

# 数字逻辑设计

王鸿鹏

计算机科学与技术学院

wanghp@hit.edu.cn

# 目 录

---

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

# 多级门电路

**前提：**忽略输入端原、反变量的差别。

**级数**——电路输入与输出之间串联的门的最大数值

## □ 二级门电路

*AND-OR* 电路（积之和）

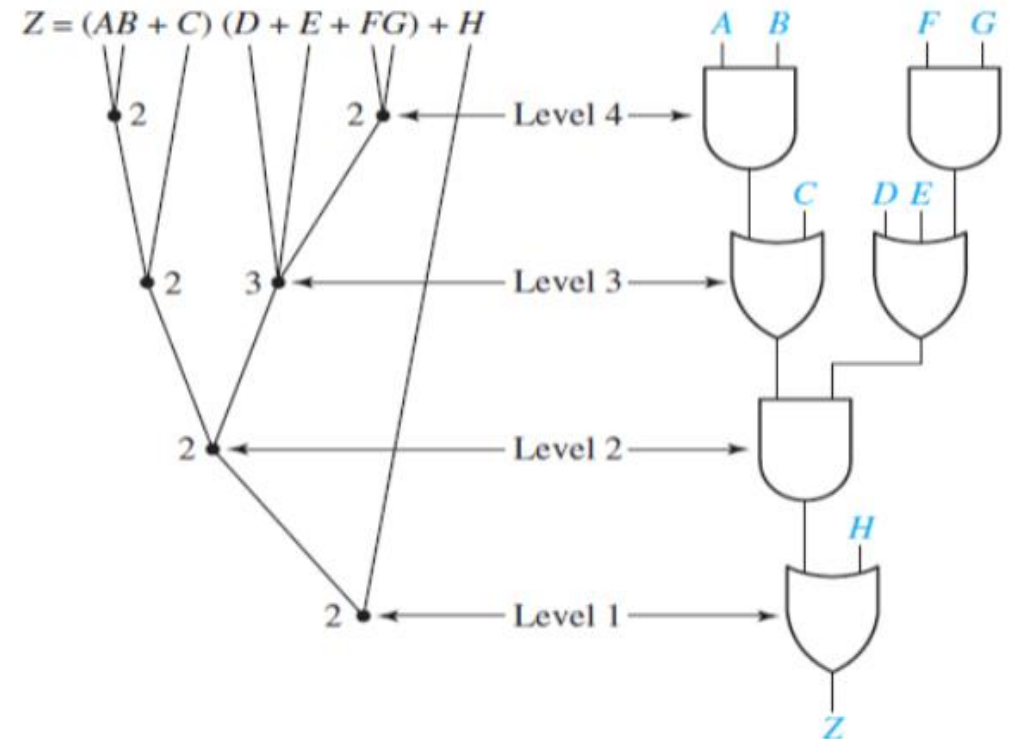
*OR-AND* 电路（和之积）

## □ 三级门电路

*OR-AND-OR* 电路

□ 各门没有特定的排列顺序

□ 输出门可以是与门也可以是或门



# 多级门电路——二级门电路

## 1. 二级门电路

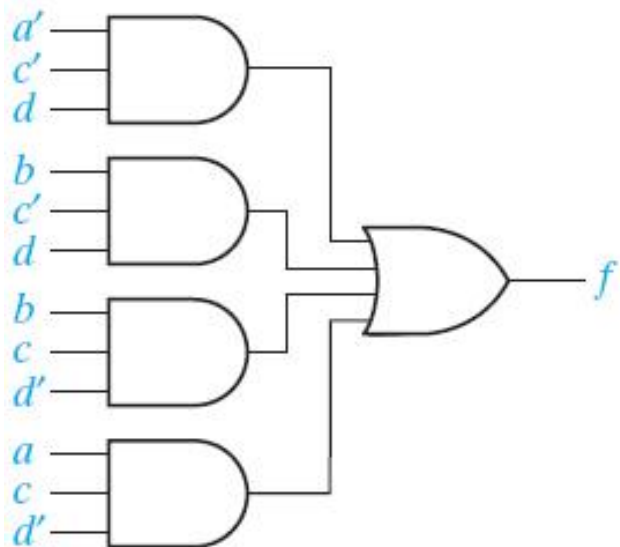
*AND-OR* 电路（积之和）

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

*OR-AND* 电路（和之积）

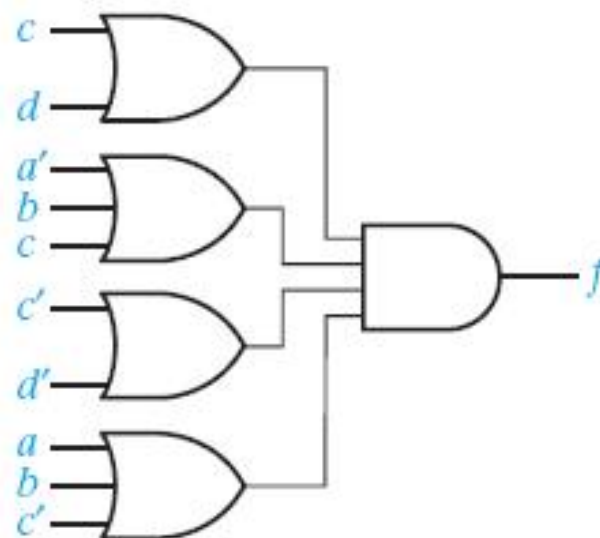
$$f = (c + d)(a' + b + c)(c' + d')(a + b + c')$$

5个门, 16 个输入端



$ab \backslash cd$		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	1	1	1	0	0
11	0	0	0	0	0
10	0	1	1	1	1

