$ 和 $100$ 分别代入次态方程和输出方程计算



$$\begin{cases} Q_i^{n+1} = D_i \\ D_3 = \overline{Q_3^n} Q_2^n Q_1^n \overline{X} + X \overline{Q_2^n} Q_1^n \\ D_2 = Q_1^n \\ D_1 = \overline{Q_2^n} \\ Z = X \overline{Q_3^n} Q_2^n \overline{Q_1^n} \end{cases}$$