5个门, 14 个输入端



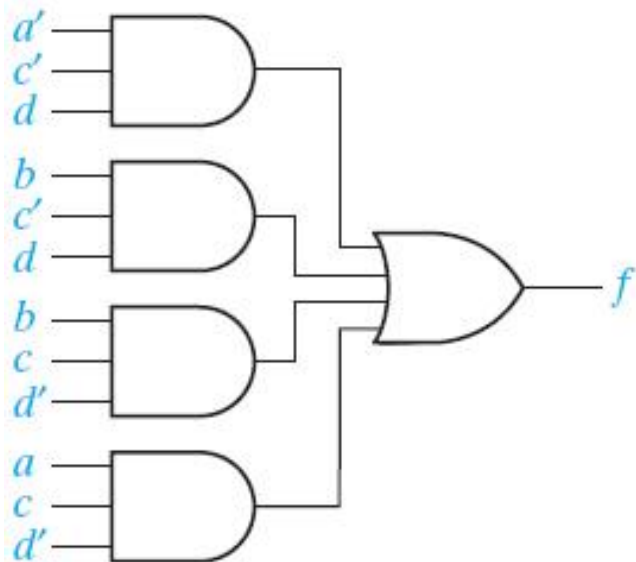
# 多级门电路——三级门电路

## 1. 二级门电路

*AND-OR* 电路（积之和）

$$f = a'c'd + bc'd + bcd' + acd'$$

5个门, 16 个输入端

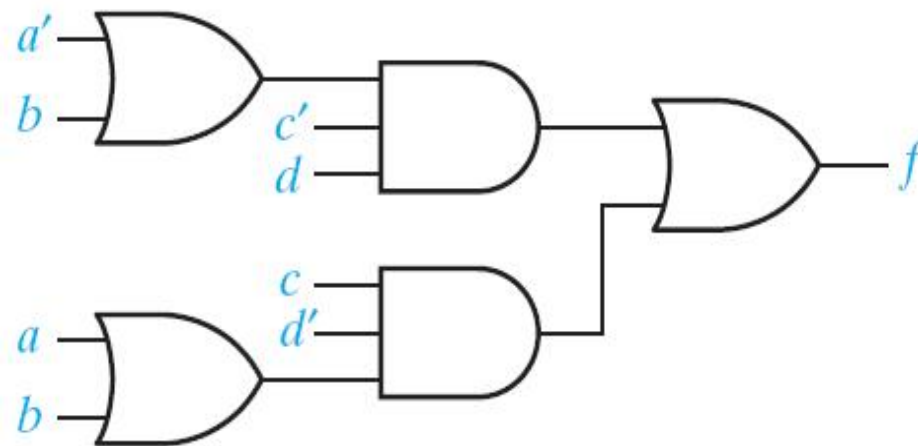


## 2. 三级门电路

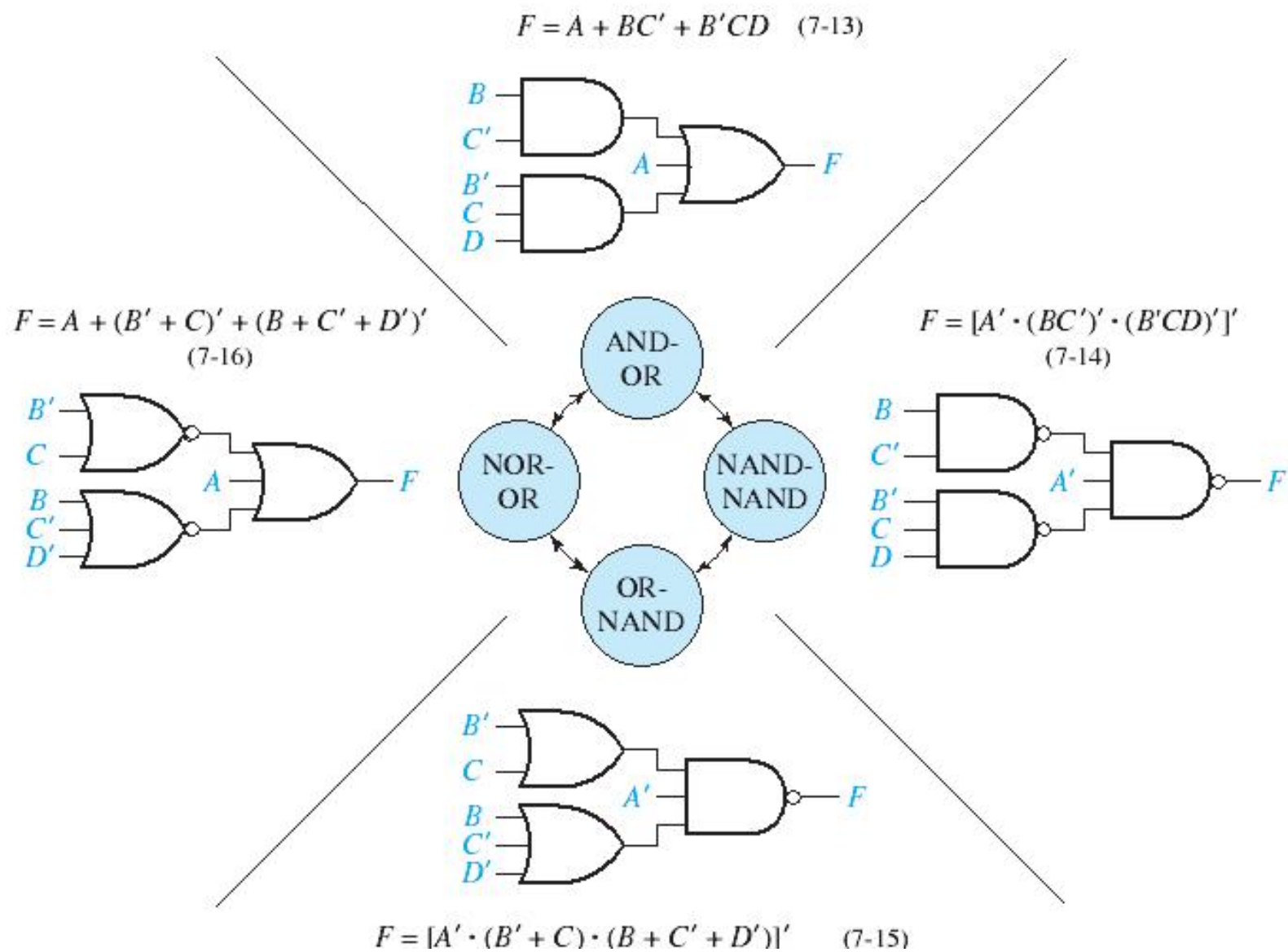
*OR-AND-OR* 电路

$$f = c'd(a' + b) + cd'(a + b)$$

5个门, 12 个输入端

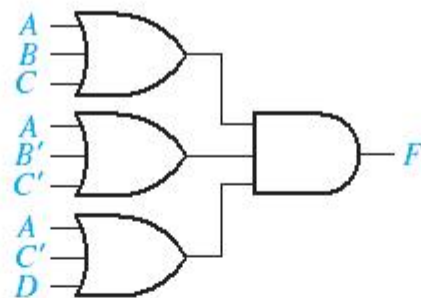


# 二级门电路的8种基本形式——1

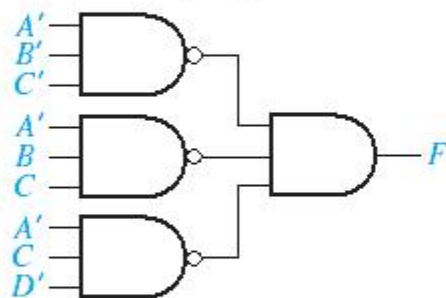


# 二级门电路的8种基本形式——2

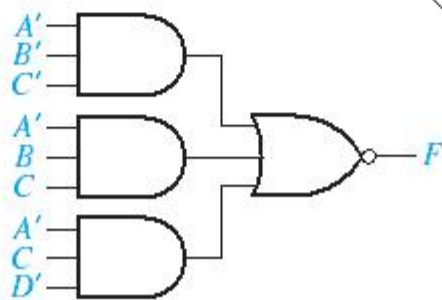
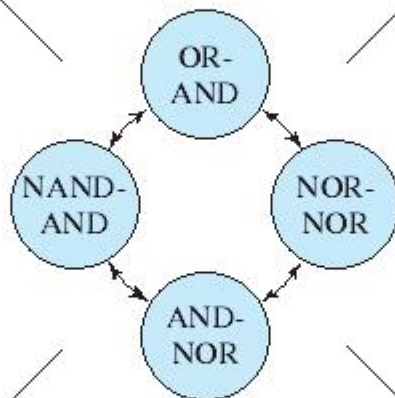
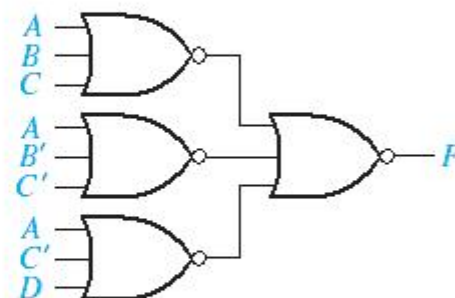
$$F = (A + B + C)(A + B' + C')(A + C' + D) \quad (7-18)$$



$$F = (A'B'C')' \cdot (A'BC)' \cdot (A'CD')' \quad (7-21)$$



$$F = [(A + B + C)' + (A + B' + C')' + (A + C' + D)']' \quad (7-19)$$

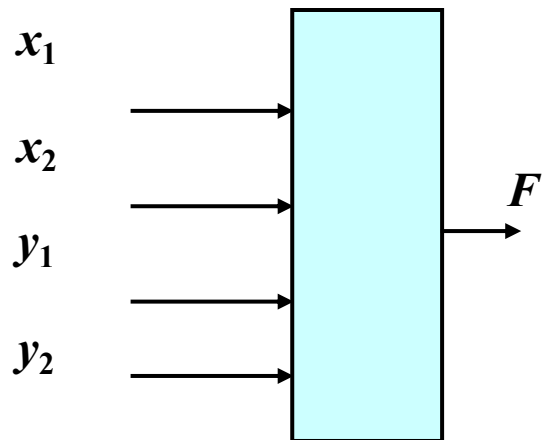


$$F = (A'B'C' + A'BC + A'CD')' \quad (7-20)$$

# 多级门电路设计实例

- 设计组合电路，对输入的2个二进制数  $X=X_1X_2$ 和 $Y=Y_1Y_2$  比较，当 $X>Y$ 时 输出 $F=1$ ；否则，  $F=0$ 。

## ① 确定输入输出



## ② 真值表

$X_1$	$X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$F$	$X_1$	$X_2$	$Y_1$	$Y_2$	$F$
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0

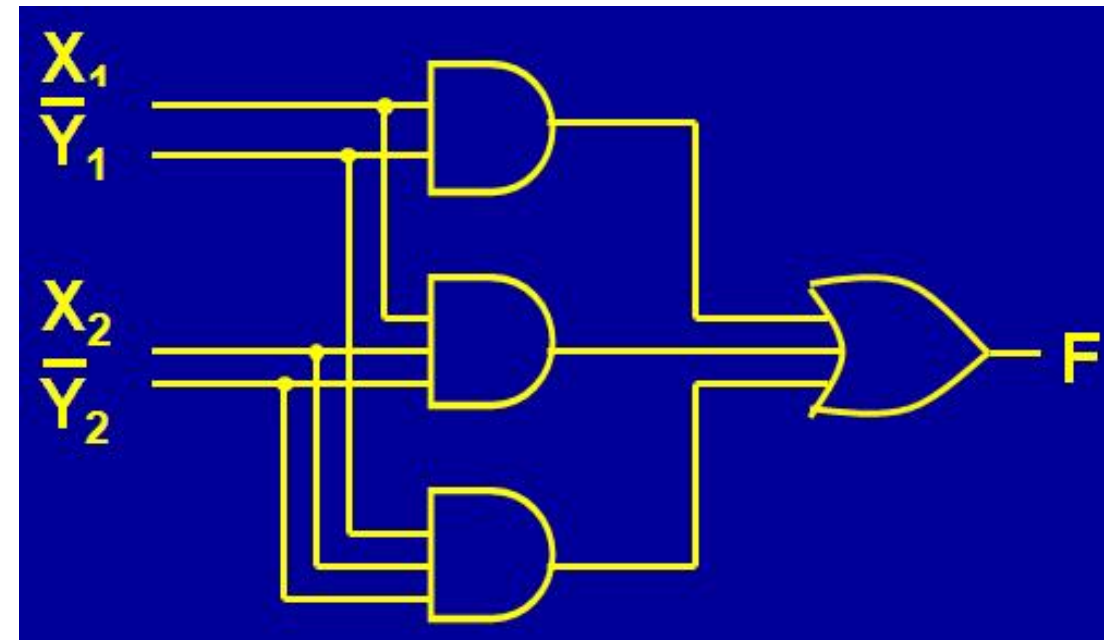


# 二级门电路实例

## ③ 化简得到最简二级与或电路

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2$$

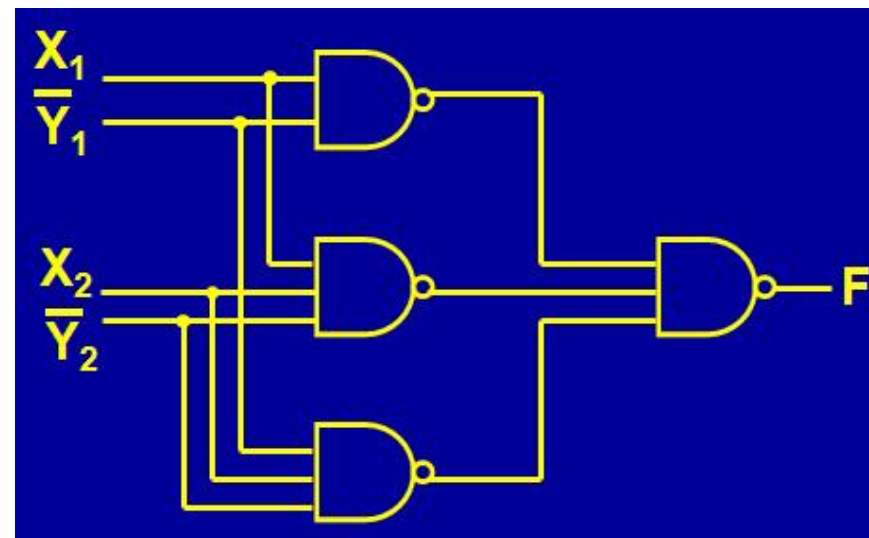
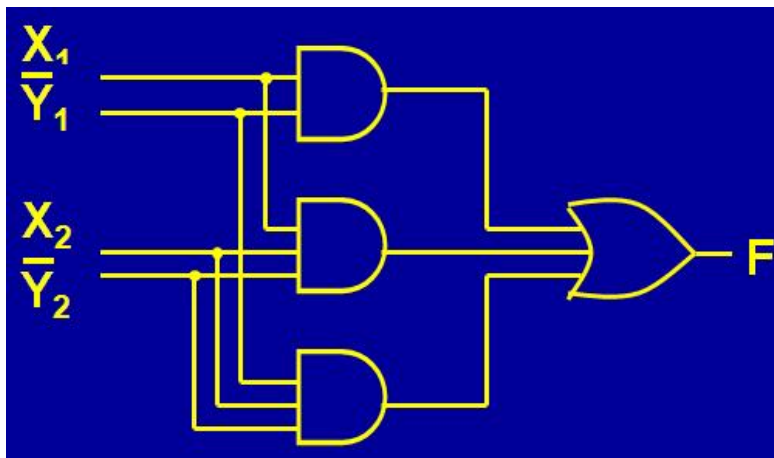
$X_1 X_2 \backslash Y_1 Y_2$		$Y_1 Y_2$			
		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	1	0	0	0	0
11	1	1	0	1	0
10	1	1	0	0	0



# 采用单一逻辑门的二级门电路

## ④ 采用单一逻辑门(与非门)设计

$$F = X_1 \bar{Y}_1 + X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 + X_1 X_2 \bar{Y}_2 = \overline{(\overline{X_1 \bar{Y}_1}) (\overline{X_2 \bar{Y}_1 \bar{Y}_2}) (\overline{X_1 X_2 \bar{Y}_2})}$$



规律：直接替换成与非门即可

# 目 录

---

- 多级门电路（Multi-Level Circuits）
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

# 二级门电路的实现

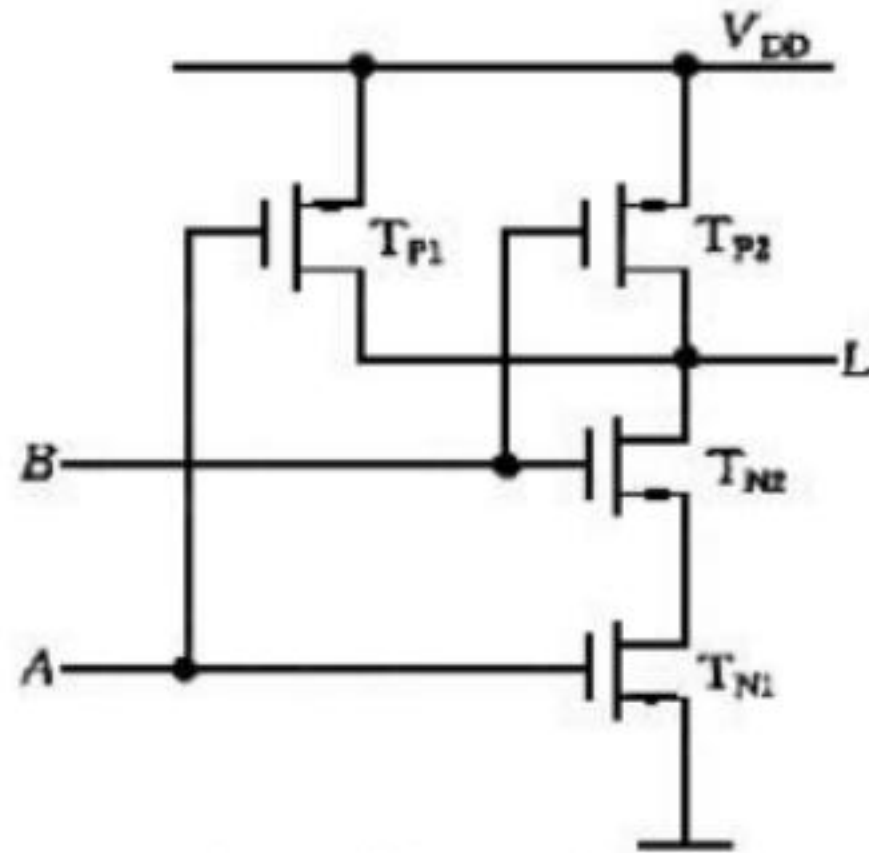
- 任何逻辑都可以用二级门电路实现

$$F(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (1,6,7) = \prod_{XYZ} (0,2,3,4,5)$$

$$F'(X,Y,Z) = \sum_{XYZ} (0,2,3,4,5) = \prod_{XYZ} (1,6,7)$$

- 与非门、或非门 **vs** 与门、或门

- 速度更快
- 价格更便宜
- 使用的器件更少



与非门  $L = (AB)'$

# 二级门电路的设计方法——只用与非门

## 1. 使用单一逻辑门（与非门）设计最简二级电路

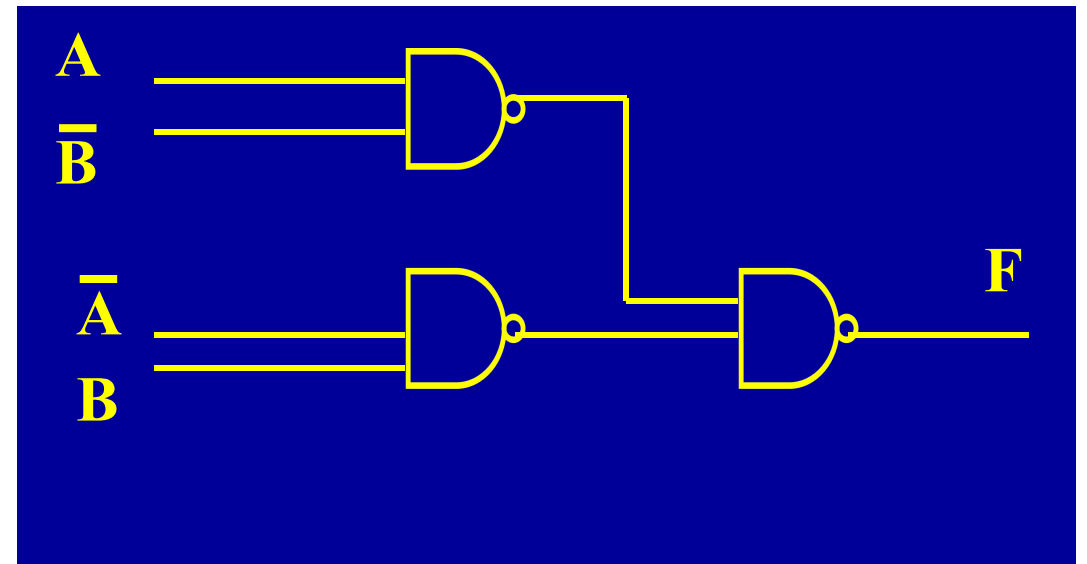
给定：最简与或式

方法 1:  $(F')'$

$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$\overline{\overline{\bar{A}B + A\bar{B}}}$$

$$\overline{\overline{\bar{A}B} \cdot \overline{A\bar{B}}}$$

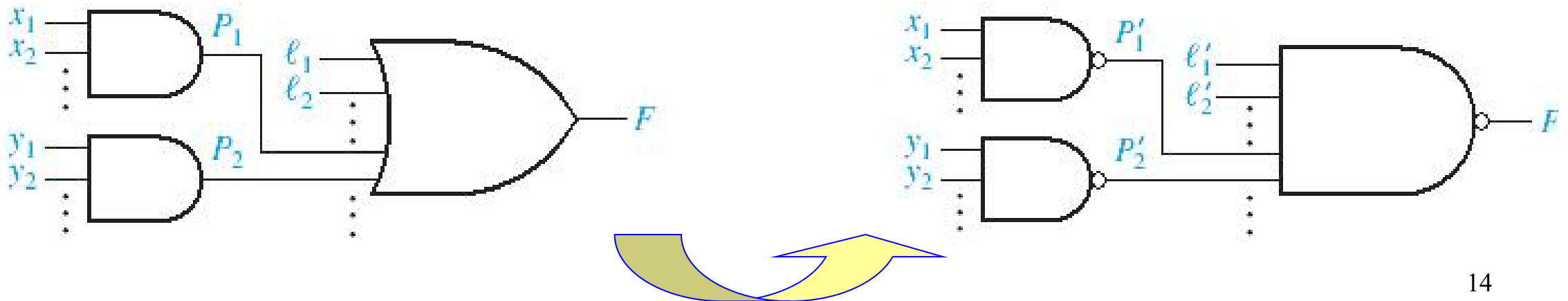


# 二级门电路设计——只用与非门

给定：最简与或式

方法 2:

1. 找出F的与或式（最简积之和式）。
2. 画出二级与或电路（**AND-OR**）。
3. 用与非门替换所有逻辑门。
4. 将连接输出门的所有单个变量取反



# 二级门电路设计——只用或非门

## 2. 使用单一逻辑门（或非门）设计最简二级电路

给定：最简与或式

方法 1:  $(F^D)^D$

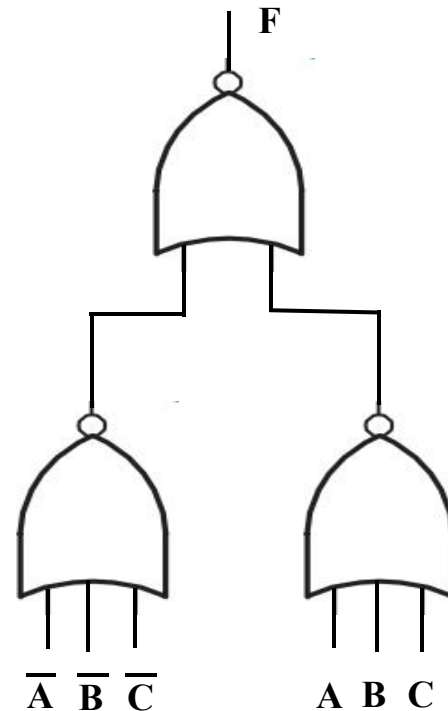
$$F = A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{A}C$$

$$F^D = (A + \bar{B}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + C)$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}} \cdot \overline{\overline{ABC}}$$

$$F = (F^D)^D = \overline{(A + B + C)} + \overline{(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})}$$



# 二级门电路设计——只用或非门

---

给定：最简与或式

方法 2:

1. 找出F的最简和之积式.
2. 画出二级或与电路（**OR-AND**）.
3. 用或非门替换所有逻辑门.
4. 将连接输出门的所有单个变量取反



# 二级门电路设计——只用与或非门

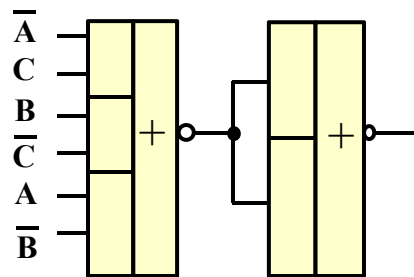
## 3. 使用单一逻辑门（与或非门）设计最简二级门电路

给定：最简与或式

•方法：  $(F')'$

$$F = \bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}$$

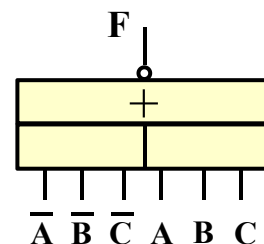
$$\overline{\overline{F}} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$



$$\bar{F} = \overline{\bar{A}C + B\bar{C} + A\bar{B}}$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$F = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC}$$



# 目 录

---

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

# 多输出电路的设计

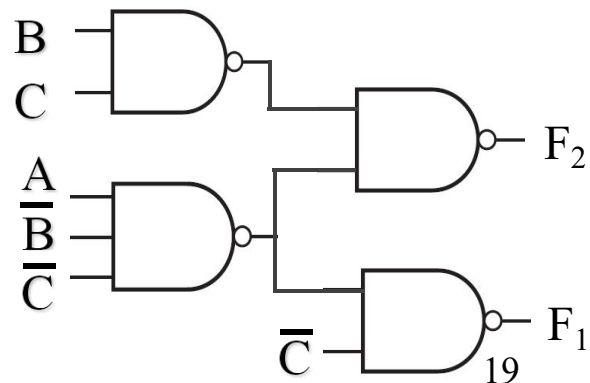
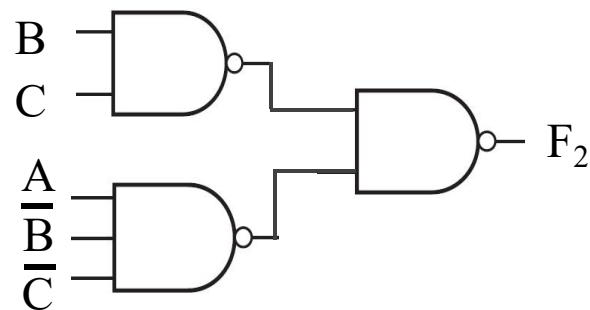
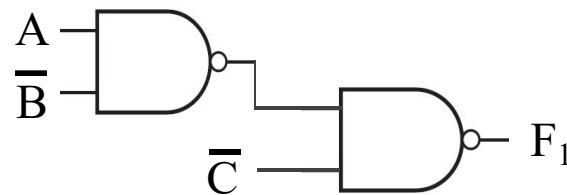
利用与非门设计二级门电路  $F_1 = C + A\bar{B}$ ,  $F_2 = BC + A\bar{B}\bar{C}$

关键：寻找**共享项**，追求整体最简

$$\begin{aligned} F_1 &= C + A\bar{B} \\ &= C + A\bar{B} (C + \bar{C}) \\ &= \textcolor{red}{C} + A\bar{B}\textcolor{red}{C} + A\bar{B}\bar{C} \\ &= C + A\bar{B}\bar{C} \\ &= \overline{\bar{C} \overline{A\bar{B}\bar{C}}} \end{aligned}$$

		$F_1$			
A	BC	00	01	11	10
	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0

		$F_2$			
A	BC	00	01	11	10
	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0



# 目 录

---

- 多级门电路 (Multi-Level Circuits)
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例

# 三人表决器设计

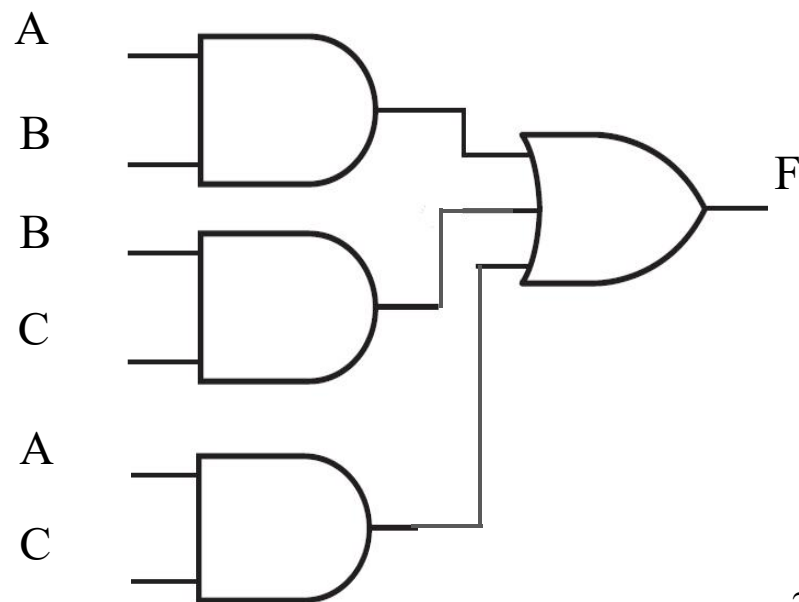
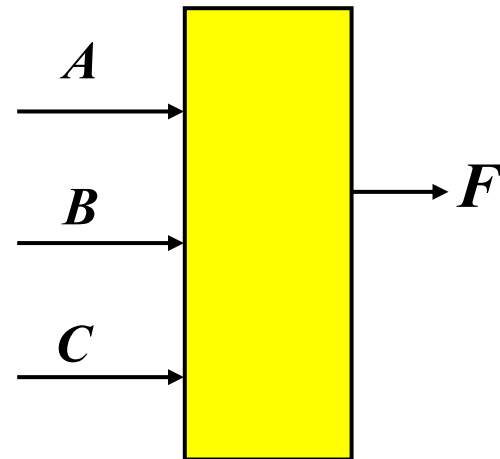
- 少数服从多数，结果为多数人的选择。

真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

BC	00	01	11	10
A				
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$F=AB+AC+BC$$

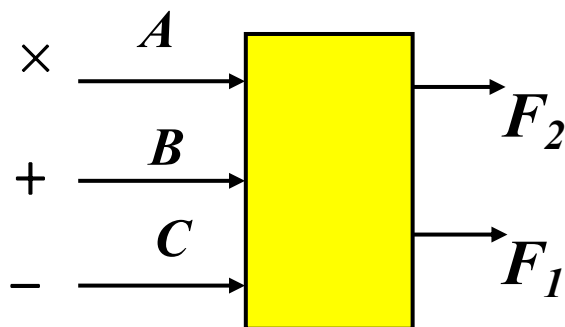


# 操作码生成器

- 用**与或非门**设计一个操作码生成器，**当**按下×、+、-操作键时，分别产生×、+、-的操作码01、10和11。

真值表

×	+	-	$F_2$	$F_1$
A	B	C		
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	×	×
1	0	0	0	1
1	0	1	×	×
1	1	0	×	×
1	1	1	×	×



A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	×	1
1	0	×	×	×

$$F_2 = B + C$$

$$= (B'C')'$$

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	×	0
1	1	×	×	×

$$F_1 = A + C$$

$$= (A'C')'$$

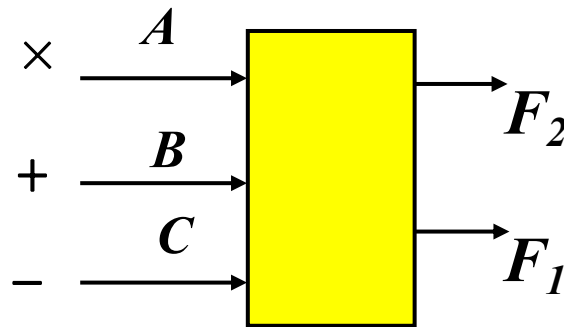
# 操作码生成器——2

- 用**与或非门**设计一个操作码生成器，当按×、+、-操作键时（**同时按无效**），分别产生×、+、-的操作码01、10和11。

真值表

×	+	-	F <sub>2</sub>	F <sub>1</sub>
A	B	C		
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

无关项进行约束



约束条件:

$$AB=0$$

$$BC=0$$

$$AC=0$$

$$\bar{A}BC=0$$

$$A\bar{B}C=0$$

$$ABC\bar{C}=0$$

$$ABC=0$$

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	0	0	0

$$F_2 = A'(B+C)(B'+C')$$

$$= (A + B'C' + BC)'$$

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	0	0	0

$$F_1 = B'(A+C)(A'+C')$$

$$= (B + A'C' + AC)'$$

# 设计一个2位二进制数 (X) 平方电路 $Y = X * X$

$$X = x_1 x_0$$

$$Y = X^2 = y_3 y_2 y_1 y_0$$

真值表

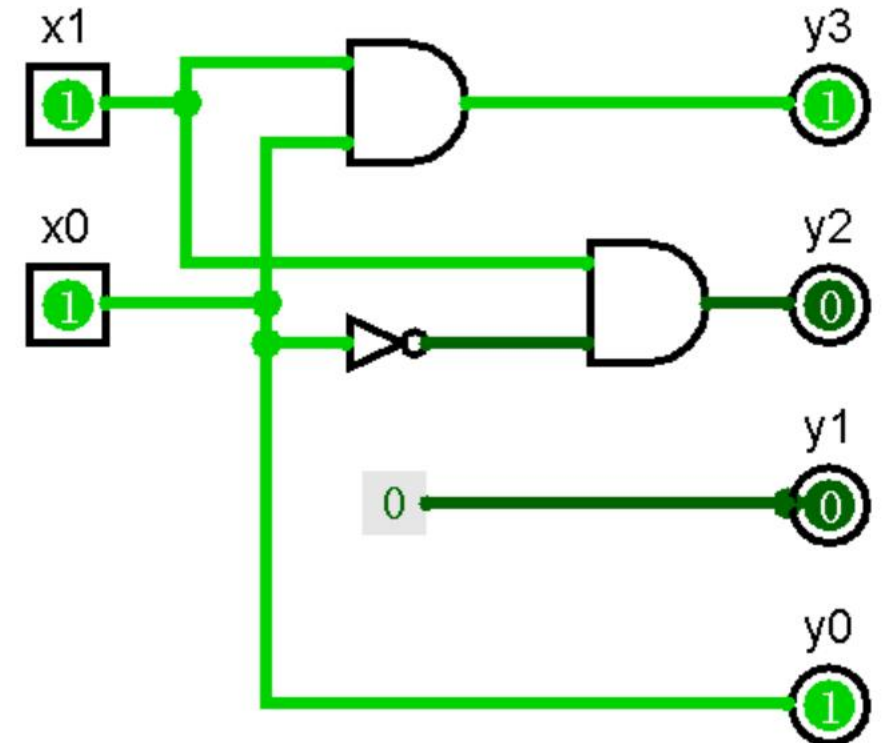
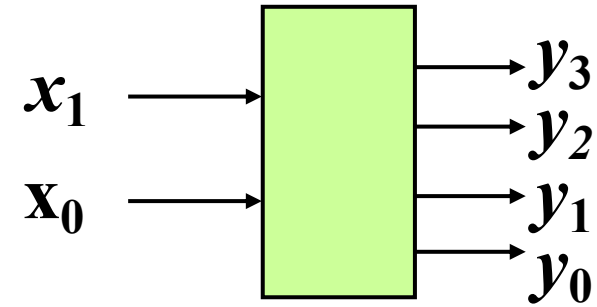
$x_1$	$x_0$	$y_3$	$y_2$	$y_1$	$y_0$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1

$$y_3 = x_1 x_0$$

$$y_2 = x_1 x_0'$$

$$y_1 = 0$$

$$y_0 = x_0$$

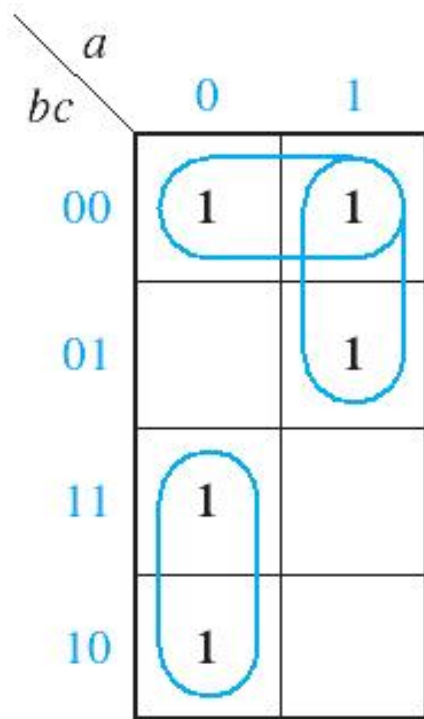




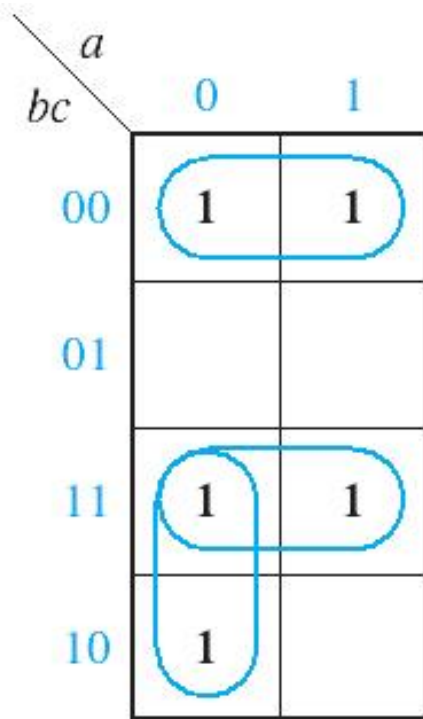
# 使用有限扇入门设计组合电路

**扇入系数（fan-in）**——逻辑门最大输入端的个数

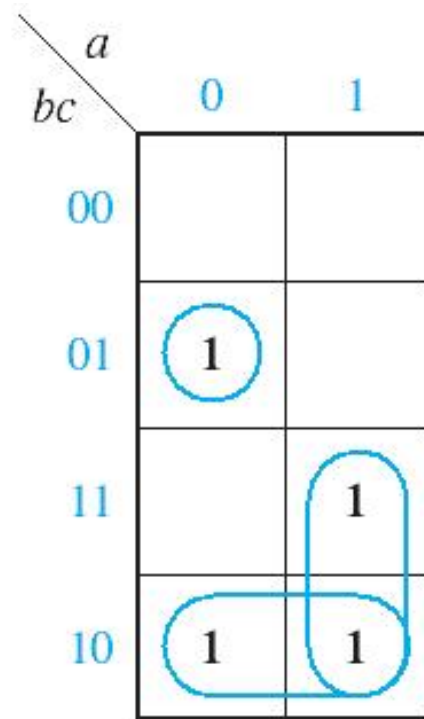
例：用与非门（扇入系数为2）和反相器设计指定逻辑函数。



$$f_1 = \Sigma m(0, 2, 3, 4, 5)$$

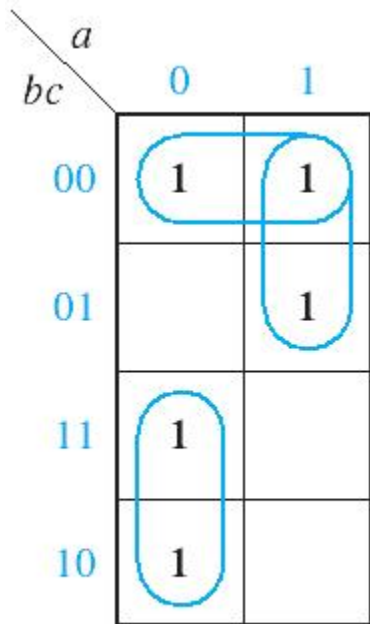


$$f_2 = \Sigma m(0, 2, 3, 4, 7)$$

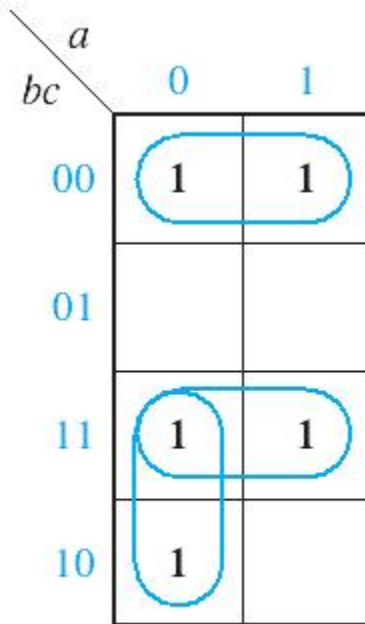


$$f_3 = \Sigma m(1, 2, 6, 7)$$

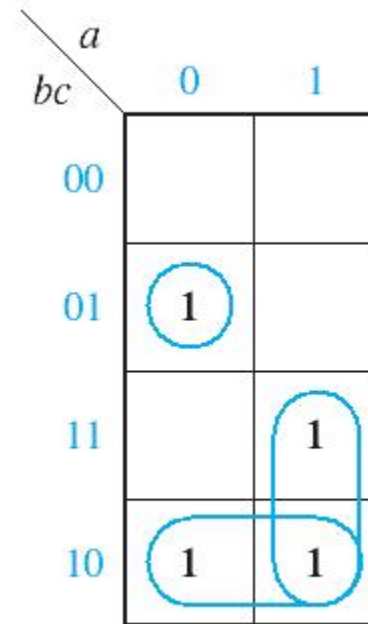
# 使用有限扇入门设计组合电路



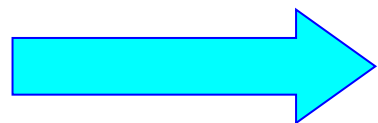
$$f_1 = \Sigma m(0, 2, 3, 4, 5)$$



$$f_2 = \Sigma m(0, 2, 3, 4, 7)$$



$$f_3 = \Sigma m(1, 2, 6, 7)$$



$$f_1 = b'c' + ab' + a'b$$

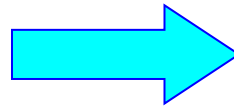
$$f_2 = b'c' + bc + a'b$$

$$f_3 = a'b'c + ab + bc'$$

# 多输出多级门电路

关键：寻找**共享项**，追求整体最简

$$\begin{aligned} f_1 &= \underbrace{b'c' + ab'}_{\text{共享项}} + a'b \\ f_2 &= \underbrace{b'c' + bc}_{\text{共享项}} + a'b \\ f_3 &= a'b'c + \underbrace{ab + bc'}_{\text{共享项}} \end{aligned}$$



$$f_1 = b'(a+c') + \underline{a'b}$$

$$f_2 = (b'+c)(b+c') + \underline{a'b}$$

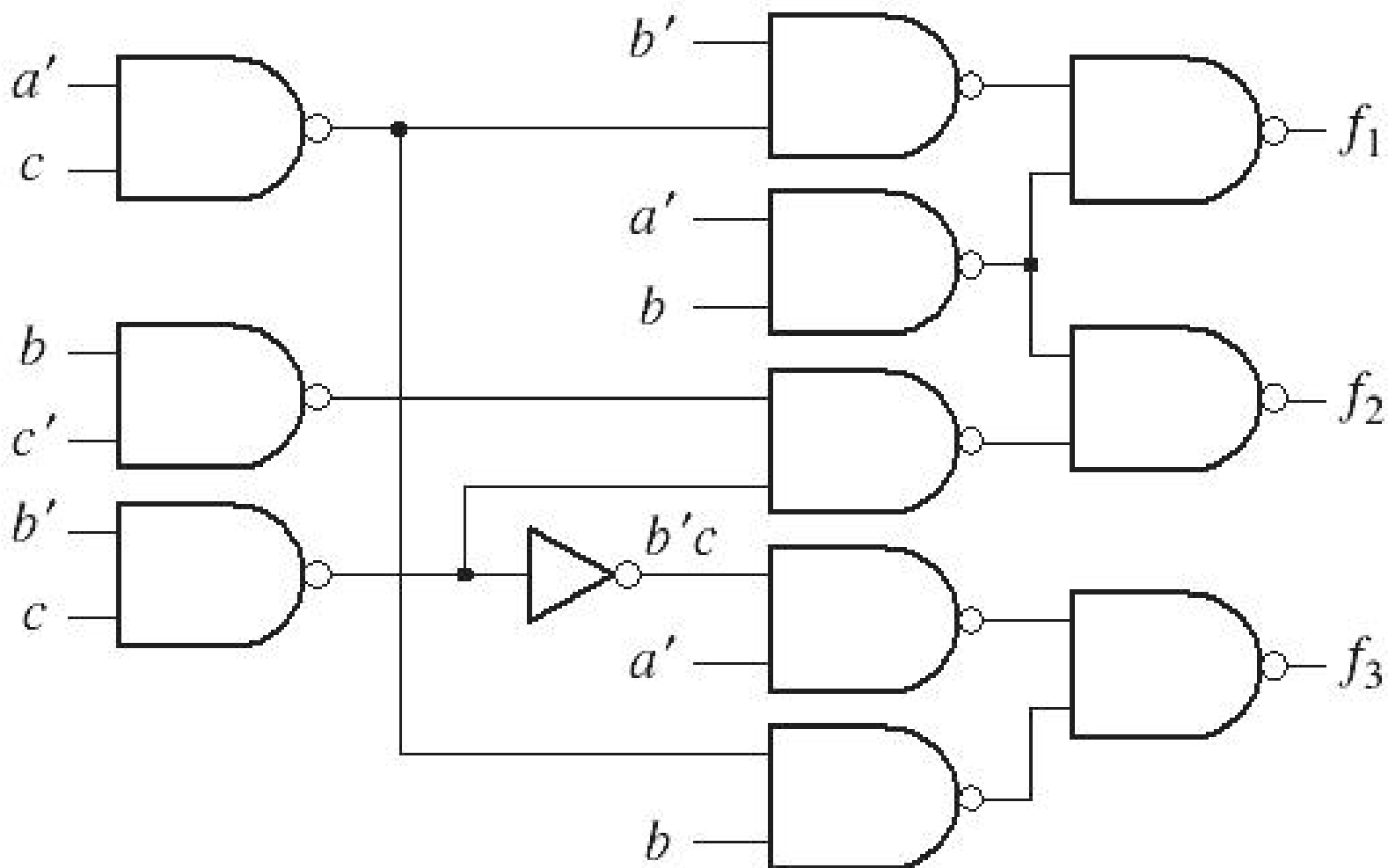
$$f_3 = a'b'c + b(a+c')$$



$$a'b'c = a'(b'c) = a'(b+c')'$$

# 多级门电路

P180



# 小 结

---

- 多级门电路（Multi-Level Circuits）
- 两级门电路的设计
- 多输出电路的设计
- 多级门电路实例